Universidad Central

sochiem
SOCIEDAD CHILENA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Jornadas Nacionales de Educación Matemática

10 al 12 de diciembre 2025

Actas

Actas XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática

Universidad Central de Chile
Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM)
Santiago, diciembre de 2025

Comité Editorial

Galaz Arraño, José Daniel
Araya Bastias, Daniela Andrea
Gallegos Lastra, Carlos Alonso
Herrera Pérez, Javiera Muriel
Sánchez Acevedo, Nicolás Andrés
Zamorano Sánchez, Claudio Andrés

Editorial Universidad Central de Chile

ISBN: 978-956-330-107-6

Fecha de edición: 31 de julio, 2026

Diseño de portada e interiores: Dirección de Comunicaciones Universidad Central de Chile y José Daniel Galaz Arraño.

Propiedad Intelectual y Responsabilidad: Los autores de los respectivos trabajos son considerados dueños de sus contribuciones escritas. Asimismo, los editores del libro no se hacen responsables de las afirmaciones ni opiniones vertidas por los autores de cada contribución; la responsabilidad de la autoría corresponde a cada autor, siendo responsable de los contenidos y opiniones expresadas.

Cómo citar: Apellido1, A1., y Apellido2, B2. (2026). Título del capítulo. En Araya-Bastias, D., Gallegos-Lastra, C., Herrera-Pérez, J., Sánchez-Acevedo, N., Zamorano-Sánchez, C. y Galaz-Arraño, J. (Eds.), *Actas XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática* (pp-pp). Santiago: Universidad Central de Chile.

Página Web y redes sociales: https://jnem2025.ucentral.cl/ ; Instagram: xxix_jnem_2025

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos de manera especial el apoyo brindado para el desarrollo de este evento al "Centro de Investigación en Educación de Calidad para la Equidad" (CIECE) y al "Laboratorio de Bienestar y Comportamiento Organizacional" (LaBCO), ambos de la Universidad Central de Chile, así como el auspicio de la editorial Santillana.

CIECE
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN DE CALIDAD PARA LA EQUIDAD

LaBCO
LABORATORIO DE BIENESTAR Y COMPORTAMIENTO ORGANIZACIONAL

SANTILLANA

COMITÉ ORGANIZADOR

Dra. Daniela Araya Bastias, directora de la carrera Pedagogía en Matemática y Estadística, Universidad Central de Chile.

Dra. Tania Andrade Vega, directora (I) de la carrera de Pedagogía en Educación General Básica, mención matemática. Universidad Central de Chile.

Dr. Nicolás Sánchez Acevedo, académico de la carrera Pedagogía en Matemática y Estadística, Universidad Central de Chile.

Mg. Claudio Zamorano Sánchez, académico de la carrera Pedagogía en Matemática y Estadística, Universidad Central de Chile.

Mg. Carlos Gallegos Lastra, académico de la carrera Pedagogía en Matemática y Estadística, Universidad Central de Chile.

Mg. Javiera Herrera Pérez, académica de la carrera Pedagogía en Matemática y Estadística, Universidad Central de Chile.

Mg. José Galaz Arraño, académico de la carrera Pedagogía en Matemática y Estadística, Universidad Central de Chile.

Dr. Sergio Morales Candia, académico de la Universidad de Concepción. Vicepresidente de SOCHIEM.

COMITÉ CIENTÍFICO

Dra. Daniela Araya Bastias, directora de la carrera Pedagogía en Matemática y Estadística, Universidad Central de Chile.

Dra. Tania Andrade Vega, directora (I) de la carrera de Pedagogía en Educación General Básica, mención matemática. Universidad Central de Chile.

Dr. Nicolás Sánchez Acevedo, académico de la carrera Pedagogía en Matemática y Estadística, Universidad Central de Chile.

Mg. Claudio Zamorano Sánchez, académico de la carrera Pedagogía en Matemática y Estadística, Universidad Central de Chile.

Mg. Carlos Gallegos Lastra, académico de la carrera Pedagogía en Matemática y Estadística, Universidad Central de Chile.

ENCARGADOS DE LÍNEAS TEMÁTICAS

Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas (HM)
Claudio Andrés Gaete Peralta, Universidad de Los Andes
Jaime Huincahue Arcos, Universidad Católica del Maule

Enseñanza y aprendizaje del Cálculo (EC)
Yocelyn Parra Urrea, Universidad San Sebastián
Daniela Araya Bastias, Universidad Central de Chile

Enseñanza y aprendizaje de la Geometría y la Medición (EG)
Marcos Barra Becerra, Universidad Alberto Hurtado
Noemí Pizarro Contreras, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Enseñanza y aprendizaje de los Números y la Aritmética (EN)
Carlos Gallegos Lastra, Universidad Central de Chile

Enseñanza y aprendizaje del Álgebra (EA)
Claudio Zamorano Sánchez, Universidad Central de Chile
Solange Aranzubía Vera, Universidad de Tarapacá

Enseñanza y aprendizaje de la Estadística y las probabilidades (EE)
Nicolás Sánchez Acevedo, Universidad Central de Chile
Maritza Méndez Reina, Universidad Católica Silva Henríquez

Enseñanza y Aprendizaje del Pensamiento Computacional y Habilidades Digitales (PC)
Felipe Guevara Morales, Universidad de Atacama

Conocimiento del profesor: Formación Inicial y Continua (CP)
Gonzalo Espinoza Vásquez, Universidad Alberto Hurtado
Rosa Delgado Rebolledo, Universidad de Valparaíso

Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática en la Primera Infancia (PI)
Karla Sepúlveda Obreque, Universidad de Central de Chile

Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM (ST)
María Aravena Díaz, Universidad Católica del Maule
Noemí Cárcamo Mansilla, Universidad Católica de Temuco

Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática (AS)
Tania Andrade Vega, Universidad de Central de Chile

Equidad e inclusión en la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática (EM)
Francisco Vidal Jofré, Universidad de Huelva
Victoria Arriagada Jofré, Universidad de Las Américas

Epistemología e Historia de la Matemática (EHM)
Roberto Vidal Cortés, Universidad Mayor

COLABORADORES DEL COMITÉ CIENTÍFICO

El proceso de revisión por pares constituye uno de los pilares que resguardan la calidad y el rigor académico de las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática. Las contribuciones recibidas en sus distintas modalidades fueron evaluadas por un Comité Científico integrado por académicas y académicos, investigadoras e investigadores, cuyo conocimiento especializado permitió valorar cada trabajo, sugerir mejoras y orientar a las autoras y autores hacia versiones más sólidas de sus propuestas.

En esta edición, el Comité Científico reunió a 155 revisoras y revisores provenientes de 52 instituciones. Junto a una amplia representación de universidades chilenas, participaron colegas de establecimientos escolares, centros de investigación y otras entidades, así como especialistas de España, México, Colombia, Brasil y Uruguay, lo que refleja el carácter a la vez nacional e internacional de esta comunidad. Su labor abarcó las trece líneas temáticas del congreso, asegurando que cada contribución fuera examinada por personas con experiencia pertinente en el área respectiva.

El Comité Organizador agradece de manera especial la generosidad, el compromiso y la dedicación de quienes asumieron esta tarea, muchas veces en plazos acotados. Su aporte, no siempre visible, resulta indispensable para sostener la seriedad de estas Jornadas y para nutrir el diálogo académico que las caracteriza. A continuación, se presenta el listado de las revisoras y los revisores que integraron el Comité Científico, junto con la institución a la que pertenecen y la o las líneas temáticas en las que participaron.

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
1	Alan Basilio Pizarro-Ayavire	Asociación Aprender en Red	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
2	Alberto López	Universidad de Tarapacá	Enseñanza y aprendizaje del álgebra
3	Alejandra Andrea Mondaca Saavedra	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	• Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades • Enseñanza y aprendizaje del pensamiento computacional y habilidades digitales
4	Alejandro Cabrera	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
5	Alessandro Danilo Roco Villarroel	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
6	Alicia Zamorano Vargas	Universidad de Chile	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
7	Álvaro Bustos	Universidad de Valparaíso	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
8	Álvaro Cortinez	Universidad de Tarapacá	Enseñanza y aprendizaje del álgebra
9	Ana Escudero	Universidad de Sevilla (España)	Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
10	Ana Mujica	Universidad de Los Lagos	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
11	Andrea Natalia Cáceres Guzman	Pontificia Universidad Católica de Chile	Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición
12	Andrea Vergara	Universidad Católica del Maule	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
13	Ángeles Chico Gómez	Universidad de Sevilla (España)	Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
14	Arturo Mena	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	• Enseñanza y aprendizaje del álgebra • Historia y Epistemología de la Matemática
15	Audy Salcedo	Universidad Autónoma de Chile	Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades
16	Bárbara Bustos	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
17	Bárbara Catalina Mira Abarca	Pontificia Universidad Católica de Chile	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
18	Brahiam Ramírez	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	• Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades • Enseñanza y aprendizaje del pensamiento computacional y habilidades digitales
19	Camilo Rodríguez	Universidad de la Costa (Colombia)	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
20	Carlos Cristián Martínez Méndez	Universidad de Los Lagos	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
21	Carlos Gallegos Lastra	Universidad Central de Chile	Enseñanza y aprendizaje de los Números y la Aritmética
22	Carlos Silva Córdova	Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación	• Enseñanza y aprendizaje del cálculo • Enseñanza y aprendizaje del pensamiento computacional y habilidades digitales • Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
23	Carol Sepúlveda	Universidad Católica del Maule	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
24	Carolina Andrea Henríquez Ricas	Universidad Católica del Maule	• Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición • Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
25	Carolina Durán Sierra	Universidad San Sebastián	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades
26	Carolina Guerrero	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
27	Cecilia Alejandra Marambio Carrasco	Universidad Andrés Bello	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
28	Claudia Vargas Díaz	Universidad de Santiago de Chile	Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
29	Claudia Vásquez Ortiz	Pontificia Universidad Católica de Chile	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades • Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la primera infancia • Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
30	Claudio Gaete Peralta	Universidad de los Andes	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
31	Claudio Opazo	Universidad Austral de Chile	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
32	Claudio Zamorano Sánchez	Universidad Central de Chile	Enseñanza y aprendizaje del álgebra
33	Constanza Verónica Ledermann López	Pontificia Universidad Católica de Chile	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática • Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
34	Cristian Bustos	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Historia y Epistemología de la Matemática
35	Cristian Romo	Universidad de Los Lagos	Enseñanza y aprendizaje del pensamiento computacional y habilidades digitales
36	Daniela Araya Bastías	Universidad Central de Chile	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Enseñanza y aprendizaje del cálculo
37	Daniela Pagés	Universidad de la República (Uruguay)	Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la primera infancia
38	Danilo Díaz Levicoy	Universidad Católica del Maule	• Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades • Enseñanza y aprendizaje del cálculo • Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
39	Darlis Panqueban	Universidad Católica del Maule	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
40	Débora Costa Cona	Faculdade SESI de Educação (Brasil)	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
41	Diana Zakaryan	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la primera infancia
42	Dolores Salvo Valenzuela	Universidad Finis Terrae	Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
43	Eder Pinto	Universidad de O'Higgins	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
44	Edgar Ponciano Bustos	Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario (México)	Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades
45	Eduardo Nelson Gutiérrez Turner	Universidad Adventista de Chile	Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades
46	Eduardo Orellana Peralta	Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
47	Eleany Barrios	Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (México)	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
48	Elisabeth Ramos	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
49	Elizabeth Montoya Delgadillo	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	• Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la primera infancia • Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
50	Esptiben Rojas	Universidad de Magallanes	Historia y Epistemología de la Matemática
51	Eugenio Lizarde Flores	Escuela Normal Rural “Gral. Matías Ramos Santos”	Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
52	Evelyn Hugo	Universidad de Las Américas	Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
53	Exequiel Aníbal Llanos Lagos	Universidad San Sebastián	• Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades • Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición • Enseñanza y aprendizaje de los Números y la Aritmética
54	Fabiola Virginia Arévalo Meneses	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	• Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición • Enseñanza y aprendizaje del pensamiento computacional y habilidades digitales
55	Falconery Giancoletti	Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (México)	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
56	Felipe Guevara Morales	Universidad de Atacama	Enseñanza y aprendizaje del pensamiento computacional y habilidades digitales
57	Felipe Retamal Acevedo	Universidad Adventista de Chile	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje del cálculo
58	Felipe Ruz	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades
59	Florencia Gómez Zacarelli	Pontificia Universidad Católica de Chile	Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
60	Francisco Javier Guantecura Acuña	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
61	Francisco Javier Vidal	Universidad de Huelva (España)	Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
62	Gabriel Meza Pereira	Universidad Católica Silva Henríquez	Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
63	Gabriela Guarachi	Universidad de Tarapacá	Enseñanza y aprendizaje del álgebra
64	Gerardo Andrés Urra Barra	Universidad San Sebastián	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
65	Gonzalo Andrés Donoso Gormaz	Universidad Católica Silva Henríquez	• Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades • Enseñanza y aprendizaje del cálculo • Enseñanza y aprendizaje del pensamiento computacional y habilidades digitales • Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
66	Gonzalo Espinoza Vásquez	Universidad Alberto Hurtado	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
67	Gonzalo Valenzuela	Liceo Bicentenario Valentín Letelier Madariaga	Enseñanza y aprendizaje del álgebra
68	Hellen Leiva	Pontificia Universidad Católica de Chile	Enseñanza y aprendizaje del álgebra
69	Horacio Solar Bezmalinovic	Pontificia Universidad Católica de Chile	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la primera infancia • Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática • Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
70	Irene V. Sánchez Noroño	Universidad Arturo Prat	Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática
71	Irma Pinto Rojas	Universidad Católica del Norte	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje del cálculo • Enseñanza y aprendizaje del pensamiento computacional y habilidades digitales

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
			• Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
72	Isabel García Martínez	Universidad Católica del Norte	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje de los Números y la Aritmética
73	Isabel Pascual Martín	Universidad de Sevilla (España)	Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
74	Jaime Huincahue	Universidad Católica del Maule	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
75	Jaime I. García-García	Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación	Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades
76	Javier Andrés Pérez Fossa	Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
77	Javiera Ignacia Castro-González	Universidad Católica del Maule	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
78	Jeannette Galleguillos	Universidad de Valparaíso	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
79	John Baquedano Navarro	Universidad de Santiago de Chile	Enseñanza y aprendizaje del cálculo
80	Jonathan Collao Henríquez	Colegio San José	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
81	Jorge Luis Zapata Hernández	Universidad San Sebastián	Enseñanza y aprendizaje del cálculo
82	José Hernán Parra-Fica	Universidad Católica del Maule	Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
83	Juan Holando Gauna Caqueo	Universidad Alberto Hurtado	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
84	Juan Luis Piñeiro	Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación	Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
85	Juan Luis Prieto González	Universidad de Los Lagos	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición
86	Ledher Lopez	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
87	Leonardo Ignacio Medel Contreras	Universidad San Sebastián	• Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición • Enseñanza y aprendizaje de los Números y la Aritmética • Enseñanza y aprendizaje del cálculo
88	Leticia Sosa Guerrero	Universidad Autónoma de Zacatecas (México)	Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades
89	Lianggi Espinoza	Universidad de Valparaíso	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
90	Lina Wistuba Meneses	Universidad de Santiago de Chile	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
91	Macarena Reyes Bravo	Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
92	Macarena Valenzuela	Universidad Alberto Hurtado	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
93	Maite Otondo Briceño	Universidad Católica de la Santísima Concepción	Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
94	Manuel Ampuero M.	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática
95	Marcela Parraguez González	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	• Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la primera infancia • Enseñanza y aprendizaje del álgebra
96	Marco Antonio Rosales Riady	Universidad del Bío-Bío	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
97	Marcos Esteban Barra Becerra	Universidad Alberto Hurtado	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición
98	María Aravena	Universidad Católica del Maule	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
99	María José Opazo	Universidad de Chile	Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
100	María José Seckel Santis	Universidad Católica de la Santísima Concepción	Enseñanza y aprendizaje del pensamiento computacional y habilidades digitales
101	María Lidia Ester Retamal Pérez	Universidad Católica de la Santísima Concepción	Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades
102	Mariela Carvacho	Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
103	Maritza Katherine Galindo Illanes	Universidad San Sebastián	Enseñanza y aprendizaje del cálculo
104	Maritza Méndez Reina	Universidad Católica Silva Henríquez	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
105	Maximina Márquez Torres	Universidad de Los Lagos	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje del álgebra
106	Melvin Cruz Amaya	Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (México)	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición
107	Miguel Ángel Montes Navarro	Universidad de Huelva (España)	Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
108	Miguel Díaz	Universidad Alberto Hurtado	• Enseñanza y aprendizaje del álgebra • Historia y Epistemología de la Matemática
109	Mihály Martínez	Pontificia Universidad Católica del Perú	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
110	Monika Dockendorff	Universidad Diego Portales	Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
111	Natalia Isabel Alvarado Garcés	Colegio San Carlos de Aragón / INACAP	Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades
112	Natalia Klein	Pontificia Universidad Católica de Chile	Enseñanza y aprendizaje del álgebra
113	Nataly Goreti Pincheira Hauck	Universidad de Guadalajara (México)	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje del álgebra
114	Neyse Nicole Toledo Bucarey	Universidad Católica de Temuco	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
115	Nicolás Sánchez Acevedo	Universidad Central de Chile	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
			• Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades
116	Nielka Rojas	Universidad Católica del Norte	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
117	Noemí Cárcamo	Universidad Católica de Temuco	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
118	Noemí Pizarro Contreras	Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición
119	Paloma Villamandos Soto	Colegio Alberto Blest Gana / Universidad de Chile	Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática
120	Pamela Alejandra Reyes Santander	Universidad de Las Américas	• Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades • Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática • Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
121	Paola Ramírez	Universidad Católica del Maule	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
122	Patricia Estrella Rojas Salinas	Universidad del Alba	Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
123	Patricia Rojas	Universidad del Bío-Bío	Enseñanza y aprendizaje del cálculo
124	Patricio Antonio Loyola Martínez	Santillana	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
125	Patricio Delgado Donoso	Universidad San Sebastián	Enseñanza y aprendizaje de los Números y la Aritmética

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
126	Pedro Vidal Szabó	Universidad de Los Lagos	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades • Habilidades matemáticas del currículum escolar.
127	Pilar Carrasco Espinoza	Universidad del Desarrollo	Historia y Epistemología de la Matemática
128	Raimundo Olfos	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
129	Rebeca Flores García	Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México	Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la primera infancia
130	Richard Carlos Merino Leyton	Universidad Diego Portales	Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición
131	Roberto Araneda	Universidad de O'Higgins	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
132	Roberto Vidal	Universidad Mayor	Historia y Epistemología de la Matemática
133	Rodrigo Panes Chavarría	Universidad del Bío-Bío	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
134	Rodrigo Rojas-Muñoz	Universidad Arturo Prat	Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
135	Romi Torres Díaz	Universidad Católica del Maule	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades • Enseñanza y aprendizaje del cálculo
136	Romina Menares	Universidad de Valparaíso	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
			• Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
137	Rosa Delgado	Universidad de Valparaíso	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
138	Sandra Burgos Henríquez	Universidad Austral de Chile	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
139	Sandra Fuentes Mardones	Escuela Alemana de Paillaco	• Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades • Enseñanza y aprendizaje del álgebra
140	Sandra Ortuzar	New Heinrich High School	Enseñanza y aprendizaje del álgebra
141	Sara Tarisfeño Vásquez	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Enseñanza y aprendizaje de los Números y la Aritmética
142	Sergio Martinic	Universidad de Las Américas	Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
143	Sindi Marcia	Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (México)	Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
144	Solange Aranzubia	Universidad de Tarapacá	Enseñanza y aprendizaje del álgebra
145	Tamara Del Valle	Universidad Católica Silva Henríquez	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
146	Tania Andrade Vega	Universidad Central de Chile	Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática
147	Teresita Méndez Olave	Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación	• Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades • Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición

N°	Académica o académico revisor	Institución	Línea(s) temática(s) revisada(s)
148	Valentina Giaconi	Universidad de O'Higgins	Enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades
149	Valeria Randolph	Universidad de Chile	Enseñanza y aprendizaje del álgebra
150	Verónica Patricia Diaz Campillay	Universidad de Atacama	Enseñanza y aprendizaje del cálculo
151	Víctor Parra González	Universidad del Bío-Bío	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática
152	Victoria Arriagada	Universidad de Las Américas	• Conocimiento del profesor: formación inicial y continua • Habilidades matemáticas del currículum escolar: modelización, argumentación, resolución de problemas
153	Yasna Yocelin Salgado Astudillo	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Conocimiento del profesor: formación inicial y continua
154	Yazna Cisternas Rojas	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	• Aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática • Interdisciplinariedad en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: STEM
155	Yocelyn Parra Urrea	Universidad San Sebastián	Enseñanza y aprendizaje del cálculo

PRÓLOGO

Las Jornadas Nacionales de Educación Matemática constituyen el principal encuentro de la comunidad de educación matemática en Chile, un espacio que desde hace décadas convoca a investigadores e investigadoras, formadores de profesores, docentes de aula y estudiantes de pre y postgrado en torno a la reflexión, el diálogo y la difusión del conocimiento sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Su XXIX versión, organizada por la Universidad Central de Chile junto a la Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM), se realizó entre el 10 y el 12 de diciembre de 2025 en Santiago, precedida por una Jornada Satélite virtual dedicada a la postulación y diseño de proyectos de investigación, orientada a fortalecer las trayectorias de investigadores e investigadoras en etapa inicial.

En un contexto en que la formación docente, la investigación didáctica y la innovación curricular adquieren un rol central para el fortalecimiento del sistema educativo, las Jornadas ofrecieron un programa académico amplio y diverso. Este contempló cuatro conferencias internacionales, a cargo del Dr. Vicenç Font Moll (Universitat de Barcelona, España), la Dra. Liliana Tauber (Universidad Nacional del Litoral, Argentina), la Dra. María Trigueros (Universidad Autónoma de Puebla, México) y el Dr. Laurent Vivier (Université de Paris, Francia), cuyos aportes permitieron vincular las experiencias nacionales con desarrollos relevantes a nivel global. Se sumaron nueve conferencias nacionales dictadas por destacados académicos y académicas del país, que abordaron temáticas como la argumentación y la modelación, la didáctica de la estadística, la educación matemática crítica, la primera infancia, la formación práctica de profesores, el espacio de trabajo matemático, el álgebra lineal, la interdisciplinariedad STEM, y la inclusión y diversidad en educación matemática.

Junto a las conferencias, el corazón de las Jornadas estuvo en las 201 contribuciones presentadas por la comunidad, distribuidas en cinco modalidades: 56 Reportes de Investigación, 83 Comunicaciones Breves, 18 Experiencias de Aula, 17 Talleres, dictados cada uno en dos oportunidades, y 27 Pósteres. Estos trabajos abarcaron todas las líneas temáticas de la convocatoria, desde el conocimiento del profesor y su formación inicial y continua, línea que concentró el mayor número de contribuciones, hasta la enseñanza y aprendizaje de la estadística, el álgebra, el cálculo, la geometría, los números, el pensamiento computacional y las habilidades matemáticas del currículum escolar, pasando por los aspectos socioculturales y políticos, la equidad e inclusión, la primera infancia, la interdisciplinariedad y la historia y epistemología de la matemática.

Queremos expresar nuestro profundo agradecimiento al Comité Organizador de las XXIX Jornadas, integrado por académicos y académicas de las carreras de Pedagogía en Matemática y Estadística y de Pedagogía en Educación General Básica de la Universidad Central de Chile, junto a la Sociedad Chilena de Educación Matemática, cuyo compromiso y dedicación hicieron posible la realización de este encuentro. Agradecemos de manera especial a las coordinadoras y los coordinadores de las líneas temáticas, quienes organizaron y condujeron el proceso de revisión de las contribuciones en sus respectivas áreas, así como a las académicas y los académicos que participaron en la revisión y retroalimentación de los trabajos, cuya rigurosa y generosa labor resultó fundamental para resguardar la calidad de las contribuciones presentadas y para enriquecer, mediante sus observaciones, el desarrollo de sus autoras y autores. Extendemos también nuestro reconocimiento a las y los conferencistas, talleristas y asistentes, quienes con su participación dieron vida a estas Jornadas.

Las presentes Actas recogen los trabajos socializados durante el evento, con el propósito de que constituyan un recurso valioso para investigadores, docentes y estudiantes interesados en profundizar sus comprensiones y proyectar nuevas líneas de trabajo en beneficio de la comunidad educativa. En las siguientes secciones se presentan las Conferencias Internacionales y Nacionales, los Reportes de Investigación, las Comunicaciones Breves, las Experiencias de Aula, los Talleres y los Pósteres presentados en las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática.



Fotografía: Participantes XXIX JNEM, viernes 12 de diciembre 2025.

Índice

El Índice general cuenta con hipervínculos activos que permiten dirigirse directamente a cada contribución con un solo clic. Asimismo, en el cuerpo del texto, los nombres de los autores incluyen un enlace directo a sus respectivos correos electrónicos para facilitar el contacto y el intercambio académico.

Para realizar búsquedas de conceptos o autores específicos dentro de este archivo PDF, recuerde que puede utilizar la combinación de teclas Ctrl + F en Windows o Cmd + F en Mac. También puede utilizar el ícono de la lupa en su lector de documentos.

	Página
Actas XXIX Jornadas Nacionales De Educación Matemática	**21**
conferencistas Internacionales	**26**
La modelación y Teoría APOE: una forma de acercarse al aprendizaje de las matemáticas *María Trigueros*	**27**
Los INDICADORES sociales como INSUMO DE LA TRANSNUMERACIÓN en LA formación ESTADÍSTICA de profesores *Liliana Mabel Tauber*	**42**
INTEGRACIÓN DE LOS CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA Y DEL DISEÑO UNIVERSAL DEL APRENDIZAJE PARA ORGANIZAR LA REFLEXIÓN DEL PROFESORADO *Vicenç Font Moll*	**56**
Situaciones didácticas para provocar un trabajo matemático original en la formación de profesores de matemáticas: un potencial para desarrollar conocimientos cruciales *Laurent Vivier*	**73**
¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.	**83**
TALLER Postulación y Diseño de Proyectos de Fondecyt de Iniciación *Horacio Solar Bezmalinovic*	**84**
¿Para qué investigar en educación matemática? (Re)producción conocimiento como una iternación *Alex Montecino*	**88**

Índice

Página

Nadie aprende solo: Acompañamiento en la formación e inserción profesional del profesorado de matemática para construir ciudadanía crítica y reflexiva en el siglo XXI **99**

Carlos Vanegas-Ortega

La Educación matemática inclusiva como eje de transformación en la formacion del profesorado **109**

Carmen Cecilia Espinoza Melo

trabajo matemático del profesorado de educación secundaria en geometría: HALLAZGOS Y desafíos para la formación inicial docente **115**

Carolina Henríquez Rivas

MODELADO MATEMÁTICO PARA INTEGRAR STEM. propuesta para PROFESORES de secundaria **123**

María D. Aravena Díaz

Observando matemáticas y movimientos más allá de las palabras en los primeros años **129**

Paola Ramírez González

conociendo a Koki, una app móvil para el aprendizaje de la estadística en educación superior **135**

Felipe Ruz Ángel

Los Modos de Pensamiento como programa de investigación en Didáctica de la Matemática (2010–2025) **149**

Marcela Parraguez González

reportes de investigación **163**

MÁS ALLÁ DE LAS PREFERENCIAS FORMALES: ESTILOS DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES **164**

Mauricio Allendes-Cerda, Jaime Huincahue, Claudio Gaete-Peralta

Modos de pensamiento: Un estudio de caso sobre comprensión profunda en el aprendizaje de las transformaciones isométricas **171**

Ignacio Soto Villanueva, Gabriel Toro Aliaga, Claudio Zamorano Sánchez

Propuesta didáctica BASADA EN EL MODELAMIENTO MATEMÁTICO para FORTALECER la ALFABETIZACIÓN FINANCIERA **178**

Diego Cordero Garcés, Paulo Marimán Delgado, Pedro Peña Espinoza, Luis Riffo Almeida, Patricio Delgado Donoso

Del problema real a la clase de matemática: Desarrollo profesional y enseñanza de la modelación en la escuela pública **186**

Vanessa Montalba-Videla, Carlos Vanegas Ortega

Índice

Página

ANÁLISIS DE UNA PROPUESTA DIDÁCTICA QUE FAVORECE EL APRENDIZAJE DEL INTERÉS COMPUESTO MEDIANTE EL DESARROLLO DE HABILIDADES FINANCIERAS Y LA HABILIDAD MATEMÁTICA DE MODELAR A TRAVÉS DEL CICLO DE BLUM Y LEISS 193

Diego Araya Puga, Eduardo Jara Hernández, Patricio Delgado Donoso

CONSTRUCCIÓN Y VALIDACIÓN DE UN TEST DE DIAGNÓSTICO EN MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES DE LICENCIATURA Y PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA 200

Rodrigo Vargas

ACUMULACIÓN DE GRADOS-HORA Y CATEGORÍA DE MODELACIÓN. UNA RESIGNIFICACIÓN DE LA INTEGRAL DEFINIDA CON PROFESORES DE MATEMÁTICA 207

Claudio Gaete Peralta, Jaime Huincahue Arcos

214

Constanza Aranda Matus, Daniela Araya Bastias

Rediseño experimental de actividades de cálculo escolar mediante modelación matemática y tecnologías desde su valor epistémico en la FID: avances del Proyecto DIUMCE N°120/2025 220

Iván Pérez Vera

REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA DE ESTUDIOS SOBRE LA COVARIACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA 227

Catalina Palacios Bezama, Jorge Gaona Paredes

ANÁLISIS ONTOSEMIÓTICO DE LAS CONEXIONES MATEMÁTICAS usadas en la resolución de PROBLEMAS EN CÁLCULO multivariado 234

Camilo Andrés Rodríguez-Nieto, Vicenç Font Moll, Andrea Cárcamo, Claudio Fuentealba

realidad virtual en la formación de profesores de primaria: referentes de longitud 242

Richard Merino, Sebastián Albornoz, Leonardo Medel, Noemí Pizarro

Interdisciplinariedad: una propuesta didáctica en matemáticas-Artes para la geometría escolar 249

Itzel Salinas Echeverría, Eduardo Carrasco Henríquez

Construcción del concepto de combinatoria a partir del análisis de caminos mínimos en la geometría del taxista en formación de profesores de matemática 255

Marcela Parraguez González, Isabel García-Martínez, Irma Pinto Rojas

Uso del MTSK para caracterizar el conocimiento del profesor de matemática en la enseñanza de los Sistemas de Ecuaciones Lineales de 2x2 263

Pola Susana Korceck Morales, Yocelyn Elizabeth Parra Urrea

Índice

Página

Funciones ejecutivas y mecanismos de APOE en la construcción del número combinatorio: HACIA UN programa de investigación INTERDISCIPLINARIO **271**

Marcela Parraguez González, Valeria Randolph Veas, Ximena Gutiérrez Figueroa

UN DOMINÓ PARA LA ENSEÑANZA DE LA FACTORIZACIÓN EN PRIMERO MEDIO: ANÁLISIS DE DIFICULTADES Y ERRORES EN LA COORDINACIÓN DE REGISTROS SEMIÓTICOS **278**

Sergio Escalante Palomera, Noemí Pizarro Contreras

Conocimiento especializado y diseño de clases de álgebra en futuros profesores **285**

Gabriel Meza-Pereira, Denisse Avilés-Henn, Mauricio Moya-Márquez

Análisis de la idoneidad epistémica y demanda cognitiva en situaciones-problemas, sobre la noción de función, planteadas en la Prueba de Acceso a la Educación Superior (PAES) M1 **293**

Kevin Baquedano Aguirre, Fernando Araya Parraguez, Yocelyn Parra Urrea

Análisis del texto escolar de matemática de 2° año de educación secundaria para una propuesta didáctica de función inversa: Estudio desde el Conocimiento Didáctico Matemático **300**

Benjamín Cuadra Rivas, Gabriel Figueroa Fuenzalida, Moisés Pérez Campos, Orlando Adán Soto Contreras, Yocelyn Parra Urrea

Dificultades en el aprendizaje de ecuaciones trigonométricas en estudiantes de primer año de ingeniería: Un estudio en la Universidad de Atacama, Chile **307**

Ricardo Guerra Iriarte, Ismenia Guzmán Retamal, Felipe Guevara Morales

Estudio de Clases como herramienta para repensar una situacion didactica en probabilidad **312**

Roberto Muñoz-Sepúlveda

ANÁLISIS DEL LENGUAJE UTILIZADO EN LIBROS DE TEXTO CHILENOS SOBRE MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL **321**

José H. Parra-Fica, Danilo Díaz-Levicoy, María del Mar López-Martín

Intervalos de Compra: Una Propuesta Gamificada para la Enseñanza de Intervalos de Confianza **328**

Dilan Bravo, Cesar Cornejo, Sebastián Olate, Raimundo Olfos, Soledad Estrella, Brahiam Ramírez

TECNOLOGÍA, CONTEXTO Y SENTIDOS: EXPERIENCIA INMERSIVA DE EDUCACIÓN ESTADÍSTICA EN CARRERAS DE INGENIERÍA **333**

María Cristina Kanobel

Un acercamiento a los niveles de alfabetización estadística en educación EPJA. Un estudio de caso **340**

Catalina Bustos Orellana, Fabián Guzmán Saavedra, Nicolás Sánchez-Acevedo

Índice

Página

EXPLORACIÓN DEL RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO ACERCA DE LA VARIABILIDAD EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DE EDUCACIÓN MEDIA: UN ESTUDIO DE DOS CASOS **346**

Estefani Patiño Contreras, Nicolás Sánchez-Acevedo

HISTORIA DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE EDUCACIÓN SECUNDARIA **353**

Sofía González-Díaz, Danilo Díaz-Levicoy, Audy Salcedo

Niveles de lectura de gráficos en educación preescolar: aportes desde la formación inicial docente **360**

Sandra Fuentes

EL PENSAMIENTO COMPUTACIONAL Y PROBABILÍSTICO: uNA REVISIÓN SISTEMÁTICA **367**

Jonathan Parra Muñoz, Andrea Vergara Gómez, Sebastián Gómez Rodríguez

IA en educación Secundaria: acceso cognitivo y material para aprovechar su uso **375**

Jorge Gaona

MANIM: un espacio entre el pensamiento computacional y las conexiones matemáticas **382**

Juan Vargas Herrera, Vicente Insunza Villalobos, Kevin Faúndez Gutiérrez, Diego Vera Aguayo

percepción de la robótica educativa en el aula: un estudio sobre la lateralidad en educación parvularia **389**

Paulina González Valdés, Felipe Retamal Acevedo, Pablo González-Albornoz, Yelitza Mirabal Sandoval

UTILIZACIÓN DE UN INSTRUMENTO PARA CARACTERIZAR EL NOTICING ARGUMENTATIVO DE DOCENTES DE MATEMÁTICA **396**

Victoria Arriagada, María Victoria Martínez, Horacio Solar, Andrés Ortiz

COMPETENCIAS DE ACOMPAÑAMIENTO DE PROFESORES LÍDERES PARA PROMOVER EL NOTICING EN ARGUMENTACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS **403**

Horacio Solar, Florencia Gómez, Victoria Arriagada, Kurt Mursell, Sara Rivera

ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: CONOCIMIENTOS MANIFESTADOS POR UN PROFESOR DE MATEMÁTICAS **410**

Rosa Delgado-Rebolledo, Tania Valencia-González

DEBATE ENTRE GRUPOS COMO ACTIVIDAD TRANSFORMATIVA: HACIA UN APRENDIZAJE COLECTIVO CON futuros profesores de matemáticas **417**

Juan Luis Prieto-González, Rafael Gutiérrez-Araujo, Adriana Lasprilla-Herrera

Índice

Página

Diseño de un instrumento para el análisis del conocimiento especializado del profesor cuando genera de tareas sobre el concepto de función **424**

Juan Gauna-Caqueo, Gonzalo Espinoza-Vásquez

Conocimiento docente sobre la división de números decimales: una revisión sistemática **431**

Mario Novoa-Andrades, Elisabeth Ramos-Rodríguez

EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA, UN ANÁLISIS DE LAS PERCEPCIONES DOCENTES **438**

Shainy Lipin Corrotea, Dariel Pizarro González, Rocío Suárez López, Tania Andrade Vega

Temas controversiales, mundo real y justicia en la clase de matemática: percepciones de profesorado en formación **444**

Alicia Zamorano-Vargas, Noemí Pizarro

Integración Curricular y Continuidad Docente: Un Estudio sobre la Percepción de Futuros Profesores de Matemática **451**

Marco Antonio Rosales Riady

Exploración del noticing docente en reflexiones sobre videos de sus prácticas **458**

Nicole Fuenzalida Díaz, Farzaneh Saadati

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DE LOS PROFESORES DE BÁSICA PRIMARIA EN EL DESARROLLO DE PROYECTOS TRANSVERSALES **465**

Eudys Ballesteros-Palmett, Luz Mejía-Aristizabal, Carlos Jaramillo-López

PROPUESTA DE UNA PAUTA DE OBSERVACIÓN DEL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA ESPECIALIZADA EN LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN **473**

Jocelyn Celedón Montiel, Paula Verdugo-Hernández, Gonzalo Espinoza-Vásquez

El conocimiento especializado del profesor universitario en la enseñanza de la estimación de parámetros estadísticos **480**

Nicolás Sánchez-Acevedo, Javiera Herrera Pérez, Leticia Sosa Guerrero, Luis Carlos Contreras

Pensamiento crítico en la formación inicial docente: Tensiones conceptuales y metodológicas en el contexto chileno **487**

Yazna Cisternas-Rojas, Marcela Jarpa Azagra, Francisca Coiro Díaz, Yasna Salgado Astudillo, Damaris Collao Donoso.

ARTICULACIÓN DEL DESARROLLO PSICOMOTOR Y LAS HABILIDADES LÓGICO-MATEMÁTICAS EN LA PRIMERA INFANCIA **494**

Rocío Godoy Bastidas, Bertita Rodríguez Vargas, Ana Milena Mujica-Stach

Índice

Página

Análisis de la implementación de un ABP según estándares de oro, RELACIONANDO la geometría con el vestuario **498**

Iván Muñoz Barrera, José Galaz Arraño

PERSPECTIVA DE MAESTROS EN EL DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CURRÍCULO INTEGRADO STEAM **506**

Eblin Martínez–Martínez, René Londoño–Cano, Carlos Jaramillo–López

EL PENSAMIENTO CRÍTICO EN MATEMÁTICAS: UN ENFOQUE DIALÓGICO-TRANSFORMADOR **515**

Francisca Davis Fredes, Matías Romo Núñez, Lianggi Espinoza Ramírez

Formación para la democracia desde visiones críticas y sociopolíticas de la Educación Matemática en Colombia **522**

Lesly Tatiana Galvis Bejarano

Creencias de profesores de educación de sordos sobre las matemáticas y su enseñanza **529**

Juan Luis Piñeiro G., Ximena Acuña R.

REPRESENTACIÓN DE LA MUJER COMO SUJETO-MADRE EN PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA **535**

Beatriz Valenzuela-Bacho, Juan Luis Prieto-González, Rafael Gutiérrez-Araujo

PERCEPCIONES DEL FUTURO PROFESORADO DE MATEMÁTICA SOBRE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA INCLUSIVA: ALGUNOS RESULTADOS DE UN CUESTIONARIO EXPLORATORIO **542**

Carmen Cecilia Espinoza Melo, Eugenio Chandia Muñoz, Erich Leighton Vallejos

Prácticas que reproducen sesgos de género en la enseñanza de la matemática en la primera infancia **547**

Ana Milena Mujica-Stach, María José Bergma Álvarez, Luis Marcelo Casis Raposo

distribución normal: una revisión HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICA desde la probabilidad **551**

Roberto Muñoz-Sepúlveda, Claudia Vásquez

COMUNICACIONES BREVES **559**

PENSAMIENTO CRÍTICO: DIFICULTADES PARA PROPICIARLO DESDE LA PROPORCIONALIDAD EN LA MATEMÁTICA ESCOLAR **560**

Manuel Ampuero, Astrid Morales-Soto

USO DE REPRESENTACIONES MÚLTIPLES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS **565**

Daniela Beatriz Vargas Rivera

Índice

Página

CARACTERIZACIÓN DE LAS RUTAS DE MODELACIÓN DE UN GRUPO DE ESTUDIANTES, SEGÚN SUS ESTILOS DE pENSAMIENTO MATEMÁTICO APARENTES, DE ACUERDO CON BORROMEO **570**

Michelle Flores Irarrázabal, Miguel Díaz Flores

Desarrollo del pensamiento crítico en matemáticas a través de una propuesta pedagógica mediada por las tecnologías de aprendizaje y comunicación (TAC) en estudiantes de tercer año básico **575**

Yasna Salgado-Astudillo, Yazna Cisternas-Rojas

Representaciones usadas por estudiantes secundarios al resolver un problema de generación combinatoria **580**

Patricio Santibáñez, Marcela Parraguez

Enseñanza de los límites al infinito: un estudio de caso múltiple **585**

Matías Arellano Salinas, Yaritza Jofré Álvarez, Luis Jorquera Rojas

Modelo de transformación de la Enseñanza del cálculo Diferencial e integral, para su aprendizaje **590**

Patricia Rojas Salinas

una revisión sistemática SOBRE modelos de CONOCIMIENTO DEL PROFESOR respecto a LA NOCiÓn de LÍmite **595**

John Matías Baquedano Navarro, Daniela Andrea Araya Bastias

CONOCIMIENTO DIDÁCTICO MATEMÁTICO DE PROFESORES EN FORMACIÓN RESPECTO A LA FUNCIÓN CUADRÁTICA **600**

Raine Acevedo Ovando, Lázaro Martínez Contreras, Lissett Ruiz Venegas, Daniela Araya Bastias

ALFABETIZACIÓN EN PEER FEEDBACK PARA EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN EDUCACIÓN SUPERIOR **605**

Felipe Esteban Orellana Quezada, Verónica del Carmen Yañez Monje

MOTIVACIÓN Y APRENDIZAJE EN EL CÁLCULO DE ÁREAS EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO BÁSICO, A TRAVÉS DEL APRENDIZAJE BASADO EN JUEGOS EN UN COLEGIO DE LA COMUNA DE RANCAGUA **609**

Camila Muñoz Morales

desde las 11 redes del cubo hacia las 54 redes del paralelepípedo rectangular **614**

Sergio Lizana, Carlos Caamaño, Javiera Castro, Rodrigo Gutiérrez, Javiera Valdivia

Estrategias didácticas mediadas por IA para la enseñanza de la composición de transformaciones isométricas **619**

Catalina Ramírez Fernández

Índice

Página

Análisis del trabajo matemático de estudiantes en tareas abiertas sobre área y perímetro en un entorno digital **624**

Elizabeth Cabello Ahumada, Jorge Erices Ramírez, Yerko Rojas Bauer, Jorge Gaona Paredes

ENGAGEMENT DE LAS Y LOS ESTUDIANTES RESPECTO AL USO DE TIC EN CLASES DE GEOMETRÍA **629**

Daniela Cifuentes, Horacio Solar, Catalina Cortés, Francisco Zamorano

LECTURA DEL RELOJ ANÁLOGO: Conocimientos movilizados por docentes para la selección de RECURSOS DE enseñaNza **634**

Luis Cerda-Galaz, Noemí Pizarro

¡última hora!: impacto de o.v.n.i. altera las formas del mundo: una propuesta didáctica para la enseñanza de formas tridimensionales **639**

Carlos Sánchez, Natalia Vilches, Mario Villarroel, Camila Villa Arellano

ESCALANDO EN GEOMETRÍA: UN ESTUDIO DE LOS NIVELES DE RAZONAMIENTO EN ESTUDIANTES DE 4° MEDIO **645**

Matías Gonzales Tobar, Nicolás López Cifuentes, Carolina Valenzuela Huircán, Nicolás Sánchez-Acevedo

TENDENCIAS ACTUALES DE LA GEOMETRÍA EN EDUCACIÓN PRIMARIA: UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA **650**

Javiera Valdivia-González, Carolina Henríquez-Rivas

Situaciones problemáticas empleadas en lAS INVESTIGACIONES del razonamiento proporcional en la básica primaria **655**

Guillermo León Roldán-Sosa, Edgar Alberto Guacaneme-Suárez

PROYECTO DE INTERVENCIÓN "IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS POR PARTE DE LOS DOCENTES DEL PRiMER CICLO BÁSICO PARA ENSEÑAR EL SISTEMA NUMÉRICO DECIMAL" **661**

Michel Catalina Bravo Castillo

PRoyecto de intervención "Deficiente aprendizaje significativo de la División en los estudiantes de segundo ciclo" **665**

Vania Gillian Mella Mella

neuroeducación en la enseñanza de sucesiones y progresiones: Una experiencia en estudiantes de ingeniería en minas **670**

Verónica Díaz Campillay, Adolfo González González, John I. Santibáñez Cabrera,

APRENDIZAJE COLABORATIVO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO: cARACTERÍSTICAS DE ACTIVIDADES PARA PROFESORES EN FORMACIÓN **675**

Diego Leonardo Díaz Lara

Índice

	Página
CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE PRIMARIA en EL TEMA de PATRONES *Sara Tarisfeño-Vásquez, Diana Zakaryan*	**680**
ANÁLISIS DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO A TRAVÉS DE LOS TEXTOS ESCOLARES DE 7MO Y 8VO BÁSICO EN CHILE *Carlos Bastian Castañeda Cañas, Juan José Núñez Fernández*	**685**
Enseñar probabilidad en educación infantil: conocimientos y desafíos del profesorado en formación *Claudia Vásquez, Carmen Batanero*	**690**
Graffitis como recurso didáctico para la alfabetización estadística: una propuesta desde Copiapó *Carlos Cuevas-Urenda*	**695**
Una revisión sistemática sobre la enseñanza y aprendizaje del gráfico de caja *Rodrigo Gutiérrez-Martínez, Danilo Díaz-Levicoy*	**700**
El Rol de los Juegos de Azar en el Desarrollo del Pensamiento Probabilístico y la Prevención de la Ludopatía Juvenil *Javiera Olmedo, Pablo Fuentes, Soledad Estrella, Brahiam Ramírez, Raimundo Olfos*	**705**
Relación entre Alfabetización Estadística y Actitudes hacia la Estadística en profesores en formación de la región de Ñuble *Eduardo Gutiérrez Turner, Ismael Contreras Riquelme, Alexis Rojas Rojas,*	**710**
DIseño y validación de un Instrumento para la medición del pensamiento crítico en matemática en los primeros grados *Sergio Morales, Josselyn Águila, Bárbara Erices, Carolina Salgado, David Escobar, Johana Espinoza,*	**715**
DISEÑO Y VALIDACIÓN DE UNA ESCALA PARA MEDIR LA CURIOSIDAD EPISTÉMICA EN MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE 7 a 10 años *Sergio Morales, Valeria Albial, Guislene Cifuentes, David Escobar, Johana Espinoza, Katerine Fabriga*	**721**
UNA Revisión SOBRE EL CONOCIMIENTO PROBABILÍSTICO EN LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICA *Yudi Caterine Diaz-Perdomo, Danilo Díaz-Levicoy, Gonzalo Espinoza-Vásquez*	**726**
REFLEXIONES SOBRE EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE N! EN SITUACIONES DE AZAR CON ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN MEDIA *Kevin Rojas-Hernández, Juan Luis Prieto-González*	**730**

Índice

Página

PROYECTO DE INTERVENCIÓN "Dificultad de los estudiantes para interpretar datos presentados en formatos no literarios (gráficos, tablas e infografías o pictogramas) limita la capacidad de resolver problemas matemáticos" **735**

Eileen Juliette Astete Garcés

pensamiento computacional y estadístico en los nuevos libros escolares de matemática: una revisión de tareas deL grado 1 AL 3 **740**

Brahiam Ramírez, Soledad Estrella, Patricio Santibáñez, Alejandra Mondaca-Saavedra, Daniela Diaz-Rojas

Aplicación móvil para la evaluación de secuencias de tarjetas que apoyan la retroalimentación docente en pensamiento computacional de K-4 **745**

Alessandro Roco, Daniela Diaz-Rojas, Patricio Santibáñez, Brahiam Ramírez, Soledad Estrella, Alejandra Mondaca

EMMA: Talleres de LaTeX e IA con Quarto para promover la participación de mujeres en matemática **750**

Francisco Alfaro Medina, Valeska Canales Pozo

dISEÑO Y VALIDACIÓN DE UN TEST DE COMBINATORIA CON EL ANDAMIAJE DEL PENSAMIENTO COMPUTACIONAL **756**

Patricio Santibáñez, Marcela Parraguez

Juegos unplugged para k-6: Revisión sistemática **762**

Patricio Santibáñez, Soledad Estrella, Alejandra Mondaca-Saavedra, Brahiam Ramírez, Daniela Diaz-Rojas

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UN PROFESOR DE MATEMÁTICAS AL ENSEÑAR LÍMITES DE FUNCIONES REALES **767**

Eduardo Orellana

ASISTENCIA DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL PARA EL DISEÑO DE TAREAS DEL CUADRADO DE BINOMIO **772**

Victoria Soledad Marambio Campos, Giovanny Joel Agüero Marquizani, Brahiam Ramírez Jofré, Soledad Estrella Romero, Raimundo Olfos Ayarza

Noticing DE FUTUROS PROFESORES de matemáticas EN SU práctica profesional: pautas para ELABORAR narrativas **777**

José L. Morales-Reyes, Diana Zakaryan

Habilidades de alfabetización estadística en tesis de pedagogía en matemática: evidencias a partir de un análisis de investigación **782**

Javiera I. Castro-González, Francisco Rodríguez, Carolina Marchant

Índice

	Página
Construcción de sentidos sobre modelización matemática en la formación continua deL profesorado de educación primaria en Chile *Karla Bastías Sepúlveda, Antonio Moreno Verdejo, María Florencia Cruz*	**788**
PROMOVER UN ESPÍRITU DE Colectividad A TRAVÉS DE UNA ACTIVIDAD DE FORMACIÓN INICIAL CENTRADA EN EDOs: Una Propuesta para futuros Profesores *Alan Pizarro-Ayavire, Juan Luis Prieto-González, Rafael Gutiérrez-Araujo*	**794**
Evidencias de STSK en docentes de k-3: una comparación entre análisis manual y chatgpt *Alejandra Mondaca-Saavedra, Soledad Estrella*	**799**
¿cómo se Integra La COMPETENCIA SOCIOAFECTIVA en la enseñanza de las matemáticas?: UNA AProximación AL CONOCIMIENTO DEL PROFESORADO *Neyse Toledo, Nataly Pincheira, Ángel Alsina*	**804**
Herramientas socioculturales en la formación inicial docente: elementos necesarios en la educación matemática *Maximina Márquez-Torres, Renán Adolfo Concha-Zelada*	**809**
Inteligencia artificial generativa y bienestar docente: percepciones de profesores de matemática y computación usach *Francisco Mesa Jerez, Gabriel Meza-Pereirav*	**815**
Ansiedad en docentes de matemática del sistema escolar chileno en el 2024: influencia del síndrome de burnout y los rasgos de la personalidad *Andrea Pinto-Vergara, Daniver Morales Nejaz*	**820**
LA FIGURA DEL profesor/a guía en su rol de co-formador de futuros/as docentes: capacidades y actitudes del acompañamiento en la formación inicial docente *María del Pilar Merino Gómez, Ma. Soledad Montoya González, Roberto Andrés Pizarro Larrea*	**825**
METODOLOGía DE TRABAJO para el estudio de prácticas reflexivas desde LA Construcción Social de Conocimiento Matemático *Tamara Del Valle Contreras, Maritza Méndez-Reina*	**830**
Caracterización del trabajo matemático en trigonometría de docentes en formación: Un enfoque desde los espacios de trabajo matemático *Javier Andrés Pérez Fossa*	**835**
Experiencias en Laboratorios de Matemática: Percepciones de Futuros Docentes *Viviane Beatriz Hummes, Eduardo Sabel*	**840**

Índice

	Página
CONOCIMIENTO DE FORMADORES DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE PRIMARIA *Macarena Reyes-Bravo, Soledad Estrella, Luis Carlos Contreras*	**845**
DESARROLLO DEL PENSAMIENTO CRÍTICO EN ESTUDIANTES DE PRIMARIA Y MATEMÁTICA: UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA DE ENFOQUES, DESAFÍOS Y CONDICIONES *Yazna Cisternas-Rojas, Yasna Salgado-Astudillo, Elisabeth Ramos-Rodríguez*	**850**
Noticing docente y retroalimentación efectiva en la asignatura de matemáticas en educación media *Daniel Luna Flores, Benjamín Muñoz Inostroza, Felipe Quidel Quijada*	**855**
FORMACIÓN INICIAL DOCENTE EN EL NÚCLEO PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE LA CARRERA EDUCACIÓN PARVULARIA *Cecilia Alejandra Marambio Carrasco*	**860**
Una didáctica de la matemática para futuros docentes: el caso del taller de práctica profesional *Alicia Zamorano-Vargas, Michael Pérez*	**865**
TRANSFORMACIÓN DIGITAL EN EL AULA DE MATEMÁTICA *Monika Dockendorff*	**870**
Conocimiento Especializado de un grupo de Futuros Profesores desplegado en una Tarea de Construcción Euclidiana *Nicolás Vergara, Maximiliano Soto, Jeannette Galleguillos*	**875**
Conocimiento especializado de futuros docentes sobre el uso de tablas de contingencia para el análisis de datos *Cristian Labbé, Jeannette Galleguillos*	**881**
CONOCIMIENTO PARA LA ENSEÑANZA DE LÍMITES EN EDUCACIÓN MEDIA: UN ESTUDIO DE CASOS DESDE EL MODELO MTSK EN PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA *Daniel Román Guerra, Gabriel Olmedo Llantén, Noemí Pizarro*	**887**
O modelo MTSK na elaboração de tarefas formativas: conceitualização e aplicabilidade no contexto do Matemática *Débora Costa Cona, Fernando Santos, Gonzalo Espinoza-Vásquez, Adilson Dalben*	**892**
Caracterización del noticing docente sobre la argumentación matemática en espacios formativos mediados por videos: un estudio cualitativo *Bárbara Catalina Mira Abarca*	**897**
JUEGOS DE MESA COMO ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO DE LA SUBITIZACIÓN EN EDUCACIÓN PARVULARIA *Catalina Beatriz López Portuguez, Paulina Serri Cares*	**903**

Índice

Página

problemas en la enseñanza de adición de fracciones **907**
Cecilia Rodríguez, Isis Farias, Macarena Valenzuela

obstáculos EN LA MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES presentes EN ESTUDIANTES DE QUINTO AÑO BÁSICO **912**
Daniela Carrasco Castillo,Macarena Valenzuela Molina

Aprendizajes matemáticos en niveles heterogéneos en educación parvularia. Caso en sala cuna: ¿cuán posible es generar aprendizajes para todos? **917**
José Miguel Meza, Eddie Campos

Una Propuesta Interdisciplinaria para abordar la variabilidad y Competencias de Sustentabilidad **926**
Luis Eduardo Guajardo Saavedra, Catalina Edith Ortiz Tello, Soledad Estrella, Brahiam Ramírez, Raimundo Olfos

Modelación Matemática en la Ciencia Escolar: Una Articulación con el Ciclo IPM para el Aprendizaje de la Estequiometría **931**
César Paredes-Turra, Jaime Huincahue, Yefrin Ariza

Aprendizaje de lógica proposicional con material concreto y técnicas interdisciplinares de electrónica, en estudiantes de pedagogía en matemáticas **936**
David Cornes Pérez, Hugo Maturana Cornejo, Jaime Huincahue Arcos

Género, docencia y matemáticas: intersecciones de poder **941**
Natalia Valenzuela Flores

ENFOQUES AMBIENTALES Y SOSTENIBILIDAD EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA **946**
Javier Celis

Matemáticas e interculturalidad: tensiones y aprendizajes de los docentes noveles **951**
Isabel del Carmen Cáceres Beltrán, Benjamín Ignacio Cofré Llanquimán, José Luis Levil Antinao, Mario Ernesto Schwartinsky Medina

Diálogo intercultural para diversificar el aprendizaje de la matemática: pangui ka trewa se encuentran en el plano cartesiano **956**
Sofia Arriola Fernández, Valentina Jiménez Penela

creencias de profesores en ejercicio sobre competencias ciudadanas: reflexiones para la formación de profesorado de matemáticas **961**
Yessica Paola Sánchez-Naranjo, Claudia Salazar Amaya, Noemi Pizarro

Presencia de emociones en la apreciación de contenidos matemáticos en estudiantes de enseñanza media **966**
Valentina Espinoza Reyes, Florencia Fernández Sepúlveda, Macarena Millán Henríquez

Índice

Página

Desestimación de saberes tradicionales mapuche: el impacto sobre la identidad cultural estudiantil **971**

Javiera San Martín Valdés, Eduardo Carrasco Henríquez

Cuando el disenso construye: IPBC para repensar la formación docente en matemática desde el kimün mapuche **977**

Anahí Huencho, Eugenio Chandía, Danitza González-Lepe

Con y desde la comunidad: condiciones para la enseñanza intercultural en educación matemática por docentes no mapuche **982**

Danitza González-Lepe, Sebastián Bascur Silva, Anahí Huencho

Estrategias de Enseñanza de LAS Matemáticas para Estudiantes Autistas en Educación Primaria: AVANCES DE UNa revisión sistemática **987**

Génesis Ahumada, Katherine Araya, Alejandra Carrera, Tania Leiva, Daniela Olivares, Cristóbal Pizarro

Estudio del espacio de trabajo matemático idóneo en un ambiente colaborativo para la resolución de problemas en un aula neurodiversa **992**

Constanza Astudillo, Josefa Carvajal, Felipe Castillo, Romina Menares, Jorge Gaona

La perspectiva lineal como puente entre Arte y geometría: un ESTUDIO Historico-EPISTEMOLÓGICO e INSTITUCIONAL **997**

Darlis Panqueban, Carolina Henríquez-Rivas, Jesús Flores Salazar

Análisis de contenido del concepto de potencia presente en los textos escolares de primero medio (2017-2025) **1002**

David Paredes Capetillo

La derivada como proceso de variación: una aproximación didáctica con apoyo de Excel y Manim **1006**

Naomi Stephanie Urrea Salinas, Héctor Silva

experiencias de aula **1012**

DISEÑO COLABORATIVO DE UNA TAREA DE MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE PERÍMETRO EN EDUCACIÓN BÁSICA **1013**

Juan Luis Valdivia Contreras, Alejandra Soledad González Valerio, Daniel Alejandro Silva Oyarzún, Roberto Andrés Arenas Calquín

ÁREA Y SUPERFICIE: UNA EXPERIENCIA DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN VARIAS ESCUELAS PÚBLICAS **1018**

Jair Arcaya, Evelyn Díaz, Javier Díaz, Marisol Quintana, Hugo Retamales

Índice

	Página
Formación de Líderes Intermedios en las Habilidades matemáticas de argumentar y modelar *Camilo Andrés Torres Torres, Horacio Solar*	**1023**
ALINEACIÓN CONSTRUCTIVA DE BIGGS EN EL DISEÑO DEL TALLER DE MATEMÁTICA PARA ESTADÍSTICA *Rodrigo Vargas*	**1028**
PERSPECTIVA DE LOS ESTUDIANTES sobre la Noción DE DESPLAZAMIENTOS DE FIGURAS 2D CON USO DE TIC *Diego Vásquez*	**1033**
Juegos matemáticos: potenciando la creatividad y el pensamiento lógico en el aula *Bernardo Juan Luis Monsalve Rosas*	**1038**
DEL AULA A LA UNIVERSIDAD: UN VIAJE NUMÉRICO Y ALGEBRAICO hacia la igualdad *Ivonne Velásquez Lohaus*	**1042**
La Enseñanza de Funciones Lineales mediante el Juego "Función Naval" *Nicole Alejandra Baez Oyarzún*	**1047**
explorando conjeturas y probabilidades "la carrera espacial" *Gustavo Alfredo Torres Hernández*	**1052**
Alfabetización estadística crítica: una EXPERIENCIA con tareas de alta demanda cognitiva *Carolina Durán Sierra, Leonardo Medel Contreras*	**1057**
Del papel al código: formando ciudadanos crÍticos mediante la estadística descriptiva con python *Paulo Alexander Galleguillos Catalán, Kevin Patricio Troncoso Donoso*	**1062**
Desarrollo del pensamiento estadístico en futuros docentes de matemática mediado por herramientas tecnológicas *Javiera Herrera Pérez, Nicolás Sánchez-Acevedo*	**1068**
Reflexiones de una intervención pedagógica en matemática desde la Teoría de la Idoneidad Didáctica *Gerardo Andrés Urra Barra, Erich Leighton Vallejos, Viviane Beatriz Hummes*	**1073**
Matemáticas para la reinserción social: Una experiencia de Aprendizaje-servicio *Ricardo Morales, Alexandra Callahan, Tamara Del Valle Contreras*	**1078**
Mejorando la Enseñanza-Aprendizaje de la inferencia a través del Estudio de Clase *Alessandro Roco, Fernanda Freite, Benjamín Calderón, Brahíam Ramírez, Soledad Estrella, Raimundo Olfos*	**1083**

Índice

Página

arte, geometría y enfoque de derechos: una experiencia en el nivel medio de una escuela de lenguaje **1088**

Leidy Bautista, Michael Pérez, Liliana Vasallo, Nicole Campos

Favoreciendo el aprendizaje matemático a través de una actividad pedagógica adaptada al tea **1093**

Catalina Lagos Sanhueza, Camila Morales Rojas, Aylen Trangol Pailahueque

CO-CONSTRUCCIÓN DE LA ENSEÑANZA DE LA SEMEJANZA DE FIGURAS CON ENFOQUE EN EDUCACIÓN INCLUSIVA: UNA EXPERIENCIA CON PROFESORES DE MATEMÁTICA Y DE EDUCACIÓN DIFERENCIAL EN UN LICEO MUNICIPAL DE SANTIAGO **1099**

Teresita Méndez Olave, Dani Bravo Palma, Claudia Rodríguez Gericke, Giovana Ticchione Troncoso

talleres **1105**

Explorando la Modelación Matemática con Realidad Virtual Inmersiva **1106**

Francisco Guantecura, Elisabeth Ramos-Rodríguez, Felipe Muñoz La Rivera, Francisca Coiro, Jaime Mena Lorca,

Modelar para aprender: Diseño y gestión de tareas de modelación matemática en el aula **1110**

Kurt Heinz Mursell Montenegro, Natalia Camila Pérez Pereira

GESTIÓN ARGUMENTATIVA DESDE EL ANÁLISIS DE SITUACIONES PEDAGÓGICAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS **1114**

María José Milla Bustos, Exequiel Aníbal Llanos Lagos

¿Cómo fortalecer el pensamiento creativo entre estudiantes a los que les gustan las matemáticas? **1118**

Priscila Belén Ibacache Díaz, Nicolás Claudio Zumarán Martínez

juegos para promover la colaboración y el pensamiento funcional en educación media **1121**

M. Alicia Venegas-Thayer, Roberto Torrealba Hermosilla

Integración de la Robótica Educativa en la Enseñanza de la Geometría **1125**

Andrés Joshua Madrigal Orellana, Camila del Pilar Muñoz Bravo, Sergio Esteban Ajata Calle, Felipe Eugenio Retamal Acevedo

Desafíos en la enseñanza de la Geometría 3D: Como profesores ¿Estamos preparados? **1131**

Fabiola Arévalo-Meneses, Elizabeth Montoya-Delgadillo

Índice

Página

TRABAJO MATEMÁTICO EN ÁLGEBRA LINEAL CON TECNOLOGÍA DIGITAL **1135**

Jorge Gaona, Silvia López, Romina Menares, Elizabeth Montoya, Fabrice Vandebrouck, Laurent Vivier

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO A TRAVÉS DEL JUEGO **1139**

Sebastián Cortés Pérez, Denis Tonconi Cruz, Ludy Núñez Soza

Del Azar a la Normalidad: Simulaciones para Comprender la Ley de los Grandes Números y el Teorema Central del Límite **1141**

Ludy Núñez Soza, Gisella Tapia Yáñez

Un taller para vivenciar el ciclo PPDAC mediante datos reales: el problema de las mandarinas **1147**

Pedro Vidal-Szabó, Elizabeth Hernández, Alejandra Mondaca-Saavedra

ROBÓTICA EDUCATIVA EN LA PRIMERA INFANCIA APLICADO AL PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO **1151**

María Vargas Villanueva, Felipe Retamal Acevedo, Paulina González Valdés

ROBÓTICA EDUCATIVA Y GEOMETRÍA: CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS MEDIANTE VEXCODE VR **1155**

Gonzalo Reyes Vargas, Carlos Gallegos Lastra, Exequiel Llanos Lagos, Erich Leighton Vallejos

Modelando fenómeNos aleatorios con Micro: bit y makecode **1159**

Paulo Alexander Galleguillos Catalán, Claudio Andrés Zamorano Sánchez

TAREAS PARA MIRAR PROFESIONALMENTE EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE ESTUDIANTES: UN TALLER BASADO EN RESPUESTAS REALES DE ESTUDIANTES DE PRIMARIA **1163**

Victoria Arriagada Jofré, Sofía Astudillo

Requerimientos del Mineduc: Elaboración didáctica de un texto escolar de Matemática **1167**

Patricio Loyola, Melisa Silva, Daniel Catalán, Luis Paredes

USO DE TAREAS COMO HERRAMIENTA PARA LA MEJORA DE LAS PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS EN MATEMÁTICA **1171**

Leonardo Medel Contreras, Carolina Durán Sierra

Diferencias que Suman: Promoviendo la Inclusión en el aula de Matemática **1174**

Paula Rodríguez Retamal, Paloma Villamandos Soto

posteRS **1178**

Índice

	Página
UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS MEDIANTE MODELACIÓN: UN ENFOQUE PARA LA FORMACIÓN CIUDADANA *Bárbara Figueroa Contreras, Alicia Zamorano Vargas, Leslie Jiménez Palma*	**1179**
IMPLEMENTACIÓN DE UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA GAMIFICADA PARA PROPICIAR EL DESARROLLO DE LA ARGUMENTACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICA DE TERCERO AÑO BÁSICO *Licie Belén Aliaga Pino, Claudia Cornejo Morales, Rubén Balboa Ortega*	**1183**
enseñanza y aprendizaje del cálculo: diseño de una secuencia didáctica para la comprensión de funciones en la educación media de chile *Vannia Díaz Cisterna, Leslie Jiménez Palma*	**1187**
Mecanismos Cognitivos y Equilibración en LA CONSTRUCCIóN DEL ESQUEMA DE INTEGRAL DEFINIDA *Claudio Fuentealba, Andrea Cárcamo*	**1191**
Análisis de cerámica diaguita como recurso para la enseñanza de la geometría *Camila Cortés, Paola Armijo*	**1195**
Desarrollo del pensamiento numérico y el valor posicional; una propuesta didáctica para tercer año de primaria *Sebastián Fuentes*	**1199**
REDISEÑO DE UNA ACTIVIDAD DEL LIBRO DE TEXTO SM: HACIA EL MODELAMIENTO MATEMÁTICO DE LA FUNCIÓN AFÍN *Margarita Antonieta Cárcamo Lefián*	**1203**
PARÁBOLAS DE COLORES *Cristian Rojas Beltrán, Carlos González Araneda, Silvana Pacheco Gatica, Ana Latorre Ruiz, Catalina Gavilán Molina*	**1207**
Math Wheels: En la pista de las funciones *Pablo Fuentealba Bello, Maricel Muñoz Riffo, Dangelo Nores Segura, Verenice Pedreros Figueredo, Antonella Vera Bustos*	**1211**
¡ATRAPA LA RECTA! *Sarita Abigail Lagos Jiménez*	**1215**
Un enfoque didáctico disciplinar para la enseñanza y el aprendizaje de teoría de grupos en la formación inicial docente *Rocío Acevedo, Leslie Jiménez*	**1219**
El encuentro con la distribución binomial: Un diseño de tareas desde la TO para el electivo de estadistica y probabilidad *Cristobal Arenas-Nina, Juan Luis Prieto-González, Elizabeth-H. Arredondo*	**1223**

Índice

	Página
Representaciones semióticas y la PROBABILIDAD CONDICIONAL EN ESTUDIANTES DE ENSEÑANZA MEDIA *Diego Marcel Vásquez Vizcarra*	**1227**
Validación de un cuestionario para EVALUAR nivelES de lectura de gráficos estadísticos en Educación Primaria *Elizabeth Pérez-Galarce, Lizzet Morales-García, Danilo Díaz-Levicoy, Audy Salcedo*	**1231**
Probabilidad en la infancia: explorando intuiciones, lenguajes y contextos de aprendizaje *Luciano Inostroza, Claudia Vásquez*	**1235**
PRopuesta de secuencia didáctica para el desarrollo de la noción de probabilidad de manera intuitiva *Yanet Riveras León, Maximina Márquez-Torres*	**1239**
Conocimiento matemático para la enseñanza del álgebra temprana del futuro profesorado de educación primaria *Nataly Pincheira, Ángel Alsina, Rosa Delgado-Rebolledo*	**1244**
PERCEPCIÓN E INTERPRETACIÓN EN UNA CLASE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN CONTEXTO RURAL *Fernanda Piñaleo-Beroiza, Fernanda Toloza-Carrasco, Noemí Cárcamo-Mansilla*	**1248**
Fortalecimiento del pensamiento matemático mediante el uso de recursos didácticos en aulas heterogéneas *Cecilia Marambio, Daniela Cataldo, Bernardita Zavala, Abigail Mella,*	**1252**
SUBITIZACIÓN CONCEPTUAL PARA LA COMPRENSIÓN DE RELACIONES PARTE-TODO: UNA EXPERIENCIA EN UNA ESCUELA CHILENA *Ghivonnel Mena, Valentina Salas, Víctor Michael Pérez, Leidy Bautista*	**1256**
PROPUESTA TEÓRICO-PRáCTICA DE MODELADO (TPM) PARA LA ENSEÑANZA DE MÉTODOS NUMÉRICOS *Solon Losada, Luis Rojas, Nestor Forero*	**1260**
Modelización Matemática como estímulo para el trabajo interdisciplinario en el aula *Felipe Cárdenas, Humberto Cortés, Richard Lagos*	**1264**
Matemática y ciudadanía: potenciando la educación crítica a través de transformaciones geométricas *Akane Atenea Montoya Molina*	**1268**
Diseño e implementación de una secuencia didáctica para la enseñanza crítica de los números decimales en Educación Primaria *José Ignacio Bollmann Moya*	**1272**

Índice

	Página
Leer el mundo con datos: secuencia didactica para la enseñanza crÍtica de la estadÍstica en tercer año bÁsico *Yulissa Lazcano, Tania Andrade Vega*	**1276**
Desarrollo del pensamiento estadístico en estudiantes de 3º básico, una propuesta didáctica desde la representación gráfica *Camila Araos Huenteo*	**1279**
PERCEPCIONES ESTUDIANTILES SOBRE EL ROL DE LA MATEMÁTICA EN LA SOCIEDAD: UNA SECUENCIA DIDÁCTICA DE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN II MEDIO CON ENFOQUE DEMOCRÁTICO *Gonzalo Alexis Ulloa Uribe, Alicia Loreto Zamorano Vargas*	**1283**
Educar en diversidad para el siglo XXI: Trayectorias hipotéticas de aprendizaje inclusivas en álgebra lineal *Elizabeth Rozas-Torres, Andrea Cárcamo Bahamonde*	**1287**
galería fotográfica	**1291**
PALABRAS DE CIERRE	**1307**

Índice

ACTAS XXIX Jornadas Nacionales De Educación Matemática

Introducción

Las conferencias descritas en el presente documento tienen como propósito enriquecer las discusiones y favorecer la reflexión en torno a las ponencias internacionales y nacionales que conforman el programa de la XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática. Estas actas buscan ofrecer una visión detallada de los aportes que serán presentados, con el fin de que la participación en el evento resulte fructífera, significativa y formativa para todas y todos los asistentes.

CONFERENCISTAS INTERNACIONALES

Para las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática contamos con la participación de distinguidos invitados internacionales, quienes compartieron sus conocimientos y experiencias en el campo de la Educación Matemática.

Dr. Vincenç Font Moll

Universitat de Barcelona, España.



Profesor titular del Departamento de Educación Lingüística y Literaria, y Didáctica de las *Ciencias* Experimentales y la Matemática de la Facultad de Educación de la Universidad de Barcelona. Líder del grupo de investigación "Didáctica de les matemàtiques i formació del professorat en STEM i interdisciplinarietat" y miembro del Instituto de Investigación en Educación (IRE por sus siglas en catalán).

Índice

Dra. Liliana Tauber

Universidad Nacional Litoral, Argentina



Profesora Titular de Estadística de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional Litoral de Argentina. Directora del grupo de investigación Estocastic@s y presidenta de la Red Latinoamericana de Investigación en Educación Estadística (RELIEE).

Dra. María Trigueros

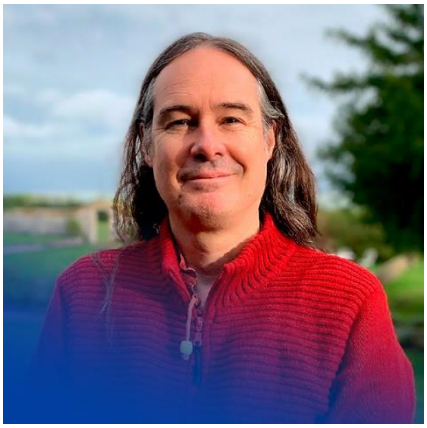
Universidad Autónoma de Puebla, México.



Licenciada en Física por la Universidad Autónoma de México y Dra. en Física por la Universidad de Berkeley. Dra. en Educación de la Universidad Complutense de Madrid, Posdoctorada en Matemática Educativa del Cinvestav. Professor at Benemérita de la Universidad Autónoma de Puebla, México. Su línea de investigación es la Matemática Educativa y la Enseñanza de las Ciencias.

Índice

Dr. Laurent Vivier
Universidad de París, Francia.



Maître de conférences con Habilitation à Diriger des Recherches (HDR) en la Université de Paris y miembro del Laboratorio de Didáctica André Revuz (LDAR). Es doctor en didáctica de las matemáticas de la Universidad de Tours de Francia y es especialista en formación de formadores de profesores de matemáticas. Sus principales líneas de investigación se centran en la didáctica del número, la didáctica del análisis y la modelización matemática.

Índice

CONFERENCISTAS NACIONALES

En el marco de las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática, se contó con la valiosa participación de destacados/as académicos/as nacionales que compartieron sus experiencias y reflexiones en diversas áreas de la Educación Matemática:

Dr. Horacio Solar Bezmalinovic – *Pontificia Universidad Católica de Chile*
Áreas temáticas: Competencias Matemáticas de Argumentación y Modelación, Desarrollo Profesional Docente y *Noticing* Docente en Matemáticas

Dr. Felipe Ruz Ángel – *Universidad Católica de Valparaíso*
Área temática: Estadística

Dr. Alex Montecino Muñoz – *Universidad de Tarapacá*
Área temática: Educación Matemática Crítica

Dra. Paola Ramírez González – *Universidad Católica del Maule*
Área temática: Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática en la Primera Infancia

Dr. Carlos Vanegas Ortega – *Universidad de Santiago de Chile*
Área temática: Formación Práctica de Profesores de Matemática

Dra. Carolina Henríquez Rivas – *Universidad Católica del Maule*
Área temática: Formación de Profesores y Espacio de Trabajo Matemático

Dra. Marcela Parraguez González – *Pontificia Universidad Católica de Valparaíso*
Área temática: APOE – Álgebra Lineal

Dra. María Aravena Díaz – *Universidad Católica del Maule*
Área temática: STEM – Interdisciplinariedad

Dra. Carmen Cecilia Espinoza Melo – *Universidad Católica de la Santísima Concepción*
Área temática: Inclusión y Diversidad en Educación Matemática

Índice

JORNADA SATÉLITE

Se consideró una Jornada Satélite realizada el día martes 9 de diciembre desde las 16.00 hrs hasta las 17.30 hrs por medio de la plataforma Teams. El taller titulado "Postulación y Diseño de Proyectos de Fondecyt de Iniciación", fue impartido por el Dr. Horario Solar de la Pontificia Universidad Católica de Chile.

Descripción del Taller

Este taller entregó orientaciones claves para la elaboración de proyectos Fondecyt de Iniciación con foco en la Didáctica de la Matemática. A partir de los criterios de evaluación del concurso y de ejemplos de tensiones frecuentes en investigaciones del área, se revisaron aspectos fundamentales como la formulación del problema, la revisión crítica de la literatura, la construcción del marco teórico y la coherencia metodológica. El propósito fue ofrecer herramientas prácticas para fortalecer la calidad y pertinencia de propuestas de investigadores e investigadoras en etapa inicial. Para acceder al Taller se comparte el siguiente link:

Jornada Satélite "Postulación y Diseño de Proyectos de Fondecyt de Iniciación" XXIX JNEM-20251209_160421-Grabación de la reunión.mp4

Dr. Horacio Solar Bezmalinovic

Pontificia Universidad Católica, Chile.



Profesor asociado de la Facultad de Educación de la Pontificia Universidad Católica de Chile y Doctor en Didáctica de las Matemáticas por la Universitat Autònoma de Barcelona. Fue miembro y director del Grupo de Estudio Fondecyt en Educación Superior (2022–2024). Actualmente dirige el Departamento de Didáctica y es editor asociado de *Educación Matemática*, RECHIEM y REXE. Sus investigaciones se enfocan en argumentación y modelación matemática, competencias profesionales docentes (*noticing*) y liderazgo de profesores de matemática.

Índice

CONFERENCISTAS INTERNACIONALES

Las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática, organizadas por la Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM) y la Universidad Central de Chile, constituyen un espacio privilegiado para la reflexión, el diálogo y la actualización en torno a los desafíos contemporáneos de la disciplina. En un contexto en que la formación docente, la investigación didáctica y la innovación curricular adquieren un rol central para el fortalecimiento del sistema educativo, la presencia de conferencistas internacionales enriqueció profundamente la discusión académica y permitió vincular las experiencias nacionales con desarrollos relevantes a nivel global.

En esta edición, se contó con la participación de cuatro destacadas figuras de la Educación Matemática, cuyos aportes han tenido un impacto significativo en diversas líneas de investigación del campo. El Dr. Vincenç Font Moll (Universitat de Barcelona) ha contribuido de manera sostenida al estudio de la modelización matemática, la formación del profesorado y la interdisciplinariedad en STEM. La Dra. Liliana Tauber (Universidad Nacional del Litoral) es una referente latinoamericana en didáctica de la estadística, liderando redes de investigación y desarrollos teóricos sobre pensamiento estocástico. Por su parte, la Dra. María Trigueros (Benemérita Universidad Autónoma de Puebla) ha realizado aportes fundamentales en matemática educativa, particularmente en la relación entre enseñanza de las ciencias, diseño didáctico y construcción conceptual. Finalmente, el Dr. Laurent Vivier (Université de Paris) se ha especializado en didáctica del número, del análisis y en la formación de formadores, ofreciendo perspectivas clave para comprender la complejidad del trabajo docente.

Las conferencias aquí recopiladas reflejan la diversidad temática y la riqueza epistemológica de la Educación Matemática contemporánea. Confiamos en que estas actas servirán como un recurso valioso para investigadores, docentes y estudiantes interesados en profundizar sus comprensiones y proyectar nuevas líneas de trabajo en beneficio de la comunidad educativa.

A continuación, presentamos las cuatro conferencias de los investigadores:

Dra. María Trigueros
Dra. Lilian Taubert
Dr. Vicenç Font Moll
Dr. Laurent Vivier.

Índice

LA MODELACIÓN Y TEORÍA APOE: UNA FORMA DE ACERCARSE AL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

MARÍA TRIGUEROS
Universidad Autónoma de Puebla, México

Abstract:

La teoría APOE (Acción, Proceso, Objeto, Esquema) es conocida por su utilidad para analizar la comprensión de los estudiantes de los conceptos matemáticos y para diseñar actividades que permitan la construcción del conocimiento matemático. (REF) La modelación, por su parte, es una metodología que ha llamado la atención en los últimos años como estrategia de enseñanza de esta disciplina. Surgen de aquí dos preguntas fundamentales: ¿Es posible diseñar estrategias de enseñanza de la modelación en el contexto? ¿Cómo se puede incorporar el trabajo con situaciones reales o de otras disciplinas al estudio de la comprensión de los conceptos matemáticos en el marco de la teoría APOE?

En este artículo trataré de responder a estas dos preguntas. Presentaré las ideas básicas de la teoría APOE y su uso en el estudio del aprendizaje de los estudiantes. A partir de ello, discutiré la importancia de la modelación como una forma de apoyar la construcción del conocimiento matemático utilizando problemas de interés para los estudiantes de diversos niveles educativos, Reflexionaré sobre su compatibilidad y su interrelación natural con la enseñanza de las matemáticas en términos de los postulados de la teoría Discutiré cómo se puede incorporar la idea de modelación al marco de la teoría APOE y cómo esta combinación permite el diseño de tareas apropiadas para un aprendizaje significativo de las matemáticas que puedan utilizar en clase. A través de una concatenación de ciclos de modelación y de ciclos enseñanza coherentes con la teoría APOE es posible observar cómo las ideas que surgen del modelo favorecen o se integran con las construcciones matemáticas y, en ocasiones, les dan sentido. Trataré, además, de presentar la posibilidad de utilizar esta integración metodológica en la formación y actualización de los maestros.

Modelación Matemática, teoría APOE, Educación Matemática, Formación de Profesores.

LA TEORÍA APOE

La teoría APOE, basada en le epistemología de la construcción del conocimiento de Piaget (REF) fue concebida por el Dr. Ed Dubinsky en las décadas finales del siglo XX (Arnon et al., 2014). Siendo la teoría APOE una propuesta para comprender la construcción de los conceptos matemáticos, parte de una definición propia de lo que se considera el conocimiento matemático. Esta definición proporciona una base conceptual coherente con sus fundamentos epistemológicos que le proporciona una coherencia que no tienen todas las teorías de la educación matemática. La definición establece que:

Índice

> El conocimiento matemático de una persona es su tendencia a responder ante situaciones problemáticas matemáticas percibidas, reflexionando sobre los problemas y sus soluciones en un contexto social, y construyendo o reconstruyendo acciones, procesos y objetos matemáticos, organizándose en esquemas para utilizarlos en el abordaje de dichas situaciones. (Asiala et al., 1996, p. 7).

Este principio establece además que el aprendizaje matemático se da de forma activa por parte del sujeto en un contexto social y en concordancia con ello considera una relación dialéctica entre sujeto-objeto de conocimiento y, con base en ello, propone la unidad de los aspectos cognitivos y matemáticos de la teoría en un contexto social.

La selección en APOE de los objetos de estudio no es arbitraria, se basa en su relevancia epistemológica, en su complejidad cognitiva, atendiendo a lo reportado en la literatura en Educación Matemática y a la consideración de su importancia en la enseñanza, su dificultad a partir de la consideración de los profesores y de su papel fundamental en un dominio matemático y en su aplicabilidad en la resolución de problemas dentro del dominio matemático o de otras disciplinas. Por su parte, los constructos elementales de la teoría: Acción, Proceso, Objeto y Esquema (APOE) permiten analizar la forma en que las matemáticas se construyen, es decir, se aprenden, y se pueden enseñar de manera efectiva (Arnon et al., 2014).

A partir de hacer Acciones sobre un Objeto previamente construido y de reflexionar sobre ellas, dichas Acciones se interiorizan en un Proceso que se caracteriza por la posibilidad del estudiante de reproducir las Acciones sin necesidad de apoyarse en recursos externos y la capacidad de predecir el resultado de su aplicación. Cuando un estudiante ha construido un concepto como un Proceso puede regresar a las Acciones que le dieron origen y es capaz de coordinarlo con otro Proceso obteniendo como resultado un nuevo Proceso. Cuando el estudiante requiere operar sobre el Proceso y considera formas de hacerlo, el Proceso se encapsula en un Objeto sobre el cual el estudiante puede aplicar nuevas Acciones tales como compararlo con otros Objetos o determinar sus propiedades matemáticas. A partir de estos constructos es posible encontrar evidencias en el trabajo de los estudiantes del paso de un nivel otro de conocimiento en el marco de un concepto o tema matemático mediante los mecanismos de abstracción reflexiva (Arnon et al., 2014).

El Esquema no es, como en muchos estudios se muestra, una construcción que sigue a la del Objeto. Es decir, el nivel de abstracción en el que se estudia el Esquema no es el mismo en el que se estudia la progresión Acción, Proceso, Objeto. El Esquema se estudia considerando las estructuras que los componen: Acción. Proceso, Objeto y otros Esquemas y analizando los distintos tipos de relación que se van construyendo de manera progresiva y que permiten determinar su nivel de construcción Intra-. Inter-. y Trans- (Piaget & García, 1982). De acuerdo con estos autores, puede definirse al Esquema como un conjunto coherente de conocimientos que un sujeto genérico evoca cuando enfrenta un problema y que están en

Índice

constante evolución. Los niveles dan evidencia de las relaciones evocadas por el sujeto en un momento determinado y pueden identificarse como de correspondencia, de transformación y de conservación. Los esquemas evolucionan constantemente conforme el sujeto sigue aprendiendo. y los niveles que dan cuenta de dicha evolución se modifican mediante la evolución de las relaciones y mediante la asimilación o la acomodación de nuevas estructuras mediante relaciones con las previamente construidas.

En el proceso de construcción de conocimiento los Esquemas se modifican continuamente El nivel Intra– se identifica porque los estudiantes enfocan la atención en componentes aislados y pueden establecer relaciones de correspondencia, caracterizadas por su uso en la comparación de las estructuras, por sus semejanzas o diferencias y por la necesidad de usarlas en problemas similares. En el nivel Inter– los estudiantes muestran que reconocen algunas relaciones de transformación, es decir, descubren que algunas estructuras se pueden relacionar a través de cambios en otras estructuras, e identifican algunos grupos de estructuras relacionadas entre sí. El nivel Trans– se identifica porque los estudiantes construyen algunas relaciones de conservación o el reconocimiento implícito o explícito de una estructura subyacente a algunos componentes del Esquema, de manera que las relaciones construidas en el nivel Inter– se coordinan y se entienden. El Esquema construido es entonces coherente. Los estudiantes que construyen el Esquema en este nivel son capaces de reconocer qué problemas pueden resolverse con ese Esquema y cuáles no. El Esquema puede entonces tematizarse en un nuevo Objeto que puede ser estudiado con Acciones, Procesos y Objeto (Arnon et al., 2014, Trigueros et al., 2024).

Cuando se trabaja con la teoría APOE es necesario establecer una relación entre la epistemología de los conceptos y su construcción cognitiva. Para lograrlo, en APOE se define un modelo epistemológico explícito de dicha construcción llamado Descomposición Genética (DG) que describe las construcciones necesarias en la construcción de un concepto junto con los mecanismos correspondientes a cada una de ellas. La DG debe evaluarse experimentalmente y, dependiendo de los resultados pueden validarse, refinarse o desecharse. La DG pueden basarse también en resultados de investigaciones previas, en la epistemología del concepto, en la historia de la matemática y/o en la propia experiencia de los investigadores. La DG se utiliza para desarrollar instrumentos de investigación, para analizar los resultados obtenidos en ella y para desarrollar actividades de enseñanza.

Si bien la teoría APOE ha sido utilizada mayormente en el estudio de conceptos ligados a la matemática a nivel universitario, cada vez aparecen más estudios en los que se atiende exitosamente la construcción de conocimiento matemático con estudiantes de otros niveles educativos. (Arnon, et al., 2014, REFS).

Índice

YA: (FUE EL PRIMERO) LA MODELACIÓN O MODELIZACIÓN EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Entre los muchos acercamientos al estudio de la educación matemática, el uso de modelos de fenómenos naturales y sociales ha llamado la atención y el interés de los investigadores (i.e. Leung et al., 2021; Guerrero-Ortiz C. & Camacho-Machín, 2022). Por más de una década los investigadores han analizado, desde distintas perspectivas, los beneficios y las limitaciones del uso de este tipo de enseñanza en la motivación de los estudiantes y en la promoción de la comprensión de los conceptos matemáticos. (i. e. Boaler, 2001; Villa- Ochoa et al., 201; Trigueros, 2019). La investigación en esta dirección ha incidido en la búsqueda de nuevas estrategias de enseñanza de las matemáticas que permitan a estudiantes con diferentes intereses acercarse a ellas de diversas maneras (i. e. Lesh & Lehrer, 2003; Rasmussen, et al., 2012). Estos estudios sugieren que la motivación debe acompañarse de estrategias basadas en resultados de investigación sobre la forma en que los estudiantes aprenden matemáticas y, en el caso que nos interesa, que aprovechen la modelación para promover dicho conocimiento (Czocher, 2017, Rowland & Jovanoski, 2020).

En términos de la investigación, las cuestiones que se plantean, en este contexto, tienen que ver con ¿Cómo utilizar la modelación para acercar a los estudiantes a las matemáticas? ¿Qué puede aportar la introducción de los conceptos a través del uso de modelos al aprendizaje de las matemáticas? ¿Cómo lograrlo? ¿Qué problemas específicos se deben elegir? ¿Qué características deben tener? La respuesta a estas preguntas no es fácil ni es única. En este trabajo discutiré una forma en que puede utilizarse la modelación con el objetivo de favorecer en los estudiantes las construcciones que conlleven a una comprensión profunda de los conceptos matemáticos en cuestión.

Distintas perspectivas de la Modelación

Entre los muchos acercamientos al estudio de la educación matemática, el uso de modelos de fenómenos naturales o sociales ha llamado la atención y el interés de los investigadores (i.e. ¿?, 2021; Guerrero-Ortiz C. & Camacho-Machín, 2022). Por más de una década los investigadores han estudiado, desde distintas perspectivas, los beneficios y las limitaciones del uso de este tipo de enseñanza en la promoción de la comprensión y del conocimiento matemático. (i. e. Borromeo Ferri, 2006; Villa- Ochoa et al., 2018). Estos fenómenos han incidido en la búsqueda de nuevas estrategias de enseñanza de las matemáticas que permitan a estudiantes con diferentes intereses acercarse a ellas de diversas maneras (i. e. Lesh & Lehrer, 2003; Rasmussen, et al., 2012). estudios que sugieren que la motivación debe acompañarse de estrategias basadas en resultados de investigación sobre la forma en que los estudiantes aprenden matemáticas y, en el caso que nos interesa, que aprovechen la modelación para promover dicho conocimiento (Czocher, 2017, Rowland & Jovanoski, 2020).

Índice

En términos de la investigación, las cuestiones que se plantean, en este contexto, tienen que ver con ¿Cómo utilizar la modelación para acercar a los estudiantes a las matemáticas? ¿Qué puede aportar la introducción de los conceptos a través del uso de modelos al aprendizaje de las matemáticas? ¿Cómo lograrlo? ¿Qué problemas específicos se deben elegir? ¿Qué características deben tener? La respuesta a estas preguntas no es fácil ni es única. En este trabajo discutiré una forma en que puede utilizarse la modelación con el objetivo de favorecer en los estudiantes una comprensión profunda de los conceptos matemáticos en cuestión.

Conforme el uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas se ha extendido, han surgido discusiones acerca de la forma en que deben o pueden enseñarse. Por una parte, hay investigadores que consideran que si se pretende modelar es importante utilizar problemas reales que puedan abordarse en el aula conjuntamente con la introducción de las técnicas de modelación matemática los estudiantes (Blum & Borromeo, 2009). Otros investigadores opinan que los problemas a utilizar deben ser reales, aunque acotados de tal manera que sus objetivos sean claros y limitados para tener cabida en la enseñanza (Keiser, et al., 2006, Leung et al., 2021). Otras posturas aceptan el uso de problemas que se relacionan con los problemas reales, pero que se diseñan de manera tal que puedan ajustarse a las necesidades del aprendizaje de conceptos específicos y a las de los estudiantes. En estas posturas se acepta el uso de problemas "realistas" (Rasmussen, et al., 2012), es decir, situaciones en las que el problema a modelar es una situación imaginaria, pero que sea tal, que los estudiantes puedan hacerla suya como si lo fuera y emplear la modelación para comprenderla y resolver los problemas que plantea.

Desde nuestro punto de vista, más que el tipo de problemas a utilizar, lo importante es que permitan responder las tres preguntas siguientes: ¿Qué aspectos del conocimiento matemático se pueden recuperar y mejorar a través del uso del problema a modelar? ¿Cómo diseñar problemas de modelación adecuados a los conocimientos previos de los estudiantes y al conocimiento que se desea desarrollar? y ¿Cuáles aspectos del conocimiento matemático pueden desarrollarse durante el proceso de modelación? y ¿Cómo pueden entrelazarse las ideas que surgen de los estudiantes durante ese proceso con estrategias que permitan ahondar en el conocimiento emergente sin romper el flujo de las ideas que promueve la modelación?

Una forma de acercarse a la Modelación

Nuestra motivación en el uso de modelos en la clase de matemáticas se relaciona, por una parte, en la importancia de promover la reflexión sobre los conceptos matemáticos y su relación con fenómenos en distintos entornos y fortalecer, por otra parte, el trabajo colaborativo de los estudiantes a través de la discusión de un problema que les resulte interesante y de la reflexión sobre sus conocimientos, matemáticos y extra- matemáticos. previamente construidos. Este es el punto de partida de un proceso en el que la discusión y la reflexión estén presentes de tal forma que la introducción de las matemáticas a enseñar

resulte de una necesidad y no sea una imposición. En estos términos la discusión que suscita el problema permite reconocer el uso de las matemáticas en otras disciplinas y en entornos diversos y, además, da pie a dar sustento a la introducción y construcción de un nuevo concepto, o grupo de conceptos para los estudiantes. El contenido es, generalmente, parte del programa del curso de matemáticas que se está impartiendo. El modelo desarrollado inicialmente sirve así de sustento al trabajo matemático y proporciona elementos para ofrecer oportunidades de construir nuevo conocimiento. Para ello se utilizan las herramientas de la teoría APOE que han demostrado ser exitosas en la promoción del aprendizaje de los estudiantes.

Cuando se inicia un tema utilizando un modelo, el trabajo colaborativo de los estudiantes, apoyados por el profesor, da lugar al inicio de un ciclo de modelación. Durante su trabajo, los estudiantes requerirán probablemente algo que no conocen o no conocen a fondo. La curiosidad que surge de la necesidad de continuar con el trabajo, como propone Harel (2010) en su modelo de aprendizaje, permite introducir un ciclo de enseñanza propuesto por la teoría APOE en su metodología didáctica, que se presentará a continuación. Estos dos ciclos se van intercalando durante el trabajo en clase, obedeciendo a las necesidades de los estudiantes. hasta terminar con un modelo que permite resolver, de alguna manera, problema inicial.

Así, la construcción del concepto o conceptos nuevos para los estudiantes, como se ejemplificará más adelante, requiere de desarrollar un modelo didáctico específico que permite a los profesores diseñar o utilizar actividades diseñadas con la teoría APOE que apoyan la construcción de nuevo conocimiento de acuerdo con las necesidades de los estudiantes. Así, el ciclo de modelación se engarza con un ciclo de enseñanza específico en el que se intenta propiciar la reflexión de los estudiantes de tal forma que se construya colaborativamente el conocimiento deseado.

El diseño tanto de los problemas de modelación cuanto de las actividades desarrolladas con base en la teoría APOE, requieren de un trabajo colaborativo previo entre maestros que buscan y diseñan actividades de modelación interesantes para los estudiantes, o se utilizan modelos y preguntas diseñadas con el mismo fin por otros maestros que se analizan previo a su puesta en marcha. Se preguntan qué aspectos del conocimiento matemático de los estudiantes pueden ser susceptibles de inducir la necesidad de los conceptos matemáticos deseados y cómo podría el profesor responder a las necesidades de los estudiantes y así diseñar actividades que les apoyen en su labor.

El uso de esta estrategia de modelación permite utilizar las ventajas que el trabajo sobre un modelo ofrece al tiempo que se abre la oportunidad a los estudiantes de construir conocimiento a lo largo del proceso de trabajo. La modelación se entiende como un contexto para pensar en el papel de las matemáticas en la sociedad en que vivimos y aprender matemáticas a profundidad, tanto en la universidad cuanto en otros niveles escolares. Este

acercamiento promueve la motivación de los estudiantes, pero no se queda ahí. Este tipo de modelación proporciona un Se hace patente ambiente propicio para recuperar ideas previas de los estudiantes y para introducir nuevos conceptos. En particular juega un papel fundamental como un medio en el que: se propicia la aparición de necesidades conceptuales de los estudiantes, se estimula la discusión y el aprendizaje y es posible favorecer el uso de la tecnología. Todo ello, en la práctica, permite la creación de un ambiente estimulante de aprendizaje en el que las matemáticas permean.

Durante el trabajo colaborativo en equipo y durante la discusión grupal guiada por el profesor, el docente sigue el trabajo de los estudiantes, les plantea preguntas con el fin de motivar las discusiones o inducir la reflexión sobre ideas pertinentes e importantes que surgen en la discusión. De esta manera el profesor puede recuperar los conocimientos previos, las ideas incorrectas y las ideas que potencian el desarrollo del modelo o de los conceptos a aprender, así como el uso que los estudiantes hacen de ideas de sentido común informado o de su conocimiento de otras disciplinas. Esta posibilidad de observación participante permite al profesor jugar un papel importante como un agente que estimula la reflexión, la creatividad y la construcción de relaciones entre los conocimientos de los estudiantes al tiempo que promueve la construcción de relaciones entre distintos conceptos matemáticos y de éstos con los de otras disciplinas.

Podría parecer que lo que se ha planteado hasta aquí es una posición muy ambiciosa, pero congruente con los objetivos de la educación matemática. No siempre es posible lograr todo lo esperado, pero la experiencia y la posibilidad de refinar los modelos y las actividades abren las puertas a dicha posibilidad.

Los Modelos en la teoría APOE

La modelación no se introdujo originalmente en el marco teórico de APOE, sin embargo, la modelación es consistente con las estructuras de APOE. metodológicamente con ella, dado que, cuando los estudiantes se encuentran ante un problema de modelación utilizan Esquemas previamente construidos tanto en el ámbito de las matemáticas, como en otras disciplinas o a través de diversas experiencias. Una forma de integrar la modelación en términos generales a la metodología de APOE es considerar una descomposición genética que propone las construcciones que se requieren para afrontar un problema de modelación. En este sentido puede considerarse que frente a estos problemas los estudiantes pueden coordinar Esquemas construidos previamente con otros Esquemas desarrollados durante el aprendizaje de otras disciplinas y/o de experiencias de su vida diaria para afrontar el problema. Los estudiantes toman de esos Esquemas elementos que les permiten elegir variables y formular hipótesis sobre el posible comportamiento de la solución esperada. A través de Acciones o Procesos sobre Objetos y mediante la coordinación de Procesos es posible construir un" modelo" matemático como Proceso que puede encapsularse en un Objeto o constituir un nuevo

Esquema. Nuevas Acciones sobre el Objeto "modelo", o la construcción de relaciones entre las componentes del modelo como Esquema, permiten determinar sus propiedades y, mediante su desarrollo, la posibilidad de encontrar soluciones al problema de modelación planteado o proponer nuevas preguntas.

El trabajo en el trabajo en el modelo permite que los estudiantes enfrenten nuevas necesidades conceptuales que, mediante trabajo con la teoría APOE, pueden conducirlos a la construcción de nuevos Procesos y Objetos matemáticos que permiten el desarrollo y la solución de las preguntas formuladas en el modelo en cuestión y, posiblemente la aparición de nuevas preguntas que podrían contribuir al desarrollo del problema o considerarse como un nuevo problema de modelación. El trabajo que se realiza se ajusta a la metodología de investigación y a la metodología de enseñanza de la teoría APOE, como se verá más adelante.

METODOLOGÍA DE LA TEORÍA APOE

La teoría APOE tiene su propia metodología de investigación y su propia metodología de enseñanza. La metodología de investigación requiere del diseño de una descomposición genética de cada uno de los conceptos que se desea construir. El modelo se pone a prueba mediante el diseño de actividades para propiciar la construcción de cada una de sus componentes para ser empleadas en el salón de clases.

La teoría APOE tiene también su propia metodología de enseñanza, conocida como ciclo ACE que se refiere a trabajo colaborativo en pequeños grupos tanto en la etapa de modelación como en el trabajo sobre actividades matemáticas (A), discusión entre todos los alumnos de la clase y con el maestro para comparar modelos, procedimientos y, cuando es pertinente, introducir o aclarar conceptos matemáticos (C) y trabajo en ejercicios de tarea (E). Este ciclo se repite varias veces durante cada clase. Esta metodología se utilizó en la enseñanza de los problemas que se ejemplifican a continuación.

Los Modelos, diseños y puesta en práctica

Los problemas de modelación se desarrollan en general por un equipo formado por matemáticos y por investigadores en educación matemática. Los problemas se trabajan en clase para analizar su funcionamiento y se prueban experimentalmente. Durante la experimentación los miembros del equipo fungen como profesores y se incorpora otro miembro como observador y apoyo en la toma de datos. Algunos de los problemas de modelación diseñados se crearon en el grupo de trabajo antes mencionado, en otros casos se tomó algún ejercicio de algún texto y se modificó de manera que la situación referida quedara abierta y pudiera ser abordada en términos de un modelo. A continuación, se ilustra con un ejemplo específico cómo se lleva a cabo la modelación en el contexto de la teoría APOE.

Un ejemplo. El caso de los pesticidas

En una parcela se rocían pesticidas sobre las plantas para eliminar insectos dañinos. Las plantas absorben una fracción de esos pesticidas. Cuando los animales herbívoros se alimentan de esas plantas ab sorben una cierta cantidad de esos pesticidas ¿Cómo podemos determinar la cantidad de pesticida absorbida por un herbívoro? Si además consideramos que algunos animales carnívoros (como los humanos) consumen carne de esos animales herbívoros ¿Cómo podemos determinar la cantidad de pesticida absorbida por un carnívoro? (adaptado de Kolman 2013, pág. 25, ejercicio 11).

Este modelo tiene como objetivo estimular en los estudiantes la construcción del concepto de matriz y del producto de matrices y la relación de las matrices con las transformaciones lineales. Para ello, se desarrolló una Descomposición Genética para estos conceptos y. se desarrollaron tres conjuntos de actividades basadas en la DG para acompañar la introducción de los conceptos antes mencionados tomando en consideración los resultados de sus dos primeras puestas en práctica. Los datos que aquí mostramos corresponden a una aplicación por dos profesores y son similares a los de otras aplicaciones (Figueroa et al., 2018). La experiencia se llevó a cabo en cuatro sesiones de clase de dos horas cada una.

En cada aplicación, los estudiantes trabajaron en pequeños grupos con el problema abierto y en casi todos formularon tres distintas estrategias para abordarlo: uso de árboles de decisión, uso de probabilidades y uso de tablas. Tres investigadores recogieron datos grabados de las sesiones, de la bitácora de los profesores y de los resultados del trabajo en cada sesión entregados por cada uno de los estudiantes y un resumen del trabajo del equipo al final de ésta.

ALGUNOS RESULTADOS

Discusión del problema. Ciclo de Modelación 1

El problema interesó a los estudiantes en cada una de las ocasiones en las que se ha empleado. Los estudiantes proponen opiniones acerca de los factores importantes a tomar en consideración y usan su experiencia cotidiana y sus conocimientos previos para explorar y comprender el problema. En estos casos, recurrentemente los estudiantes han comenzado a discutir formas de tratar de resolverlo. Por ejemplo: carnívoro

S15: Podemos dibujar un árbo. Cada carnívoro come pesticida dependiendo de los herbívoros han comido y que vienen de las plantas rociadas. Cada uno sigue una trayectoria de la base de este árbol (dibuja) hasta arriba. Siguiendo las distintas trayectorias podríamos resolver el problema.

S17: Pero… estás pensando que hay solo un tipo de plantas, pero no dice eso, podría haber distintos tipos de plantas que absorben distinta cantidad de pesticida.

Índice

S2 equipo 1: Pienso que podríamos hacer una tabla poniendo los datos en general que tenemos del problema y así podemos ir siguiendo lo que pasa con las plantas, con los herbívoros y con los carnívoros porque como que están concatenados

S3 equipo 1: Podríamos usar matrices que funcionan más o menos como las tablas…

S22: Podríamos pensar en una función en la que se considere la cantidad de pesticida que va quedando conforme pasa de las plantas a los herbívoros y a los carnívoros… pienso que más bien sería como una composición de funciones.

Ha sido interesante observar cómo estos comentarios surgen en distintas aplicaciones del problema y tratan de los elementos matemáticos que pueden ser empleados en su solución.

Después de este primer ciclo de modelación, al término de la primera discusión con el profesor y todo el grupo, quedaron únicamente dos opciones a seguir: el uso de tablas genéricas y el uso de funciones.

Tablas de datos. Ciclo 1 actividades basadas en la teoría APOE

El profesor decidió en ese momento proporcionar a los estudiantes la tablas 1 en las que la entrada ij denota la cantidad de pesticida absorbida por las plantas para que la discutieran. Introdujo posteriormente una hoja de trabajo en actividades para apoyar a los estudiantes en su discusión. Los objetivos de la misma se muestran en el recuadro 1.

Tabla 1

	Planta 1	Planta 2	Planta 3	Planta 4
Pesticida 1	2	3	4	3
Pesticida 2	3	2	2	5
Pesticida	4	1	6	6

Tabla 2

	Herbívoro 1	Herbívoro 2	Herbívoro 3
Planta 1	20	12	8
Planta 2	28	15	15
Planta 3	30	12	10
Planta 4	40	16	20

Recuadro 1

Hoja de trabajo 1- Objetivo:

Construcción de la matriz, la matriz A como función f_A y la multiplicación matriz-vector Av

Unidades en miligramos de pesticida i

Recuadro 2

Hoja de trabajo 2- Objetivo:

Construcción del producto de matrices AB

Unidades en número de plantas tipo i que come el herbívoro j por mes

Índice

Tabla 3

	Carnívoro 1	Carnívoro 2
Herbívoro 1	4	1
Herbívoro 2	5	2
Herbívoro 3	1	1

Recuadro 3

Hoja de trabajo 3- Objetivo:

Construcción de la función f_{AB} y $f_A \circ f_B \circ$, la matriz como función y la multiplicación matriz-vector y motivación para construir el producto ABC

Unidades en número de herbívoros tipo i que come el carnívoro j por mes

Trabajos con tablas. Ciclo de Modelación 2

Los estudiantes rápidamente identificaron los elementos en las tablas y utilizaron subíndices para identificarlos:

S11: Este 5 es el cuarto elemento en el segundo renglón de la tabla 1. Podemos escribirlo como a_{24}=5). Podemos hacerlo así con todos los elementos y tablas, así podemos ir resolviendo el problema.

Apoyados por las actividades todos los estudiantes reflexionaron sobre las matrices y la posibilidad de hacer operaciones con ellas, en términos de la teoría los estudiantes construyeron las matrices como Objeto mismo que podían desencapsular en los renglones y las columnas de la matriz que consideraron como vectores renglón y vectores columna en $\mathbb{R}^n$. Sin dificultad alguna los estudiantes realizaron Acciones sobre los vectores como objeto para encontrar las combinaciones lineales necesarias y para operar con el producto punto. Como resultado obtuvieron el vector que llamaron de "absorción de pesticida" usando el consumo de plantas por un organismo. Fueron capaces de considerar una matriz de consumo general.

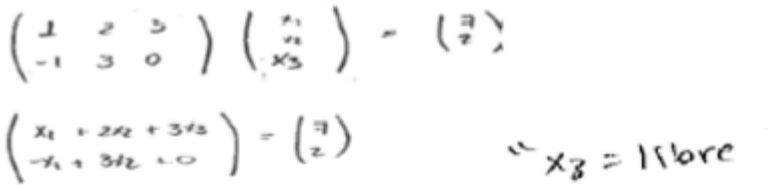
S13: Si tememos el consumo general de otro animal, a de la planta 1, b de la 2, c de la 3 y d de la 4 y tenemos la matriz de consumo que debe tener 4 tipos de plantas y 3 pesticidas el herbívoro va a consumir a_{i1a} más a_{i2b} más a_{i3c} más a_{i4d} …

Esas respuestas mostraron evidencia de que los estudiantes interiorizaron el Proceso de obtener los vectores de absorción general y que al hacerlo construyeron el producto Av como proceso. Simultáneamente, con trabajo en las actividades que les permitieron reflexionar en dicho producto como una función fA

Figura 1

Respuesta del informante

Índice



S19: Lo que tememos aquí es esta función. La podemos pensar como Ax es una función… una función de vectores.

S18: Sí fA es igual a A por x, es la regla de f. Para obtener un vector que muestre la cantidad de pesticida en un herbívoro que ha comida ciertas cantidades de plantas cada componente del vector resultante se encuentra haciendo el producto punto de cada vector renglón de la matriz por el vector de consumo. La mayoría de los alumnos logran hacer esta interiorización. Únicamente los estudiantes que mostraron una construcción muy débil del concepto de función no lograron comprender este argumento.

Producto de matrices ciclo 2.

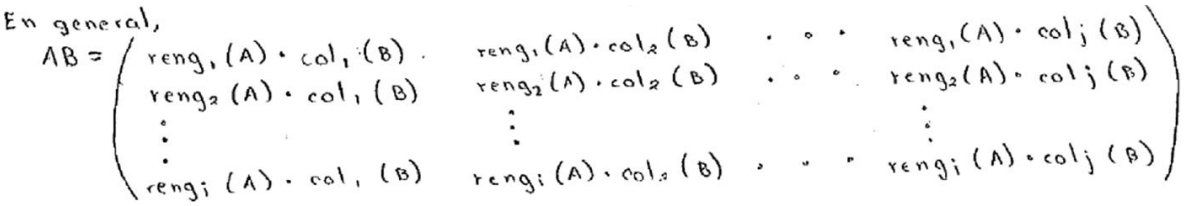
El paso al producto de matrices se dio sin ninguna dificultad cuando los estudiantes enfrentaron una nueva matriz referente al consumo de plantas por algunos herbívoros en una hoja de trabajo. Utilizando el contexto del problema consideraron que

A9: Es como calcular el producto de una matriz por un vector, pero ahora, en cada caso el vector es una columna de la otra matriz, así sabemos que la cantidad del pesticida en la i-ésimo pesticida absorbido por el j-ésimo herbívoro usando el producto punto de un renglón de A por una columna de B y obtienes un número que es un elemento de una nueva matriz en la que tienes toda la información sobre la cantidad de pesticida absorbida por cada uno de los herbívoros.

La mayoría de los estudiantes comprendieron el producto de manera natural a la luz del problema de modelación. La mayoría mostró al menos una construcción Proceso del producto de matrices y les fue posible considerar este producto para encontrar el consumo de los animales carnívoros.

Figura 2

Respuesta del informante



Índice

Construcción del producto de matrices como una composición de funciones: Ciclo 3

Mediante trabajo sobre el contexto del problema en general ayudó a algunos estudiantes a interpretar y dar sentido al trabajo realizado hasta aquí en términos de funciones. Observamos que al final de la experiencia todos los estudiantes podían considerar el problema en términos de funciones matriciales, aunque la mayoría a un nivel Acción de construcción:

S23: … estas $\boldsymbol{x}$ o $\boldsymbol{v}$, los vectores están en $\mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ que es el dominio de $\boldsymbol{fA}$, entonces si los multiplicamos por la matriz $\boldsymbol{A}$ nos regresan vector $\boldsymbol{b}$ en $\mathbb{R}^{\boldsymbol{m}}$, un vector en la imagen de la función $\boldsymbol{fA}$. Puedo encontrar con un sistema de ecuaciones todas las $\boldsymbol{x}$

Al final de la experiencia observamos que todos los estudiantes construyeron $\boldsymbol{fA}$ al menos como una Acción y alrededor de dos terceras parte la construyeron como un Proceso y al mismo tiempo construyeron su relación con los sistemas de ecuaciones. De igual manera más de la mitad de los estudiantes construyeron la multiplicación de matrices como una composición de funciones:

S13: ¿Cómo construimos $\boldsymbol{fAB}$? Tenemos $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$...

S14: Con ellas podemos construir $\boldsymbol{fA}$ y $\boldsymbol{fB}$… y luego si calculamos $\boldsymbol{AB}$ y calculamos la $\boldsymbol{f}$ que le corresponde

Otros alumnos generalizaron sin necesidad de calcular $\boldsymbol{Abx}$, estos alumnos notaron que la regla de correspondencia es la misma que para la composición de funciones así que $\boldsymbol{ABx} = (\boldsymbol{AB})\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{Bx}) = \boldsymbol{fAB}$. Sin embargo, al final del curso se hizo una pregunta sobre la relación del producto de matrices y la composición de funciones matriciales, el 75% de estudiantes mostraron la encapsulación del producto de matrices como Objeto, pero solamente unos 7 estudiantes mostraron haber construido la función composición de matrices como un Objeto.

CONCLUSIONES

Consideramos que el problema de modelación motiva a los estudiantes a reflexionar sobre la situación propuesta. Durante todo el proceso, el problema inicial apoyó, guio y dio sentido las estrategias de los estudiantes, mismas que fueron formalizadas a través del trabajo con el modelo y las actividades diseñadas con la teoría APOE. La referencia al problema también apoyó la construcción del significado de los nuevos conceptos introducidos. Las actividades les permitieron ligar el modelo con ideas abstractas. En conjunto permitieron un aprendizaje profundo del producto de matrices y de su consideración como funciones.

Las evidencias mostradas por los alumnos subrayan que el uso del modelo conjuntamente con las actividades les permite transitar del marco concreto del problema al contexto de los conceptos matemáticos mediante la activación de la reflexión. Los estudiantes construyeron los conceptos de interés a su propio paso.

Índice

La secuencia didáctica mostró ser efectiva para construir los conceptos de producto de matrices simultáneamente con la relación de las matrices con las funciones vectoriales.

Referencias

Arnon, I., Dubinksy, E., Roa-Fuentes, S., Weller, K., Cottrill, J., Oktaç, A., et al. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer.

Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. En A. E. Kelly, & R. A. Lesh (Eds.). *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 307–334).

Cook, J. P., Zazkis, D., & Estrup, A. (2018). Rationale for matrix multiplication in linear algebra textbooks. En S. Stewart, C. A. Andrews-Larsson, & A. Berman (Eds.). *Challenges and Strategies in Teaching Linear Algebra*. *ICME-13 Monographs* (pp. 103–125). Springer- Verlag.

Czarnocha, B., Dubinsky, E. B., Prabhu, V., & Vidakovic, D. (1999). One theoretical perspective in undergraduate mathematics education research. *Proceedings of the 23rd conference of the international group for the psychology of mathematics education* 4, 65–73. PME.

González- Rojas, E., & Roa- Fuentes, S. (2017). Un esquema de transformación lineal: Construcción de objetos abstractos a partir de la interiorización de acciones concretas. *Enseñanza de las Ciencias*, 35, 89–107.

Harel, G. (1987). Variations in linear algebra content presentations. *For the Learning of Mathematics*, 7, 29–32.

Kolman, B., & Hill, D. (2013). *Álgebra lineal (8ª edición)*. Pearson, Educación.

Ku, D., Trigueros, M., & Oktaç, A. (2008). Comprensión del concepto de base de un espacio vectorial desde el punto de vista de la Teoría APOE. *Educación Matemática*, 20, 65–89.

Larson, C. (2010). *Conceptualizing matrix multiplication: A framework for student thinking, an historical analysis, and a modeling perspective* (Doctoral dissertation, Indiana University Bloomington). ProQuest Dissertations and Theses. http://search.proquest.com/docview/748218708

Larson, C., & Zandieh, M. (2013). Three interpretations of the matrix equation Ax=b. *For the Learning of Mathematics*, 33(2), 11–17.

Martin, M., Loch, S., Cooley, L., Decter, S., & Vidacovic, D. (2010). Integrating learning theories and applications- based modules in teaching linear algebra. *Linear Algebra and Its Applications*, 432, 2089–2099.

Oktaç, A., & Trigueros, M. (2010). ¿Cómo se aprenden los conceptos de álgebra lineal? *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 13, 473–485.

Piaget, J. Y., & García, R. (1984). *Psicogénesis e Historia de la Ciencia (2 da ed.).* México: Siglo Veintiuno Editores.

Possani, E., Trigueros, M., Preciado, J. G., & Lozano, M. D. (2010). Using models in the teaching of linear algebra. *Linear Algebra and Its Applications*, 432, 2125–2140.

Índice

Roa-Fuentes, S., & Oktaç, A. (2012). Validación de una descomposición genética de la transformación lineal: un análisis refinado por la aplicación del ciclo de investigación de la teoría APOS. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15, 199–232.

Roa-Fuentes, S., & Parraguez, M. (2017). Estructuras Mentales que Modelan el Aprendizaje de un Teorema del Álgebra Lineal: Un Estudio de Casos en el Contexto Universitario. *Formación Universitaria*, 10(4), 15–32. http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062017000400003.

Salgado, H., & Trigueros, M. (2015). Teaching eigenvalues and eigenvectors using models and APOS Theory. *Journal of Mathematical Behavior*, 30, 100–120.

Sandoval, I., & Possani, E. (2016). An analysis of different representations for vectors and planes in R3: Learning challenges. *Educational Studies in Mathematics*, 92, 109–127.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on the Processes and Objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1–36.

Simon, M. S. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114–145.

Trigueros, M., & Bianchini, L. B. (2016). *Learning linear transformations using models*. En Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM). Montpellier, France. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01337884

Trigueros, M., & Possani, E. (2013). Using an economics model for teaching linear algebra. *Linear Algebra and Its Applications*, 438, 1779–1792.

Vasco, D., Climent, N., Escudero-Avila, D., Montes, M., & Ribeiro, M. (2016). El rol del profesor desde la perspectiva de los espacios de trabajo matemático. *Bolema*, 30(54), 1–22. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a11.

Índice

LOS INDICADORES SOCIALES COMO INSUMO DE LA TRANSNUMERACIÓN EN LA FORMACIÓN ESTADÍSTICA DE PROFESORES

LILIANA MABEL TAUBER
Universidad Nacional del Litoral, Argentina

Abstract:

Se analiza la formación estadística de docentes desde una perspectiva crítica centrada en el desarrollo de los procesos transnumerativos. El trabajo se enmarca en los elementos de alfabetización estadística y en el concepto de transnumeración —la capacidad de transformar datos en distintas representaciones y significados— como un tipo esencial de pensamiento estadístico para comprender fenómenos sociales complejos, como la medición de indicadores sociales. Se adopta un enfoque de investigación de diseño co-generativa (Greenwood & Levin, 2000), desarrollada en un programa de formación continua para profesores de matemática en ejercicio. La experiencia analizada incluyó sesiones colaborativas donde los profesores diseñaron tareas sobre indicadores sociales, interactuando con herramientas de inteligencia artificial (ChatGPT) para construir y analizar datos. A través de la aplicación del análisis de contenido aplicado a las propuestas didácticas elaboradas, se identificaron los elementos de alfabetización estadística y los procesos de transnumeración presentes en las mismas. Los resultados muestran que la transnumeración favorece el desarrollo del pensamiento crítico, permitiendo que los docentes comprendan y cuestionen los significados de los datos. La colaboración entre profesores e investigadores se evidencia como una vía eficaz para fortalecer la formación docente, promoviendo propuestas didácticas que integren la estadística con problemáticas sociales y contribuyan a una ciudadanía más reflexiva y democrática.

Estadística Cívica, Formación de profesores, Indicadores sociales, Transnumeración, Alfabetización estadística crítica

INTRODUCCIÓN

En una sociedad donde los datos y la información cuantitativa influyen significativamente en la toma de decisiones personales, ciudadanas y profesionales, resulta fundamental brindar a los estudiantes oportunidades para examinar los datos insertos en esa información, de modo que puedan asumir un rol activo a partir de los mismos. Esto les permitiría "identificar e interrogar estructuras y discursos reforzados por argumentos basados en datos" (Weiland, 2017, p. 41).

En este contexto, la enseñanza de la estadística, debería habilitar la formación crítica de ciudadanos y de profesionales preocupados y ocupados en los problemas actuales de nuestra

Índice

sociedad. El mediador y colaborador de dicha formación debería ser el profesor, por lo que la formación estadística de los profesores debería ser un factor de relevancia.

En este sentido, en la investigación se encuentran distintas alternativas, algunas de ellas basadas en el estudio de clase para formar a los futuros profesores en la enseñanza del manejo de datos (Leavy, 2015), otros se apoyan en perspectivas prácticas basadas en la colaboración con investigadores para diseñar, implementar y analizar la instrucción estadística (Zapata-Cardona, 2020), otros recurren a la colaboración entre profesores (Souza et al., 2015; Cabrera et al., 2022) y otros, al acompañamiento de futuros profesores en el diseño de propuestas que respondan a las necesidades de los estudiantes (Tauber & Santellán, 2022).

Por otro lado, los aportes del estudio de las trayectorias previas de los profesores que hace Zapata-Cardona (2023), permite identificar cómo estas repercuten en la enseñanza de estadística que brindan a sus estudiantes. En un sentido similar, en Tauber (2022), Cabrera y Tauber (2022), Araneo (2024) y Cabrera et al. (2024), se describen creencias, imágenes, representaciones sociales y razonamientos de los profesores en relación con la estadística y a su enseñanza. Estos trabajos, aportan evidencias que permiten indicar que los profesores poseen escasa experiencia en torno a generar situaciones en las que el cuestionamiento frente a la información estadística (Gal, 2019) sea el eje de su enseñanza. Todo ello tiene consecuencias en las propuestas que realizan a sus estudiantes.

De esta manera, surge la inquietud por generar espacios de formación estadística para profesores en ejercicio, que permitan reflexionar sobre la importancia de construir el sentido estadístico, a través de propuestas que integren conceptos e ideas estadísticas fundamentales (Cabrera et al., 2024) y que estén ligadas al abordaje de problemáticas socio-políticas complejas que atañen a la vida de las personas. Así, tal como proponen Weiland (2017) y Gal et al. (2022), se podría poner en acción una estadística crítica que se interpele a sí misma, permitiendo identificar y cuestionar las estructuras sociales y los discursos que le dan forma, habilitando la formación de pensadores críticos para el desarrollo de sociedades más democráticas (Engel, 2019).

El escenario descrito nos lleva a reflexionar sobre las características de una propuesta didáctica de estadística dirigida a la formación continua de los profesores, en la que se propicie el pensamiento estadístico crítico. Así, planteamos las siguienes preguntas: ¿Qué elementos de la alfabetización y del pensamiento estadístico ponen en relación los profesores cuando diseñan una propuesta didáctica de estadística? ¿Los profesores consideran la complejidad conceptual que interviene en los procesos transnumerativos que se producen cuando se analizan datos asociados con indicadores sociales? ¿Qué procesos de transnumeración intervienen en las propuestas que diseñan los profesores?

Índice

MARCO REFERENCIAL

Tal como proponen Zapata-Cardona (2018) y Weiland (2017), la educación estadística tiene el desafío de promover el desarrollo de habilidades de pensamiento que permitan a los sujetos entender su entorno, participar críticamente en sociedad y aportar a un mundo mejor. Sin embargo, son pocas las propuestas en este campo, dirigidas a fortalecer la preparación de los docentes para tal fin (Pinto Sosa, 2022; Martínez Castro y Zapata-Cardona, 2022).

Hace tiempo que, desde la educación estadística, se reclama un cambio de enfoque basado en investigaciones estadísticas auténticas. Aún así, sigue predominando una estadística en abstracto, con datos descontextualizados, centrada en cálculo y en procedimientos (Pinto-Sosa, 2022; Zapata-Cardona, 2018). Más aún, es incipiente el desarrollo de propuestas de formación situada (Martínez Castro y Zapata-Cardona, 2022) y dirigidas a fortalecer la preparación de docentes en ejercicio; siendo que el desarrollo profesional docente es un proceso de transformación de la práctica educativa que ocurre en la formación docente continua con otros (Pinto-Sosa, 2022).

En tal sentido, la transnumeración (Pfannkuch & Wild, 2004) constituye un elemento relevante para el marco argumental de un pensador crítico, el cual cada vez más y de manera más evidente, se hace necesario en las democracias actuales en las que es necesario interpretar y comprender críticamente la información sobre la que se basan las decisiones públicas.

Cuando se parte de contextos socio-políticos complejos, como lo es la problemática de la medición de la pobreza o el estudio de desigualdades, la transnumeración es uno de los elementos esenciales implícito en los procesos de pensamiento estadístico (Tauber et al., 2022), que deberían ponerse en relación para posibilitar un escenario educativo en el que los estudiantes desarrollen habilidades tendientes a reconocer información relevante, identificar la intención y razonabilidad de los argumentos basados en datos y ser conscientes de cómo éstos afectan la objetividad de los juicios.

En torno a lo dicho, un posible escenario educativo, propuesto por Gal et al. (2022), es el contexto de la operacionalización de las variables e indicadores sociales en la problemática de la medición de la pobreza. Por su parte, Behar (2018) advierte que en la medición de constructos que no son observables directamente y que requieren de una elaboración conceptual, para medirlos es necesario un proceso de transnumeración que implica proponer o descubrir la forma de medida adecuada y los datos o variables que intervienen en la construcción del indicador bajo estudio.

En el marco propuesto por Pfannkuch y Wild (2004), se plantea que el pensamiento estadístico está integrado por cuatro dimensiones: un *ciclo investigativo* asociado con las etapas de un diseño estadístico de experimentos, una segunda dimensión que permite

reconocer los *tipos de pensamiento* necesarios para conectar el ciclo investigativo con la tercera dimensión, que es el *ciclo interrogativo*, el cual permite imaginar y buscar distintas alternativas, interpretar, criticar y juzgar las decisiones y conclusiones.Una última dimensión, esá conformada por las *disposiciones* que habilitan la interpretación de significados más profundos a partir de la relación de las distintas dimensiones.

Así, dentro de esas dimensiones, la *transnumeración* surge como un tipo fundamental de pensamiento, ya que es necesario cada vez que se debe cambiar la representación de los datos para generar una comprensión más amplia de los fenómenos observados (Chick et al., 2005).

MARCO METODOLÓGICO

En respuesta a los desafíos planteados en las secciones anteriores, desde 2019, se han desarrollado distintas etapas de una investigación de diseño (Molina et al., 2011), algunas de las cuales han sido descritas en Tauber et al. (2019), Tauber (2021) y Tauber y Santellán (2022). En esos trabajos, se caracterizaron experiencias realizadas con estudiantes universitarios de Ciencias sociales, Ciencias naturales y Matemática, y se describieron las redes de elementos de la alfabetización estadística y de razonamientos estadísticos evidenciados por los estudiantes, mostrando que, aún los estudiantes sin formación previa, logran darle significado a los datos y a la información estadística cuando se les proponen actividades situadas en contextos reales.

Estos resultados nos llevaron a preguntarnos sobre lo que ocurre en ese sentido con los profesores. Por ello, esta investigación, se sitúa en un estudio llevado a cabo dentro de un programa de formación continua de profesores. Se usó investigación de diseño co-generativa (Greenwood & Levin, 2000), en la cual profesores e investigadores trabajan colaborativamente para resolver inquietudes y problemas que surgen de la práctica. Particularmente, se realiza un análisis de contenido (Cohen & Manion, 1990), basado en la identificación de elementos de alfabetización estadística (Gal, 2019), que intervienen en los procesos de transnumeración habilitados en una propuesta didáctica desarrollada por profesores de matemática, en el marco del programa mencionado.

Para la caracterización de los elementos de alfabetización estadística se utilizó el marco desarrollado por Gal (2019), en el que se diferencian elementos cognitivos y actitudinales y para los procesos de transnumeración, se consideraron las unidades de análisis, adaptadas de Chick (2005), quien indica que la transnumeración ocurre cuando:

a. *se encuentran las medidas que capturan la cualidad o las características de la situación real*. Esto se observa cuando se modifican variables existentes o se crean nuevas variables. Por ejemplo, cuando a partir de variables pre-definidas se calcula un índice, como el caso de la Canasta Básica Alimentaria o la brecha de género.

b. *los datos que han sido recolectados se transforman en múltiples representaciones*. Este proceso podrá observarse cuando se calculen medidas de resumen (frecuencias o distintas medidas descriptivas) y/o cuando se utilicen distintos tipos de representaciones tabulares y/o gráficas. En estos casos, en el análisis se tendrá en cuenta si las representaciones son utilizadas solo con un sentido estético o para lograr una mayor claridad y robustez en los argumentos.

c. *el significado de los datos es comunicado en una forma que los demás puedan entender en términos de la situación real, aportando de este modo, a la objetividad de los juicios*. Este proceso podrá observarse a partir de las argumentaciones realizadas.

La propuesta analizada, fue diseñada por un grupo de tres profesores de matemática en ejercicio, dos de los cuales desarrollaban su labor en educación secundaria y el restante, en el nivel superior. Cabe aclarar que, en el programa participaron 12 profesores y en cada sesión se ponía a debate el trabajo de algunos de los grupos.

El trabajo aquí descrito se desarrolló en tres sesiones de dos horas cada una, en las que los profesores exponían sus avances y debatían con sus pares y con las investigadoras sobre los aspectos que podrían mejorarse o ampliarse. En las instancias de discusión, los profesores analizaban los aspectos de los procesos de transnumeración que podían surgir en cada propuesta.

La actividad que se les planteó a todos los grupos tuvo las siguientes directrices:

- Diseñar una tarea, propuesta o proyecto dirigido a tus estudiantes, en donde se integren conceptos e ideas estadísticas fundamentales derivadas del estudio de situaciones asociadas con la medición de la pobreza.
- Proponer posibles soluciones a partir de datos reales que permitan estudiar la problemática.
- Fundamentar las decisiones que tomaron para el diseño de las actividades propuestas.

El planteo de las posibles soluciones a las actividades que proponían los profesores, por un lado, permitía observar el grado de conocimiento estadístico que los profesores tenían y por otro, identificar desajustes en los procesos transnumerativos que, a-priori, pretendían fomentar en sus estudiantes.

DISCUSIÓN

En la Tabla 1, se presenta la primera versión de una tarea diseñada por un grupo de profesores (que llamamos Grupo 1). Tal como plantea Zapata-Cardona (2018), consideramos al aprendizaje como un proceso social que se da mediante la interacción de los actores y que,

además, los profesores son vistos como sujetos sociales que aprenden mediante la participación en una práctica común (Wenger, 2001), primero consideramos los aportes realizados por los demás profesores en torno a la propuesta realizada por el Grupo 1.

Tabla 1

Propuesta inicial presentada por el Grupo 1

Primera propuesta	**Informe presentado por los profesores**
Diseño de una tarea para estudiantes de 15 a 17 años	A partir de datos recolectados, se realizó la Tabla A. A partir de la misma, realiza lo siguiente: • Un gráfico de barras. • Calcula la media aritmética y la moda • Interpreta ambas medidas.
Posibles soluciones	Los profesores no presentaron en su primer escrito posibles soluciones
Fundamentos sobre las decisiones tomadas	Elegimos este tipo de actividades porque consideramos que cubre algunos de los contenidos que están indicados en el diseño curricular. Además, pensamos que son actividades sencillas para trabajar con alumnos de estas edades y no requiere de tanto tiempo, ya que es necesario cubrir otros contenidos de matemática.

Tabla A

N° dormitorios	F i
1	224
2	254
3	99
4	2
5	1
	580

Fuente: Excel

Nota. Elaboración propia

Así, los interrogantes surgidos fueron: ¿Qué elementos de alfabetización estadística propician las actividades? ¿Qué contexto permiten explicar los datos? La propuesta, ¿favorece el pensamiento crítico y la autonomía? ¿Qué ideas estadísticas fundamentales intervienen en la resolución? ¿Cómo esperan que los estudiantes resuelvan las actividades planteadas? La propuesta, ¿habilita el uso de tecnología? ¿Cuál es el sentido de la interpretación solicitada en la tarea? Dicha interpretación, ¿habilita alguna acción crítica? ¿Habrá posibilidades de plantear tareas alternativas que amplíen la propuesta de manera de habilitar roles críticos o de decisión en los estudiantes?

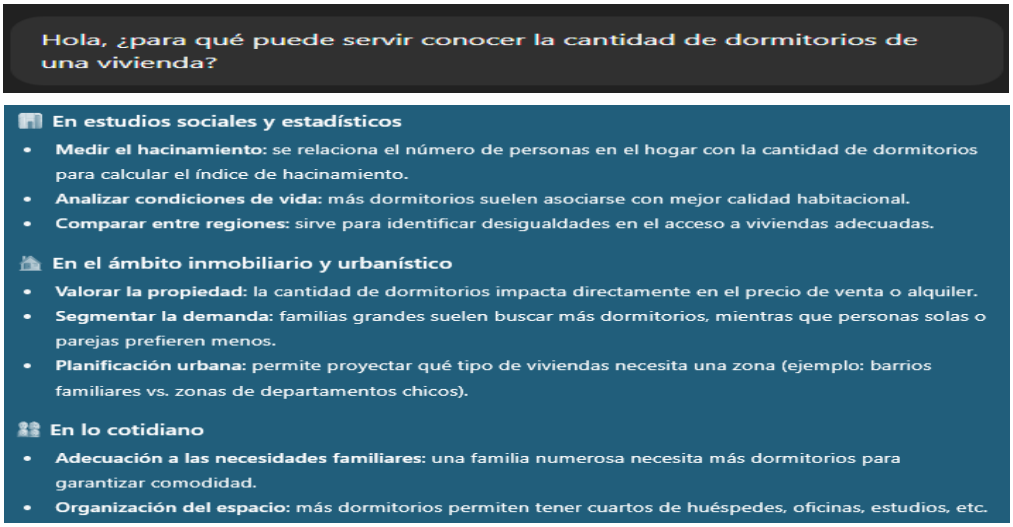
Estos y otros cuestionamientos habilitaron un proceso de revisión y de reflexión por parte de los profesores del Grupo 1, que los llevó a integrar diversos elementos de alfabetización estadística (Gal, 2019) a partir de una interacción con la Inteligencia Artificial (IA). Así, redefinieron su propuesta, poniendo en relación elementos como: alfabetización documental, conocimiento contextual, conocimiento estadístico y matemático y algunas habilidades

críticas (Figuras 1, 2 y 3). Cabe aclarar que, dos de los profesores interactuaban por primera vez con la IA.

Lo primero que se puede observar en la Figura 1, es que los profesores consideraron la variable que habían planteado en la propuesta inicial y se cuestionaron sobre la utilidad de la misma, lo cual los llevó a plantear la pregunta realizada a ChatGPT (OpenAI, 2023).

Figura 1

Diálogo inicial generado por el Grupo 1 con ChatGPT (recorte)



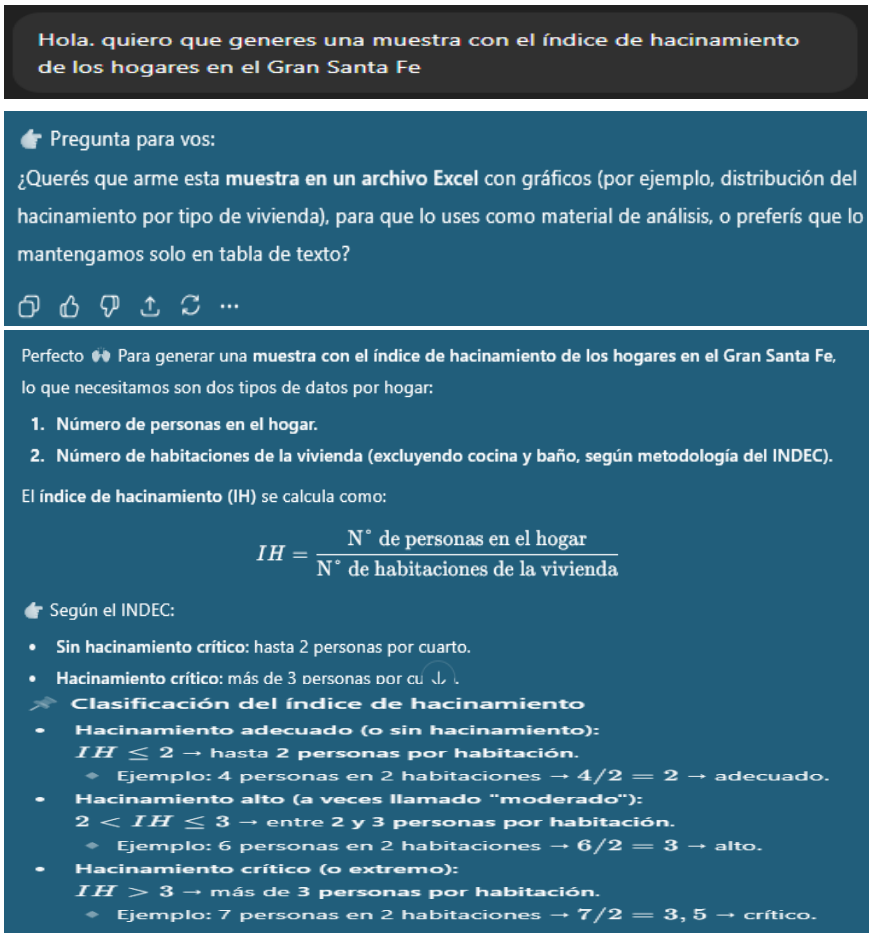
Esta primera interacción con la IA, habilitó un espacio en el que los profesores pudieron identificar los diversos contextos en los que podía aparecer la variable: "número de dormitorios por vivienda" y de esta manera, reconocer el lugar que ocupa la misma en el cálculo de índices sociales, tales como el Indice de Hacinamiento (IH). Esto tiene su correlato con lo que plantea Gal (2019), en el sentido de que, cuando se utilizan datos en contexto, éste debe representar "una verdadera necesidad de saber" y para ello, es esencial entender el lugar que ocupa una determinada variable dentro del contexto.

Por otra parte, a partir de la respuesta brindada por la IA, los profesores sintieron la necesidad de ampliar la información y para ello, indagaron en artículos periodísticos y en organismos que miden la pobreza. Así, detectaron que el IH se utiliza junto a otros, como el Indice de Desarrollo Humano o la línea de pobreza, para identificar hogares con necesidades básicas insatisfechas. Todo ello, favoreció un proceso de alfabetización documental, que les permitió adentrarse en las complejidades de la medición de los indicadores sociales (Engel, 2019). Esta indagación, les permitió entender los procesos metodológicos que intervienen en el

cálculo del IH y, en consecuencia, interpretar la clasificación brindada por ChatGPT (Figura 2) e identificar la necesidad de disponer de una segunda variable asociada al IH: "número de personas por hogar".

Figura 2

Continuación del diálogo generado por el Grupo 1 con ChatGPT (extracto)



Este proceso de interpretación y contextualización, generó la necesidad de disponer de datos para hacer una exploración de la variable considerada inicialmente y del IH asociado a la misma. En este sentido, tenían dos posibilidades: la primera, consistía en buscar datos en organismos como el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC) y la segunda, era simular datos con ayuda de la IA (Figura 2). Si bien los datos del INDEC, les aportaban una visión real de la situación, ya que el IH es una variable que se monitorea todos los años a través de la Encuesta permanente de hogares (EPH), los profesores declararon que los

Índice

abrumaba la cantidad de información que contenía la base de datos y que por ello, preferían trabajar con una muestra "más manipulable". Este hecho aporta una evidencia más a los antecedentes que indican que los profesores sienten ansiedad ante el cúmulo de información estadística (Cabrera et al., 2024).

A partir de la muestra simulada por la IA, los profesores le solicitaron resúmenes que brindaran información sobre la distribución del IH según el tipo de vivienda (Casa o Departamento), a lo cual ChatGPT, les entregó los gráficos que se presentan en la Figura 3. En este punto, los profesores no estaban conformes con lo que brindaba la IA, porque querían representar las distribuciones de la variable cuantitativa "IH de cada hogar" y como se observa en la Figura 3, dos de las representaciones muestran las distribuciones de la variable IH categorizada (ver Figura 2) y el otro gráfico solo presenta las medias de los IH de cada grupo de viviendas (Casa – Departamento).

En este sentido, los profesores debatieron sobre la necesidad de disponer de resúmenes que les permitan distinguir si hay valores extremos y analizar la simetría y forma de las distribuciones, tanto del IH según tipo de vivienda, como del IH por hogar, del número de integrantes del hogar y del número de habitaciones por vivienda, de modo de argumentar sobre la confiabilidad de las medias representadas en el gráfico. Con dicho fin, luego de varios intentos de prompts que buscaban que la IA generara esos gráficos, decidieron construirlos usando Geogebra y CODAP (Tabla 2). Así, presentaron gráficos de caja, gráficos de puntos y distintas medidas estadísticas, lo cual les permitió hacer una comparación exhaustiva y fundamentada.

Figura 3

Gráficos generados por ChatGPT para la distribución del IH por tipo de vivienda

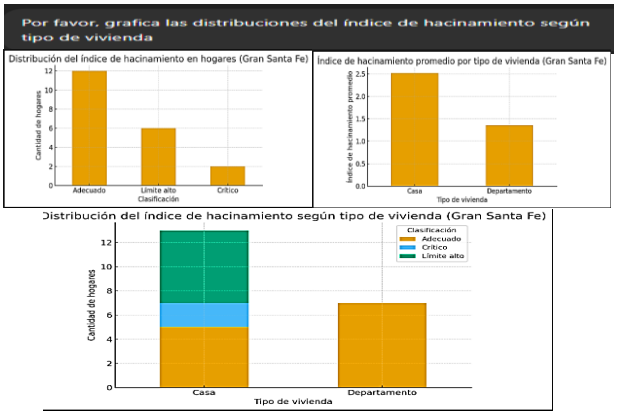


Tabla 2

Propuesta final presentada por el Grupo 1

Índice

Propuesta final de actividades	Informe presentado por los profesores
Diseño de una tarea para estudiantes de 15 a 17 años	A partir de la base de datos y de los gráficos generados por ChatGPT, cuyas variables están descritas en el Anexo de la tarea, responder a las siguientes preguntas, indicando en qué información o resumen te basas. Si es necesario construir resúmenes complementarios, realízalos usando la base de datos. ¿Se encuentran valores atípicos en las distribuciones del IH según si se vive en casa o en departamento? ¿Los promedios representados en el segundo gráfico de barras simples son representativos de esas distribuciones? ¿Por qué? ¿Qué resúmenes alternativos podrían aportar información que valide las respuestas brindadas? Comparando esos resúmenes con los gráficos realizados por ChatGPT, ¿cuáles te aportan información más completa? Si fueras el encargado de escribir un artículo para un medio digital y tuvieras que elegir solo dos resúmenes que fundamenten tu escrito, ¿cuál de ellos elegirías? Brinda fundamentos sobre tu elección. Si fueras un asesor de la Secretaría de urbanismo, ¿para qué piensas que podrían servirte los datos analizados?
Posibles soluciones	Se presentan otros análisis realizados a partir de la base de datos simulada usando otras tecnologías (GeoGebra y CODAP): gráficos de puntos, de caja y medidas estadísticas, comparando las distribuciones para casas y departamentos. Además, explican cómo esos análisis permitirían comprender los datos a partir de los que se calcula el IH.
Fundamentos sobre las decisiones tomadas	Consideramos que, las actividades planteadas habilitan el uso de nuevos conocimientos e ideas estadísticas, ya que los estudiantes deberán analizar, por ejemplo, el gráfico de barras que presenta los promedios, y a partir del mismo, podrían analizar la completitud de la información que presenta el mismo. En ese sentido, se puede generar la necesidad de obtener distribuciones de variables cuantitativas que les permitirá identificar si hay valores atípicos, su significado, entender la simetría o asimetría de la distribución, lo que le permitirá identificar en qué tipo de vivienda se observa más hacinamiento, además de identificar las viviendas que tienen esa característica y, si cruzan la información con la cantidad de integrantes en la vivienda, podrían tener una visión más completa de la situación.

Nota. Elaboración propia

Luego de diversos acercamientos al conocimiento contextual, documental y estadístico (Gal, 2019), los profesores reeditaron su propuesta inicial, ampliándola y profundizando en

Índice

aspectos tanto conceptuales como críticos, con lo cual resultó la propuesta que se presenta en la Tabla 2.

Con base en las discusiones transcurridas en esta experiencia y con la producción lograda (Tabla 2), es posible concluir que este grupo, logró llevar adelante un proceso reflexivo sobre su propia propuesta. El mismo surgió de la discusión con los pares y de reconocer distintos aspectos implicados en una tarea estadística contextualizada y que genera pensamiento crítico.

Así, además de los elementos de la alfabetización estadística identificados antes, se ve que en la propuesta definitiva, los profesores lograron relacionar esos elementos en procesos transnumerativos (Chick, 2005). Así, cuando identifican la necesidad de introducir variables complementarias en el análisis, reconocer los alcances y limitaciones de una variable categorizada y de otra medida cuantitativamente, lograron capturar las características de la situación real, no sólo de la medición de un indicador sino también de la utilidad y complejidad de la medición.

Por otro lado, cuando los profesores buscan alternativas a las representaciones que entregaba la IA, y se cuestionan sobre la completitud de la información representada en los gráficos de la Figura 3, muestran evidencias de pensamiento crítico, ya que es posible identificar que tienen un objetivo que va más allá del sentido estético y que busca disponer de evidencia que aporte claridad y robustez a sus argumentos. Por último, algunas de las preguntas que plantean a sus estudiantes (Tabla 2), permite evidenciar que los profesores han logrado darle significado a los datos y en consecuencia, aportaron objetividad no sólo a los juicios que ellos lograron hacer, sino también a la propuesta propiamente dicha.

CONCLUSIONES

La transnumeración constituye un contenido relevante para el marco argumental de un pensador crítico. Así, cuando estos procesos transnumerativos se inmiscuyen en contextos socio-políticos complejos, posibilitan un escenario educativo en el que, tanto estudiantes como profesores, pueden desarrollar habilidades tendientes a formar conciencia sobre la objetividad de los juicios.

La medición de constructos que no son observables directamente, requiere de un proceso de transnumeración que el profesor debe conocer y vivenciar para darle significatividad a sus propuestas.

Por último, los resultados aportados en este trabajo, brindan una evidencia más de que la colaboración entre profesores e investigadores tiene implicaciones de relevancia para el desarrollo profesional de los profesores y que es importante seguir reflexionando y promoviendo el trabajo colaborativo tendiente a la mejora de las propuestas didácticas tendientes a formar ciudadanos críticos.

Índice

Referencias

Araneo, J. (2024) *Concepciones de profesores de matemática sobre medidas estadísticas*. [Tesis de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática]. Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional Avellaneda.

Behar, R. (2018). Importancia del contexto en la formación del pensamiento y la cultura estadística. En I. Álvarez (Ed.), *Memorias del III Encuentro Colombiano de Educación Estocástica* (pp. 85–110). Asociación Colombiana de Educación Estocástica. http://acedest.org/2-encuentro/docs/Memorias_2ECEE.pdf

Cabrera, C. y Tauber, L. (2022). Imágenes de los profesores respecto a la Educación Estadística. En: J. Sagula; D. Agudo (Eds.), *III Simposio de Educación Matemática-Virtual*. EdUnLu.

Cabrera, G., Tauber, L., Gili, J, & Romero, D. (2022) La transnumeración como insumo del pensamiento crítico. En S. A. Peters, L. Zapata-Cardona, F. Bonafini, & A. Fan (Eds.), *Bridging the Gap: Empowering & Educating Today's Learners in Statistics*. *Proceedings of the 11th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS11 2022*). Rosario, Argentina. International Association for Statistical Education.

Cabrera, G., Tauber, L. & Pochulu, M. (2024) Ideas Fundamentales para el ejercicio de una docencia estadística crítica en la Universidad. (pp. 115–136). En: P. Martins, S. Silva Santos y G. Carlos Barbosa (eds*.): Processos estatísticos, combinatórios e probabilísticos*: *discussões teóricas e práticas*. Metrics. https://editorametrics.com.br/livro/processos-estatisticos-combinatorios-e-probabilisticos

Chick, H. L., Pfannkuch, M., y Watson, J. M. (2005). Transnumerative thinking: Finding and telling stories within data. *Curriculum Matters, 1*, 87–108.

Cohen, L. y Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa*. La Muralla.

Engel, J. (2019). Cultura estadística y sociedad. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística.* Universidad de Granada. https://digibug.ugr.es/handle/10481/55028

Gal, I., Nicholson, J. & Ridgway, J. (2022). A Conceptual Framework for Civic Statistics and Its Educational Applications. In: Ridgway, J. (eds) *Statistics for Empowerment and Social Engagement.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-20748-8_3

Greenwood, D. J. & Levin, M. (2000) Reconstructing the relationships between universities and society through action research. In: Denzin, N. K.; Lincoln, Y. S. (ed.). *Handbook for Qualitative Research*. Sage, p. 85-106.

Leavy, A. M. (2015) Looking at practice: revealing the knowledge demands of teaching data handling in the primary classroom. *Mathematics Education Research Journal, v. 27*, n. 3, p. 283-309.

Martínez C. & Zapata-Cardona, L. (2022). Formación inicial de profesores de estadística en una perspectiva crítica. En A. Salcedo y D. Díaz-Levicoy (Eds.), *Formación del Profesorado para Enseñar Estadística: Retos y Oportunidades* (pp. 367–384). Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística. Universidad Católica del Maule. https://portal.ucm.cl/content/uploads/2020/04/Formacion_del_profesorado_para_ensenar_estadistica_retos_y_oportunidades.pdf

Índice

Molina, M., Castro, E., Molina, J. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias, 29(*1), 75–87.

OpenAI. (2023). *ChatGPT (abril 25 versión) [Modelo de lenguaje]*. https://chat.openai.com/

Pfannkuch, M. & Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. En: D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 17–45). Springer.

Pinto-Sosa, J. (2022). Estadística con proyectos: una propuesta para la formación del profesorado. En A. Salcedo y D. Díaz-Levicoy (Eds.), *Formación del Profesorado para Enseñar Estadística: Retos y Oportunidades* (pp. 47–75). Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística. Universidad Católica del Maule. https://portal.ucm.cl/content/uploads/2020/04/Formacion_del_profesorado_para_ensenar_estadistica_retos_y_oportunidades.pdf

Souza, L., Lopes, C., & Pfannkuch, M. (2015). Collaborative professional development for statistics teaching: a case study of two middle-school mathematics teachers. *Statistics Education Research Journal, 14*(1), 112–134.

Tauber, L. M. (2021). Facetas de la Estadística Cívica Implícitas en una Experiencia de Enseñanza centrada en el Estudio de Indicadores Sociales. *PARADIGMA, 41*(e1), 89–117. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p89-117.id1019

Tauber, L. M., Redondo, Y., Santellán, S. & Cravero, M. (2022). Dimensiones del pensamiento estadístico asociadas a la exploración de índices sociales. Rosario: *11th International Conference on Teaching Statistics Proceedings*, 1–6. https://doi.org/10.52041/iase.icots11.T3A2

Tauber, L., Redondo, Y. & Santellán, S. (2019). Construcción del sentido estadístico en estudiantes universitarios de ciencias naturales. En R. Flores; D. García; I. Pérez-Vera (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 200–209). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1153626/Tauber2019Construccion.pdf

Tauber, L. & Santellán, S. (2022) Propuesta evaluativa orientada a la formación del pensamiento estadístico en futuros profesores de matemática. En A. Salcedo y D. Levicoy (Eds.*) Formación del profesorado para enseñar estadística: retos y oportunidades.* (265-286). Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística. Universidad Católica del Maule. https://portal.ucm.cl/content/uploads/2020/04/Formacion_del_profesorado_para_ensenar_estadistica_retos_y_oportunidades.pdf

Weiland, T. (2017). Problematizing statistical literacy: An intersection of critical and statistical literacies. *Educational Studies in Mathematics, 96*, pp.33–47. https://doi.org/10.1007/s10649-017- 9764-5

Wenger, E. (2001) *Comunidades de práctica: Aprendizaje, significado e identidad*. Paidós.

Zapata-Cardona, L. (2018). Enseñanza de la estadística desde una perspectiva crítica. *Yupana, (10)* 30-31. https://doi.org/10.14409/yu.v0i10

Zapata-Cardona, L. (2020) Colaboración entre profesores de estadística e investigadores: aportes al desarrollo profesional. *Bolema - Boletim de Educação Matemática, v. 34*, n. 68, p. 1285-1303. Doi: https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n68a21

Índice

INTEGRACIÓN DE LOS CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA Y DEL DISEÑO UNIVERSAL DEL APRENDIZAJE PARA ORGANIZAR LA REFLEXIÓN DEL PROFESORADO

VICENÇ FONT MOLL
Universitat de Barcelona, España

Abstract:

En esta conferencia se presenta primero el llamado problema del diseño instruccional (qué criterios hay que suministrar al profesorado para que estos diseñen, implementen y rediseñen secuencias de tareas cada vez mejores) así como diferentes soluciones a dicho problema. Después, dada la creciente relevancia de los temas de inclusión educativa a nivel internacional y que los currículos educativos han incorporado la necesidad de atender la diversidad del alumnado en el aula, se presenta, como una de las posibles soluciones al problema del diseño instruccional, una propuesta de integración de la pauta del Diseño Universal para el Aprendizaje y la de los Criterios de Idoneidad Didáctica para ser usada como herramienta para organizar la reflexión del profesorado. Para ello, primero, se realizó un análisis documental de la literatura sobre el DUA; segundo, se contrastó la pauta del DUA con la de los CID, relacionando los principios y puntos de verificación del DUA con los componentes e indicadores de los CID para diseñar una primera propuesta integradora entre ambos referentes; y tercero, se realizó una validación de expertos con investigadores conocedores de los CID para ajustar la pauta originalmente propuesta. Por último, se comenta la implementación de esta pauta en un curso de formación de futuros profesores de secundaria de matemáticas.

Criterios de idoneidad didáctica, diseño universal para el aprendizaje, reflexión docente, educación matemática

PROBLEMAS RELACIONADOS CON LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS

La formación matemática y didáctica de los docentes es un campo de investigación que requiere cada vez más atención tanto por parte de la comunidad internacional de investigadores en Educación Matemática (EM) como de las autoridades educativas de todo el mundo. Entre otras razones porque se considera que la calidad de la enseñanza de esta materia está muy relacionada con la formación del profesorado que la imparte. En esta conferencia me limitaré a señalar algunos de los problemas relacionados con la formación de profesorado de matemáticas. Entre otros, los siguientes:

1) El problema de la falta de conocimientos matemáticos del profesorado. Uno de los problemas importantes es que muchos de los profesores de matemáticas no tienen la

Índice

formación matemática adecuada para impartir esta materia. Históricamente este problema se presentaba en la formación de maestros y no tanto en la formación del profesorado de secundaria, pero últimamente, en algunos países, también se da en la formación del profesorado de secundaria.

2) El problema de la confusión generada en el profesorado por los documentos curriculares. Se observa en muchos países que el profesorado tiene dificultades para entender y aplicar las orientaciones de los documentos curriculares, lo cual puede estar relacionado con que algunos de los constructos contemplados en estos currículos no son lo suficientemente claros (por ejemplo, el constructo competencia) y, también, por la manera en que se elaboran estos documentos

3) Determinar cuáles son los conocimientos y competencias que necesita el profesor de matemáticas. En el diseño de los programas de formación del profesorado de Matemáticas, parece necesario utilizar un modelo de categorías de conocimientos y competencias que se consideran útiles para el desarrollo de la actividad profesional. Esta es la razón por la que, en la literatura sobre investigación sobre la formación del profesorado, encontramos diferentes propuestas de tales sistemas de categorías. Seguramente el problema de determinar qué conocimientos y competencias necesita el profesorado de matemáticas para enseñar esta materia sea el gran problema de la formación de este profesorado.

4) El cuarto problema, muy relacionado con el anterior, pero más acotado, es el llamado problema del diseño instruccional: qué criterios hay que suministrar al profesorado para que estos diseñen, implementen y rediseñen secuencias de tareas cada vez mejores.

EL PROBLEMA DEL DISEÑO INSTRUCCIONAL

Este cuarto problema es el que voy a tratar en esta conferencia. Este problema que lo podemos formular como: ¿Qué criterios hay que suministrar al profesorado para que estos diseñen, implementen y rediseñen secuencias de tareas cada vez mejores? Esta muy relacionado con otros problemas, aunque no son el mismo problema: 1) ¿Con qué criterios valorar la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas? 2) ¿Cuál es el papel de la teoría (en particular la generada por el área de EM) en la generación de estos criterios? A continuación, comentaremos tres posibles respuestas al problema del diseño instruccional:

1) Una primera respuesta a este problema sería la que aquí llamaremos positivista (objetivista, cientifista, etc.), que se podría formular de la siguiente manera: la investigación científica realizada en el área de la EM nos dirá cuáles son las causas que hay que modificar para obtener los efectos considerados como objetivos a conseguir. Se trata de utilizar la investigación empírica para informar y mejorar las prácticas pedagógicas en el aula. Este enfoque reconoce la importancia de aplicar métodos científicos para evaluar la efectividad

Índice

de diferentes estrategias de enseñanza y aprendizaje. Se trata de ofrecer al profesor prácticas <<que funcionan>> basadas en evidencias científicas.

Esta respuesta presenta el problema de que da por supuesto que está muy claro lo que es una evidencia científica en el área de EM, y el problema no está en la noción de evidencia, está en la noción de <<científica>>. Por tanto, es razonable preguntarnos qué es una evidencia científica en EM. En una escala de menos a más científica tenemos: Tipos de evidencias científicas: a) Informes de expertos; b) Estudios de casos; c) Estudios Experimentales Controlados: Estos estudios implican la asignación aleatoria de participantes a un grupo experimental que recibe una intervención y a un grupo de control que no la recibe. Por ejemplo, un estudio experimental podría evaluar el impacto de una determinada estrategia de instrucción en el rendimiento de los estudiantes en matemáticas. d) Meta-Análisis: Los meta-análisis son estudios que combinan los resultados de múltiples investigaciones sobre un tema específico para obtener una visión general de las conclusiones; e) Meta-Análisis de Meta-Análisis.

Esta perspectiva considera que la investigación realizada en el área de la EM y áreas afines nos dirá cuáles son los criterios que hay que tener en cuenta (causas) para obtener los efectos considerados como objetivos a conseguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje (aprendizaje eficaz). Dicho de otra manera, la investigación científica basada en evidencias ofrecerá a los profesores <<prácticas que funcionan>> ya que están avaladas por investigaciones realizadas, por ejemplo, con un grupo experimental y un grupo control, por meta-investigaciones sobre muchas de estas investigaciones y por meta investigaciones realizadas sobre éstas meta investigaciones.

Desde este punto de vista, la estrategia para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas deben ser de tipo arriba/abajo, por ejemplo, a partir de la producción de materiales curriculares realizados por expertos que aplican conocimiento científico y que permiten realizar prácticas que sabemos que funcionan porque están basadas en evidencias (o bien elaborados por los mismos profesores siguiendo estas prácticas que <<funcionan>>).

2) La respuesta de la administración: El profesorado tiene obligaciones que cumplir. Desde la perspectiva de la administración educativa, no importa como una determinada orientación, criterio o práctica ha llegado al currículo, lo que importa es que una vez está en el currículo se convierte en una obligación para el profesorado.

Estas dos respuestas sitúan al profesor en un ejecutor con poco margen de maniobra, como alguien que aplica prácticas que funcionan (ya que tenemos evidencias científicas) o bien cumple obligaciones curriculares.

3) Tercera respuesta: desarrollar la reflexión del profesorado a partir de criterios consensuales. Una tercera respuesta al problema instruccional, que es intermedia entre las

dos anteriores es la que considera que la solución pasa, en parte, por desarrollar la reflexión del profesor sobre criterios ampliamente consensuados y la autonomía del profesorado en su aplicación.

En esta última línea de respuestas al problema instruccional, que es intermedia entre las dos primeras, es la que considera que los criterios que deben guiar la reflexión y la autonomía del profesorado deben ser de tipo consensual. Se trata de consensuar criterios para orientar la práctica (que se consideran de calidad) útiles en dos momentos de los procesos de instrucción matemáticos. A priori, los criterios consensuados son principios que orienten "como se tienen que hacer las cosas". A posteriori, estos criterios sirven para valorar el proceso de instrucción efectivamente implementado. Esta tercera respuesta si bien tiene en cuenta la investigación científica y las obligaciones del profesor no se limita a su aplicación mecánica ya que empodera al profesorado para que en función del contexto y de su criterio de más o menos peso a un criterio o a otro.

El hecho de presentar las tres respuestas seguidas y separadas puede dar la sensación de que hay que optar por una de las tres, pero es mejor pensar en que las tres respuestas aparecen entremezcladas.

Algunos aspectos marginales del punto de vista positivista son asumibles por el punto de vista consensual, por ejemplo: a) Las prácticas que funcionan (con evidencia científica) se presentan al profesor como orientaciones a seguir (lo que se debe de hacer); b) Se reconoce un cierto papel al contexto donde el profesor debe aplicar estas prácticas y se le reconoce una cierta capacidad de decisión; c) Algunas de estas prácticas que funcionan (hay evidencia científica) fácilmente pueden llegar a conseguir un amplio consenso en toda la comunidad educativa (por ejemplo, proponer que el profesor realice una evaluación formativa o que tenga en cuenta los conocimientos previos).

Estructura de un ciclo formativo para explicar la solución entremezclada de las tres respuestas al problema del diseño instruccional

La figura 1 explica con más detalle porque hay que pensar en una mezcla de las tres respuestas al problema del diseño instruccional y no en tres respuestas separadas y diferentes. Para entenderla, explicaré la estructura de un ciclo formativo que hemos implementado en diferentes programas de formación. Para ello, supongamos que en lugar de una conferencia estuviésemos en un taller en el que (a) se propone a los participantes la lectura y análisis de episodios de clase para que hagan un análisis individual y grupal a partir de sus conocimientos previos y sin darles ninguna pauta. La puesta en común, plausiblemente, permite observar algunas regularidades, entre otras las siguientes: 1) se expresan comentarios en los que se pueden hallar aspectos de descripción y/o explicación y/o valoración; 2) las opiniones se pueden considerar evidencias de diferentes tipos de conocimientos; 3) Cuando

las opiniones tienen un componente valorativo importante, se pueden inferir criterios que, en su opinión, deben guiar la práctica del profesor.

b) El siguiente paso consiste en determinar si son valores individuales o más bien son morales, en el sentido de que son valores que la comunidad interesada en la EM está trasmitiendo a sus miembros (por ejemplo, a los futuros profesores). A partir de esta pregunta se llega a la conclusión de que, sobre todo, son criterios que gozan de un cierto consenso en la comunidad y que los participantes concuerdan con este consenso por su propia experiencia y formación o bien lo asumen sin casi discusión. En este caso, se habría comprobado el siguiente fenómeno: (1) El profesorado de matemáticas utiliza ciertos criterios sobre cómo deben implementarse las clases para que éstas sean de calidad, cada vez mejores, etc. (criterios que orientan la práctica); (2) Estos criterios son similares, incluso cuando los profesores son de distintos países, culturas, religiones, nivel educativo, etc. (gozan de un cierto consenso en una parte importante de la comunidad de educación matemática); (3) Estos criterios están relacionados con las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas (por tanto, tienen relación con los resultados y constructos teóricos generados en el área de la EM, las cuales están muy presentes en todos los ámbitos de formación del profesorado (nivel de difusión 2).

c) A continuación. Se dedicaría tiempo a explicitar dichas tendencias (Tendencia a incorporar nuevos tipos de contenidos matemáticos; Tendencia a la presentación de matemáticas contextualizadas; Tendencia de tipo metodológico hacia una enseñanza-aprendizaje activa (constructivista); Tendencia a la incorporación de las nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs); Tendencia a dar importancia a la enseñanza de los procesos matemáticos; Tendencia a considerar que Saber Matemáticas implica ser competente en su aplicación a contextos extramatemáticos; Tendencia a aceptar el principio de Equidad en la Educación Matemática Obligatoria; tendencia a presentar una enseñanza globalizada y/o interdisciplinaria; etc.).

d) El siguiente paso es preguntarse de dónde salen estas tendencias y la respuesta es que aparecen a partir de resultados obtenidos en el área de la EM (y en otras áreas); y que han conseguido un cierto consenso. Se podrían ejemplos de resultados hipotéticos que no obtendrían consenso (más bien rechazo) y otros que si lo conseguirían (nivel de difusión 1). También comentaríamos que normalmente los resultados científicos son historias pasadas (por ejemplo, se ha realizado una investigación que ha incorporado la modelización y se ha evidenciado como resultado una mayor competencia matemática de los participantes), pero cuando se convierten en tendencias, son historias futuras, ya que es lo que se le dice al profesorado que debe hacer en el futuro.

Índice

Figura 1

Tres propuestas entremezcladas al problema del diseño instruccional



Hay resultados que se discuten, hay resultados que se ignoran, hay resultados que van generando un cierto acuerdo

e) A continuación se haría un análisis de contenido de los documentos curriculares para observar que algunas de las tendencias comentadas en el punto c se han incorporado en el currículum, lo cual las hace más sostenible al convertirse en casi obligaciones que tiene el profesorado. Se pondría énfasis en que si bien la incorporación de las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas las hace más sostenibles (nivel de sostenibilidad 1), realmente no son sostenibles hasta que el profesorado las incorpora en sus creencias, conocimientos, valores, etc. (nivel de sostenibilidad 2)

f) Una vez observado el fenómeno anterior (punto b) en el cual se evidencia una relación entre los criterios que orientan la práctica del profesor (cuando ésta se orienta a la mejora) y los resultados y constructos teóricos de la EM, resulta pertinente preguntarse ¿cuál es (o debe ser) el papel de la EM en la generación de criterios que orienten la práctica del profesor? Se explicaría que la respuesta a esta pregunta depende de cuáles consideremos que son las demandas a las que tiene que dar respuesta la EM. Dicho de otra manera, tenemos que posicionarnos sobre si la EM tiene que dar respuesta a las dos demandas siguientes y en cómo debe hacerlo: Demanda 1: Comprender los procesos de enseñanza-aprendizaje de esta disciplina ("¿qué ha ocurrido aquí cómo y por qué?"); Demanda 2: Orientar cómo deben ser los procesos de enseñanza-aprendizaje de esta disciplina y, en particular, cómo mejorarlos ("¿qué se debe de hacer?", "¿qué se podría mejorar?"). La primera lleva a describir, interpretar y/o explicar los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina (ciencia básica / teoría). La segunda lleva a generar criterios para orientar cómo deben ser los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y cómo orientar su mejora (ciencia aplicada). Se trata de demandas diferentes pero relacionadas ya que, sin una comprensión de

Índice

los procesos de enseñanza-aprendizaje de una disciplina no es posible conseguir su mejora. También comentaríamos los diversos posicionamientos de los diferentes programas de investigación en EM sobre estas dos demandas.

g) A continuación, la problemática sobre cuál es (o debe ser) el papel de la EM en la generación de criterios que orienten la práctica del profesor se relaciona con lo que llamamos el problema del diseño instruccional y que formulamos de la siguiente manera: ¿Qué criterios usar para diseñar y rediseñar una unidad didáctica para que sea cada vez mejor? ¿Cómo debe ser una (buena) clase (secuencia de clases) de matemáticas? ¿Cuál es el papel de la EM en la generación de estos criterios? Se trata de preguntas relacionadas con cómo determinar la calidad de un proceso de instrucción. A continuación, comentaríamos las tres soluciones explicadas anteriormente (objetivista, la de la administración y la consensual) y nos centraríamos en la solución consensual.

Esta solución, si bien considera importante tener en cuenta a la comunidad científica del área de la EM, no cree que sea la única a tener en cuenta, ya que considera que lo que nos dice cómo guiar la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas debe emanar del discurso argumentativo de la comunidad educativa (comunidad científica, profesores, administración, padres de familia, etc.) cuando ésta busca conseguir un consenso sobre "lo que se puede considerar como mejor". Desde esta perspectiva hay que consensuar principios que pueden servir primero para guiar los procesos de instrucción de las matemáticas y, segundo, para valorar sus implementaciones.

h) De acuerdo con la perspectiva consensual, se propondría a los participantes en el taller establecer un consenso local (en el grupo) sobre los criterios a tener en cuenta para considerar un proceso de enseñanza y aprendizaje como bueno, de calidad, idóneo, mejor, etc. Por ejemplo, en un grupo en el que se siguieron todos estos pasos se acordó que el profesor después de implementar la clase se debía de hacer las siguientes preguntas: 1) ¿He enseñado unas matemáticas de calidad? 2) ¿Han aprendido los alumnos con las tareas propuestas? 3) ¿Los contenidos se corresponden con el currículo y son útiles para su inserción sociolaboral? 4) ¿Las tareas y su gestión promueven la implicación de los alumnos? 5) ¿He utilizado los recursos temporales y materiales, etc. adecuados? 6) ¿He realizado una gestión adecuada de la interacción que ha permitido resolver las dificultades de los alumnos?

i) El siguiente paso es comentar que, desde la EM, diferentes autores han realizados intentos para recopilar criterios para orientar la práctica del profesor para que ésta sea de calidad, óptima, etc. (Praetorius & Charalambous, 2018). Se trata de una recopilación de criterios que gozan de un amplio consenso en la EM. Uno de estos enfoques que ha trabajado en esta línea es el Enfoque Ontosemiótico desarrollando la noción de idoneidad didáctica (Breda et al., 2018a; Godino et al., 2023).

Índice

g) En el siguiente paso se explicaría la noción de idoneidad didáctica y los criterios de idoneidad didáctica (CID) (figura 4). Se trata de un constructo multidimensional que se descompone en seis criterios parciales (Breda, 2020; Breda, Pino-Fan y Font, 2017): 1) criterio de idoneidad epistémica, para valorar si las matemáticas que se enseñan son unas "buenas matemáticas"; 2) criterio de idoneidad cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de lo que saben los alumnos y, después del proceso, si los aprendizajes logrados se acercan a los que se pretendían enseñar; 3) criterio de idoneidad interaccional, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos; 4) criterio de idoneidad de medios, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción; 5) criterio de idoneidad emocional, para valorar la implicación (intereses y motivaciones) de los alumnos durante el proceso de instrucción; y, 6) criterio de idoneidad ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional, entre otros.

A continuación, se harían operativos los CID mediante su desglose en componentes e indicadores. Mediante diferentes tareas el grupo va acordando diferentes componentes e indicadores de los criterios, los cuales encajan fácilmente con los propuestos en Breda et al. (2017). Se trata de generar una rúbrica (con criterios, componentes e indicadores) para ayudar a los profesores en la valoración de su práctica y guiar su rediseño, pero que es muy diferente a las guías docentes cuyo propósito es ayudar a los maestros a dar forma a la instrucción y guiar su acción y toma de decisiones, en particular es muy diferente a las guías docentes para el profesor que acompañan a los libros de texto. De esta manera, cada CID se va desglosando en componentes e indicadores. En Breda et al. (2017) se presenta una rúbrica con indicadores para cada componente.

A continuación, se reflexionaría sobre los criterios acordados por los participantes y su relación con los CID. El hecho de que los participantes han usado implícitamente los CID antes de conocerlos permite refinar el fenómeno observado en b de la siguiente manera: 1) El profesorado de matemáticas utiliza ciertos criterios sobre cómo deben implementarse las clases para que éstas sean de calidad, cada vez mejores, etc. (criterios que orientan la práctica); 2) Estos criterios son similares, incluso cuando los profesores son de distintos países, culturas, religiones, nivel educativo, etc. (gozan de un cierto consenso en una parte importante de la comunidad matemática); 3) Estos criterios están relacionados con las tendencias actuales sobre la enseñanza de las matemáticas (por tanto, tienen relación con los resultados y constructos teóricos generados en el área de la EM).

El motivo por el cual los criterios de idoneidad didáctica se infieren en el discurso de los profesores, cuando estos tienen que justificar que sus propuestas representaban una mejora,

sin habérseles enseñado el uso de esta herramienta para guiar su reflexión, se puede explicar (Breda et al., 2018b) por los orígenes del constructo ya que estos criterios, sus componentes e indicadores se han seleccionado a partir de la condición de que debían de contar con un cierto consenso en el área de la EM, aunque fuese local. Por tanto, una explicación plausible de que los criterios, sus componentes e indicadores se puedan inferir en el discurso del profesor es que reflejan consensos sobre cómo debe ser una buena enseñanza de las matemáticas ampliamente asumidos en la comunidad de educadores matemáticos; y es plausible pensar que el uso implícito que hace el profesor de ellos se debe a su formación y experiencia previa, la cual le hace partícipe de dichos consensos. Ahora bien, otra explicación también plausible es que el profesor que utiliza estos criterios, al no haber participado en el proceso de generación de los consensos que los soportan, los asuma simplemente porque se le presentan como algo naturalizado e incuestionable.

Se terminaría este paso resaltando que: 1) el constructo CID pretende ofrecer al profesor una pauta para orientar el diseño y rediseño de su práctica docente, 2) ellos lo pueden usar como pauta para organizar su práctica, 3) los criterios de idoneidad se consideran como normas que son principios, en lugar de normas que son reglas. Se pondría el énfasis en este tercer aspecto, es decir, los criterios de idoneidad si bien son normas, no son reglas que operan de la manera todo o nada (se aplican o no se aplican, se siguen o no se siguen). De esta manera, la idoneidad se puede entender como la calidad relativizada y condicionada por el contexto y el juicio del profesor.

LOS VALORES Y PRINCIPIOS EN LA REFLEXIÓN DEL PROFESORADO

Las tendencias actuales, tanto en educación inicial como continua de profesores, destacan la importancia de profundizar en la reflexión docente sobre la práctica y en la argumentación subyacente como aspectos claves para el desarrollo profesional docente (Sol et al. 2025). Con el propósito de guiar la práctica docente y su reflexión para que sean de calidad, algunos autores han compilado diferentes criterios basados en los hallazgos de la investigación en didáctica de la matemática (por ejemplo, Hill et al., 2008; Praetorius y Charalambous, 2018; Prediger et al., 2022, Godino et al., 2023). En particular, el constructo Criterios de Idoneidad Didáctica (Breda et al., 2017; Breda et al., 2018a; Breda et al., 2018b) es un ejemplo de compilación de este tipo de criterios.

La reflexión del profesorado sobre su práctica organizada a partir de los CID, enfoca al profesorado a reflexionar sobre el criterio ecológico, en particular sobre los principios y valores que un país ha decidido enseñar a sus futuros ciudadanos y cómo tenerlos en cuenta en los procesos de instrucción matemática. En muchos países se han incorporado en los currículos valores y principios que se consideran positivos: por ejemplo, los objetivos de desarrollo sostenible, la perspectiva de género, la educación para la paz, el principio de

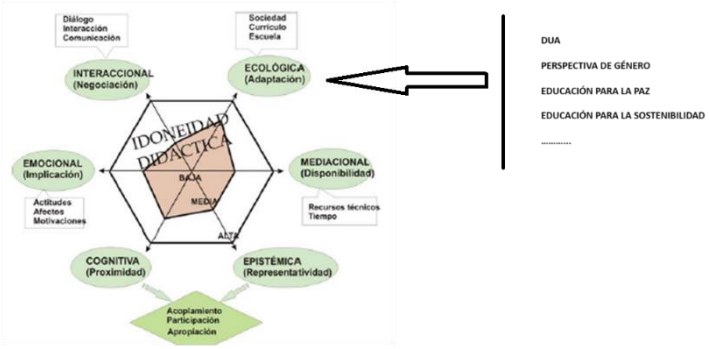
inclusión, en algunos casos incorporando como eje transversal el Diseño Universal del Aprendizaje, el principio del buen vivir en Ecuador, etc.

EL DISEÑO UNIVERSAL DE APRENDIZAJE EN LOS CURRÍCULUM

Los temas de inclusión educativa han ido ganando relevancia a nivel internacional recientemente, lo cual se ha manifestado en distintos desarrollos teóricos, prácticos, y curriculares (Cerna et al., 2021). La actual Ley de Educación en España de 2020 señala la necesidad de aplicar los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje para atender la diversidad del alumnado. En el caso del currículo de educación básica de Cataluña de 2022, se recoge este aspecto convirtiendo al Diseño Universal para el Aprendizaje en uno de los vectores curriculares, es decir, uno de los elementos transversales que deben guiar las decisiones educativas en el despliegue del currículo. En el caso de Chile, la Ley de Inclusión Escolar N° 20.845 de 2015 fortalece la educación inclusiva y prohíbe la discriminación arbitraria, lo que impulsa la adopción de enfoques pedagógicos flexibles como el DUA y en el Decreto 83/2015 se introduce oficialmente el DUA en el sistema educativo chileno.

Figura 2

Criterios de Idoneidad Didáctica



De esta manera, también surge la demanda de que los programas de formación docente – tanto inicial como continua – desarrollen la enseñanza inclusiva como parte de las competencias profesionales del profesorado (UNESCO, 2015), donde la incorporación de los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje para que los profesores puedan aplicarlos en el aula es una de las estrategias para el desarrollo de esta competencia (Alba-Pastor, 2018). El DUA es un modelo que facilita el marco de referencia para la creación de contextos de aprendizaje en los cuales se proporcionan múltiples maneras de presentar la información, múltiples maneras de acción y representación y múltiples maneras de comprometer. El aspecto universal del DUA no quiere decir una solución para todo el mundo, sino que plantea la necesidad de diseñar, desde el principio, actividades, tareas y contenidos flexibles y personalizados según la realidad de cada aula.

Índice

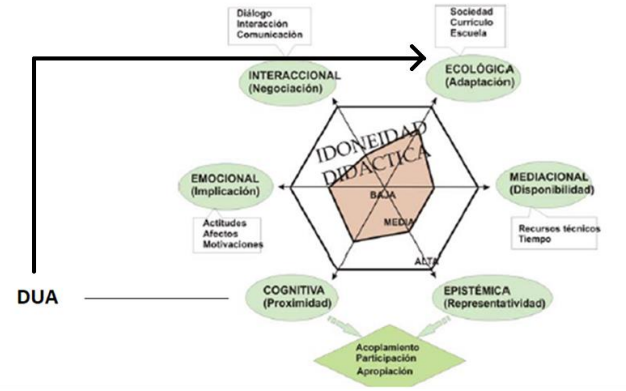
Con relación al DUA conviene separar lo que es una evidencia científica y lo que se puede considerar un principio o valor ideológico. Las personas somos diferentes en la manera en que gestionamos, contextualizamos y expresamos (evidencia científica) y. por eso, necesitamos multiplicidad de opciones porque todo el mundo pueda encontrar su vía de aprendizaje (principio).

Este gran principio del DUA se concreta en los llamados principios clave: 1) Representación: Proporcionar información de varias maneras porque todos los estudiantes puedan acceder a ella. Esto puede incluir texto, imágenes, audio, video, gráficos, entre otros; 2) Acción y expresión: Ofrecer a los estudiantes diversas formas de demostrar aquello que han aprendido. Algunos estudiantes pueden #expresar mejor a través de la escritura, mientras que otros pueden preferir presentaciones orales, proyectos visuales, dramatizaciones, entre otras formas; 3) Participación y compromiso: Proporcionar oportunidades diversas porque los estudiantes se involucren y participen activamente en el proceso de aprendizaje. Esto puede implicar actividades colaborativas, debates, juegos de rol, entre otros.

La investigación que da soporte al DUA se puede dividir en cuatro categorías: 1) La investigación fundacional sobre el DUA (evidencia científica); 2) La investigación que parte de asumir el principio general del DUA de que el Sistema Educativo permita multiplicidad de opciones de manera que todo el mundo pueda encontrar su vía de aprendizaje, la cual, a su vez, se puede dividir en: a) la investigación sobre los principios, pautas, puntos de verificación, etc. del DUA; La investigación sobre prácticas prometedores que permiten aplicar el DUA; La investigación sobre la implementación del DUA en diferentes contextos.

Figura 3

DUA y Criterios de Idoneidad Didáctica



Como todos los planteamientos basados en principios, en el DUA se hace un desglose en subprincipios, pautas y puntos de verificación para obtener una pauta que sea operativa. Por ejemplo, la figura 4. Dicho desglose, si lo comparamos con los CID (figura 5), vemos que se

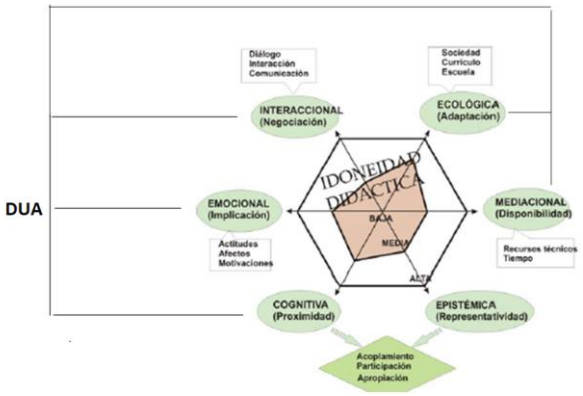
Índice

solapan con componentes e indicadores de todos los criterios si exceptuamos el criterio de idoneidad epistémico, lo cual es comprensible si se piensa que el DUA está pensado para cualquier materia

Figura 4 y 5.

Ejemplo de pautas y puntos de verificación y su relación con los CID

Pautas	Puntos de verificación
Principio I: Proporcionar múltiples medios de representación (el qué del aprendizaje)	
Pauta 1: Proporcionar diferentes opciones para la percepción	1.1. Ofrecer opciones que permitan la personalización en la presentación de la información
	1.2. Ofrecer alternativas para la información auditiva
	1.3. Ofrecer alternativas para la información visual
Pauta 2: Proporcionar múltiples opciones para el lenguaje, las expresiones matemáticas y los símbolos	2.1. Clarificar el vocabulario y los símbolos
	2.2. Clarificar la sintaxis y la estructura
	2.3. Facilitar la decodificación de textos, notaciones matemáticas y símbolos
	2.4. Promover la comprensión entre diferentes idiomas
	2.5. Ilustrar a través de múltiples medios



Este solapamiento permite la integración del DUA con los CID para generar una pauta que sirva para organizar la reflexión del profesorado de matemáticas cuando esta se orienta a la mejora (Sánchez et al. 2025). Para ello, primero, se realizó un análisis documental de la literatura sobre el DUA; segundo, se contrastó la pauta del DUA con la de los CID, relacionando los principios y puntos de verificación del DUA con los componentes e indicadores de los CID para diseñar una primera propuesta integradora entre ambos referentes; y tercero, se realizó una validación de expertos con investigadores conocedores de los CID para ajustar la pauta originalmente propuesta. En las figuras que siguen se presenta esta pauta integrada que se enseñó a los futuros profesores de matemáticas de secundaria en España en el curso 2024-2025 como herramienta para organizar su reflexión sobre la práctica. Lo que no está en negrita es de la pauta de los CID enseñada en cursos anteriores y lo que está en negrita son cambios debidos a la integración del DUA:

Tabla 1.

Componentes e indicadores del criterio cognitivo integrando el DUA.

Componentes Indicadores	
Errores	No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático.
Ambigüedades	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al

	nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).
Representatividad de la complejidad de la noción a enseñar	Los significados parciales definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo. Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar. Para uno (o varios significados parciales), se propone una muestra representativa de problemas. Para uno (o varios significados parciales), se hace uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico…), y de tratamientos y conversiones entre los mismos.

Tabla 2.

Componentes e indicadores del criterio cognitivo integrando el DUA

Componentes Indicadores	
Conocimientos previos	– Los estudiantes tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio) y estos conocimientos previos son activados cuando son necesarios. – Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad razonable) en sus diversos componentes.
Consideración de las diferencias individuales 1	– Se proporcionan soportes para los estudiantes que los necesiten y un mayor grado de libertad para los estudiantes que puedan hacer la tarea de manera independiente (por ejemplo, plantear retos que permitan diferentes niveles de éxito; proporcionar actividades de ampliación y de refuerzo, y más o menos guiadas; usar mapas conceptuales; proporcionar plantillas para tomar apuntes). 2 – Impulsar la colaboración y la comunicación mediante grupos heterogéneos.
Aprendizaje	– Los diversos modos de evaluación muestran la apropiación de los conocimientos/competencias pretendidas o implementadas (evidencias de aprendizaje). – Se consideran diferentes tipos de evaluación de los aprendizajes (inicial, formativa, formadora, y sumativa). – Se proporcionan instrumentos a los estudiantes para autoevaluarse.

Índice

	– Se facilitan diferentes modos de expresión para evidenciar sus aprendizajes.
Alta demanda cognitiva para favorecer una comprensión significativa	– Se activan procesos cognitivos relevantes (generalización, conexiones intra-matemáticas, cambios de representación, conjeturas, etc.). – Se promueven procesos metacognitivos que facilitan la autorregulación.

Tabla 3.

Componentes e indicadores del criterio interaccional integrando el DUA

Componentes	Indicadores
Interacción docente-discente	– El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.). – Se reconocen y resuelven los conflictos de significado de los estudiantes (se interpretan correctamente los silencios de los estudiantes, sus expresiones faciales, sus preguntas, se hace un juego adecuado de preguntas y respuestas, etc.). – Se busca llegar a consensos con base en el mejor argumento. – Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los estudiantes. – Se facilita la inclusión de los estudiantes en la dinámica de la clase y no la exclusión.
Interacción entre discentes	– Se favorece el diálogo y la comunicación entre los estudiantes (por ejemplo, tutoría entre iguales). – Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión. – En el trabajo en grupo, se establecen claramente los objetivos, roles, responsabilidades, y normas.
Autonomía	– Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación, y validación). – Se ofrece un apoyo gradual que permita avanzar a cada estudiante en el desarrollo de sus competencias, definir objetivos, y desarrollar estrategias para conseguirlos.
Evaluación formativa	– Observación sistemática del progreso cognitivo de los estudiantes. – Se ofrece regularmente una retroalimentación del progreso que sea informativa, accesible, y explícita para los estudiantes, destacando el esfuerzo y la perseverancia.

Índice

Tabla 4.

Componentes e indicadores del criterio mediacional integrando el DUA.

Componentes	Indicadores
Recursos materiales (manipulativos, calculado-ras, ordenadores, textos y hojas de trabajo)	– Uso de materiales manipulativos e informáticos que permitan introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, y argumentos adaptados al significado pretendido. – Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones. – Los materiales son accesibles (uso de colores y fuentes recomendadas, asistentes para la creación de tablas de contenidos que permitan una navegabilidad práctica y la descripción de imágenes, traductores automáticos, etc.). –Se usan diferentes canales de información.
Número de estudiantes, horario y condiciones del aula	– El número y la distribución de los estudiantes permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. – El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones en la última hora). – El aula y la distribución de los estudiantes es adecuada para el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje pretendido.
Tiempo (de la enseñanza colectiva/tutorización, tiempo de aprendizaje)	– Adecuación de los significados pretendidos/implementados al tiempo disponible (presencial y no presencial). – Inversión del tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema. – Inversión del tiempo en los contenidos que presentan más dificultad y se flexibilizan los plazos para cumplir con las tareas cuando sea necesario.

Tabla 5.

Componentes e indicadores del criterio afectivo integrando el DUA.

Componentes	Indicadores
Intereses y necesidades	– Selección de tareas de interés para los estudiantes. – Proposición de situaciones que permitan valorar la utilidad de la matemática en la vida cotidiana y profesional.
Actitudes	– Promoción de la implicación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc., reconociendo explícitamente el esfuerzo. – Se reducen las distracciones. – Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	– Promoción de la autoestima, evitando el rechazo, fobia, o miedo a la matemática. – Se resaltan las cualidades de estética y precisión de la matemática

Índice

Tabla 6.

Componentes e indicadores del criterio ecológico

Componentes	Indicadores
Adaptación al currículo	– Los contenidos, su implementación y evaluación, se corresponden con las directrices curriculares.
Conexiones intra- e interdisciplinarias	– Los contenidos se relacionan con otros contenidos matemáticos (conexión de matemáticas avanzadas con la matemática del currículo y conexión entre diferentes contenidos matemáticos contemplados en el currículo), o bien, con contenidos de otras disciplinas (contexto extra-matemático o con contenidos de otras asignaturas de la etapa educativa).
Utilidad sociolaboral	– Los contenidos son útiles para le inserción sociolaboral.
Innovación didáctica	– Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva (introducción de nuevos contenidos, recursos tecnológicos, formas de evaluación, organización del aula, etc.).

Nota. Elaboración propia

Referencias

Alba-Pastor, C. (Coord.). (2018). Diseño Universal para el Aprendizaje: *Educación para Todos y Prácticas de Enseñanza Inclusivas* (2ª ed.). Ediciones Morata.

Breda, A. (2020). Características del análisis didáctico realizado por profesores para justificar la mejora en la enseñanza de las matemáticas. *Bolema, 34*(66), 69–88. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a04

Breda, A., Font, V., Lima, V. M. R., & Pereira, M. V. (2018a). Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. *Transformación*, 14(2), 162 -176.

Breda, A., Font, V., y Pino-Fan, L. (2018b). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: El caso del constructo idoneidad didáctica. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, 32*(60), 255–278. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13

Breda, A., Pino-Fan, L., y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 13*(6), 1893–1918. https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a

Cerna, L., Mezzanotte, C., Rutigliano, A., Brussino, O., Santiago, P., Borgonovi, F., y Guthrie, C. (2021). *Promoting inclusive education for diverse societies: A conceptual framework* (OECD Education Working Paper No. 260). https://one.oecd.org/docu-ment/EDU/WKP(2021)17/en/pdf

Índice

Godino, J. D., Batanero, C., y Burgos, M. (2023). Theory of didactical suitability: An enlarged view of the quality of mathematics instruction. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 19*(6), Artícle e2270. https://doi.org/10.29333/ejmste/13187

Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., y Ball, D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: an exploratory study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430–511. https://doi.org/10.1080/07370000802177235

Praetorius, A.-K., y Charalambous, C. Y. (2018). Classroom observation frameworks for studying instructional quality: Looking back and looking forwards. *ZDM – Mathematics Education, 50*(3), 535–553. https://doi.org/10.1007/s11858-018-0946-0

Prediger, S., Götze, D., Holzäpfel, L., Rösken-Winter, B., y Selter, C. (2022) Five principles for high-quality mathematics teaching: Combining normative, epistemological, empirical, and pragmatic perspectives for specifying the content of professional development. *Frontiers in Education, 7*, Artículo 969212. https://doi.org/10.3389/feduc.2022.969212

Sánchez, A., Ledezma, C., & Font, V. (2025). A proposal of integration of universal design for learning and didactic suitability criteria. *Education Sciences*, *15*(7), 909. https://doi.org/10.3390/educsci15070909

Sol, T., Ledezma, C., Sánchez, A. & Font, V. (2025). Teachers' Practical Argumentation on the Teaching of the Pythagorean Theorem. *International Journal of Science and Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/s10763-025-10591-6

UNESCO. (2015). *La Educación para Todos, 2000–2015: Logros y Desafíos*. https://doi.org/10.54676/GNXA7156

Índice

SITUACIONES DIDÁCTICAS PARA PROVOCAR UN TRABAJO MATEMÁTICO ORIGINAL EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS: UN POTENCIAL PARA DESARROLLAR CONOCIMIENTOS CRUCIALES

LAURENT VIVIER
Université Paris Cité, LDAR, Francia

Abstract:

Se propone una reflexión sobre la elaboración de situaciones originales para los profesores de matemáticas. El objetivo de estas situaciones es desarrollar conocimientos que son importantes para su labor docente, pero poco trabajados en su formación. Me focalizo sobre los orígenes de las situaciones, que, a su vez, se inscriben en investigaciones de varios años y, también, sobre el tipo de conocimientos que ponen en juego. Se presentan tres temas matemáticos que tienen un potencial para el diseño de situaciones didácticas: (1) la discrepancia entre lo denso de Q y lo continuo de R para la construcción de las funciones exponenciales; (2) el cuerpo de los números racionales en escritura decimal; (3) los números en base seis. Las dos primeras investigaciones se encuentran actualmente en desarrollo, mientras que la tercera será la que se presentará en detalle durante la exposición.

Situación didáctica, formación de docentes, ingeniería didáctica, base seis

INTRODUCCIÓN

En Didáctica de la Matemática se desarrollan investigaciones con experimentaciones prolongadas que persiguen diversos objetivos. Puede tratarse de la elaboración praxeológica en un REI en la TAD, la aparición de un nuevo conocimiento con las situaciones fundamentales de la TSD, o incluso el diseño específico de una situación para tratar una cuestión de investigación.

En las situaciones prolongadas que voy a presentar, el objetivo es otro. Se trata más bien de provocar un trabajo original que vaya en contra del discurso común o del trabajo tradicional. Mi primera investigación en didáctica (Vivier, 2008) versaba sobre los conjuntos de números y retomaba esta idea de una «doxa» que hay que identificar para buscar otras formas de hacer o de pensar. De hecho, retomé esta idea de doxa en mi HDR en 2015.

El germen de las situaciones suele provenir de ideas matemáticas surgidas de colaboraciones o debates más o menos formales, de la investigación, de la historia, del contacto con otras culturas, entre otras. Estas ideas cuestionan los prejuicios y estereotipos que yo mismo tengo inevitablemente. Entonces hay que realizar un trabajo específico, a menudo matemático, antes de poder explorar su potencial en la didáctica de las matemáticas.

Índice

El interés de estas situaciones no radica únicamente en provocar un trabajo original. Por supuesto, esto siempre es interesante, pero el potencial es mayor, ya que permite el desarrollo de conocimientos cruciales, especialmente en la formación del profesorado. Sin necesidad de impartir un curso completo de matemáticas sobre un tema determinado, estas situaciones permiten comprender los retos y las dificultades, a menudo implícitos, a los que se enfrentan o se enfrentarán los profesores en la enseñanza. Por lo general, no tendrán que enseñar los conceptos tal y como aparecen en la situación, pero estos les permitirán dominar mejor determinadas secuencias de enseñanza.

El origen de estas situaciones es largo, con interrupciones y reanudaciones. Se han realizado varias experimentaciones, más o menos dirigidos, con análisis y presentación de los resultados a la comunidad didáctica, que a menudo hay que realizar ajustes a las situaciones y nuevamente probar las modificaciones. El marco general metodológico es la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1988) con el fin de avanzar hacia una situación sólida que permita alcanzar las expectativas. Los análisis se realizan con teorías de la didáctica de las matemáticas. En mi caso, utilizo principalmente la teoría de los Espacios de Trabajo Matemático (Kuzniak, Montoya-Delgadillo y Richard, 2022), pues ofrece un marco robusto para caracterizar el trabajo matemático en sus distintas dimensiones, constituyendo un soporte que permite identificar y reflexionar sobre momentos claves de las situaciones estudiadas.

En una primera parte presentaré brevemente la teoría de los ETM. A continuación, expondré las líneas generales de dos situaciones en distintas etapas de avance y, finalmente, desarrollaré con mayor detalle una situación que considero satisfactoria. El propósito no es profundizar en el origen de las situaciones, sino ofrecer un balance de su evolución.

LA TEORÍA DE LOS ESPACIOS DE TRABAJO MATEMÁTICOS

La teoría Espacios de Trabajo Matemático (ETM) se interesa por el estudio del trabajo matemático (Kuzniak, Montoya-Delgadillo y Richard, 2022). La teoría modeliza estos ETM mediante tres componentes de naturaleza epistemológica y tres procesos cognitivos que se relacionan mediante tres génesis: la semiótica, la instrumental y la discursiva.

La génesis semiótica confiere a los signos (representamen) su estatuto de objetos matemáticos operativos que se puede visualizar. La génesis instrumental operacionaliza los artefactos, materiales, software, artefacto simbólico[1], para su uso en el proceso de construcción. La génesis discursiva da sentido a definiciones, teoremas y propiedades (referencial) en el proceso de prueba.

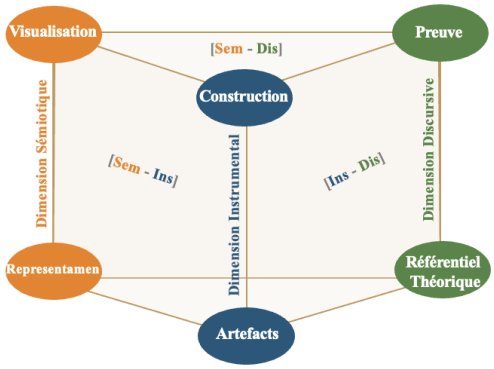
[1] Un artefacto simbólico es una rutina o un algoritmo que se utiliza de manera instrumental. Por ejemplo la técnica de suma de números naturales, la técnica para derivar polinomios, etc.

Frecuentemente, el trabajo matemático muestra una activación simultánea y en simbiosis de dos génesis. Por eso, en la teoría se definen los planos *verticales* [Sem-Ins], [Ins-Dis] y [Sem-Dis].

La figura 1 proporciona una representación visual de esta esta organización, ofreciendo una visión global que ayuda a reflexionar en el marco de esta teoría.

Figura 1

El diagrama de los ETM (Peteers, Segura, Vivier, 2024).



LAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y EL CONTINUO DE R

Origen de la situación

Retomada recientemente, esta situación ha progresado y se ha perfeccionado de manera significativa. Basada en un trabajo sobre la exponencial (Kuzniak et al., 2017), la propuesta busca definir las funciones exponenciales a partir de la propiedad de morfismo y de su valor en 1, sin suponer de antemano ninguna regularidad. Con un trabajo esencialmente semiótico-instrumental permite definir efectivamente las funciones exponenciales en **Z** y luego en **Q**. En este trabajo, la fórmula $f(x+y)=f(x)f(y)$ se convierte en un artefacto simbólico operativo. Sin embargo, el paso a **R** no es algebraico y este trabajo ya no es posible, lo que impone un cambio hacia un trabajo de naturaleza más discursivo. Entonces se comprende que lo que ocurre en **Q** es un mundo totalmente diferente de lo que ocurre en, digamos, $\sqrt{2}$**Q**. La hermosa regularidad de la exponencial en **Q** desaparece para dar paso a un caos en el que las funciones tienen una gráfica densa. Esto permite visualizar una diferencia entre la densidad de **Q** y, si no la continuidad de **R**, al menos lo que se puede considerar un primer paso hacia la continuidad de **R** (Durand-Guerrier, Montoya Delgadillo y Vivier, 2019).

La siguiente fase de la investigación, actualmente en desarrollo y en colaboración con Montoya Delgadillo, busca construir las funciones exponenciales explicando los conceptos relacionados con la completitud de **R**, basándose en la topología del orden que, según (Durand-Guerrier, Saby y Planchon, 2025), se utiliza muy poco. La idea es llegar a considerar

y articular diferentes definiciones de las funciones exponenciales y los logaritmos identificando la importancia matemática de la base e.

Conocimientos cruciales de la situación

La situación persigue dos objetivos: (1) definir las funciones exponenciales (y los logaritmos) sin suponer de antemano una regularidad que oculte la diferencia entre las funciones algebraicas y las funciones trascendentes; (2) explicitar las naturalezas topológicas muy diferentes de **Q** y **R**, lo cual es necesario para el análisis. Estos dos objetivos están desarrollados en la situación. Además, son importantes para los profesores, aunque no tengan que enseñarlos, para que sean conscientes de toda una parte compleja de las matemáticas que en los planes de estudio se ocultan o invisibilizan. Sin llegar a dominar las nociones matemáticas en juego, la situación permite abrir una puerta al mundo matemático más allá de una aparente simplicidad. Esto puede ayudarles a evitar dar una imagen simplista de las matemáticas, así como también, a identificar ciertos malentendidos con los alumnos (Derouet et al., 2016).

LOS RACIONALES EN NOTACIÓN DECIMAL

Origen de la situación

A raíz de una investigación sobre los períodos de los racionales en base Fibonacci (Rittaud & Vivier, 2012a), decidimos extraer las ideas principales de este trabajo para tratar los racionales en un sistema de numeración posicional habitual. El resultado es una construcción del cuerpo **Q** únicamente a partir de escrituras decimales periódicas (Rittaud & Vivier, 2024). En particular, se define la suma y la multiplicación de dos racionales, así como entre dos períodos. Estamos desarrollando todo un ETM alternativo sobre los números racionales que permite diferenciarse de la idea de que un racional es una fracción.

Retomamos en particular la cuestión, trabajada en numerosas ocasiones en didáctica, de la comparación entre 0,999... (infinito de 9) y 1. La identificamos, no como una característica o emblema del paso a **R**, sino más bien como una entrada en el cuerpo **Q**. De hecho, la identificación es necesaria para tener una suma interesante en **Q** o, más precisamente, para poder definir una resta en él. Aquí existe una oposición entre la visualización de 0,999..., que es inferior a 1 según los conocimientos previos, y la necesidad discursiva de desarrollar un corpus matemático sobre los números racionales. Cabe señalar, además, que matemáticamente tener una secuencia infinita de 9 es más interesantes que tratar una secuencia infinita de 0 (Rittaud & Vivier, 2012b).

Se han llevado a cabo varios experimentos. El interés radica en poder trabajar con escrituras decimales periódicas, comprender la necesidad de identificar[2] 0,999… y 1, y luego poder comprender mejor el paso a **R** con escrituras decimales ilimitadas (o idecimales de Bronner, 2008).

Por el momento, el desarrollo de una situación se encuentra detenida. Por un lado, si la suma es sencilla, la multiplicación es compleja y resulta difícil pensar en hacer trabajar a los profesores en esta operación. Además, se necesitaría una idea aún a desarrollar para poder avanzar hacia los números reales.

Conocimientos cruciales

Se propone una reflexión sobre las representaciones, los tratamientos y las conversiones de los números racionales para los profesores de secundaria. Esto coincide con el punto de vista de Duval (2006), quien señala la necesidad de tener dos representaciones diferentes de un mismo objeto matemático para no confundir el objeto con su representación. Retomo esta afirmación de Duval y la amplío para plantear la necesidad de disponer de dos representaciones *numéricas* de naturaleza diferente para los números, con tratamientos autónomos en cada uno de los dos registros.

Finalmente, podemos separar el objeto número racional de su representación en fracción (que no es unívoca) y obtener una representación en escritura decimal con la que podemos realizar los mismos tratamientos, con una posible elección en función del tratamiento que se desee realizar. Disponemos de dos ETM diferentes por los números racionales, en fracción y en escritura decimal, que podemos conectar.

Por otro lado, también se dispone de una apertura hacia los desarrollos infinitos y, por consiguiente, hacia los números reales en su generalidad, lo que permite comprender en profundidad la necesidad de identificar 0,999... y 1 sin proponer una demostración a posteriori que no convence a los alumnos (Njomgang Ngansop y Durand-Guerrier, 2014; Mena et al., 2014). Se trata de una necesidad en la construcción de las matemáticas para poder simplificar una relación, es decir, para tener una resta con las propiedades habituales. La situación es muy similar a la igualdad (-1)×(-1)=1 en la extensión de **N** a **Z**: es una necesidad si se quiere una estructura matemática interesante y conservar las propiedades algebraicas de tratamiento en **N**. Esto se puede mostrar a los alumnos y, por tanto, a los profesores que no son conscientes de ello. Lo que está en juego es la imagen de las

[2] En general, se da una demostración que, implícitamente, ya supone la identificación. Por ejemplo, al calcular 10×0,999 – 0,999, se supone la existencia de una resta en el conjunto de las escrituras decimales periódicas (cuando ese es el punto crucial) o también con 1/9=0,111… y multiplicando por 9, donde ya se han identificado, de hecho, los dos tipos de escrituras (por lo que ya estamos en **Q**).

matemáticas, para poder entrar en los mecanismos de una construcción necesaria y no como un edificio ya existente.

LA SITUACIÓN DE LA BASE SEIS

Origen de la situación

En la formación inicial de los futuros profesores de primaria, muy a menudo se propone trabajar con números en bases distintas al sistema decimal. El objetivo es concientizar sobre el carácter artificial del sistema decimal en matemáticas y distinguir el número de su representación numérica habitual. Aquí retomamos un trabajo desarrollado durante 15 años (Nikolantonakis, Peteers & Vivier, 2025) sobre este tema que ha dado lugar a la elaboración de una situación ambiciosa y robusta.

Mi investigación comenzó con dos experimentaciones en 2009 y 2010 (Nikolantonakis y Vivier, 2009, 2010), para identificar los conocimientos de los estudiantes y sus dificultades, sin intervenir en la formación. Esta se limitaba a unas pocas horas de formación, a trabajar la codificación, el aspecto ordinal, la conversión entre dos bases, una de las cuales es muy a menudo la base diez, así como algunas operaciones sencillas. La investigación se centró así en cinco tareas que retomaban los temas abordados, como la solicitud de un sucesor o de paridad en una base dada.

En términos teóricos, era evidente que los estudiantes realizaban un trabajo esencialmente en el plano [Sem-Ins], a menudo con una conversión a la base diez para su procesamiento (sin problemas) y luego una reconversión a la base inicial. A falta de desarrollo de ETM en bases distintas de la diez, los algoritmos de conversión y reconversión se basan únicamente en cálculos en base diez, lo que refuerza el peso de esta última. La génesis discursiva tenía dificultades para emerger y, finalmente, ¿eran números estas nuevas escrituras numéricas? ¿reforzaba este trabajo la identificación entre un número y su escritura en base diez?

Los cuestionamientos anteriores y la introducción de las ideas de Tempier (2013) y Chambris (2010) permitieron un desarrollo que se centró, a escala de una sesión (3 horas), en una base única (siete y luego seis), prohibiendo el uso de la base diez (Nikolantonakis & Vivier, 2016). Entre 2013 y 2017 se llevaron a cabo varias experimentaciones. Se partió con semiótica de los aspectos ordinales para luego relacionarlos con los aspectos cardinales y las unidades de numeración. Las sumas también se introdujeron mediante la unión de dos colecciones, lo que condujo naturalmente a una técnica establecida. La intención era claramente construir un ETM de los números, pero, al limitarse a una sola sesión, el ETM idóneo no podía alcanzar el objetivo de la formación. Era una forma de enriquecer la formación añadiendo al trabajo matemático la necesidad de la dimensión discursiva, al tiempo que se mostraba el carácter autónomo de los tratamientos en una base numérica, sin necesidad de conversión a la base

diez. Las preguntas sobre la numeración oral surgieron al final de la sesión, pero no se trataron porque la formación se limitaba a una sola sesión.

El trabajo sigue siendo, sin embargo, muy semiótico, con algunos artefactos simbólicos como la tabla de la sucesión numérica con la que se inició el trabajo. El entorno que se ofrece a los estudiantes sigue siendo pobre, con preguntas que solo se refieren al recuento, las sumas o a los cambios de representación, y únicamente en papel.

En el año 2018 se marca un cambio importante con un intento de trabajar con las cuatro operaciones, de explorar otras partes de las matemáticas, como la aritmética, los números racionales (fracciones y números decimales) y reales (raíces cuadradas y pi), en particular mediante un trabajo de medición de magnitudes y el uso del teorema de Pitágoras. Se pide también nuevas palabras en base seis, como para la numeración oral o las unidades de medidas. El resultado superó nuestras expectativas y demuestra que es posible realizar un trabajo mucho más ambicioso, que abarca la mayor parte de los conocimientos matemáticos exigidos a los profesores de primaria (Braconne-Michoux, Nikolantonakis y Vivier, 2019). De esta investigación emergieron dos ETM en dominios diferentes, esto puede considerarse como una elaboración espontánea de un ETM idóneo que tiene en cuenta el ETM de los números en base seis y el ETM de la geometría.

En 2019, y posteriormente en 2022, 2024 y 2025, se trata de un ETM idóneo mejor pensado, en el sentido de que hemos reflexionado más sobre las tareas propuestas, su progresión, las variables que se ofrecen a los estudiantes y un medio más rico (Peteers y Vivier, 2022, 2023; Peteers, Segura, Vivier, 2024). En particular, la articulación entre el sistema sécimal y el sistema de medidas de las longitudes y la elaboración de una herramienta para medir las longitudes (una regla) constituyen momentos fuertes de la situación. El resultado es: la construcción de un ETM de los números naturales en base seis, apoyándose sobre el ETM usual en base diez, pero con una autonomía; la extensión de este ETM a los números racionales y reales en articulación con un ETM de las magnitudes de la geometría.

Conocimientos cruciales de la situación

Aquí podríamos retomar lo que se ha dicho sobre las representaciones de los números racionales en la sección anterior. De hecho, al final de la situación, disponemos de dos ETM de los números, uno en base seis y otro en base diez, cada uno con sus propios tratamientos.

La situación también tiene otros objetivos. A menudo, el sistema decimal se utiliza bastante bien, pero los futuros profesores de primaria no comprenden bien su funcionamiento. Al enfrentarse a la base seis, los futuros profesores desarrollan conocimientos que les permiten redescubrir el sistema decimal. Se trata de conocimientos cruciales para su futura profesión, para que su enseñanza no se oriente únicamente hacia un uso semiótico-instrumental.

Por otro lado, los profesores en formación se dan cuenta de la complejidad del sistema numérico y de la dificultad cognitiva de ciertas tareas, como la de nombrar un número escrito con cifras en base seis utilizando la numeración oral planteada por los estudiantes. Esto les permite comprender, a través de esta situación, las posibles dificultades de sus futuros alumnos.

CONCLUSIÓN

Las situaciones presentadas abordan saberes y conocimientos que están en juego —a veces de manera poco visible— en la enseñanza de las matemáticas, y que resultan fundamentales para el profesor, aun cuando no forme parte de su responsabilidad enseñarlos explícitamente. Dichos conocimientos le permiten comprender con mayor profundidad los conceptos que debe enseñar.

Por otro lado, estas situaciones ofrecen una perspectiva distinta de las matemáticas respecto de la que suele presentarse, al enfrentarlos a diversos obstáculos epistemológicos y didácticos, que posteriormente son parte de reflexiones profundas. Con ello, permiten ir más allá de las apariencias y mostrar la complejidad y riqueza de conceptos que, en un primer momento, podrían parecer familiares. El cuestionamiento que generan contribuye a cambiar la imagen de las matemáticas.

Por estas razones, considero que estos conocimientos son cruciales para la formación y desarrollo profesional de los profesores.

Referencias

Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *9*(3), 281–308.

Braconne-Michoux, A., Nikolantonakis, K. & Vivier, L. (2019). La numération sécimale en formation initiale des enseignants du premier degré, In Vivier, L., Montoya Delgadillo, E., Richard, P. R., Gómez-Chacón, I., Kuzniak, A., Maschietto, M. & Tanguay, D. (Eds). (2019), *Actas del Sexto Simposio sobre el Trabajo Matemático* (ETM6, 13-18 de diciembre 2018). Valparaíso, Chile: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 513–516.

Bronner, A. (2005). La question du numérique dans l'enseignement du secondaire au travers des évolutions curriculaires, *Actes de la XIIIème école d'été de didactique des mathématiques*, Ste Livrade, 18-26 août 2005.

Chambris, C. (2010). Relations entre grandeurs, nombres et opérations dans les mathématiques de l'école primaire au 20e siècle : théories et écologie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 30, 317–366.

Derouet, C., Kuzniak, A., Montoya Delgadillo, E., Paez Murillo, R. E., Rousse, S., Vandebrouck, F., Verdugo, P., Vivier, L. (2016) Espace de Travail Mathématique, In Y. Matheron, G. Gueudet et al. (Ed.), *Enjeux et débats en didactique des mathématiques*. *Actes de la XIIIème Ecole d'été de didactique des mathématiques, Brest, août 2015*, 421-440, La Pensée Sauvage.

Índice

Durand-Guerrier, V., Montoya Delgadillo, E. & Vivier, L. (2019). Real exponential in discreteness-density-completeness contexts, J. Monaghan, E. Nardi and T. Dreyfus (Eds.) (2019), *Calculus in upper secondary and beginning university mathematics – Conference proceedings*. Kristiansand, Norway: MatRIC, 87–90.

Durand-Guerrier, V., Planchon, G., & Saby, N. (2025). Sur le rôle de l'ordre en analyse a la transition secondaire – supérieur, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **4**, p. 129 – 158. IREM de Strasbourg.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1), 103–131.

Kuzniak, A., Mena Lorca, A., Mena Lorca, J., Tanguay, D., Montoya Delgadillo, E., & Vivier, L. (2017). Conectar los ETM del análisis: el caso de la función exponencial, In Gómez-Chacón, I., Kuzniak, A., Nikolantonakis, K., Richard, P.R., Vivier, L., *Actes du Cinquième Symposium ETM*, 18-22 juillet 2016, Florina, Grèce, Université de Macédoine Ouest, 49–62.

Kuzniak, A., Montoya Delgadillo, E. & Richard, P. eds. (2022). *Mathematical Work in Educational Context – The Mathematical Working Space Theory Perspective*, Mathematics Education in the Digital Era, 18, Springer.

Mena, A., Mena, J., Montoya, E., Morales, A. & Parraguez, M. (2015). The epistemological obstacle of the actual infinity: persistence, resistence and categories of analysis, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18, 3, 329–358.

Nikolantonakis, K., Peteers, F. & Vivier, L. (2025). Genèse d'un ETM idoine de formation original sur le nombre pour de futurs professeurs d'écoles, *Actes du Huitième Symposium ÉTM*, 21-25 octobre 2024, Universidad de Cantabria, Espagne. En prensa.

Nikolantonakis, K. & Vivier, L. (2010). Registres et praxis pour la numération de position en base quelconque – une étude statistique en France et en Grèce, in *Analyse statistique implicative - objet de recherche et de formation en analyse de données, outil pour la recherche multidisciplinaire*, Actes du 5e colloque A.S.I., J.-C. Régnier, F. Spagnolo, B. Di Paola & R. Gras éds, Palermo 2010.

Nikolantonakis, K. & Vivier, L. (2009). La numération en base quelconque pour la formation des enseignants du premier degré en France et en Grèce. Une étude articulant registres et praxéologies, in *Chypre et France, Recherche en didactique des mathématiques*, Gagatsis, A., Kuzniak, A. Deliyianni, E. & Vivier, L. éditeurs. Lefkosia, Chypre.

Nikolantonakis, K., et Vivier, L. (2016). El ETM de Futuros Profesores de Primaria en un Trabajo sobre los Números Naturales en Cualquier Base, *Boletim de Educação Matemática – BOLEMA*, 30(54), 23–44.

Njomgang Ngansop J. & Durand-Guerrier V. (2014). 0, 999….. = 1 an equality questioning the relationships between truth and validity. En B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti, *Proceedings of CERME 8* (pp. 196–205). Middle East Technical University, Ankara, Turquie.

Peteers, F., Segura Corella, N., & Vivier, L. (2024). La comprensión de un espacio de trabajo matemático (ETM) en base seis por parte de futuros profesores de primaria y su influencia en el ETM en base diez. *UCMaule*, 67, 112–135. https://doi.org/10.29035/ucmaule.67.112

Peteers, F., et Vivier, L. (2022). Les mathématiques pour la formation des enseignants du premier degré revisitées par le système sécimal. *Grand N*, 109, 33- 54.

Índice

Peteers, F., et Vivier, L. (2023). Petit détour par le système sécimal. Dans C. Derouet, A. Nechache, P. R. Richard, L. Vivier, I. M. Gómez-Chacón, A. Kuzniak, M. Maschietto & E. Montoya Delgadillo, *Actes du septième symposium d'Étude sur le Travail Mathématique* (pp. 431–442). IREM de Strasbourg, 27 juin-2 juillet 2022, Strasbourg (France).

Rittaud, B. & Vivier, L. (2024). The Field Q and the Equality 0.999. . .= 1 from Combinatorics of Circular Words and History of Practical Arithmetics, *The Mathematics Enthusiast*, *21*(1-2), 3–34.

Rittaud, B. & Vivier, L. (2012a). Circular words, F-adic numbers and the sequence 1, 5, 16, 45, 121, 320,…, *functiones et approximatio commentarii mathematici*, *47*(2), 207–231.

Rittaud, B. & Vivier, L. (2012b). Does numerology allow a group to have two identity elements?, *American Mathematical Monthly*, *119*(4), 283–289.

Tempier, F. (2013). *La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Thèse de didactique des disciplines, spécialité didactique des mathématiques. Université Paris Diderot.

Vivier, L. (2008). De la synthèse sur les nombres à la doxa ensembliste, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* 13, 63 - 92.

Índice

CONFERENCISTAS NACIONALES

Las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática reunieron no solo a reconocidos especialistas internacionales, sino también a un destacado grupo de académicos y académicas nacionales cuya labor investigativa ha contribuido de manera sostenida al desarrollo del campo en Chile. La diversidad de enfoques y líneas de investigación presentes en esta edición reflejaron la vitalidad de la comunidad chilena de educación matemática y su compromiso con avanzar hacia una enseñanza más crítica, inclusiva y situada en los desafíos actuales del sistema educativo.

Los conferencistas nacionales invitados representan múltiples áreas de especialización que dialogan con las problemáticas emergentes en la formación docente, la didáctica de los diferentes contenidos matemáticos, el desarrollo profesional, la inclusión, la primera infancia y las perspectivas críticas e interdisciplinarias de la educación. Su participación en estas jornadas no solo fortaleció la circulación de conocimiento a nivel local, sino que también permitió visibilizar investigaciones consolidadas y nuevas aproximaciones que están configurando el rumbo de la disciplina en el país.

En este contexto, el Taller de Diseño de Proyectos Fondecyt de Iniciación, impartido por el Dr. Horacio Solar, se constituyó en una instancia formativa relevante para investigadores e investigadoras en etapa inicial. A través del análisis de los criterios de evaluación del concurso y de tensiones frecuentes en investigaciones en didáctica de la matemática, el taller ofreció orientaciones concretas para la formulación del problema, la revisión crítica de la literatura, la construcción del marco teórico y la coherencia metodológica de las propuestas. De este modo, el Taller contribuyó a fortalecer las capacidades de la comunidad académica para diseñar proyectos rigurosos y pertinentes que aporten al desarrollo de la educación matemática en Chile.

Las conferencias dictadas por estos especialistas ofrecieron una mirada profunda a temas como la argumentación y la modelación matemática, la educación estadística, la educación matemática crítica, el espacio de trabajo matemático, la formación práctica, la enseñanza de la matemática en la primera infancia, la epistemología del álgebra lineal, la interdisciplinariedad STEM, y los estudios sobre inclusión y diversidad. Estos aportes permitieron no solo actualizar el estado del arte nacional, sino también promovieron un diálogo necesario entre investigación, política educativa y práctica pedagógica.

La presente sección reúne las actas de estas conferencias, así como del taller antes mencionado, las cuales buscan constituirse en un insumo significativo para investigadores, formadores de docentes y profesionales interesados en comprender y proyectar los desarrollos actuales de la educación matemática en Chile.

Índice

TALLER POSTULACIÓN Y DISEÑO DE PROYECTOS DE FONDECYT DE INICIACIÓN

HORACIO SOLAR BEZMALINOVIC
Pontificia Universidad Católica de Chile

INTRODUCCIÓN

En la formación doctoral cada vez es más incorporar una línea de cursos asociados a la "escritura de proyectos" que tienen como propósito desarrollar habilidades para la preparación al examen de candidatura de la tesis. La literatura que se utiliza en estos cursos generalmente proviene de libros o artículos que tratan sobre el diseño de una investigación en ciencias sociales que entregan orientaciones sobre cómo desarrollar investigaciones principalmente en el contexto de las psicología, sociología o educación en general (ej. Badke, 2011; Cohen et al., 2011, Wisker, 2001). A la hora de diseñar una investigación en relación a la Didáctica de matemática, se carece de literatura que pueda entregar orientaciones sobre los criterios relevantes a considerar en este ámbito lo que puede dificultar al estudiante doctoral a cumplir criterios propios de la disciplina. Esta misma tensión se proyecta en la trayectoria de investigadores noveles al enfrentarse a postulaciones a fondos externos como es el Fondecyt de Iniciación.

El propósito de este taller es poder entregar orientaciones para la postulación a proyectos investigadores noveles que considere tanto los criterios propios de investigación en ciencias sociales, como los propios del área de Didáctica de la Matemática.

OBJETIVOS DEL TALLER

- Caracterizar formulación de la problemática y marco teórico en relación da didáctica de la matemática
- Caracterizar criterios de aspectos de diseño metodológico de éxito en investigaciones en Ciencias sociales, con relación al área de didáctica de la matemática

METODOLOGÍA DEL TALLER

Primera parte:

Describir los criterios de éxito en la postulación al Fondecyt Iniciación:

- Presentación de criterios de postulación al Fondecyt 2026
- Presentar criterios de evaluación publicados
- Presentación de rúbrica anteriores, que, si bien ya no se utilizan, detallan indicadores observables de lo que se espera en el diseño de un proyecto.

Índice

Segunda parte:

En el taller se discutirá con base a los criterios de logro de investigación que considera los proyectos Fondecyt de iniciación. Para cada tema, se presentará:

- Ejemplos de tensiones o dificultades que se pueden encontrar en un proyecto del área.
- Orientaciones generales de investigación en el área de ciencias sociales
- Consideraciones en el área de Didáctica de la Matemática

Dimensiones de proyecto

Formulación del problema: Se presenta el problema, de manera concisa y simple, utilizando conceptos clave. Además, está adecuadamente tipificado

Criterios:

- Cautelar construcción de conocimiento
- Explicitar el lenguaje con carga teórica
- Explicitar el contexto/condiciones.
- La pregunta es comprensible por una gran comunidad.

Relevancia del problema: Se demuestra, con argumentos sólidos, lo significativo del problema presentando antecedentes teóricos, empíricos y prácticos que permiten justificarlo. Se destaca el aporte del proyecto al área de investigación.

Criterios

- Conocer íntegramente el campo disciplinar
- Comenzar con afirmaciones generales que sitúen el problema de investigación
- Relevancia Social (también puede ser científica
- Ser persuasivo
- Apelar y reconocer avances de la comunidad local
- Cautelar/Explicar el lector cual es el valor agregado del proyecto

Análisis crítico de la bibliografía: Se realiza una revisión y un análisis crítico de las investigaciones clave en el tema de la propuesta ubicando el problema en el contexto de los trabajos de investigación realizados en el área y justificando las opciones tomadas para el proyecto.

Criterios

- Secuencia ordenada / lógica del argumento de la problemática
- Vinculación de los antecedentes empíricos y teóricos con la investigación
- Hallazgos de la revisión crítica de la literatura ser usados como afirmaciones para construir la problemática

Índice

- Revisión crítica de la literatura permite establecer lo conocido y no conocido para delimitar la pregunta
- Contribuye al argumento en términos de relevancia y eficacia al menos en lo referido a lo sustantivos, teórico y metodológico.
- Dar todos los antecedentes para responder a la pregunta
- Conclusión reflexiva a partir de la Revisión crítica de la literatura
- Es posible establecer qué enfoque metodológico es el más adecuado para su propósito. Cautelar consistencia metodológica con la problemática
- Indicadores claros que les permitan establecer conexiones entre una sección o capítulo y lo que sigue. (Redundancia efectiva)
- Incorporar estudios clave que puede desencadenar la pregunta de investigación
- Hacer un mapa de argumentos desde la revisión de literatura

Fundamentación teórico-conceptual: Se definen satisfactoriamente los conceptos clave vinculados con el problema discutiendo y resolviendo las ambigüedades presentes en la literatura revisada. Se articulan coherentemente los distintos conceptos con el fin de sustentar las posteriores decisiones metodológicas.

Criterios

- Los aportes del estudio (metodológico, teórico, práctico)
- Destacar la ausencia de estudios
- Impacto en la política pública/ contextual

Novedad de la propuesta: Se destaca con argumentos sólidos el potencial impacto y la novedad científica de la propuesta.

- Los aportes del estudio (metodológico, teórico, práctico)
- Destacar la ausencia de estudios
- Impacto en la política pública/ contextual

*Formulación de hipótesis de investigación o pregunta de investigación***:** Las hipótesis o preguntas de investigación son claras y están adecuadamente articuladas con la fundamentación teórica-conceptual.

Objetivos: son coherentes con el problema y con las hipótesis o preguntas formuladas. Se distinguen claramente los objetivos generales de los específicos.

Índice

*Selección del diseño***:** El diseño elegido muestra de manera precisa como este permitirá lograr los objetivos y contrastar todas las hipótesis o responder a todas las preguntas propuestas.

Se seguirán presentando dimensiones propias de un diseño de investigación con la misma estructura indicada

CONCLUSIONES

El taller terminará con un resumen de las consideraciones más importantes para el diseño de proyectos asociado al área de Didáctica de la Matemática.

Referencias

Cohen, L., Lawrence, M., & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education* (7th ed.): Routledge.

Badke, W. (2011). *Research Strategies. finding your way through the* information fog Bloomington, En: IUniverse, Inc Wisker, R. (Cap. 2 Taking Charge pp 19- 41).

Wisker, G. (2001). *The postgraduate research Handbook*. Palgrave Macmillan: Hampshire (Cap. 5 Research Questions and Hypotheses.

Índice

¿PARA QUÉ INVESTIGAR EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA? (RE)PRODUCCIÓN CONOCIMIENTO COMO UNA ITERNACIÓN

ALEX MONTECINO
Universidad de Tarapacá

Abstract:

Este trabajo problematiza el sentido de investigar en educación matemática en un contexto de expansión acelerada de publicaciones y de una crisis en la distribución global del conocimiento. A partir de la pregunta ¿para qué investigamos en educación matemática?, se analiza la publicación no como un canal neutral, sino como un dispositivo psicopolítico que produce subjetividades, regula prácticas de escritura y condiciona lo que se reconoce como conocimiento válido. Se sostiene que el tipo de investigación —teórica y metodológicamente hablando—, criterios de revisión, sistemas de indexación y rankings estabilizan un repertorio de lo publicable, homogeneizando métodos, tiempos y audiencias, lo cual refuerza una economía de la visibilidad asociada al rendimiento. Desde la noción de régimen de transparencia, se argumenta que la excelencia se redefine como la susceptibilidad de ser cuantificado, favoreciendo estrategias de optimización y desplazando trabajo lento, situado o conceptualmente riesgoso. Este marco se articula con lecturas de gubernamentalidad que permiten comprender cómo la conducción de conductas opera mediante incentivos y comparaciones, configurando al investigador como emprendedor de sí. Finalmente, se discute el giro social, crítico y político como una iteración que renueva lenguajes y agendas sin alterar necesariamente las reglas de reconocimiento, lo que ayuda a explicar la persistencia de una brecha entre promesas transformadoras e intervención pedagógica —principalmente, por que no se ha cumplido—. Se concluye proponiendo mantener la pregunta abierta, dada que se entiende que el campo está en disputa por las condiciones mismas de (re)producción y validación del conocimiento.

(Re)producción de conocimiento, iteración, epistemología, régimen de trasparencia

A MODO DE INTRODUCCIÓN: NUESTRO QUEHACER COMO UNA PROBLEMÁTICA

En los últimos años, las publicaciones en el campo de la educación matemática, en particular en revistas indexadas, ha aumentado de forma significativa. Lewis et al. (2021) informan que, a nivel mundial, la producción anual de publicaciones científicas aumentó un 21% entre 2015 y 2019. Sin embargo, este crecimiento también ha puesto en evidencia que existe una crisis en la publicación académica y, en general, en el sistema global de distribución del conocimiento (Altbach & de Wit, 2018), esto se debe, en gran medida, a la persistencia de estructuras que propician violencia geo-onto-epistémic, al imponer un único modo legítimo de producir y reproducir (desde ahora en adelante (re)producir) de conocimiento,

Índice

invisibilizando aquellas formas de ser y hacer que se sitúan fuera de dicho modelo. Esta crisis subraya la urgencia de reexaminar los fundamentos y propósitos de la educación matemática, cuestionando cómo el conocimiento, tanto el matemático como el producido en educación matemática, y su difusión pueden perpetuar o desafiar estructuras de poder (Paterno et al., 2023; Valero et al., 2015).

En esta línea, el aumento en el número de publicaciones en el área se ha problematizado, dado que se reconoce que publicar se ha convertido en un indicador de productividad o de competencia y competitividad (Hsu et al., 2015), tanto a nivel individual como institucional. Lo que posiciona nuestro quehacer —(re)producir conocimiento— dentro de una lógica de mercado, ligadas a cuestiones de poder y control social, por sobre cuestiones de relevancia social y pertinencia pedagógica (Montecino, 2023). Aún más, nos imposibilita de entender la (re)producción de conocimiento como un acto creativo. Esta mercantilización del conocimiento, incentivada por la presión de "publicar o perecer", ha distorsionado los objetivos intrínsecos de la investigación, privilegiando la cantidad sobre la calidad y la relevancia social (da Costa et al., 2023), así como favoreciendo una forma de hacer investigación —teórica y metodológicamente hablando— por sobre otras, al mismo tiempo, trazando una forma de entender lo que considera como investigación. Al respecto, Montecino (2021) nos plantea naturalización de una estética que perpetua el cómo concebimos la investigación y sus parámetros de belleza, lo bueno y deseado.

En este panorama, este artículo levanta un cuestionamiento en torno a la pregunta: ¿para qué investigamos en educación matemática? Con esto se busca problematizar la instrumentalización del conocimiento y reflexionar críticamente sobre los marcos de referencias y estructurales que sustentan nuestra práctica investigativa (Montecino, 2023). Así como, reflexionar sobre el propósito de la (re)producción de conocimiento en el campo y su impacto real en la transformación de las prácticas educativas y sociales.

INVESTIGANDO BAJO UN RÉGIMEN DE TRANSPARENCIA

La forma en que se investiga, y con ello se (re)producir conocimiento, no solo expresa competencias teóricas, metodológicas y técnicas, sino que también revela intereses, disposiciones epistémicas, inserciones en redes de colaboración, capacidades de respuesta a agendas locales e internacionales y posibilidades de atraer financiamiento. Al analizar la investigación del campo, esta suele quedar organizada por discursos positivistas y neopositivistas que delimitan qué se considera conocimiento válido y bajo qué formatos debe comunicarse. Lo que restringe la diversidad de enfoques teóricos y metodológicos, por ejemplo, invisibiliza contribuciones de perspectivas críticas o decoloniales que disputan narrativas dominantes (Montecino, 2023; Rodríguez, 2021). Siguiendo a Mills (2004), esta configuración puede comprenderse como un doble movimiento de estructuración y circulación. Por un lado, la estructuración opera mediante la definición de formas de ser y

hacer, formatos y criterios de revisión que establecen condiciones para dar forma a lo deseable. Po otro lado, la circulación se materializa en revistas, sistemas de indexación y rankings que ordenan la visibilidad y consolidan homogeneidad dentro de límites reconocidos, estabilizando qué tipo de investigación se vuelve publicable.

Esta dinámica se intensifica bajo el régimen de la transparencia, entendido este no como principio ético acotado a la anticorrupción, sino como un imperativo sistémico que reorganiza las esferas sociales y reorienta las prácticas hacia la visibilidad permanente y la rendición de cuentas (Han, 2015b). En el contexto de la educación matemática, esto se expresa en un ecosistema que se alimenta de metadatos que emergen de indexaciones de revistas, rankings, diferentes índices —tal como el índice h—, y de plataformas de trazabilidad y autopresentación académica, como lo es: ORCID, Google Scholar, ResearchGate o Academia.edu. Este entramado convierte la (re)producción de conocimiento en una actividad cuantificable según los parámetros de la transparencia y culmina por redefinir lo que se entiende como valor, legitimidad y excelencia académica, trazando procesos formativos y las prácticas investigativas a lógicas de medición, vigilancia y competencia. Por ejemplo, si reducimos la (re)producción de conocimiento a la publicación de un artículo, podemos entender que este —el artículo publicado— se convierte en una unidad comparable y gobernable mediante conteos, cuartiles y tasas, en otras palabras, adquiriendo un peso o valor en función a estas métricas. Bajo esta racionalidad, la productividad tiende a redefinirse como lógica de exhibición, donde lo más visible y contable adquiere mayor valor que la densidad teórica, la pertinencia contextual o el impacto social, lo cuales no se han reducido a indicadores (Fejes & Nylander, 2017; Han, 2015b) con el peso suficiente para desplazar la atención hacia ellos.

Volviendo al artículo, como el acto de potencia pura que condensa la (re)producción de conocimiento y todo acto investigativo, al publicar un artículo una parte sustantiva de lo estructural se vuelve legible mediante de los datos y metadatos que acompañan a las ideas desarrolladas en las escasas páginas que resumen una labor que en ocasiones implican años de trabajo y un sinfín de esfuerzos personales y colectivos. Por ejemplo, el orden de autoría, las afiliaciones, los países y agradecimientos, entre otros, exponen intersecciones en comunidades epistémicas, infraestructuras de financiamiento y jerarquías de poder que inciden en la conformación de agendas de investigación.

En este contexto, la emergencia de un "artículo ideal-típico" contribuye a una operacionalización concreta de la estructuración y la circulación, al fijar una estética y un guion de legibilidad que modelan la reproducción del campo (Montecino, 2021; Niss, 2019). Tales mecanismos reconfiguran incentivos y favorecen estrategias de optimización, como coautorías estratégicas, cuidado de perfiles y maximización de citaciones, mientras desplazan a los márgenes trabajos más lentos, situados o conceptualmente riesgosos, cuyo valor se

realiza en temporalidades y procesos menos contables. Este desplazamiento tiende, además, a homogeneizar la investigación, por ejemplo, mediante la priorización de metodologías cuantitativas en desmedro de aproximaciones cualitativas y críticas que podrían ofrecer comprensiones más densas y contextualizadas (Navas & Fuentes, 2020). En términos foucaultianos, estos dispositivos operan como tecnologías gubernamentales que no gobiernan por prohibición, sino por incentivos que orientan deseos, tiempo y atención hacia lo medible (Foucault, 2009). Dando forma a las condiciones de posibilidades que producen investigadores como empresarios de sí, sujetos que internalizan la lógica de la competencia y la optimización permanente, organizando sus prioridades, afectos y esfuerzos según los indicadores que definen qué cuenta como conocimiento válido y qué trayectorias merecen reconocimiento dentro del campo académico. Esta intensificación de la vigilancia y el control sobre la producción académica ha llevado a una redefinición de la excelencia, que ahora se mide en métricas cuantitativas, como el número de publicaciones en revistas indexadas de alto impacto y el índice de citación (Fardella-Cisternas et al., 2020).

En otras palabras, la consolidación de un "artículo ideal-típico" como horizonte de reconocimiento y legitimidad en el campo académico, contribuye un ejercicio del poder, concreto, al establecer condiciones tácitas para que algo cuente como investigación válida, estrechando así el repertorio de lo publicable y modelando la reproducción del campo (Montecino, 2021; Niss, 2019). Niss (2019) advierte que este tipo de artículo configura "una comprensión demasiado estrecha y rígida de la investigación en educación matemática" (p. 2), reduciendo la multiplicidad de formas de hacer y pensar el acto investigativo a un formato normalizado que articula problemas, marcos teóricos, métodos y resultados según criterios de claridad, eficiencia y replicabilidad propios de una racionalidad técnico-gerencial. Estos mecanismos se refuerzan en la cultura de la meritocracia, donde la proliferación de dispositivos que convierte en datos el desempeño (Fardella et al., 2024), reorganizando los incentivos, con ello, favorecer estrategias de optimización —coautorías estratégicas, cuidado de perfiles, curaduría de trayectorias y maximización de citaciones—.

Así, la definición de excelencia se reescribe como un umbral cuantitativo de rendimiento —número de artículos en revistas indexadas de alto impacto, posición en rankings, índices de citación— que opera como límite de prestigio y como criterio de distribución de recursos, distinciones y autoridad epistémica (Fardella et al., 2024; Fardella-Cisternas et al., 2020).

Desde la perspectiva de los estudios de gubernamentalidad, las formas de (re)producción de conocimiento y de subjetividad se vuelven norma y otras se tornan impensables o quedan marcadas por la sospecha de falta de rigor (Burchell et al., 1991; Foucault, 2009). La gubernamentalidad académica se expresa, entonces, en la articulación de programas, tecnologías y formas de hacer que conducen la conducta (Rose et al., 2006) mediante el establecimiento de modos de escribir, investigar y valorarse a sí mismos. En línea con la

lectura de Lorenzini y Tiisala (2024), se puede decir que estos dispositivos reordenan y configuran un campo donde las posibilidades quedan limitadas por los mismos instrumentos que distribuyen prestigio y visibilidad, así como produce sujetos que se reconocen a sí mismos y a sus pares, fundamentalmente, como agentes de rendimiento.

LO SOCIAL, CRÍTICO Y POLITICO: COMO UNA ITERACIÓN MÁS

Desde lo denominado como giro social en educación matemática, el campo ha abierto sus horizontes analíticos más allá del triángulo didáctico, propiciando una agenda que interroga las implicaciones sociales, críticas y políticas de la educación matemática, además promueve una revisión de su propósito formativo y uso de la matemática en la sociedad contemporánea (Gutiérrez, 2013; Valero et al., 2015). Este giro no solo diversifica objetos de estudio, sino que además reconfigura preguntas epistemológicas de fondo al problematizar los criterios de cientificidad y los regímenes de (re)produccuín/validación del conocimiento que, con frecuencia, delimitan lo que cuenta como evidencia legítima.

En este giro, la enseñanza y aprendizaje de la matemática deja de ser tratado puramente desde lo cognitiva y se entiende crecientemente como un producto situado de la actividad social. Se consolida una lectura no neutral de las matemáticas, comprendiéndolas como prácticas imbricadas en valores y relaciones de poder que configuran subjetividades y vínculos sociales, por lo que su enseñanza puede funcionar tanto como un medio de (re)producción del poder hegemónico, así como un medio para cuestionar estructuras de dominación (Fresneda-Patiño & Sánchez Coral, 2023; Mancera-Ortiz et al., 2022).

De ahí que la educación matemática crítica haya insistido en analizar cómo la sociedad usa las matemáticas, cuáles son las consecuencias de ese uso y cómo dichas implicancias se sedimentan en prácticas educativas que atraviesan la escuela y el tejido social, conectando alfabetización matemática, justicia social y ciudadanía crítica como horizonte normativo y político del campo (Clavijo-Riveros et al., 2023; Santos & Torisu, 2023; Silva et al., 2020). Por lo tanto, este enfoque busca trascender la mera instrucción técnica para dotar a los estudiantes de una comprensión profunda de la realidad, capacitándolos para participar plenamente en una sociedad democrática.

No obstante, la literatura reciente sugiere una distancia entre la expansión conceptual promovida desde el giro social y su traducción en transformaciones pedagógicas. Lo que se manifiesta en el predominio de trabajos de carácter teórico reflexivo y en la menor presencia relativa de estudios que documenten intervenciones situadas y sus efectos en prácticas, relaciones y aprendizajes (Clavijo-Riveros et al., 2023).

Esta tensión puede interpretarse iteración matemática. Aunque el campo actualiza periódicamente sus focos y lenguajes, la dinámica que organiza la (re)producción de conocimiento, se tiende a preservar invariantes, entre ellos, los formatos de publicación, los

criterios de reconocimiento y las economías de evidencia que establecen qué tipo de trabajo resulta más publicable. Bajo estas condiciones, el movimiento del campo se asemeja a una sucesión generada por una regla que, pese a incorporar variaciones, converge hacia un mismo atractor. En otras palabras, si pensamos que la (re)producción de conocimiento se puede entender como: $x_{n+1} = f(x_n)$, donde x_n se redefine en cada giro de la educación matemática. Sin embargo, solo es posible hacerlo, al parecer, bajo reglas de funcionamiento relativamente estables, que operan como la función f que produce el siguiente estado x_{n+1}. Cambia lo que se declara como objeto prioritario, pero permanecen invariantes los mecanismos que organizan la (re)producción de conocimiento. Así, la investigación vuelve a lo mismo no porque los distintos giros carezcan de potencia teórica, sino porque —como advierten Artigue y Kilpatrick (2008)— el campo de la educación matemática está atravesado por una tensión estructural entre la aspiración a la innovación y la necesidad de estabilizar marcos conceptuales que otorguen coherencia y legitimidad al conocimiento producido. La construcción de conocimiento en la disciplina se mueve en ciclos donde nuevas perspectivas buscan responder a problemas persistentes, pero terminan tendiendo a formas de ser y actuar previas, reproduciendo así una suerte de estabilidad epistemológica que limita la capacidad transformadora de los avances. En este entramado, el cambio opera como una promesa proyectada hacia el futuro, una promesa que se renueva con cada giro teórico, pero que se difiere continuamente debido a las condiciones mismas bajo las cuales la comunidad define qué cuenta como conocimiento válido.

En consecuencia, aun cuando cambian los focos declarados, el campo retorna con frecuencia a resultados similares. Esta dinámica es consistente con los patrones históricos identificados por Inglis y Foster (2018) en su análisis de cinco décadas de evolución de la revista Educational Studies in Mathematics. Los autores muestran que, pese a las variaciones temáticas y metodológicas que han atravesado la revista —incluyendo el surgimiento de nuevas agendas, el desplazamiento hacia enfoques cognitivos, socioculturales o políticos, y la diversificación de marcos analíticos—, persisten problemas recurrentes, preguntas fundacionales y estructuras de argumentación que reemergen de manera cíclica. Tales continuidades no sólo evidencian la resiliencia de ciertas preocupaciones centrales de la disciplina, sino también los límites institucionales y epistemológicos que moldean lo que la comunidad considera como contribución válida. Así, pareciera que lo nuevo, raramente, se desmarca de aquello que históricamente se ha configurado como investigación en educación matemática.

En este sentido, la promesa transformadora del giro social no se agota por falta de ideas, sino porque la iteración disciplinar reproduce condiciones que estabilizan el movimiento y hacen que la crítica circule con fuerza en el plano discursivo, pero con menor potencia en el plano de la implementación, justo donde se juega la posibilidad de hacer diferencia en aulas,

escuelas y territorios. Esta situación subraya la necesidad de una crítica de la crítica, que cuestione cómo la propia articulación epistémico-política del discurso crítico puede instituirse y naturalizarse, obstaculizando así la búsqueda de soluciones efectivas y la implementación de acciones transformadoras en la práctica social.

LA EXPOSICIÓN ES EXPLOTACIÓN: EL INVESTIGADOR COMO EMPRENDEDOR DE SÍ

Han (2015a) sostiene que una lógica inmunológica de la negatividad configuró el siglo XX. Se trataba de una sociedad que buscaba protección frente a la otredad mediante prohibiciones y defensas que trazaban fronteras estrictas entre lo familiar y lo ajeno, lo interno y lo externo, lo cercano y lo distante. Por el contrario, el siglo XXI se organiza mediante una lógica de la positividad. Aquí, el mandato asume la forma de invitación. Ya no dice "no debes", sino "puedes". La gobernanza opera menos por exclusión que por la movilización de la libertad, la iniciativa y el optimismo. Se incita a los individuos a develarse, conectarse y optimizarse en plataformas y métricas. La visibilidad y el auto-trazado se convierten en signos de virtud. La coerción se internaliza como autogestión y la promesa de posibilidades ilimitadas se vuelve sombra de agotamiento, ansiedad y burnout. En este régimen, es el deseo, más que la prohibición, el que coordina la conducta, convirtiendo la autonomía en un dispositivo sutil de control.

El imperativo del "puedes" reconfigura al investigador como emprendedor de sí, vale decir, como gestor de su productividad personal, de su trayectoria y de su empleabilidad. En este entorno, los académicos orientan sus esfuerzos hacia revistas que prometen mayores retornos, recalibrando sus agendas hacia lo que se ve y se mide. La potencia epistémica, entendida como la capacidad de abrir problemas, desestabilizar certezas y espesar la comprensión, se vuelve una externalidad del sistema, un lujo que solo se persigue una vez que se cumplen las métricas. El desempeño se desplaza de ser un medio a ser una identidad. Ya no se produce productividad, sino que se es productividad. En un campo reordenado por la exposición, donde el impacto se equipara con visibilidad y posición, el investigador es gobernado por vitrinas e indicadores, actualizando perfiles, optimizando palabras clave y proyectado las veces que será citado. El resultado es un bucle de autoexplotación en el que la autonomía se moviliza como obligación y el valor académico se confunde progresivamente con sus trazas cuantificables.

Cuando la (re)producción de conocimiento fracasa, por ejemplo, un artículo no se publica o un proyecto no obtiene financiamiento, la atribución causal recae en el individuo. Este no fue lo suficientemente claro, o su elección de revista o fondo no fue la adecuada, o simplemente, no supo vender su contribución. Esto refuerza una espiral de esfuerzo, auto-vigilancia y autorreproche (Knepper et al., 2024). La responsabilidad se individualiza y se oscurecen las condiciones estructurales que reproducen inequidades. Por ejemplo, Darragh et al. (2024)

informan que autores de América Latina y de otros contextos no dominantes del inglés enfrentan apoyo institucional limitado, mayores tasas de rechazo y barreras adicionales de control y selección. La hegemonía del inglés como lengua franca de la investigación en educación matemática profundiza asimetrías (Meaney, 2013), amplificando los costos de traducción, edición y posibles sesgos de evaluación.

Las fronteras entre trabajo y vida, entre aprender y producir, entre demora reflexiva y entrega inmediata se desplazan. La optimización continua del yo académico opera según una lógica de start-up, iterando, pivotando y escalando. Sin embargo, aquí el capital en riesgo es la propia atención y energía corporal.

Los largos tiempos que requieren la innovación conceptual, algunas metodologías, como es el caso de la etnografía, y la transformación pedagógica, subordina a estas a la temporalidad de la publicación rápida y de las convocatorias inminentes. Se favorecen proyectos investigativos con resultados publicables por sobre la indagación abierta producto de los movimientos neoliberales de mercantilización que ha tenido la ciencia (Mendoza, 2020). La investigación se ajusta al largo del artículo en lugar de ajustar el artículo a la escala del problema. Los ciclos de financiamiento y los plazos de números especiales incentivan la fragmentación y las unidades mínimas publicables. De este modo, el tiempo para pensar, y para errar con profundidad, queda desplazado por trabajo de visibilidad.

El investigador aprende a performar su contribución mediante una gramática de señales. Reconoce un vacío explícito, calibra una declaración de contribución y empaqueta implicancias de manera prolija. No se niegan los beneficios de la claridad. Lo que se denuncia es su fetichización. Cuando la claridad se absolutiza como legibilidad métrica, la densidad teórica se disuelve y los contextos se aplanan. Lo situado, lo lento y lo conceptualmente espeso se sale del marco porque no rinde en indicadores, no encaja en formatos estandarizados y realiza su valor a través de procesos que no son inmediatamente contables.

¿Cómo interrumpir este circuito? No basta con negarse a publicar, porque ello implicaría abandonar el mismo territorio en el que todavía es posible disputar el poder. Más bien, es necesario repensar los criterios de valor, esto supone defender temporalidades largas y métodos que responden a su contexto temporal más que a una métrica, ampliar los foros de validación, incorporando comunidades, escuelas y todo aquel agente o institución involucrada, y no solo aquellos de circulación. En definitiva, sostener la densidad incluso cuando no es rentable. También implica visibilizar lo que la transparencia vuelve invisible, por ejemplo, el trabajo colectivo, el cuidado metodológico y la incertidumbre honesta.

PSEUDOCIERRE: UNA SEGUNDA LECTURA DESDE LA PSICOPOLÍTICA

Si este artículo parte preguntando para qué investigamos en educación matemática, la discusión sugiere que la respuesta no puede formularse al margen de las condiciones

temporales de (re)producción y circulación del conocimiento que atraviesan el campo. En particular, la publicación académica no opera únicamente como medio de difusión, sino como un dispositivo psicopolítico (Han, 2017) que organiza sensibilidades, regula prácticas y produce subjetividades investigadoras. Bajo un régimen de transparencia y visibilidad, la publicación se inscribe en una economía del desempeño que intensifica la autoexposición y reorienta el trabajo intelectual hacia lo medible y comparable. En este marco, la investigación en educación matemática corre el riesgo de asumir una visión instrumental de la publicación, como requisito externo o conducto neutral, omitiendo que es aquí donde se juegan los límites de los es posible hacer y decir, de la estructura de poder/conocimiento.

La pregunta para qué investigar en educación matemática no se resuelve con una declaración de principios, sino con la transformación de la regla de iteración que hoy gobierna qué se considera conocimiento, quién lo produce y bajo qué ritmos circula. Si no interrumpimos la relación entre impacto y visibilidad, el campo corre el riesgo de disolverse en una suma de datos, puntajes y perfiles que prometen un saber absoluto, pero empobrecen la capacidad de pensar y de sostener concepto. En cambio, si asumimos la (re)producción de conocimiento como espacio político en disputa, la investigación puede recuperar su orientación hacia problemas reales, su pluralidad epistémica y su potencia de transformación, incluso cuando esa potencia no sea inmediatamente contable.

Referencias

Altbach, P. G., & de Wit, H. (2018). Too much academic research is being published. *International Higher Education*, *96*, 2–3. https://doi.org/10.6017/ihe.2019.96.10767

Artigue, M., & Kilpatrick, J. (2008). What Do We Know? And How Do We Know It? *Proceedings of the International Program Committee of ICME-11*, 1–25.

Burchell, G., Gordon, C., & Miller, P. (1991). *The Foucault effect: Studies in governmentality*. The University of Chicago Press.

Clavijo-Riveros, M. C., Fresneda-Patiño, E. P., & Galvis Bejarano, L. T. (2023). Rede de educadores matemáticos críticos: Possibilidades e desafios para a transformação das práticas matemáticas. *Prometeica - Revista de Filosofia e Ciências*, *27*, 524–534. https://doi.org/10.34024/prometeica.2023.27.15341

da Costa, B. C., da Costa Paes Jüren, B. D., Lima, J. O., & Magalhães, M. L. F. (2023). Educação matemática crítica e projetos de trabalho: Uma revisão sistemática de artigos publicados nos últimos 22 anos. *Prometeica - Revista de Filosofia e Ciências*, *27*, 720–730. https://doi.org/10.34024/prometeica.2023.27.15368

Darragh, L., Brodie, K., Halai, A., Planas, N., Potari, D., Santos-Trigo, M., Scheiner, T., & Walkoe, J. (2024). Publishing mathematics education research in English: Amplifying voices from the field. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *27*(5), 857–878.

Fardella, C., Marchant, D., & Baleriola, E. (2024). Métrica, subjetividad y meritocracia en el trabajo académico. *REICE. Revista Iberoamericana Sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, *22*(2), 51–66. https://doi.org/10.15366/reice2024.22.2.003

Índice

Fardella-Cisternas, C., Carriel-Medina, K., Lazcano-Aranda, V., & Carvajal-Muñoz, F. I. (2020). Escribir papers bajo el régimen del management académico: Cuerpo, afectos y estrategias. *Athenea Digital. Revista de Pensamiento e Investigación Social*, *20*(1), e-2252. https://doi.org/10.5565/rev/athenea.2252

Fejes, A., & Nylander, E. (2017). The economy of publications and citations in educational research: What about the 'Anglophone bias'? *Research in Education*, *99*(1), 19–30. https://doi.org/10.1177/0034523717740146

Foucault, M. (2009). *Nacimiento de la biopolítica: Curso del Collège de France (1978-1979)* (Vol. 283). Ediciones Akal.

Fresneda-Patiño, E. P., & Sánchez Coral, G. J. (2023). Caracterizando nossas concepções de ser professor(a) de matemática: Relato de experiências situadas na educação matemática crítica e etnomatemática. *Prometeica - Revista de Filosofia e Ciências*, *27*, 378–388. https://doi.org/10.34024/prometeica.2023.27.15319

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, *44*(1), 37–68.

Han, B. C. (2015a). *The burnout society*. Stanford University Press.

Han, B. C. (2015b). *The transparency society*. Stanford University Press.

Han, B. C. (2017). *Psychopolitics: Neoliberalism and new technologies of power*. Verso Books.

Hsu, W.-C., Tsai, C.-F., & Li, J.-H. (2015). A hybrid indicator for journal ranking: An example from the field of Health Care Sciences and Services. *Online Information Review*, *39*(7), 858–869.

Inglis, M., & Foster, C. (2018). Five Decades of Mathematics Education Research. *Journal for Research in Mathematics Education,* *49*(4), 462–500. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.49.4.0462

Knepper, S., Stoneman, E., & Wyllie, R. (2024). *Byung-Chul Han: A critical introduction*. John Wiley & Sons.

Lewis, J., Schneegans, S., & Straza, T. (2021). *UNESCO Science Report: The race against time for smarter development* (Vol. 2021). Unesco Publishing.

Lorenzini, D., & Tiisala, T. (2024). The architectonic of Foucault's critique. *European Journal of Philosophy*, *32*(1), 114–129. https://doi.org/10.1111/ejop.12877

Mancera-Ortiz, G., Camelo-Bustos, F. J., & Araújo, J. L. (2022). Paradigma crítico de investigación y modelación matemática: Transformaciones que desafían condiciones de vulnerabilidad social. *Revista Colombiana de Educación*, *86*, 383–408. https://doi.org/10.17227/rce.num86-12393

Meaney, T. (2013). The privileging of English in mathematics education research, just a necessary evil? In *Proceedings of the seventh international mathematics education and society conference* (pp. 65–84). Mathematics Education and Society.

Mendoza, P. (2020). Autonomy and weak governments: Challenges to university quality in Latin America. *Higher Education, 80*(4), 719–737. https://doi.org/10.1007/s10734-020-00511-8

Mills, S. (2004). *Discourse*. Routledge.

Índice

Montecino, A. (2021). Investigación y producción de conocimiento en educación matemática: Una cuestión de mercado, poder y estética. *Revista Venezolana de Investigación En Educación Matemática*, *1*(2), 1–20. https://doi.org/10.54541/reviem.v1i2.20

Montecino, A. (2023). (Re)production of knowledge within mathematics education: An aesthetic and violence issues. *Prometeica - Journal of Philosophy and Science*, *27*, 595–601. https://doi.org/10.34024/prometeica.2023.27.15353

Navas, M. F., & Fuentes, A. Y. P. (2020). La situación de la investigación cualitativa en Educación: ¿Guerra de paradigmas de nuevo? *Márgenes*, *1*(1), 45–68.

Niss, M. (2019). The very multi-faceted nature of mathematics education research. *For the Learning of Mathematics*, *39*(2), 2–7.

Paterno, H. P., Luiz, K. F., Hang, L., & Civiero, P. (2023). A educação de superdotados na educação matemática crítica: Discriminação ou inclusão? *Prometeica - Revista de Filosofia e Ciências*, *27*, 731–740. https://doi.org/10.34024/prometeica.2023.27.15371

Rodríguez, M. E. (2021). Las investigaciones transparadigmáticas en la Educación Matemática Decolonial Transcompleja. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, *22*(3), 698–725. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i3p698-725

Rose, N., O'malley, P., & Valverde, M. (2006). Governmentality. *Annu. Rev. Law Soc. Sci.*, *2*(1), 83–104.

Santos, A. L. F. C. dos, & Torisu, E. M. (2023). Temas contemporâneos transversais em uma perspectiva crítica: Professores em processo de empowerment. *EccoS – Revista Científica*, *66*, e23656. https://doi.org/10.5585/eccos.n66.23656

Silva, G. H. G. da, Marcone, R., Brião, G. F., & Kistemann Jr, M. A. (2020). Educação matemática crítica e preocupações urgentes: Cenários promovedores de equidade e justiça social. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, *6*(12), 130–157. https://doi.org/10.33871/22385800.2017.6.12.130-157

Valero, P., Andrade-Molina, M., & Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: De la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, *18*(3), 7–20. https://doi.org/10.12802/relime.13.1830

Índice

NADIE APRENDE SOLO: ACOMPAÑAMIENTO EN LA FORMACIÓN E INSERCIÓN PROFESIONAL DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICA PARA CONSTRUIR CIUDADANÍA CRÍTICA Y REFLEXIVA EN EL SIGLO XXI

CARLOS VANEGAS-ORTEGA
Universidad de Santiago de Chile

Abstract:

El profesorado de matemática atraviesa una crisis global que afecta su ingreso, permanencia y desarrollo profesional. Diversos informes internacionales advierten que el abandono docente ha aumentado de manera sostenida, especialmente en áreas de alta demanda, como la matemática (UNESCO, 2024). En Chile, las cifras del CIAE muestran que la deserción profesional se acerca al 5% anual, lo cual impacta directamente en los territorios más vulnerables. Frente a este escenario, resulta indispensable revisar cómo se conciben y se estructuran las prácticas de formación inicial y la inserción profesional, entendiendo que ningún docente debería transitar solo su aprendizaje. Esta conferencia presenta resultados de investigaciones desarrolladas en escuelas chilenas, en las cuales el acompañamiento se constituyó como categoría central para comprender el aprendizaje de la docencia. En estas experiencias participaron profesores en formación, docentes guías de las escuelas y académicos universitarios, configurando tríadas que analizaron clases reales, tomaron decisiones didácticas compartidas y reflexionaron sobre el sentido de la enseñanza de la matemática. Los resultados muestran que el acompañamiento favorece la permanencia, fortalece la identidad profesional y posibilita prácticas pedagógicas más inclusivas y críticas, capaces de vincular la matemática con el contexto social de los estudiantes. Finalmente, se proponen lineamientos para una educación matemática inclusiva que fortalezca la ciudadanía crítica, entendiendo el acompañamiento como una política de cuidado profesional capaz de disminuir la deserción, fortalecer la identidad docente y promover prácticas pedagógicas con sentido social.

Formación de profesores de matemática, acompañamiento, inserción profesional, educación matemática, reflexión docente.

INTRODUCCIÓN

La docencia, lejos de ser únicamente un oficio técnico o mecánico, es un campo profesional complejo donde convergen saberes, decisiones, emociones y responsabilidades éticas. Sin embargo, pese a su importancia, el profesorado —y en particular el profesorado de matemática— se ha convertido en una profesión en riesgo. La UNESCO (2024) advierte que hacia el año 2030 el mundo necesitará 44 millones de docentes adicionales para responder a la expansión de sistemas escolares y a la migración profesional hacia otros rubros. En Chile,

Índice

los informes del CIAE señalan que la deserción profesional se acerca al 5% anual y que esta cifra es aún más aguda en instituciones que atienden a comunidades vulnerables. Este fenómeno muestra que no basta con atraer nuevos estudiantes a las carreras de pedagogía: lo central es lograr que los docentes permanezcan, se desarrollen y encuentren sentido profesional en sus primeros años.

En este contexto, el acompañamiento de prácticas pedagógicas adquiere un rol decisivo. No se trata únicamente de supervisar, evaluar o corregir al profesor en formación, sino de generar condiciones de cuidado, escucha y reflexión que permitan construir identidad docente y estabilidad profesional. La evidencia recogida en diversas investigaciones (Vanegas-Ortega, 2016; Vanegas-Ortega, 2018; Tello y Vanegas-Ortega, 2021; Vanegas-Ortega y Fuentealba Jara, 2024; Martínez-Galaz et al., 2024) muestra que, cuando la universidad y la escuela trabajan en conjunto y sostienen vínculos pedagógicos, los profesores en formación desarrollan mayor seguridad, agencia didáctica, capacidad de toma de decisiones y apertura a prácticas inclusivas.

El lema de estas Jornadas —"Una educación matemática inclusiva para formar ciudadanos críticos y reflexivos para el siglo XXI"— obliga a mirar la formación de profesores más allá del dominio conceptual y procedimental. Una educación verdaderamente inclusiva requiere docentes que sean capaces de reconocer la diversidad, problematizar la realidad, modelar situaciones sociales y construir espacios donde la matemática habilite participación, lectura crítica del entorno y transformación cultural. Ese tránsito pedagógico no ocurre en soledad: ocurre cuando el docente se siente acompañado.

En ese sentido, esta conferencia apuesta por el desarrollo de un supuesto que impulsa una nueva epistemología de comprender la formación del profesorado y a los formadores: No hay inclusión ni ciudadanía crítica posible sin profesorado de matemática acompañado, visibilizado y sostenido colectivamente.

MARCO REFERENCIAL

El desarrollo profesional docente ha transitado, en la literatura internacional, desde una comprensión fragmentada de la formación como una etapa previa al ejercicio profesional, hacia una visión continua, situada y colaborativa del aprendizaje de la docencia (Darling-Hammond, 2017; Marcelo y Vaillant, 2017; Cochran-Smith y Lytle, 2009). Esta perspectiva resulta especialmente relevante para la educación matemática, pues permite comprender que la apropiación de la didáctica de la disciplina solo cobra sentido cuando se vive en escenarios reales y complejos, allí donde la enseñanza y el aprendizaje están atravesados por la incertidumbre, la toma de decisiones, las emociones, los conflictos y las desigualdades sociales. Por ello, acompañar al futuro profesor de matemática en contextos auténticos se convierte en una condición esencial para el desarrollo de su identidad profesional.

La construcción de la identidad docente involucra mucho más que el dominio de contenidos matemáticos. Incluye la capacidad de tomar decisiones, de otorgar sentido pedagógico a las experiencias, y de situarse emocionalmente frente al aula, a las instituciones escolares y a los estudiantes. Los estudios de Vanegas-Ortega (2016, 2018) han demostrado que la identidad profesional se fortalece cuando el profesor en formación no transita solo, sino cuando encuentra adultos significativos que legitiman, discuten, cuestionan y acompañan su proceso. En cambio, cuando el futuro profesor enfrenta la práctica sin acompañamiento, se activa una identidad frágil, muchas veces defensiva, sostenida en el miedo al error o la sanción.

El acompañamiento, entendido como categoría pedagógica de cuidado, transforma las prácticas de formación. No se trata de supervisar o corregir, sino de generar espacios dialógicos, tiempos protegidos para pensar la enseñanza, y contextos donde sea posible problematizar la matemática y su enseñanza. Desde esta perspectiva, la Mesa Reflexiva Tríadica (Vanegas-Ortega, 2016) representa un aporte metodológico sustantivo: al reunir en un mismo espacio al profesor en formación, al profesor de la escuela y al formador universitario, se favorece una reflexión más profunda, capaz de integrar voces y saberes que, usualmente, operan de forma aislada. Allí donde la reflexión ha sido históricamente una tarea individual y silenciosa, la tríada devuelve la reflexión a la conversación pedagógica, y, con ello, a la construcción colectiva de la profesión.

Este enfoque dialoga con los aportes de la educación matemática crítica (Skovsmose, 2012; Gutstein, 2006), que sostienen que la matemática no puede limitarse al entrenamiento procedimental ni a la repetición algorítmica. Una educación matemática inclusiva solo se vuelve posible cuando el conocimiento es conectado con la realidad de los estudiantes, cuando se formulan preguntas auténticas, cuando se modelizan fenómenos sociales, o cuando la argumentación se convierte en herramienta intelectual y ciudadana. Es precisamente en escenarios acompañados donde los profesores en formación se atreven a explorar nuevas estrategias, tensionar sus concepciones previas y construir prácticas didácticas que respondan a la diversidad del aula. Sin acompañamiento, la matemática se reduce al ejercicio mecánico; con acompañamiento, se abre a la reflexión, la interpretación y la ciudadanía.

CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS

Las investigaciones que dan sustento a esta conferencia se desarrollaron desde una perspectiva cualitativa y experiencial, con énfasis en el acompañamiento de prácticas pedagógicas de matemática y en el acompañamiento a la inserción profesional docente. El núcleo metodológico estuvo constituido por el trabajo sistemático con tríadas formativas, integradas por el profesor en formación, el profesor guía de la escuela y el profesor tutor de la universidad. A diferencia de esquemas tradicionales de supervisión —donde el tutor universitario “visita” y emite un juicio—, aquí las tríadas funcionaron como comunidades pedagógicas que se reunían de manera periódica, analizaban videos de clases, revisaban

planificaciones, leían diarios reflexivos y discutían dificultades reales del aula. Este trabajo se desarrolló en más de veinte escuelas de enseñanza básica y media, ubicadas en contextos urbanos y semi-rurales, y permitió observar cómo las decisiones pedagógicas se tomaban en interacción, no en soledad.

En paralelo, se acompañaron directamente clases reales de matemática —álgebra, geometría, estadística y razonamiento proporcional— con el fin de caracterizar las decisiones que los profesores en formación toman al enseñar en aulas heterogéneas. Estas observaciones mostraron que muchos de ellos dominaban el contenido, pero no contaban con herramientas didácticas y emocionales para sostener la diversidad de ritmos, intereses y experiencias de los estudiantes. La presencia del acompañamiento modificó esta situación, ya que permitía detener la clase, mirar lo ocurrido, analizar alternativas y ensayar nuevas decisiones.

Otra línea metodológica relevante entrega insumos para defender el supuesto de esta conferencia, fue el self-study interinstitucional (Martínez-Galaz, Henríquez-Rivas, Climent-Rodríguez, Vanegas-Ortega y Mejía, 2024), en el cual formadores de profesores de distintas universidades analizaron grabaciones de sus propias clases. Allí se observó que el acompañamiento no consiste en decir qué está bien o mal, sino en formular preguntas que profundicen la práctica y en ofrecer valoraciones significativas que reconozcan el esfuerzo profesional. El acompañamiento, incluso en el ámbito universitario, se volvió una experiencia de aprendizaje situada.

Finalmente, se utilizan los resultados de un estudio nacional desarrollado durante la pandemia (Vanegas-Ortega y Fuentealba Jara, 2024), que permitió indagar cómo las instituciones de formación inicial enfrentaron la ruptura de la presencialidad en las prácticas pedagógicas. Este estudio registró tensiones estructurales: algunas universidades perdieron contacto con las escuelas; otras lograron sostener las prácticas mediante acompañamiento remoto; en algunos casos, la tríada existía solo como “declaración institucional”, mientras que en otros operaba como dispositivo real de apoyo. La pandemia, en cierto sentido, funcionó como un experimento involuntario que evidenció qué programas tenían vínculos pedagógicos sólidos con las escuelas y cuáles se sostenían en acuerdos formales, pero frágiles.

RESULTADO PARA PENSAR EN NUEVAS IDEAS

Los resultados muestran que la calidad del acompañamiento define la calidad de la práctica pedagógica. Cuando el acompañamiento es sistemático y dialógico, los profesores en formación se sienten parte de la escuela, toman decisiones pedagógicas con mayor seguridad, y transforman su conocimiento matemático en propuestas didácticas adaptadas a estudiantes reales. En cambio, cuando el acompañamiento desaparece, la práctica se convierte en una experiencia solitaria, muchas veces punitiva, donde el error se vive como fracaso personal y no como oportunidad de aprendizaje.

Del mismo modo, la tríada se consolida como un espacio en el que todos aprenden. El profesor en formación escucha la voz de la escuela; el profesor guía escucha los fundamentos teóricos y didácticos que aporta la universidad; el tutor universitario comprende la complejidad del aula real. Allí donde la formación suele dividir funciones —la universidad "enseña teoría" y la escuela "presta la sala"—, la tríada las vincula en una misma conversación didáctico-pedagógica.

En el estudio realizado por Tello y Vanegas-Ortega (2021), se analizaron experiencias de acompañamiento de prácticas de estudiantes de pedagogía en matemática en liceos de contextos vulnerables. Una de las estudiantes participantes —que llamaremos "Camila"— relató que, durante sus primeras clases, experimentó la sensación de "*controlar una máquina desordenada*", donde los estudiantes no parecían interesados y la matemática se volvía una secuencia de instrucciones que nadie tomaba en serio. Ante esa experiencia inicial, la profesora guía del colegio le propuso revisar un fragmento de la clase en conjunto con el tutor universitario. La tríada observó un momento específico: Camila había planteado una pregunta abierta sobre proporcionalidad, pero, al ver que algunos estudiantes demoraban en contestar, volvió a explicar el procedimiento paso a paso y pidió copiar la respuesta del cuaderno.

En la conversación posterior, la profesora guía le preguntó qué había pensado en ese instante. Camila respondió: "*Me asusté. Sentí que si preguntaba demasiado se me iba a desordenar la clase*". El tutor universitario agregó una observación clave: la pregunta había sido buena, pero el tiempo de espera fue demasiado breve para que los estudiantes pudieran pensar. El grupo decidió intentar una nueva estrategia: mantener la pregunta abierta, registrar las ideas de los estudiantes en la pizarra, y comparar diferentes formas de razonar.

Una semana después, Camila volvió a trabajar la misma idea, ahora con el acompañamiento presente. En esta ocasión, tres estudiantes dieron respuestas distintas, uno de ellos incluso usando un razonamiento personal que nunca había sido enseñado formalmente. La clase terminó con una discusión breve en la que el curso buscó qué tenían en común las soluciones. Al finalizar, Camila escribió en su bitácora: *"Me di cuenta de que no pierdo autoridad cuando los dejo pensar. De hecho, la clase se ordenó más. Me escucharon porque sentí que yo también los estaba escuchando"* (Tello y Vanegas-Ortega, 2021, p. 8).

Este registro, pequeño en apariencia, ilustra una transformación profunda. El acompañamiento no consistió en corregir o evaluar, sino en brindar tiempo, contención y pensamiento pedagógico conjunto. La profesora en formación pasó de una identidad centrada en "controlar la clase" a una identidad más dialogante y confiada en la capacidad matemática de los estudiantes. La matemática dejó de ser una receta y se convirtió en una interacción. Sin acompañamiento, esa transformación no habría ocurrido.

Este caso no es un predictor de lo que puede estar pasando con el funcionamiento de las tríadas a nivel nacional. Durante la pandemia, Vanegas-Ortega y Fuentealba Jara (2024) realizaron un estudio en 23 universidades chilenas con trayectoria en formación inicial docente. Se entrevistaron tutores universitarios, profesores guías y estudiantes en práctica para caracterizar cómo funcionaron las tríadas de acompañamiento cuando los establecimientos educacionales cerraron.

Los resultados mostraron una fractura significativa en el sistema formativo.

- En 14 de las 23 universidades, los vínculos con las escuelas se debilitaron drásticamente: algunos establecimientos no respondieron los correos, otros no tenían conectividad y varias universidades suspendieron sus prácticas sin ofrecer actividades alternativas de acompañamiento. En esos casos, la tríada existió solo como categoría declarativa: no había coordinación entre universidad, escuela y estudiante.
- En contraste, 9 universidades lograron sostener prácticas remotas con acompañamiento, utilizando grabaciones de clases online, análisis de foros de interacción, diseño de materiales digitales y tutorías sincrónicas. En estas instituciones, el acompañamiento se reconfiguró, pero no desapareció.

Un tutor universitario entrevistado explicó: *"Nos dimos cuenta de que nunca fue la presencialidad lo que hacía funcionar la tríada. Era la relación"* (Vanegas-Ortega y Fuentealba Jara, 2024, p. 13).

Una de las conclusiones más llamativas del estudio fue que, aun en pandemia, los estudiantes que recibieron acompañamiento reportaron haber aprendido a gestionar el aula virtual, adaptar explicaciones, usar herramientas interactivas y sostener el vínculo pedagógico con los estudiantes. Por el contrario, quienes quedaron sin acompañamiento describieron su práctica como "un vacío", "una suspensión de la formación" o "un año perdido".

El estudio evidenció algo fundamental para las políticas públicas: no es la práctica en sí la que forma, sino el acompañamiento. Cuando la práctica se realiza sin acompañamiento, se transforma en simulacro; cuando la práctica se realiza con acompañamiento, incluso en condiciones críticas, se transforma en aprendizaje profesional.

Por otro lado, los resultados también evidencian que el acompañamiento en los primeros años de inserción profesional disminuye la sensación de soledad, reduce la tendencia al abandono y permite sostener emocionalmente al joven docente. En educación matemática, donde la presión evaluativa suele ser alta, el acompañamiento se vuelve un requisito de justicia laboral y pedagógica: quien ingresa al sistema necesita que alguien legitime sus decisiones, celebre sus aciertos, y analice con él sus dificultades. Sin acompañamiento, muchos profesores noveles se refugian en modelos transmisivos; con acompañamiento, se atreven a explorar

prácticas inclusivas, a formular preguntas abiertas, a conectar la matemática con el contexto social y a reconocer la diversidad de sus estudiantes.

Un caso documentado durante la investigación permite clarificar este proceso. "Luis", profesor novel de matemáticas en un establecimiento público urbano, asumió sus primeras clases en primer año de enseñanza media. Durante la entrevista inicial señaló sentirse "*al borde de la renuncia*" debido a la presión institucional por los resultados y a la percepción de no estar "a la altura de un profesor titular". Su práctica se caracterizaba por la exposición continua del contenido seguido de ejercicios individuales, lo que él interpretaba como la forma más segura de "*mantener el control*". Sin embargo, los bajos resultados de las primeras evaluaciones y los frecuentes episodios de desinterés en la sala incrementaron su sensación de fracaso personal.

A partir de esta situación, el jefe de la unidad técnico-pedagógica decidió acompañarlo durante un período de seis semanas. Le solicitó que seleccionara una clase donde quisiera apoyo y juntos revisaron la planificación y los objetivos. La actividad seleccionada trataba sobre el razonamiento proporcional. En vez de preparar una explicación magistral, se propuso presentar un problema anclado en el contexto del transporte público del barrio, de modo que los estudiantes pudieran estimar valores, comparar estrategias y justificar sus respuestas. La clase fue observada y grabada. Posteriormente revisaron un fragmento específico: cuando uno de los estudiantes ofreció una solución inesperada, Luis estuvo a punto de corregirlo, pero optó por pedir una justificación. Esta decisión abrió una conversación en la que emergieron distintas formas de razonar.

En la conversación posterior con su acompañante, Luis relató que este momento había sido decisivo. Señaló que, en sus palabras, "*aceptar la incertidumbre*" fue posible porque sentía que no estaba solo y que, si algo no resultaba, tendría la oportunidad de analizarlo sin ser sancionado. A partir de esa experiencia, comenzó a incorporar con mayor frecuencia preguntas abiertas, problemas contextualizados y momentos de discusión colectiva. En los dos meses siguientes, la participación de los estudiantes aumentó significativamente y él mismas expresó sentirse "*menos vigilado y más profesor*". Según su propio registro de acompañamiento: *"Cuando entendí que escuchar no me quitaba autoridad, sino que me la daba, sentí que pertenecía a este lugar."*

Este caso refleja que el acompañamiento no solo tiene efectos en la dimensión pedagógica, sino también en la emocional y ética del ejercicio profesional. Luis no modificó su práctica porque se le entregó una pauta, sino porque se sintió legitimado para experimentar y pensar la matemática como construcción colectiva. Por ello, los datos permiten afirmar que el acompañamiento es una condición estructural del ejercicio docente, especialmente en los primeros años, cuando las tensiones y transiciones identitarias son mayores (Vanegas-Ortega, 2024). Allí donde existe acompañamiento, los profesores noveles se reconocen capaces,

sostienen su permanencia y encuentran sentido en la enseñanza de la matemática; donde no existe, la docencia se vuelve supervivencia.

Los resultados expuestos permiten afirmar que el acompañamiento constituye una condición estructural del proceso formativo, y no un añadido optativo. Allí donde las instituciones de formación inicial, las escuelas y los propios profesores noveles logran sostener vínculos pedagógicos, la transición desde la identidad estudiantil hacia la identidad docente adquiere mayor solidez y sentido profesional. En cambio, cuando la práctica queda reducida a una experiencia individual o meramente evaluativa —sin escucha, sin diálogo, sin reflexión y sin presencia adulta significativa—, los futuros profesores de matemática experimentan soledad pedagógica, temor a la equivocación y dificultades para vincular la disciplina con la diversidad real de los estudiantes.

A la luz de las investigaciones revisadas, es posible sostener que el acompañamiento transforma la enseñanza de la matemática en un proceso situado y ético. No solo promueve el desarrollo de competencias didácticas, sino también un posicionamiento profesional que reconoce la complejidad del aula y la legitimidad de los estudiantes como sujetos de conocimiento. De este modo, el acompañamiento actúa como una política de cuidado profesional: protege la permanencia, previene el abandono, fortalece la agencia y habilita prácticas más inclusivas, críticas y sensibles al contexto.

Asimismo, las experiencias de tríadas formativas, mesas reflexivas y acompañamiento a la inserción profesional muestran que la docencia deja de ser una responsabilidad individual para convertirse en una tarea compartida. La universidad deja de observar desde la distancia; la escuela deja de ser un espacio que solo recibe estudiantes en práctica; y el profesor novel deja de ser un aprendiz aislado. En esa confluencia de miradas surge una profesión más dialogada, menos jerárquica y más abierta a la reflexión pedagógica.

CONCLUSIONES PARA SEGUIR PENSANDO EN NUEVAS IDEAS

En síntesis, si Chile aspira a una educación matemática inclusiva, capaz de formar ciudadanos críticos para el siglo XXI, debe reconocer que ningún docente —ni en formación, ni en sus primeros años— debería habitar la profesión en soledad. El acompañamiento es la vía para transformar lo que ocurre en el aula, pero también para transformar lo que ocurre en quienes enseñan. Allí se fundan las posibilidades de permanencia, bienestar profesional, innovación didáctica y justicia educativa.

Para avanzar en esta dirección, es necesario comprender que la política educativa no puede limitarse a ampliar el número de futuros docentes, ni a diagnosticar la falta de especialistas en matemática. El desafío principal consiste en garantizar condiciones de acompañamiento sostenido durante la formación inicial y la inserción profesional. Ello requiere que las universidades aseguren vínculos reales con escuelas y liceos, no solo convenios formales.

Cuando la formación inicial está conectada con el territorio escolar, los estudiantes se insertan desde temprano en comunidades docentes, aprenden a leer la diversidad de aulas chilenas y desarrollan una sensibilidad profesional que no se construye desde la teoría aislada (traída del norte global o construida desde un objeto matemático desconectado de quien enseña, de quien aprende y sus contextos socioculturales).

Del mismo modo, las prácticas pedagógicas no pueden seguir siendo espacios episódicos de observación o ejecución aislada de clases. Deben convertirse en experiencias prolongadas, sistemáticas y acompañadas, donde el futuro profesor pueda detenerse a pensar lo que hace, analizar lo que sus estudiantes comunican, y reorientar sus decisiones didácticas con fundamento y con apoyo. Allí donde las tríadas formativas funcionan con regularidad, el conocimiento didáctico ya no se transmite verticalmente, sino que se co-construye entre universidad y escuela. En ese diálogo interinstitucional se activan nuevas formas de enseñar matemática, más cercanas a la realidad del aula, más respetuosas de la diversidad y más comprometidas con el aprendizaje de todos y todas.

Con relación a la inserción profesional, resulta imprescindible que los primeros años de ejercicio estén acompañados por equipos docentes que reconozcan la complejidad emocional de este período. El profesorado novel necesita espacios protegidos para compartir sus dudas, revisar sus clases, analizar casos difíciles y recibir retroalimentación pedagógica. Cuando esto ocurre, la docencia deja de vivirse como una prueba individual de resistencia; se convierte en un proceso donde el docente descubre que es posible equivocarse, volver sobre sus decisiones y crear formas más justas de enseñar matemática. En ese acompañamiento descansa la posibilidad de que la matemática no sea solo una disciplina evaluativa, sino también una herramienta para comprender la sociedad, cuestionar sus desigualdades y formar ciudadanía crítica.

Finalmente, es necesario reconocer que el acompañamiento no solo beneficia al futuro profesor, sino también a los estudiantes de las escuelas. Cuando un profesor en formación es escuchado, apoyado y legitimado, se atreve a proponer actividades más abiertas, preguntas más profundas y vínculos más significativos con el aprendizaje matemático. De esta manera, la sala de clases se convierte en un espacio donde los estudiantes no solo calculan, sino que interpretan, argumentan, modelan e imaginan. Se hace visible que la matemática puede hablar sobre su barrio, sus problemas, sus aspiraciones y sus derechos. Si la inclusión se expresa en la participación de todos, la ciudadanía crítica se expresa en la posibilidad de pensar el mundo con herramientas matemáticas.

En conclusión, el camino para una educación matemática inclusiva no pasa únicamente por rediseñar currículos ni por exigir más horas de práctica. Pasa, ante todo, por acompañar humanamente a quienes enseñan. Si la escuela es un espacio donde se aprende con otros, la formación docente también debe serlo. La matemática que necesitamos para el siglo XXI

Índice

será más justa y más crítica si quienes la enseñan han sido también acompañados en su propio aprendizaje profesional.

Referencias

Cochran-Smith, M., y Lytle, S. (2009). *Inquiry as stance: Practitioner research for the next generation*. Teachers College Press.

Darling-Hammond, L. (2017). Teacher education around the world: What we know and how we can improve. *European Journal of Teacher Education, 40*(3), 291–309.

Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics*. Routledge.

Marcelo, C., y Vaillant, D. (2017). *Desarrollo profesional docente: Cómo se aprende a enseñar*. Narcea.

Martínez-Galaz, C., Henríquez-Rivas, C., Climent-Rodríguez, N., Vanegas-Ortega, C., y Mejía-Aristizabal, L. (2024). Reflexión colaborativa de didáctas basada en un self-study interinstitucional. *Cadernos de Pesquisa*.

Skovsmose, O. (2012). *An invitation to critical mathematics education*. Springer.

Tello, D., y Vanegas-Ortega, C. (2021). *Formación inicial de profesores de matemática: experiencias enriquecedoras y contraproducentes durante el acompañamiento de prácticas*.

UNESCO. (2024). *Global report on teachers: Addressing teacher shortages and transforming the profession.*

Vanegas-Ortega, C. (2016). *Mesa reflexiva tríadica: Fundamentos y protocolos para el estudio de la reflexión en prácticas pedagógicas*.

Vanegas-Ortega, C. (2018). *Reflexión docente: Perspectivas teóricas y modelos para el desarrollo profesional de profesores*. Appris.

Vanegas-Ortega, C., y Fuentealba Jara, R. (2024). Teacher education during the COVID-19 pandemic: Tensions and challenges of initial teacher training practices. *Education Sciences, 14*(7).

LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA INCLUSIVA COMO EJE DE TRANSFORMACIÓN EN LA FORMACION DEL PROFESORADO

CARMEN CECILIA ESPINOZA MELO
Universidad Católica de la Santísima Concepción

Abstract

En la actualidad, tanto docentes como futuros docentes, somos conscientes de la cantidad de estudiantado diverso con el que nos podemos encontrar dentro de un establecimiento educativo, por lo cual se entiende que deberíamos contar con las herramientas y habilidades necesarias para así atender las diferencias y necesidades que un estudiante presente durante su proceso de aprendizaje.
El futuro profesorado, se enfrenta con el desafío de promover los aprendizajes de la totalidad del estudiantado, es decir, entregar las mismas oportunidades educativas reconociendo sus diferencias individuales. Además, debido a las exigencias del marco normativo del Ministerio de Educación de Chile el cual mandata acoger a los itinerarios formativos temas transversales como lo es el paradigma de la Matemática Inclusiva.

Inclusión educativa, didáctica, formación inicial del profesorado, matemática inlcusiva.

INTRODUCCIÓN

Desde el planteamiento de Salamanca en el año 1994 a la actualidad la inclusión educativa es considerada un base rector que orienta las políticas y prácticas educativas de todo el estudiantado que se encuentran en el aula y, por tanto, del sistema educativo, dejando en claro que no se refiere ni restringe al estudiantado con Necesidades Educativas Especiales (NEE) aunque obviamente los incluye (Duck & Murillo, 2018). Por consiguiente, se considera relevante el conceder una singular validez a la idoneidad docente en su progreso profesional para beneficiar la inclusión educativa (Marchesi & Hernández, 2019). En Chile, al igual que en diversos países, se han impulsado diversas políticas públicas relativa a educación inclusiva que han sugerido nuevas formas de cómo el profesorado debe proporcionar los apoyos para el logro del aprendizaje y la participación (Muñoz et al., 2015). Sin embargo, esto no ha significado una transformación de los programas de estudio de pedagogía, que, por su nivel de autonomía y línea de mercado, han respondido relativamente a la inclusión educativa en la formación (San Martín et al., 2017).

En los escenarios laborales que enfrentará este profesorado encontrará una gran diversidad, alumnado con distintas maneras de aprender, formas de relacionarse con los demás y ritmos de aprendizaje. Por lo anterior es necesario que el profesorado de matemática en formación

Índice

adquiera diversas estrategias, percepciones, reflexión sobre su práctica, experiencias y conocimientos para dar los apoyos a todo el estudiantado y favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, de tal manera, que puedan sentirse preparados para entregar una educación de calidad a todos y todas.

Algunos autores advierten que desde las políticas educativas se ha forzado a las universidades donde se forman docentes para producir respuestas precisas a la diversidad del alumnado, la totalidad de los programas de educación superior para futuros profesores introduce herramientas a nivel de metodologías y didácticas que se centran en el aprendizaje del alumno promedio, sin reflexionar sobre la diversidad del estudiantado (infante, 2010; Infante y Matus, 2009, Tenorio, 2011)

La formación del profesorado de matemática actualmente se encuentra con importantes desafíos por las demandas de las políticas públicas, es por este motivo que se necesita incluir nuevos paradigmas y temáticas transversales en la formación inicial de estos. El monumentalismo, que aún se sigue utilizando en las aulas universitarias, enfatiza la memorización de los contenidos y el trabajo individual. En la mayoría de estas se continúa realizando clases de forma tradicional, donde, quien posee el conocimiento es el profesor y los estudiantes son receptores pasivos. En este sentido, existen evidencias que ponen de manifiesto que la repetición de los contenidos no ayuda al alumnado a su comprensión (Alsina & Franco, 2020).

En las aulas actualmente encontramos una gran diversidad del alumnado con diferentes maneras de acceder e interpretar la información, distintas formas de relacionarse con los demás y distintos ritmos de aprendizaje (Alsina & Franco, 2020). Por lo anterior, es necesario que los futuros profesores en su formación inicial adquieran diversas estrategias, percepciones, experiencias y conocimientos para intentar dar respuestas a las múltiples interrogantes del proceso de enseñar y aprender que se presentan cada día y al cual deberán enfrentarse, de tal manera que puedan estar preparados para entregar una educación de calidad a todos los estudiantes del salón de clases, independiente de su condición social, étnica, discapacidad o lengua. Se entiende que un estudiante presenta necesidades educativas especiales cuando, con o sin discapacidad, presenta dificultades el acceso a contenidos curriculares en la interacción con su contexto escolar (Castro & Torres, 2017).

Los continuos cambios sociales que se están produciendo, tales como: la globalización, el incremento de flujo migratorio, el vivir en una sociedad con personas que presentan diversas necesidades, donde lo diferente se hace cotidiano y normal, demanda una nueva visión en la función social y rol docente que debe estar presente en su formación inicial de estos profesores (Maestre et al., 2017). Los profesores, se enfrenta con el desafío de promover los aprendizajes de la totalidad del estudiantado, es decir, entregar las mismas oportunidades educativas reconociendo sus diferencias individuales (Aké et al., 2021). Además, debido a

Índice

las exigencias del marco normativo del Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) el cual mandata acoger a los itinerarios formativos temas transversales como lo es el paradigma de la inclusión educativa.

Factores que limitan la inclusión educativa.

El avance en la inclusión educativa se ha limitado, ya que nos hemos encontrado con normas sociales que son a menudo el mayor obstáculo para ésta, las cuales tardan tiempo en quedar fuera de circulación y muchas todavía resisten a la incorporación de estudiantado con discapacidad y problemas de aprendizaje, así como los de las culturas minoritarias para que éstas puedan estar en el aula.

La capacidad de respuesta inclusiva de los centros no mejora, lo que aumenta es la proliferación de normas, medidas, dispositivos y centros especiales, más o menos segregadores y excluyentes; para *atender a la diversidad,* como eufemísticamente se denominan (Echeita,2017).

Para poder progresar en la implementación de la educación inclusiva se deben eliminar las prácticas de segregación dirigidas principalmente al estudiantado que presentan problemas de aprendizaje o físicos, también encontramos barreras físicas en la estructura de las escuelas, ya que no tienen instalaciones adecuadas para todos y todas.

Se puede observar que los planes de estudio entregados por el ministerio de educación siguen siendo muy rígidos, lo cual no permite la experimentación o al uso de diferentes métodos de enseñanza en las instituciones educativas. El estudiantado no tiene injerencia en éstos ya que no es considerada su opinión, relativo a que quieren aprender o que les interesa, la preocupación central del profesorado es darle cumplimento total al currículum que corresponde ver por nivel.

Para que la inclusión educativa pueda avanzar se requiere de un cambio de postura de las instituciones, por ejemplo, que apoyen al profesorado que requieren perfeccionarse en temas de inclusión educativa y didáctica, ya que esto beneficiará el aprendizaje de todos los estudiantes.

Papel de la formación de profesores de aula para el desarrollo de la inclusión.

Olmos et al. (2016) nos señalan que:

> La práctica docente en la universidad también se ha complicado demandando reflexiones y propuestas de cambio en la formación del profesor en múltiples dimensiones y escenarios, uno de los cuales implica responder al desafío de atender a la diversidad tanto estudiantil como de la cultura académica universitaria (p.230)

El profesorado que estará en las aulas inclusivas debe incorporar una variedad de métodos de enseñanza con el fin de cubrir desde su especialidad todas o la mayoría de las capacidades de aprendizaje del estudiantado. Esto puede ser beneficioso para todo el alumnado, ya que permite aumentar su participación en el proceso de enseñanza aprendizaje, un mayor compromiso por parte de ellos y protagonismo.

Al respecto Slee (2001), cuando hace referencia a las prácticas inclusivas, destaca la necesidad de que los futuros docentes y los formadores de estos tengan la posibilidad de comprender sus propias nociones de inclusión para construir espacio de posibilidades distintos que no refuercen las debilidades tradicionalmente visibilizadas de los grupos minoritarios en la escuela (Infante, 2010).

En síntesis, el formar profesorado de aula con conocimiento en inclusión es todo un reto, ya que las universidades deberían realizar modificaciones en los planes de estudios de las pedagogías donde se hiciera énfasis en contenidos transversales de inclusión y atención a la diversidad, y además ofertaran cursos de asignaturas complementarias en esta temática, pero lo más importante es que se logre entender que todos y todos los futuros docentes deben tener formación en inclusión o inclusión educativa.

CONCLUSIÓN

Los resultados de esta investigación evidencian que las universidades realizan esfuerzos por integrar los principios de la inclusión en sus procesos formativos. Aunque los planes de estudio incorporan estos elementos en el plano discursivo, persiste una limitada articulación entre dichos principios y su implementación sistemática en el currículum. Esta relación se manifiesta en declaraciones institucionales y en ciertas actividades curriculares; sin embargo, de manera general, se observa una insuficiente transversalización del enfoque inclusivo en la formación pedagógica y disciplinar. Esta brecha podría incidir en el desarrollo de competencias esenciales para abordar la diversidad en distintos contextos educativos, evidenciando que el compromiso con la inclusión, presente a nivel declarativo, no se traduce plenamente en prácticas curriculares que preparen adecuadamente a los futuros docentes para los desafíos del aula.

A partir de los análisis realizados, se reconoce la necesidad de emprender una revisión crítica de los planes de estudio de pedagogía, con el fin de fortalecer la inclusión como principio formativo estructurante en la formación inicial docente. Si bien se valoran las acciones puntuales y actividades curriculares orientadas a este propósito, se espera que la actualización de los programas derive en una convergencia de enfoques pedagógicos coherentes con la educación inclusiva. Esto implica proyectar la creación de ambientes inclusivos, promover metodologías diversificadas, asegurar procesos evaluativos orientados a la equidad y fomentar una ética profesional comprometida con la justicia social. Desde esta perspectiva,

el desarrollo profesional docente se orienta a consolidar comunidades de aprendizaje inclusivas y a promover una educación equitativa.

Referencias

Alsina, Á. y Franco, J. (2020). Promoviendo la educación matemática inclusiva desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: el caso de las fracciones. *APEduC Journal: Research and Practices in Science, Mathematics and Technology Education*, *1*(2), 13–29.

Aké-Tec, L., Hernández, J., Ordaz-Arjona, M., Larios, J. y Parada, S. (2021). Formación de profesores de matemáticas: avances para promover aulas de matemáticas inclusivas. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa, 6*. https://www.revistaiime.org/index.php/IIME/article/view/105

Castro, C. y Torres, E. (2017). La educación matemática inclusiva: una experiencia en la formación de estudiantes para profesor. *Revista Infancias Imágenes*, *16*(2), 295–304. https://doi.org/10.14483/16579089.9953

Duk, C. y Murillo, F. (2018). El Mensaje de la Educación Inclusiva es Simple, pero su Puesta en Práctica es Compleja. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva*, *12*(1), 11–13. https://doi.org/10.4067/S0718-73782018000100011

Echeita Sarrionandia, G. (2017). Educación inclusiva. Sonrisas y lágrimas. Aula *Abierta, 46*(2), 17–24. Disponible en : https://doi.org/10.17811/rifie.46.2.2017.17-24

Infante, M. (2010). Desafíos a la formación docente: inclusión educativa. *Estudios Pedagógicos, 36*(1), 287- 297. http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052010000100016

Infante, M. y Matus, C. (2009). Policies and practices on diversity: Reimagining possibilities for new discourses. *Disability and Society*, *24*(4), 437–445. http://dx.doi.org/10.1080/09687590902879049

Maestre M., Nail, O. y Rodríguez-Hidalgo, A. (2017). Desarrollo de competencias tic y para la educación inclusiva en la formación inicial práctica del profesorado. *Bordón: Revista De Pedagogía*, *69(3),57*-72. https://doi.org/10.13042/Bordon.2017.51110

Marchesi, Á. y Hernández, L. (2019). Cinco Dimensiones Claves para Avanzar en la Inclusión Educativa en Latinoamérica. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva*, *13*(2), 45–56. https://doi.org/10.4067/S0718-73782019000200045

Muñoz, M., López, M., y Assaél, J., Concepciones docentes para responder a la diversidad: ¿Barreras o recursos para la inclusión educativa?, https://doi.org/10.5027, *Psicoperspectivas, 14*(3), 68-79 (2015)

Olmos, A, Romo M. R. y. Arias L. M. C (2016). Reflexiones Docentes sobre Inclusión Educativa. Relatos de Experiencia Pedagógica sobre la Diversidad Universitaria. Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva10(1), 229-243 Disponible en:https://dx.doi.org/10.4067/S0718-73782016000100012

San Martín, C., Villalobos, C., Muñoz, C. y Wyman, I. (2017) Formación inicial docente para la educación inclusiva. Análisis de tres programas chilenos de pedagogía en educación básica que incorporan la perspectiva de la educación inclusiva. *Calidad en la Educación,* (46), 20–52. http://doi.org/10.4067/S0718-45652017000100020

Índice

Slee, R. (2001). 'Inclusion in Practice': does practice make perfect?. *Educational review*, *53*(2), 113–123. https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00131910120055543

Tenorio, S. (2011). Formación inicial docente y necesidades educativas especiales. *Estudios Pedagógicos, 37*(2), 249–267. http://dx.doi.org/10.4067/s0718-07052011000200015

Índice

TRABAJO MATEMÁTICO DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA EN GEOMETRÍA: HALLAZGOS Y DESAFÍOS PARA LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE

CAROLINA HENRÍQUEZ RIVAS
Universidad Católica del Maule

Abstract:

La investigación internacional en el ámbito de la educación en geometría es variada y extensa. En particular en Chile, se trata de un dominio matemático que requiere ser estudiado y atendido. Para ello, la formación inicial docente (FID) debe considerar experiencias de enseñanza reales que permitan llevar el discurso teórico a la práctica en el ámbito de la didáctica disciplinar. En la presente comunicación se presentan algunos hallazgos obtenidos en el marco de un proyecto de investigación (Fondecyt de Iniciación N° 11230523). El estudio busca conectar un modelo teórico existente de la Didáctica de la Matemática, con la evidencia empírica de la práctica matemática en el aula de educación secundaria en el dominio de geometría y su transferencia a la FID de matemática. La investigación se sustenta en la teoría de los Espacios de Trabajo Matemático (ETM), que permite analizar en profundidad su práctica docente, tanto en una perspectiva de enseñanza, como investigativa, con base en aspectos epistemológicos y cognitivos del trabajo matemático. El marco metodológico se aborda desde un enfoque mixto, cuyo modelo dominante es cualitativo. El proyecto desarrollado en tres años considera 3 fases investigativas, la primera es cuantitativa y, posteriormente, las dos fases siguientes se abordan desde el enfoque cualitativo. Finalmente, se espera contribuir a la FID e impactar en la formación del profesorado, mediante propuestas y orientaciones para la enseñanza.

Espacios de Trabajo Matemático, geometría, formación Inicial focente, Profesor, educación secundaria.

INTRODUCCIÓN

La presente comunicación se enfoca en mostrar hallazgos obtenidos en el marco de un proyecto financiado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile (ANID) Fondecyt de Iniciación, el cual se encuentra en su etapa final de desarrollo. Este proyecto se focaliza en el dominio de geometría, con atención en la formación inicial docente y la práctica matemática en el aula del profesorado de educación secundaria. En general, se pretende aportar a la comunidad de investigadores, formadores de profesores y profesores en servicio y a la toma de decisiones sobre la enseñanza de tópicos en geometría, con especial atención en la formación inicial docente.

Índice

La investigación sobre educación en geometría es variada y extensa (e.g., Almubarak et al., 2025; Herbst et al., 2018). En las últimas décadas, diversos estudios en educación en geometría se han sustentado en perspectivas teóricas diferentes, poniendo atención en aspectos, tópicos y niveles diversos (e.g., Flores Salazar et al., 2025; Henríquez-Rivas y Kuzniak, 2021, Lagrange y Richard, 2022). De este modo, en investigaciones recientes se destaca la importancia de analizar el trabajo geométrico del profesorado, con atención al profesor en servicio y el profesor en formación inicial (e.g., Kuzniak y Nechache, 2021; Zakaryan y Soza, 2021). Por ejemplo, Tachie (2020) evidencia la falta de conocimientos matemáticos y prácticas de instrucción de profesores y plantea la necesidad de capacitación docente y realización de investigaciones de este tipo a mayor escala. De aquí, se plantea la pertinencia de realizar estudios que implican el diseño de instrumentos y toma de datos desde diversos enfoques metodológicos.

Por otra parte, al revisar los resultados obtenidos por los estudiantes de Pedagogía en Matemática en Chile, en la prueba de conocimientos disciplinarios y didácticos-disciplinarios en las aplicaciones de la Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente (END-FID), en los procesos de los años 2016, 2017, 2018, 2019, 2020-2021, 2022 y 2023 –rendida un año antes de culminar la carrera– destacan que, el dominio de geometría evidencia sostenidamente un porcentaje de logro promedio menor que en el resto de los temas –sistemas numéricos y álgebra, cálculo, estructuras algebraicas, datos y azar– (Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas [CPEIP], 2017, 2018, s. f., 2020, s. f., s. f., s. f.) y, además, se observa que un alto porcentaje de estudiantes (superior al 40%) se encuentran bajo el porcentaje promedio nacional en geometría. Estos resultados aun siendo discutibles, develan que, este asunto debe ser discutido y revisado en profundidad.

Finalmente, las investigaciones y resultados nacionales sobre la educación (o enseñanza) en geometría reflejan un problema no resuelto en el desarrollo profesional docente, destacando la falta de estudios que conectan la práctica matemática del profesorado en contextos locales y su organización de la enseñanza, con modelos teóricos existentes (e.g., Espinoza-Vásquez et al., 2025). El problema que se presenta pone de relieve la necesidad de poner atención en la enseñanza de la geometría en contextos locales y específicos, así como, la realización de investigaciones basadas en metodologías diversas, que considere el diseño de instrumentos adecuados para la toma de datos específicos y su posterior análisis que permita tomar decisiones fundadas y basadas en el contexto local. El presente proyecto considera como objetivo general *determinar características del espacio de trabajo geométrico desarrollado por profesores de educación secundaria, para el desarrollo de contribuciones a la formación inicial docente de matemáticas, basadas en la relación entre teoría y evidencia empírica*.

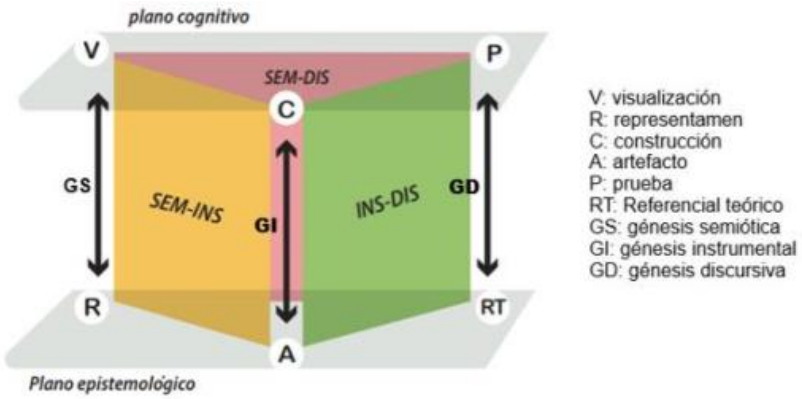
MARCO TEÓRICO

Para el estudio del trabajo matemático de profesores se considera la teoría de los *Espacios de Trabajo Matemático* (ETM), que ha sido desarrollado para describir la naturaleza del trabajo matemático de las personas (profesores, estudiantes) cuando abordan tareas matemáticas (Kuzniak et al., 2022). Los ETM se conforman por los planos cognitivo y epistemológico, y tres componentes asociados a cada plano: los procesos de *visualización*, *construcción* y *prueba,* en el plano cognitivo*; representamen*, *artefactos* y *referencial,* en el plano epistemológico. La relación de estos componentes de los planos cognitivo y epistemológico se efectúa por medio de tres génesis: *instrumental, discursiva* y *semiótica* (Kuzniak et al., 2022), que permiten situar y explicitar la naturaleza del trabajo matemático en diversos contextos educativos e institucionales. Así, la investigación en ETM se basa en comprender la dinámica del trabajo matemático mediante el papel de cada una de las tres génesis anteriores y las interacciones entre éstas (Kuzniak & Richard, 2014).

Para analizar diferentes entradas a los ETM y ver cómo se articulan los planos mediante las génesis, especificando las componentes puestas en juego, se utiliza la denominación *circulación* entre las componentes de los planos en el ETM (Montoya-Delgadillo et al., 2014). En los ETM se considera la noción de *planos verticales* (Kuzniak & Richard, 2014), dado por las interacciones entre las génesis y sus componentes. Estos planos verticales son: [*Sem-Ins*], [*Ins-Dis*] y [*Sem-Dis*]. Así, los ETM se consideran como una herramienta teórica y metodológica que describe en profundidad el trabajo matemático del sujeto y la identificación de los caminos que emergen al resolver una tarea específica (Kuzniak & Nechache, 2021). Un esquema que relaciona los planos, componentes, génesis y planos verticales de los ETM, se muestra en la siguiente Figura (1).

Figura 1

Esquema de los ETM (adaptado de Kuzniak et al., 2016, p. 727)



Índice

Las tareas y su diseño ocupan un lugar importante en la teoría de los ETM, pues son entendidas como un medio para la resolución de problemas en el trabajo matemático (Kuzniak, 2022). De este modo, las tareas se definen de una manera amplia y abierta (basada en Sierpinska, 2004), que refiere a cualquier tipo de ejercicio o problema matemático, con supuestos y preguntas claramente formulados, que los estudiantes pueden resolver en un espacio de trabajo matemático definido (Nechache, 2017).

METODOLOGÍA

Para una visión más integral, completa y holística del problema, así como su estudio a partir de diversas fuentes de datos, el proyecto de investigación propone un enfoque mixto de tipo descriptivo, con modelo dominante cualitativo. El diseño mixto es secuencial para conectar, complementar e integrar los resultados (Creswell & Creswell, 2023).

Inicialmente, se desarrolla una fase basada en el enfoque cuantitativo de tipo no-experimental, que permite identificar elementos de la práctica geométrica de profesores. Para ello, se diseña y valida un instrumento (Cuestionario ETM-IG) con preguntas cerradas de varias opciones de respuesta para profesores en servicio que enseñan geometría en Primer Año medio. Específicamente, se considera la enseñanza de los temas: teorema de Thales, homotecias y semejanza de figuras. La elección del nivel escolar y de los temas a enseñar, se basan en la necesidad de extender la investigación existente acerca de la enseñanza de la geometría, para su posterior transferencia a la FID de matemática y, estos temas están presente tanto en el currículo escolar, como en la formación de profesores.

Posteriormente, se desarrolla la fase 2, cuyo enfoque es cualitativo basada en un *estudio de casos* (Stake, 2007), que permite profundizar en los resultados iniciales, relacionados con la caracterización del trabajo geométrico del profesor en el aula. La selección de los profesores informantes considera participantes en la etapa inicial dispuestos a ser grabados en el aula cuando enseñan tópicos específicos. La recolección de datos considera videograbaciones de clases y sus respectivas transcripciones, entrevistas y notas de campo de la investigadora.

La última fase es cualitativa y considera el desarrollo de orientaciones y ejemplos para la formación inicial docente de matemáticas, basada en los resultados de las dos etapas anteriores. La recolección de datos considera videograbaciones y transcripciones, notas de campo de la investigadora y registro escrito de los participantes.

En general, los análisis de datos consideran categorías teóricas provenientes del marco teórico, así como categorías emergentes desde los datos (Henríquez-Rivas et al., 2021; Henríquez-Rivas).

RESULTADOS

Para ilustrar algunos resultados obtenidos en el desarrollo del proyecto, se describen algunos hallazgos de las fases 1 y 3.

Fase 1. Identificar elementos del ETM idóneo del profesorado en servicio

En esta fase se consideró el diseño y validación de contenido del Cuestionario ETM-IG, el cual consideró cuatro etapas que abarcan desde la revisión de literatura, diseño inicial del instrumento, análisis de jueces expertos, hasta la revisión y mejoras del instrumento que consta de 23 ítems. La revisión de literatura consideró (entre otros), una revisión sistemática relacionada con la investigación existente basada en la teoría de los ETM (Panqueban et al., 2024). En cuanto al diseño del instrumento, este considera tres dimensiones asociadas con el *ETM idóneo actual* (Henríquez-Rivas et al., 2022). Los resultados de esta etapa investigativa pueden ser consultados en Henríquez-Rivas y Vergara-Gómez (2025).

Posteriormente, el instrumento fue aplicado a 63 profesores para un segundo proceso de validación, lo cual permitió obtener perfiles preliminares acerca de la enseñanza de tópicos geométricos de la educación secundaria. Los resultados de esta etapa se encuentran en proceso de revisión en una revista científica.

Fase 3. Elaboración de casos provenientes de la fase 2 y su estudio en la FID

El desarrollo de esta fase considera la elaboración de un taller para la formación de profesores. Para ello, se analizaron clases reales provenientes de la fase 2 y, luego, con esta información que proviene de contexto de aula reales, se elaboraron casos de estudio para la FID. Un ejemplo ilustrativo de estos casos se presenta en la siguiente Figura (2).

Figura 2

Extracto de un caso de estudio elaborado para la FID basado en evidencia empírica de aula

Parte 1: Presentación del caso

Características generales:
La siguiente clase fue realizada el segundo semestre del año 2024 por un docente de matemáticas en la Región del Maule (lo llamaremos P1), en un curso de Primer Año Medio de un Liceo Técnico-Profesional. Durante la clase asistieron 30 estudiantes aproximadamente. Los estudiantes trabajaron durante toda la clase sentados en sus puestos de forma individual.

Descripción de la clase:
El objetivo de clase escrito en la pizarra por P1 dice: *Representar el concepto de homotecia de forma vectorial relacionándolo con el producto de un escalar por un vector*.

P1 comienza recordando conceptos estudiados en clases anteriores sobre homotecia en el sistema de coordenadas cartesianas (cuadrantes, grafico de puntos, vector, etc.). Al respecto señala:

P1: Ya chiquillos, primero vamos a recordar cierto lo que vimos ayer mediante un ejercicio, recordando que nosotros estamos trabajando ahora la homotecia en el plano cartesiano. ¿Qué quiere decir esto? Que nosotros para poder graficar en este caso ahora

Índice

El taller con futuros profesores (realizado el año 2025) considera un trabajo de análisis y reflexión de la práctica geométrica en el aula. Cada caso de estudio se presenta explicitando las tareas implementadas por el profesor durante la clase. Posteriormente, los futuros profesores reflexionan sobre su propia enseñanza en relación con los temas abordados en la clase. Finalmente, desarrollan de forma colaborativa una propuesta de mejoras.

Actualmente, se trabaja en la etapa final de análisis para contribuir con orientaciones para la FID, basada en los hallazgos del proyecto.

CONCLUSIÓN

El presente proyecto de investigación considera la complejidad de conectar un modelo teórico existente con la evidencia empírica de la práctica matemática en el aula, para el desarrollo de contribuciones para la FID, que impacten efectivamente en la formación del profesorado, y que permitan al futuro profesor desarrollar una práctica matemática reflexiva y colaborativa. La investigación reciente en el marco de la teoría de los ETM destaca el potencial de su uso como un modelo analítico y metodológico (Nechache y Gómez-Chacón, 2022), para el análisis del trabajo del profesorado, para el diseño de tareas, la descripción y evaluación del trabajo geométrico, la detección de aciertos, errores y dificultades (entre otros).

El desarrollo de esta investigación aporta al campo de investigación, específicamente contribuye a ampliar los estudios existentes basados en los ETM, también, se plantean mejoras y orientaciones dirigidas a la FID de matemática. En específico, se considera un dominio matemático que requiere particular atención: geometría, dados los bajos resultados obtenidos a nivel nacional en diversas evaluaciones (por ejemplo, END-FID). Así, los resultados obtenidos, los instrumentos elaborados y el desarrollo de las orientaciones y ejemplos podrán ser utilizados en la formación de profesores de matemática (futuros profesores, formadores de profesores, instituciones formadoras).

Agradecimientos: Carolina Henríquez-Rivas agradece a la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile (ANID), Proyecto Fondecyt de Iniciación, Folio 11230523.

Referencias

Almubarak, M., Maat, S. M., y Mahmud, M. S. (2025). Evolving three decades of geometry learning strategies: A combination of bibliometric analysis and systematic review. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 21*(6), em2654. https://doi.org/10.29333/ejmste/16515

Creswell, J. W. y Creswell, J. D. (2023). *Research design. Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (Sixth Edition). SAGE.

CPEIP. (2017). *Informe Nacional Evaluación Nacional Diagnóstica de la FID 2016*. Ministerio de Educación de Chile.

CPEIP. (2018). *Resultados Nacionales. Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente 2017*. Ministerio de Educación de Chile.

CPEIP. (s. f.). *Resultados Nacionales. Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente 2018*. Ministerio de Educación de Chile.

CPEIP. (2020). *Informe Resultados Nacionales. Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente 2019*. Ministerio de Educación de Chile.

CPEIP. (s. f.). *Informe Resultados Nacionales. Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente 2021*. Ministerio de Educación de Chile.

CPEIP. (s. f.). *Informe Resultados Nacionales. Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente 2022*. Ministerio de Educación de Chile.

CPEIP. (s. f.). *Informe Resultados Nacionales. Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente 2023*. Ministerio de Educación de Chile.

Espinoza-Vásquez, G., Henríquez-Rivas, C., Climent, N., Ponce, R., y Verdugo-Hernández, P. (2025). Teaching Thales's theorem: relations between suitable mathematical working spaces and specialised knowledge. *Educational Studies in Mathematics, 118*, 271–293. https://doi.org/10.1007/s10649-024-10367-9

Flores Salazar, J. V., Théry Romero, M. C., Neira Fernández, V., y Peñaloza Vara, T. N. (2025). In-service teachers' mathematical work on quadrilaterals and their technological knowledge. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 21*(3), em2604. https://doi.org/10.29333/ejmste/16069

Henríquez-Rivas, C., y Kuzniak, A. (2021). Profundización en el trabajo geométrico de futuros profesores en entornos tecnológicos y de lápiz y papel [Deepening the geometric work of future teachers in technological environments and pencil and paper]. *Bolema, 35*(71), 1550–1572. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a15

Henríquez-Rivas, C., Ponce, R., Carillo Yáñez, J., Climent, N., y Espinoza-Vásquez, G. (2021). Trabajo matemático de un profesor basado en tareas y ejemplos propuestos para la enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias, 39*(2), 123–142. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3210

Henríquez-Rivas, C., Kuzniak, A., y Masselin, B. (2022). The idoine or suitable MWS as an essential transitional stage between personal and reference mathematical work. En A. Kuzniak, E. Montoya-Delgadillo, y P. R. Richard (Eds.), *Mathematical work in educational context. The Perspective of the Theory of Mathematical Working Spaces* (pp. 121–146). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8_6

Henríquez-Rivas, C., y Vergara-Gómez, A. (2025). Design and validation of a questionnaire to explore the geometric work of mathematics teachers. *European Journal of Science and Mathematics Education, 13*(2), 103–118. https://doi.org/10.30935/scimath/16161

Herbst, P., Cheah, U. H., Richard, P. R., y Keith, J. (2018). *International perspectives on the teaching and learning of geometry in secondary schools*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77476-3

Índice

Kuzniak, A., y Nechache, A. (2021). On forms of geometric work: A study with pre-service teachers based on the theory of mathematical working spaces. *Educational Studies in Mathematics, 106*(2), 271–289. https://doi.org/10.1007/s10649-020-10011-2

Kuzniak, A., y Richard, P. (2014). Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas [Mathematical workspaces. Points of view and perspectives]. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17*(4), 5–15. https://doi.org/10.12802/relime.13.1741a

Kuzniak, A., Montoya Delgadillo, E., y Richard, P. (2022). *Mathematical work in educational context: The perspective of the theory of mathematical working spaces*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030- 90850-8

Kuzniak, A., Tanguay, D., y Elia, I. (2016). Mathematical working spaces in schooling: An introduction. *ZDM – Mathematics Education, 48*, 721–737. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0812-x

Lagrange, J. B., y Richard, P. (2022). Instrumental genesis in the theory of MWS: Insight from didactic research on digital artifacts. En A. Kuzniak, E. Montoya-Delgadillo, & P. R. Richard (Eds.), *Mathematical work in educational context: The perspective of the theory of mathematical working spaces* (pp. 211–228). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8_9

Montoya-Delgadillo, E., Mena-Lorca, A., y Mena-Lorca, J. (2014). Circulaciones y génesis en el espacio de trabajo matemático. *Relime*, *17*(4-I), 191–210.

Nechache, A. (2017). La catégorisation des tâches et du travailleur-sujet: Un outil méthodologique pour l'étude du travail mathématique dans le domaine des probabilités. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 19*, 67–90.

Nechache, A. y Gómez-Chacón, I.M. (2022). Methodological aspects in the theory of Mathematical Working Spaces. En A. Kuzniak et al. (Eds.), *Mathematical work in educational context: The perspective of the theory of Mathematical Working Spaces* (pp. 33–56). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8_2

Panqueban, D., Henríquez-Rivas, C., y Kuzniak, A. (2024). Advances and trends in research on mathematical working spaces: A systematic review. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *20*(6), Article em2450. https://doi.org/10.29333/ejmste/14588

Sierpinska, A. (2004). Research in mathematics education through a keyhole: task problematization. *For the learning of mathematics, 24*(2), 7–15.

Stake, R. (2007). *Investigación con estudio de casos* (4.ª ed.). Madrid: Ediciones Morata.

Tachie, S. A. (2020). The challenges of South African teachers in teaching Euclidean geometry. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research, 19*(8), 297–312. https://doi.org/10.26803/ijlter. 19.8.16

Zakaryan, D., y Sosa, L. (2021). Conocimiento del profesor de secundaria de la práctica matemática en clases de geometría. *Educación Matemática, 33*(1), 71–97. https://doi.org/10.24844/em3301.03

Índice

MODELADO MATEMÁTICO PARA INTEGRAR STEM. PROPUESTA PARA PROFESORES DE SECUNDARIA

María D. Aravena Díaz
Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística, Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule

Abstract:

La investigación forma parte de un estudio más amplio que fue publicado con mayor detalle en Proceedings of the 48th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Research Reports, Vol. 1. PME del año 2025. Se centra en el potencial del modelado matemático que ha sido considerado como puente para integrar las disciplinas STEM (ciencia, tecnología, ingeniería, matemática), porque se alinea de manera interdisciplinaria con la educación STEM. Los procesos de modelado son importantes para que los estudiantes resuelvan problemas locales y globales en concordancia con los desafíos actuales. Debido a la necesidad de contar con profesores cualificados, se implementó un programa de formación para profesores de matemática de secundaria en servicio usando como estrategia de aprendizaje el método de caso. Se presentan los resultados de un estudio de casos múltiples sobre habilidades STEM de grupos de profesores, usando análisis de contenido deductivo. Los hallazgos muestran que el modelado matemático ayuda a los profesores a cultivar e integrar habilidades STEM.

Modelado matemático, habilidades, educación STEM, método de caso, educación secundaria

INTRODUCCIÓN

El estudio se ha centrado en el potencial y desafíos del modelado matemático como puente para integrar STEM y para una auténtica alfabetización STEM (Hallström & Schönborn, 2019). El modelado matemático se alinea de manera interdisciplinaria con la educación STEM porque conecta la matemática con las otras disciplinas, proporcionado una mayor comprensión en la aplicación de conceptos y procesos matemáticos (Aravena-Díaz et al., 2024; English, 2017;). Está en correspondencia con los propósitos de STEM que enfatizan la comprensión conceptual y amplían su comprensión a través de su uso en ámbitos social y culturalmente relevantes (Baker & Galanti, 2017; Ritz & Fan, 2015).

Para que la educación STEM sea efectiva se requiere contar con docentes cualificados, porque aún los profesores no están preparados para lidiar en este escenario (Kurup et al., 2019). Por ello, se diseñó un programa formativo, con profesores en servicio, que aborda problemas complejos, no estructurados y de solución abierta (English, 2017; Stillman et al., 2020) y usando como estrategia de aprendizaje el método de caso (Passyn & Billups, 2019).

Índice

El método de caso centra el aprendizaje en los estudiantes, colocando el énfasis en la discusión y construcción de conocimientos para generar soluciones creativas (Passyn & Billups, 2019). Además, impulsa que los problemas STEM estén con coherencia con las necesidades locales, que requieren articulaciones disciplinarias para su resolución (Aravena-Díaz et al., 2024; Aravena et al., 2025).

La pregunta que guio el estudio fue: ¿Cuáles son las habilidades STEM que integran los profesores en servicio cuando resuelven casos cercanos a la realidad sociocultural de sus estudiantes con base en el modelado matemático?

Modelado matemático para integrar STEM

El término integración STEM es aún difuso y no hay consenso en torno a una definición ni a la terminología para describir integración STEM (Goos et al., 2023; Moore et al., 2023). Sin embargo, hay consenso en señalar ciertas características para su implementación con prácticas asociadas a trabajar problemas complejos y conectados con el mundo real (Aravena-Díaz et al. 2024); fomentar el cultivo de las habilidades necesarias (Brown & Bogiages, 2019)y trabajar problemas que requieren articulaciones interdisciplinarias para su resolución (Aravena-Díaz et al., 2024; Goos et al., 2024). El modelo matemático cumple con las características señaladas por la correspondencia con ideas globalizadoras de las ciencias, la tecnología y la ingeniería, porque se combinan habilidades de las disciplinas STEM (Hallström et al., 2023; Moore et al., 2023)

Educación STEM y modelado matemático en la formación de profesores en servicio

La necesidad de involucrar a profesores en servicio, en modelado y STEM, es un factor esencial para que puedan ampliar la perspectiva en este campo, haciendo uso de tecnologías, aspectos sociales y culturales del modelado y su enseñanza (Stillman et al., 2020). Se recomienda conocimiento matemático profundo, reconocer el papel del conocimiento matemático en la resolución de problemas reales, la matemática incorporada en las otras ciencias y el mundo real (Niss et al., 2007; Stillman et al., 2020), identificar la importancia que tiene la construcción de modelos para comprender la dinámica de los procesos científicos, sociales y culturales y el estudio de ciclos de modelado para entender la correspondencia entre el problema real y la matemática (Blum & Borromeo, 2009).

MÉTODO

El método de investigación es cualitativo con diseño de estudio de casos múltiples (Yin, 2014). Los participantes fueron 9 profesores de matemática de establecimientos públicos de la Zona Centro Sur de Chile y se dividieron en 3 grupos de trabajo (G1, G2 y G3). Se analizaron video grabaciones de cada grupo para capturar el registro verbal del trabajo STEM. Los casos trabajados se enmarcan en las necesidades de la sociedad relacionado con el medio ambiente, agua, transporte y alimentación.

Para el análisis de los datos se levantaron categorías de análisis a partir de la literatura (Aravena-Díaz et al., 2024, Aravena et al., 2025), relacionadas con las habilidades STEM correspondientes a: Habilidades Científicas: lenguaje científico, aplicar procesos investigativos, concluir en base a evidencias, comunicar; Habilidades Tecnológicas: aplicaciones tecnológicas, simular, usar recursos multimedia y comunicar; Habilidades de Ingeniería: estudio de soluciones, diseñar, evaluar soluciones, comunicar y; Habilidades matemáticas; modelar, representar y comunicar. Se consideró las fases del ciclo de modelado de Blum y Borromeo-Ferri (2009): comprender/construir (Fase 1), simplificar (Fase 2), matematizar (Fase 3), trabajar con la matemática (Fase 4), interpretar/proyectar (Fase 5) y validar (Fase 6). El análisis se realizó identificando las frecuencias de las co-ocurrencias entre las habilidades STEM y las fases del ciclo de modelado de los tres grupos de profesores (G1, G2 y G3), mientras resuelven el caso de manera colaborativa. Se utilizó análisis de contenido deductivo con base en las categorías teóricas y códigos declarados previamente.

RESULTADOS

La frecuencia con la que fueron observadas las habilidades STEM a lo largo de las 6 fases del ciclo de modelado, según las categorías (Matemáticas, Ingeniería, Científica y Tecnológica), se despliega en la tabla 1.

Tabla 1

Habilidades STEM según las fases del ciclo de modelación en los tres grupos de trabajo

	Fases del ciclo de modelación																		
	Fase 1			Fase 2			Fase 3			Fase 4			Fase 5			Fase 6			
Grupos/ Habilidad	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3	T
S	2	0	4	0	1	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	11
T	4	19	6	1	14	3	2	10	0	5	7	0	1	2	0	4	2	0	80
E	4	17	3	5	13	1	2	15	0	7	14	2	0	6	2	1	5	2	99
M	0	5	3	0	7	2	0	7	1	3	7	0	2	3	0	2	2	0	44
Total	10	41	16	6	35	6	4	34	1	15	29	2	3	11	2	7	10	2	234

Nota. Elaboración propia

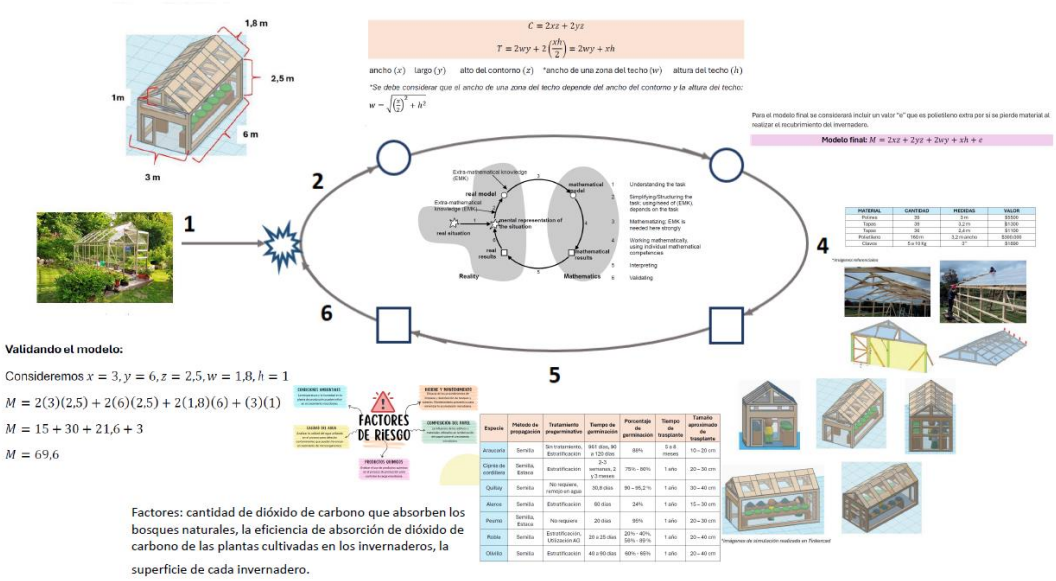
De todas las co-ocurrencias, las de mayor frecuencia son las que evidencian la conexión entre las habilidades tecnológicas (T) a lo largo de las fases del ciclo de modelado. Las habilidades de ingeniería (E) se despliegan por la mayoría de las fases del ciclo de modelado, a excepción de la fase 3 donde el G3 no la despliega y G1 en la fase 5. Las habilidades matemáticas se activan en todas las fases del ciclo de modelado a excepción del G1 que las activa al final de

Índice

proceso de modelado y G3 solo al inicio. Las habilidades científicas se despliegan en las etapas iniciales del ciclo. En cuanto a la integración STEM, se puede observar en cada fase del ciclo. En la fase 2 destaca la integración entre las cuatro habilidades del G2. En la fase 3 destaca la integración entre las habilidades tecnológicas e ingenieriles en G1 y G2. En las fases 4, 5 y 6 se observa integración entre las habilidades tecnológicas y matemáticas por G2. De los tres grupos el que más resalta, en la manifestación de habilidades STEM, es el G2. A partir del desempeño de este grupo se pueden caracterizar las acciones llevadas a cabo para resolver el caso según las 6 fases del ciclo de modelación, como se muestra en la figura 1.

Figura 1

Resolución del caso según fases del ciclo de modelación por el Grupo 2



Nota. elaboración propia basada en Aravena et al. (2025)

Se puede observar (Figura 1) que el G2 transita por cada fase del ciclo de modelado. En la fase 1, consideran un tipo de invernadero de acuerdo a la lectura del problema. En la fase 2 construyen un invernadero utilizando medidas, a partir de las condiciones del problema, para generar un modelo preliminar. En la fase 3 identifican las relaciones matemáticas para formular el modelo. En la fase 4 trabajan con las ideas matemáticas, apoyándose en las representaciones de prototipos. En la fase 5 describen el tipo de invernadero a partir de las soluciones matemáticas. Advierten factores de riesgo y factores relacionados con la plantación y tipos de árboles. Finalmente, en la fase 6 ponen a prueba la pertinencia del modelo probando las medidas del invernadero para confirmar su factibilidad.

CONCLUSIONES

El método de caso permitió identificar tipos específicos de habilidades STEM (Brown & Bogiages, 2019) en cada una de las fases del ciclo de modelado. Si bien el caso demandó un análisis desde diferentes habilidades STEM (Moore et al., 2023), la integración se manifestó entre las habilidades tecnológicas e ingenieriles. En uno de los grupos se pudo evidenciar presencias relevantes de las habilidades matemáticas, en conjunto con las ingenieriles y las tecnológicas, en todas las fases del ciclo de modelado. La modelación matemática parece ser prometedora para el cultivo de las habilidades STEM (English, 2017; Goos, et al., 2023) y para integrar STEM (Aravena et al.,2025; Hallström et al., 2023; Moore et al., 2023) coincidiendo con autores sobre la importancia de incorporar este tipo de propuestas en las aulas de matemática para una auténtica alfabetización STEM (Hallström & Schönborn, 2019).

Agradecimientos

El estudio fue financiado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile [ANID], Proyecto FONDECYT 1230865.

Al equipo de investigación compuesto por: Danilo Díaz-Levicoy, Andrea Vergara Gómez y Marcelo Rodríguez Gallardo.

A Noemí Cárcamo Mansilla por el apoyo en los análisis cualitativos.

A los directores y profesores de los establecimientos públicos de la Zona Centro Sur de Chile.

Referencias

Aravena-Díaz, M.D., Sanhueza-Henríquez, S., Rodríguez, M. y Cárcamo-Mansilla, N. (2024). Mathematical modeling to reduce gender gaps in STEM: characterization of STEM skills in high school students. En V. Geiger, G. Kaiser y H. Siller (Eds.), Res*earching Mathematical Modelling Education in Disruptive Times* (pp. 515–524). Springer.

Aravena-Díaz, M.D., Vergara-Gómez, A., Díaz-Levicoy, D. y Cárcamo-Mansilla, N. (2025). Mathematical modelling and case method to integrate STEM. En C. Cornejo, P. Felmer, D. M. Gómez, P. Dartnell, P. Araya, A. Peri y V. Randolph (Eds.), *Proceedings of the 48th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Research Reports* (Vol. 1, pp. 51-58). PME.

Baker, C.K. y Galanti, T.M. (2017). Integrating STEM in elementary classrooms using model-eliciting activities: Responsive professional development for mathematics coaches and teachers. *International Journal of STEM Education, 4*(1), 10.

Blum, W. y Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45-58

Goos, M., Carreira, S. y Namukasa, I.K. (2023). Mathematics and interdisciplinary STEM education: recent developments and future directions. *ZDM, 55*, 1199–1217.

Índice

English, L.D. (2017). Advancing elementary and middle school STEM education. *International Journal of Science and Mathematics Education, 15*, 5–24.

Hallström, J., Norström, P. & Schönborn, K.J. (2023). Authentic STEM education through modelling: an international Delphi study. *IJ STEM Ed, 10*, 62. https://doi.org/10.1186/s40594-023-00453-4

Hallström, J. y Schönborn, K.J. (2019). Models and modelling for authentic STEM education: reinforcing the argument. *International Journal of STEM Education, 6*, 22.

Kurup, P.M., Li, X., Powell, G. y Brown, M. (2019). Building future primary teachers' capacity in STEM: based on a platform of beliefs, understandings and intentions. *International Journal of STEM Education, 6*, 10.

Moore, T.J., Johnston, A.C. y Glancy, A.W. (2023). STEM Integration. A synthesis of conceptual frameworks and definitions. En C.C. Johnson, M.J. Mohr-Schroeder, T.J. Moore y L.D. English (Eds.), *Handbook of Research on STEM Education* (pp. 3–16). Routledge.

Niss, M., Blum, W. y Galbraith, P. (2007). Introduction. En W. Blum, P.L. Galbraith, H.-W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 3–32). Springer.

Passyn K.A. y Billups, M.J. (2019). How to improve written case analysis and reduce grading time: The One-Page, Two-Case Method. *Journal of Marketing Education, 41* (3), 215–229.

Ritz, J.M. y Fan, S.C. (2015). STEM and technology education: International state-of-the-art. *International Journal of Technology and Design Education, 25*(4), 429–451.

Stillman, G.A., Kaiser G. y Lampen, E. (2020). Sense-Making in Mathematical Modelling and Applications Educational Research and Practice. En G.A. Stillman, G. Kaiser y C.E. Lampen (Eds.), *Mathematical Modelling Education and Sense-making* (pp. 15–29). Springer.

Yin, R.K. (2014). *Case study research design and methods.* (5th ed.). Sage

Índice

OBSERVANDO MATEMÁTICAS Y MOVIMIENTOS MÁS ALLÁ DE LAS PALABRAS EN LOS PRIMEROS AÑOS

PAOLA RAMÍREZ GONZÁLEZ
Universidad Católica del Maule

Abstract:

En este artículo teórico, desde una perspectiva enactiva, abordaré y discutiré qué podría significar la matemática en el movimiento corporal de niños y niñas en sus primeros años. Para ello, mostraré cómo la distinción en las acciones genera una coordinación entre el observador y lo observado, y cómo la operación de aceptación emerge, en términos matemáticos, a partir de dicha observación, sin necesidad de considerar las palabras, ilustrando con acciones de los primeros años en las que se desencadena su movimiento y que, a la luz del observador, pueden llamarse matemáticas.

Movimiento, primeros años, enactivismo, aprendizaje, verbalización

INTRODUCCIÓN

Durante los primeros años, los movimientos corporales se perciben como algo más que una acción aislada; tienen consecuencias para el aprendizaje temprano de los verbos, donde muchos verbos comunes —por ejemplo, besar, abrazar, patear— parecen referirse a acciones realizadas por partes específicas del cuerpo (Maouene et al., 2008) notando con ello que el movimiento y el aprendizaje van de la mano, más allá de la palabra en si misma, lugar esencial en los primeros años de vida, dado que el lenguaje está en desarrollo, pero también fundamental para el aquellos en donde el lenguaje se desarrolla en diferentes tiempos.

Asimismo, nuestro potencial biológico de neuroplasticidad conlleva la posibilidad de aprender a movernos y la necesidad de hacerlo (Moore et al., 2012). En este sentido de movimiento corporal entre la necesidad y aprender a moverse, se puede observar que en los primeros seis meses de vida la mayoría de los bebés pueden darse la vuelta hacia ambos lados y empezar a sentarse solos, posiblemente apoyándose con las manos. También el bebe puede empezar a mecerse o incluso a gatear. Pueden alcanzar y agarrar objetos, pasarlos de una mano a la otra y llevárselos a la boca para explorarlos, levantar la cabeza y el pecho estando boca abajo y pueden sostener su peso sobre las piernas cuando están de pie. En síntesis, la medida del desarrollo observado y por tanto aprendizaje se da por el movimiento a este nivel.

Sin embargo, a pesar de su elocuente contribución del movimiento corporal en el hacer desde el nacer, en educación matemática, se presta menos atención a los movimientos corporales completos, lo que deja mayor espacio a la palabra o a lo que se dice matemáticamente como forma de expresión que indica aprendizaje matemático, notando que la verbalización de la

Índice

matemática presentada por quién la hace, muestra un rol fundamental en la observación, siendo vista como una forma resultado de aprendizaje matemático (por ejemplo, decir el total de la suma al agregar dos números).

Recientemente, ante la importancia del movimiento corporal en la investigación, Macrine y Fugate (2022) respondieron con la publicación de su libro «Movement Matters» (los movimientos importan), marcando un hito de transformación y orientación a esta rama emergente de consideración. En donde, podemos reconocer que el concepto matemático se fundamenta en la experiencia física y sensoriomotora de los cuerpos (Abrahamson & Lindgren, 2014), pero que se reconoce a través de la observación.

Por lo tanto, en este artículo teórico, desde una perspectiva enactiva, analizaré la posición del observador para observar "algo matemático", ampliando el concepto de distinción y lenguaje de Maturana, definido como la "coordinación de coordinaciones de comportamientos consensuales" (Maturana & Verden-Zöller, 2008, p. 29). Brindando diferentes ilustraciones, mostraré cómo la distinción en las acciones genera una coordinación entre el observador y lo observado, y cómo, a través de dicha observación, emerge la operación de aceptación en términos matemáticos.

TEORÍA ENACTIVA

Desde una posición enactiva, teoría de la cognición con bases biológicas, todos aprendemos a través de la experiencia de hacer, porque "todo conocer es hacer" (Maturana y Varela 1992, p. 27). Específicamente, Varela et al. (2017) propusieron el término "enactivo" para enfatizar que "la cognición no es la representación de un mundo predado por una mente predada, sino más bien la puesta en práctica de un mundo y una mente a partir de la historia de la variedad de acciones que un ser realiza en el mundo" (p. 9). En donde, según Varela et al. (2017) el enfoque enactivo consiste en dos puntos:

- Percepción es una acción guiada
- Las estructuras cognitivas emergen a partir de patrones sensomotores recurrentes que permiten la acción guiada.

Como consecuencia el cerebro no es un computador, no procesa símbolos abstractos o preposiciones, al contrario, el acto de pensar moviliza lo mismo que las actividades sensoriales y motoras en las cuales nosotros funcionamos dentro de lo natural (y también en ambientes socioculturales). Por tanto, cómo pensamos, depende de cómo nos movemos en el mundo, cómo nosotros sabemos operar sobre varios objetos, que herramientas sabemos utilizar adecuadamente, qué lenguaje hablamos en ese mundo incluyendo el movimiento corporal.

OBSERVANDO Y HACIENDO SENTIDO EN MATEMÁTICA

Antes de hablar, los niños comprenden el mundo a través del movimiento corporal. Si hay alguien cerca, puede entender sus movimientos, principalmente gracias a las observaciones y a los patrones que percibe en el comportamiento del niño. A veces, los niños pequeños juegan a esconderse detrás de cortinas o árboles. Esperan un gesto, un movimiento de quienes los rodean, antes de aparecer. En este contexto, el cuerpo se entiende no como un sistema funcional definido en términos de entradas y salidas —como en la ciencia cognitiva funcionalista— sino como un sistema adaptativo, autónomo y capaz de dar sentido a las cosas (Thompson, 2017, p. xxvi, traducción propia). El niño comprende lo que sucede en el juego del escondite porque su cuerpo se adapta mediante los sistemas sensoriomotores y neurológicos, generando activamente patrones de acción significativos. El niño participa en un intercambio mutuo de acciones —escondiéndose, apareciendo o buscando— con los demás. Quienes participan en el juego también realizan movimientos corporales, y en estos intercambios mutuos, comprenden sus propias acciones y las de los demás.

El observador ve las acciones del niño pequeño en el entorno (esconderse) y también participa activamente en ellas y aprende. Así, tanto el niño como la persona que juega con él son observadores. Existe un intercambio mutuo de acciones entre ellos, una comprensión a través de los movimientos corporales que se expresa en el juego del escondite. El aprendizaje surge del movimiento y de la experiencia que tienen al intentar comprender el mundo. Es en este intercambio de acciones donde el sistema nervioso […] crea información en conjunto con el resto del cuerpo y el entorno (Thompson, 2017, p. xxvi).

De manera similar, y teniendo presente que todo lo que el observador nota depende de su propia historia de interacción (Ramírez, 2019; Ramírez, 2021), en el contexto matemático, según lo que se “ve”, categorizamos las propiedades del llamado objeto matemático. Esta categorización, al igual que la persona que categoriza el juego de esconderse, comienza a tener sentido a partir de los patrones de movimiento que surgen al vivir una aleatoriedad en el movimiento corporal que involucra el juego.

DISCUSIÓN

Dado que cualquier objeto matemático no se define por sí mismo ni por el movimiento corporal, sino por la distinción observada por el observador en la historia de interacción, en donde, es el observador quién es que le atribuye características a la acción realizada, ¿Cuál es el papel del observador y sus propias creencias sobre la naturaleza matemática de dicho movimiento? ¿Qué se revela cuando lo que se observa son las matemáticas a través de los movimientos corporales?

En estas preguntas y a modo de discusión, planteo que pueden surgir diversas categorizaciones a partir de las observaciones que provienen de diferentes observadores, de

igual modo, al observar los movimientos corporales y su posible relación con las matemáticas, la categorización de lo observado está determinada por factores del observador que incluyen expectativas de un comportamiento matemático coherente (Maturana, 2000; Piere & Kieren, 1989; Ramírez, 2021).

Por otro lado, la observación debe considerar el contexto, pues tal como lo demostraron Núñez y Sweetser (2010) al observar el pueblo aymara, vieron que sus propias observaciones variaban según su cultura occidental

Entonces, planteo que se hace necesaria la propia reflexión del observador sobre su comportamiento e interpretación de la observación para comprender las acciones de los demás y las suyas propias, incluso si estas difieren de lo esperado. De forma similar, en matemáticas, es necesario observar cómo cada observador hace su propia comprensión y coherencia matemática cuando un movimiento corporal puede ser observado bajo una acción que indica hacer matemáticas (por ejemplo, contar con los dedos). A partir de esto (en la comprensión y en la coherencia), donde se produce una operación de aceptación de la acción observada en los movimientos corporales realizados que forman o determinan lo que llamamos matemática, dicha aceptación nace de una coordinación entre los participantes de las interacciones que aceptan lo "matemático".

Finalmente, cabe decir, que en este movimiento creciente de investigación, estudios más recientes han comenzado a incluir la observación de los gestos en educación matemática cómo un constitutivo de hacer matemático abarcando grupos de edad de estudiantes diferentes (Arzarello et al., 2009; de Freitas & Sinclair, 2012; Edwards et al., 2014; Elia et al., 2014; Robutti, 2020; Gandell, 2024), educadores (Alibali et al., 2014; Yoon et al., 2011) como matemáticos en ejercicio (Ohertman et al., 2019) y también el cuerpo en movimiento, como un constitutivo de hacer matemático a la luz del observador (Ramírez, 2025; Ramírez, 2023).

Agradecimientos

Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico de Chile, FONDECYT INICIACIÓN ID11251892, apoya esta investigación en curso.

Referencias

Abrahamson, D., & Lindgren, R. (2014). Embodiment and embodied design en R. Keith Sawyer (Ed.). *The Cambridge handbook of the learning sciences* (2nd edition, pp. 358-376). Cambridge University Press.

Arzarello, F., Paola, D., Robutti, O., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies Mathematics 70*, 97–109 https://doi.org/10.1007/s10649-008-9163-z

Alibali, M. W., Nathan, M. J., Wolfgram, M. S., Church, R. B., Jacobs, S. A., Johnson Martinez, C., & Knuth, E. J. (2014). How teachers link ideas in mathematics instruction using speech and gesture: A corpus analysis. *Cognition and Instruction*, *32*, 65–100. https://doi.org/10.1080/07370008.2013.858161

de Freitas, E., & Sinclair, N. (2012). Diagram, gesture, agency: Theorizing embodiment in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *80*(1), 133–152.

Edwards, L. D., Ferrara, F.& Moore-Russo, D. (Eds.). (2014). *Emerging perspectives on gesture and embodiment in mathematics*. Information Age Publishing

Elia, I., Gagatsis, A., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). The role of gestures in making connections between space and shape aspects and their verbal representations in the early years: Findings from a case study. *Mathematics Education Research Journal*, *26*, 735–761.

Gandell, R. (2024). Students' Mathematical Thinking in Movement. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 1–24. https://doi.org/10.1007/s40753-023-00233-z

Lakoff, G. & Núñez, R.E. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. New York: Basic Books.

Macrine, S. L., & Fugate, J. M. (Eds.). (2022). *Movement matters: How embodied cognition informs teaching and learning*. MIT Press.

Maouene, J., Hidaka, S., & Smith, L.B (2008). Body Parts and Early-Learned Verbs. *Cognitive Science 32*(7), 1200–1216. https://doi.org/10.1080/03640210802019997.

Maturana, H.R. (1987). Everything is said by an observer. In W.I. Thompson (Ed.). Gaia: *A way of knowing. Political implications of the new biology* (pp. 65–82). Lindisfarne Press.

Maturana, H. R., & Varela, F. J. (1987). *The tree of knowledge: The biological roots of human understanding.* New Science Library/Shambhala Publications.

Maturana H. R., & Verden-Zöller, G. (2008) *The Origins of Humanness inthe Biology of Love*.Charlottesville, VA: Imprint Academic

Maturana, H. (2000). The nature of the laws of nature. *System research and behavioural Science* System, *17*(5), 459–468.

Moore, C. L., & Yamamoto, K. (2012). *Beyond words: Movement observation and analysis*. Routledge.

Núñez, R., & Sweetser, E., (2006). With the Future Behind Them: Convergent Evidence From Aymara Language and Gesture in the Crosslinguistic Comparison of Spatial Construals of Time. *Cognitive Science 30* (3), 401–450.

Oehrtman, M., Soto-Johnson, H., & Hancock, B. (2019). Experts' construction of mathematical meaning for derivatives and integrals of complex-valued functions. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, *5*, 394–423.

Pirie, S., & Kieren, T. (1989). A recursive theory of mathematical understanding. *FLM: For the Learning of Mathematics, 39*(1), 7– 11.

Índice

Ramirez, P. (2019). *Re-observing the emergence of mathematics learning through conversations in a classroom from an enactivist perspective: a methodological study*. (Doctoral dissertation). University of Bristol.

Ramirez, P. (2021). Observing how a student becomes coherently aware in mathematics. *For the learning of mathematics 41*(3), pp. 9-13.

Ramirez, P. (2023). Conscious Awareness of Body Movements in Mathematics. *An interdisciplinary journal: Constructivist Foundation 18*(2), 288–290. https://constructivist.info/18/2/288.ramirez

Ramirez, P. (2025). Observing mathematics and body movements beyond words: Reflection from an observer. En Cornejo, C., Felmer, P., Gómez, D. M., Dartnell, P., Araya, P., Peri, A., & Randolph, V. (Eds.). *Proceedings of the 48th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: General Contributions*. (p. 310). PME 48.

Robutti, O. (2020). Gestures in Mathematics Education. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100042

Thompson, E. (2017) in Varela, F. J., Thompson, E., & Rosch, E. (2017). *Revised edition: The embodied mind: Cognitive science and human experience*. MIT Press.

Varela, F. J., Thompson, E., & Rosch, E. (2017). *Revised edition: The embodied mind: Cognitive science and human experience*. MIT Press.

Yoon, C., Thomas, M. O., & Dreyfus, T. (2011). Gestures and insight in advanced mathematical thinking. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *42*(7), 891–901.

Índice

CONOCIENDO A *KOKI*, UNA APP MÓVIL PARA EL APRENDIZAJE DE LA ESTADÍSTICA EN EDUCACIÓN SUPERIOR

FELIPE RUZ ÁNGEL
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

La enseñanza de la estadística enfrenta desafíos persistentes en la educación superior, especialmente en torno a la comprensión conceptual, la interpretación de datos y el tránsito entre la intuición empírica y el razonamiento formal. En este contexto, Koki surge como una herramienta digital interactiva diseñada para apoyar procesos de aprendizaje más exploratorios, visuales y manipulativos. Esta conferencia presenta tres funcionalidades centrales de la aplicación actualmente operativas: el visualizador de datos, la calculadora de probabilidades y las herramientas de inferencia estadística. A través de ejemplos concretos, se mostrará cómo Koki permite trabajar con datos, explorar distribuciones de manera dinámica, simular experimentos aleatorios y formalizar procedimientos inferenciales a partir de contrastes e intervalos de confianza. Se incluyen análisis exploratorios multivariados accesibles para estudiantes, consultas probabilísticas basadas en distribuciones discretas y continuas, y simulaciones repetidas que permiten introducir de forma intuitiva la lógica inferencial antes de su formalización teórica. Además, se discutirán proyecciones de la herramienta hacia la educación escolar y nuevas funcionalidades en desarrollo. La sesión combinará exposición conceptual con navegación guiada en la versión beta de la app, invitando a los asistentes a explorar su potencial y a reflexionar colaborativamente sobre oportunidades para enriquecer la enseñanza de la estadística en distintos contextos educativos.

App Móvil, educación superior, enseñanza de la estadística, tecnología educativa

INTRODUCCIÓN

En la actual era de los datos, el dominio de la estadística se ha consolidado como una competencia esencial para el ejercicio ciudadano y profesional informado (Ben-Zvi et al., 2018a). El acceso masivo a la información y la necesidad de tomar decisiones basadas en evidencia han situado al razonamiento estadístico como una habilidad transversal en la formación universitaria. Sin embargo, diversos estudios advierten que su enseñanza continúa centrada en el cálculo y en la aplicación rutinaria de fórmulas, relegando el desarrollo del pensamiento estadístico y la comprensión conceptual (Zieffler et al., 2018; Pfannkuch et al., 2016). Esta brecha entre las demandas actuales de dominio estadístico y las prácticas

Índice

docentes vigentes plantea la necesidad de innovar en metodologías y herramientas pedagógicas.

En este escenario, la integración de tecnologías digitales se ha convertido en un componente clave para la modernización de la enseñanza. La literatura especializada destaca que los entornos interactivos —como simuladores, aplicaciones móviles o recursos de visualización de datos— favorecen la exploración, la indagación y la argumentación estadística, permitiendo representar conceptos abstractos de manera tangible (Andre y Lavicza, 2019; Burckhardt et al., 2021). Estas herramientas promueven aprendizajes activos y personalizados, mejoran la motivación y facilitan la retroalimentación inmediata (Castillo et al., 2018; Chen et al., 2020). No obstante, su efectividad depende de que el diseño responda a las necesidades de los usuarios, de modo que la tecnología actúe como mediador y no como obstáculo del aprendizaje (Hassenzahl y Tractinsky, 2006; Herrera, 2023).

Experiencias previas en educación estadística han mostrado el potencial de plataformas como *Fathom*, *TinkerPlots*, *CODAP* o *RossmanChance Applets* para apoyar la comprensión de la variabilidad y la inferencia mediante visualizaciones y simulaciones (Biehler et al., 2012; González et al., 2018; Chance, delMas y Garfield, 2004). Sin embargo, la mayoría carece de versiones en español y de una adaptación contextual los requerimientos del estudiantado, además de no necesariamente integrar enfoques modernos de la educación estadística y el diseño de software educativo (Andre y Lavicza, 2019; Ruz et al., 2025). Esta carencia evidencia la necesidad de desarrollar recursos accesibles, pertinentes y centrados en el usuario.

En respuesta a este desafío surge *Koki*, una app web progresiva (PWA) diseñada bajo los principios del Design Thinking y el User-Centered Design, orientada a fortalecer el aprendizaje de la estadística universitaria mediante recursos interactivos y visuales (Quiñones et al., 2024). Su desarrollo se sustenta en los lineamientos internacionales (Bargagliotti et al., 2020; Carver et al., 2016; Tintle et al., 2020), que recomiendan promover el razonamiento bajo incertidumbre y el trabajo con datos reales a través del uso óptimo de tecnología. Asimismo, se nutre de evidencias empíricas obtenidas con estudiantes universitarios chilenos, cuyas percepciones sobre utilidad, usabilidad y satisfacción guiaron la definición de sus principales funcionalidades (Ruz et al., 2025). Actualmente, *Koki* se concibe como una app que combina visualizaciones dinámicas, calculadoras de probabilidades e inferencia, simuladores y encuestas para la recolección de datos en tiempo real. Estas funcionalidades buscan ofrecer experiencias de aprendizaje activas, personalizadas y accesibles.

Por tanto, la presente conferencia tiene por objetivo exponer el proceso de diseño y evaluación inicial de *Koki* con usuarios reales, así como caracterizar las herramientas disponibles en sus principales funcionalidades para la resolución de problemas estadísticos,

probabilísticos e inferenciales. Con ello se pretende contribuir a la reflexión sobre las oportunidades y desafíos que representa el diseño centrado en el usuario en la enseñanza de la estadística en educación superior.

FUNDAMENTOS DE DISEÑO Y DESARROLLO DE *KOKI*

El desarrollo de *Koki* se sustenta en una articulación entre principios de la educación estadística y los enfoques de diseño centrados en la experiencia del usuario. Esta convergencia responde a la necesidad de crear herramientas tecnológicas que no solo sean funcionales, sino que también promuevan aprendizajes significativos y sostenibles. En esta sección se presentan los fundamentos teóricos que orientaron su diseño y desarrollo.

Perspectiva pedagógica y disciplinar

En el ámbito de la educación estadística, las últimas décadas han estado marcadas por un giro conceptual desde la enseñanza de procedimientos hacia el desarrollo del pensamiento y razonamiento estadístico (Ben-Zvi et al., 2018a; Zieffler et al., 2018). Este cambio implica situar el aprendizaje en torno a problemas auténticos y al análisis de datos reales, donde el estudiantado pueda explorar, formular conjeturas y argumentar a partir de la evidencia. Desde esta perspectiva, el razonamiento bajo incertidumbre se entiende como un proceso de construcción activa, más que como la aplicación mecánica de algoritmos.

Los lineamientos GAISE II (Bargagliotti et al., 2020) proporcionan un marco curricular central para este propósito, proponiendo que la enseñanza de la estadística incorpore el ciclo de investigación estadística —formular preguntas, recolectar/considerar y analizar datos, e interpretar resultados en contexto—. Este ciclo, también reconocido en los niveles universitarios (Carver et al., 2016), subraya la necesidad de integrar las herramientas tecnológicas como mediadores cognitivos para visualizar relaciones, simular procesos aleatorios y comunicar resultados. Así, el aprendizaje estadístico se concibe como una práctica investigativa, en la que la tecnología amplía las posibilidades de exploración y comprensión.

Dentro de estas orientaciones, la inferencia basada en la simulación (Simulation-Based Inference, SBI) ha emergido como un enfoque efectivo para favorecer la comprensión conceptual del razonamiento inferencial. A diferencia de los métodos tradicionales centrados en fórmulas, el enfoque SBI permite a los estudiantes construir la lógica inferencial a través de la experimentación, utilizando simulaciones repetidas que visualizan la variabilidad muestral y la probabilidad de ocurrencia (Tintle et al., 2020; Pfannkuch et al., 2016). Esta aproximación promueve la conexión entre la experiencia empírica y el pensamiento formal, facilitando la transición desde la intuición hacia la comprensión de modelos estadísticos.

Por último, la integración de tecnologías interactivas refuerza además los principios de aprendizaje activo y situado, en coherencia con las recomendaciones de Ben-Zvi et al.

(2018b), quienes destacan que los entornos digitales deben diseñarse para fomentar la exploración, el razonamiento y la argumentación colaborativa. En este sentido, *Koki* se alinea con el paradigma del *learning by exploring*, ofreciendo a los estudiantes un espacio donde pueden manipular datos, observar patrones y contrastar hipótesis mediante herramientas accesibles y visualmente expresivas.

Perspectiva tecnológica y de diseño

Desde el punto de vista tecnológico, *Koki* se desarrolló bajo los principios del Design Thinking y del User-Centered Design (UCD), metodologías que sitúan las necesidades, expectativas y emociones de los usuarios en el centro del proceso creativo (Hassenzahl y Tractinsky, 2006; Preece et al., 2002). El modelo UCD, enfatiza la importancia de comprender el contexto de uso, especificar los requisitos de la experiencia, crear prototipos iterativos y evaluar continuamente con usuarios reales. Este enfoque asegura que la app no solo sea técnicamente funcional, sino también intuitiva, motivadora y coherente con las metas de aprendizaje del público al que se dirige. Complementariamente, el Design Thinking aporta una estructura flexible e iterativa que articula cinco etapas: empatizar, definir, idear, prototipar y testear (Dorst, 2015). Su valor radica en fomentar la creatividad y la colaboración interdisciplinaria, integrando perspectivas de la educación, la ingeniería y el diseño gráfico. En el caso de *Koki*, estas etapas permitieron traducir las necesidades detectadas en la investigación con usuarios (Ruz et al., 2025) en soluciones concretas, configurando funcionalidades que promueven tanto la exploración conceptual como la satisfacción de uso.

La aplicación de estas metodologías se complementó con estrategias propias del desarrollo ágil de software, particularmente el marco SCRUM, que favorece la iteración continua y la retroalimentación constante entre el equipo y los usuarios (Schwaber & Sutherland, 2013). Este enfoque colaborativo permitió ajustar las funcionalidades a partir de pruebas de usabilidad y sesiones de validación con estudiantes y docentes, garantizando una mejora progresiva del producto.

El vínculo entre estos enfoques pedagógicos y tecnológicos constituye la base de la propuesta de *Koki*. Esta app no se concibe únicamente como una herramienta para ejecutar cálculos o representar gráficos, sino como un entorno de aprendizaje experiencial que materializa los principios de la educación estadística, buscando promover experiencias de aprendizaje que sean al mismo tiempo rigurosas, motivadoras y accesibles. Esta integración permite concebir la tecnología no solo como un recurso instrumental, sino como un medio para repensar las prácticas de enseñanza y aprendizaje de la estadística en la educación superior.

METODOLOGÍA

Se adopta una perspectiva mixta de carácter exploratoria y de diseño, orientada a la innovación educativa, con el propósito de desarrollar, implementar y evaluar prototipos de la app en contextos de aprendizaje, permitiendo iterar entre su construcción y la retroalimentación de sus usuarios.

Diseño y desarrollo de *Koki*

El proceso de diseño y desarrollo de *Koki* se organizó siguiendo los principios del Design Thinking, del User-Centered Design (UCD) y del marco ágil SCRUM, metodologías que guían la creación, validación y mejora progresiva del prototipo. El punto de partida fue un diagnóstico empírico sobre la enseñanza de la estadística universitaria en Chile, donde se identificaron dificultades recurrentes en la comprensión conceptual, la baja motivación del estudiantado y la limitada integración de recursos tecnológicos en los procesos de aprendizaje (Ruz et al., 2025). Este estudio, realizado con más de cuatrocientos estudiantes universitarios, permitió perfilar los intereses, expectativas y estilos de uso tecnológico del público objetivo de la aplicación.

En paralelo, el diseño de la aplicación fue desarrollado siguiendo las etapas de empatizar, definir, idear, prototipar y testear (Quiñones et al., 2024). Durante la etapa de *empatizar*, se realizaron entrevistas y encuestas a estudiantes y docentes de distintas disciplinas, identificando la necesidad de una herramienta que facilitara, por ejemplo, la visualización de datos, la comprensión de la probabilidad y la recolección de datos en tiempo real. En *definir*, se consolidaron los perfiles de usuario (profesor y estudiante) junto con los objetivos de aprendizaje asociados. Posteriormente, en *idear* y *prototipar*, se diseñaron las pantallas, flujos de navegación y arquitectura general de la aplicación, los cuales fueron validados mediante pruebas de usabilidad con usuarios reales.

A nivel de desarrollo tecnológico, *Koki* fue concebida como una aplicación web progresiva (PWA), compatible con dispositivos móviles y de escritorio, accesible desde navegadores sin necesidad de instalación previa. Esta decisión técnica buscó maximizar su portabilidad, reducir las barreras de acceso y permitir actualizaciones automáticas. El proceso de desarrollo se gestionó bajo el marco ágil SCRUM, que promueve ciclos cortos de trabajo y retroalimentación continua (Schwaber & Sutherland, 2013). Cada iteración permitió ajustar funcionalidades, mejorar la interfaz y optimizar la experiencia de usuario a partir de la observación directa y de los comentarios de los usuarios en pruebas controladas de laboratorio.

Actualmente, la versión beta de *Koki* se encuentra disponible para descarga y prueba abierta en www.koki.cl/descargar. Esta versión corresponde al resultado de dos años de desarrollo continuo e integra funcionalidades completas y otras en proceso de expansión, permitiendo

a estudiantes y docentes explorar los primeros módulos operativos en contextos reales de aprendizaje.

Estado actual de *Koki* y sus funcionalidades

Koki se organiza en torno a un sistema de perfiles duales —profesor y estudiante— que permite gestionar la interacción pedagógica y la personalización de experiencias. El profesorado puede crear y administrar cursos, asignaturas y paralelos, integrando a sus estudiantes de manera local o institucional. Esta estructura busca facilitar la gestión de actividades, el seguimiento del progreso y la creación de comunidades de aprendizaje interconectadas. Entre las funcionalidades ya implementadas, tres constituyen el núcleo actual de la app:

Visualizador de datos

Esta funcionalidad posibilita trabajar con conjuntos de datos externos, ingresados manualmente o generados por la propia audiencia mediante encuestas o juegos. Permite representar hasta cuatro variables simultáneamente, fomentando el pensamiento multivariado. Incluye opciones para elaborar gráficos de barras o sectores, histogramas, boxplots, diagramas de dispersión, nubes de palabras y representaciones en escala. Las visualizaciones son interactivas y actualizables en tiempo real, favoreciendo el análisis exploratorio y la discusión colectiva de los resultados.

Calculadora de probabilidades

Este componente ofrece un entorno visual para el cálculo de probabilidades en distribuciones discretas y continuas, con variación dinámica de parámetros y visualización gráfica de la forma de las distribuciones. Permite explorar probabilidades acumuladas como áreas bajo la curva, facilitando la comprensión visual del comportamiento de distribuciones más empleadas en cursos introductorios, como la binomial, poisson, normal, exponencial, t de Student, chi-cuadrado, entre otras.

Herramientas de inferencia estadística

Organizadas en dos grupos, combinan herramientas que buscan integrar el aprendizaje experiencial con la comprensión formal, reforzando la conexión entre intuición, evidencia y modelización: (1) *Simulaciones computacionales,* que permiten construir la lógica de la inferencia mediante la repetición de experimentos aleatorios, visualizando la variabilidad muestral y la frecuencia de ocurrencia; y (2) *Calculadora de inferencia,* donde se ofrecen procedimientos automatizados para estimar parámetros por intervalos de confianza e implementar pruebas de hipótesis, acompañados de representaciones visuales del contraste y la zona crítica.

Junto con estas funciones, *Koki* incorpora y proyecta otras herramientas complementarias, como:

- *Perfiles institucionales integrados*, que permitirán vincular cursos y docentes bajo una misma plataforma de gestión (en desarrollo).
- *Encuestas dinámicas*, que facilitan la recolección de datos en tiempo real adaptados a los intereses del estudiantado (en desarrollo).
- *Juegos breves*, diseñados para generar datos experimentales y analizarlos inmediatamente mediante el visualizador y las herramientas inferenciales (en desarrollo).
- *Asistente inteligente*, que ofrecerá apoyo personalizado a los estudiantes mediante un chat de tutoría, cuyas fuentes serán definidas por cada profesor (en desarrollo).

En esta conferencia se ejemplificarán tres de las funcionalidades ya desarrolladas y en fase de validación (el visualizador de datos, las calculadoras de probabilidades y las herramientas de inferencia estadística), mostrando cómo pueden integrarse en la resolución de problemas estadísticos.

RESULTADOS

A continuación, se presentan los principales resultados vinculados a ejemplificar las funcionalidades actualmente operativas de *Koki*, organizadas en torno a los tres ejes centrales de la aplicación: el visualizador de datos, la calculadora de probabilidades y las herramientas de inferencia estadística. La Figura 1 sintetiza estos tres ámbitos a través de ejemplos que ilustran la manera en que *Koki* articula exploración visual, experimentación computacional y análisis formal, proporcionando el marco para la descripción detallada que se expone en las subsecciones siguientes.

Figura 1

Ejemplos de herramientas de koki para (a) un análisis multivariado, (b) una consulta probabilística y (c) una simulación repetida de un experimento aleatorio.



(a) Visualizador de datos (b) Calculadora probabilidades (c) Simulador

Visualizador de datos

El visualizador de datos de *Koki* constituye la herramienta principal para el análisis de datos dentro de la aplicación y ejemplifica su orientación hacia el aprendizaje activo. Diseñado para explorar y representar información de forma dinámica, permite trabajar con datos cargados por el usuario o generados en el aula. Más que ofrecer gráficos automáticos, busca propiciar la formulación de preguntas y la construcción de significado contextualizado a partir de patrones observados.

Para ejemplificar su potencial, se presenta una situación basada en datos sobre hábitos de sueño y salud, que reúne información sobre dinámicas de descanso, bienestar y actividad física de un grupo de estudiantes universitarios. El conjunto incluye variables como género, edad, duración y calidad del sueño, actividad física, nivel de estrés, IMC y presencia de trastornos del sueño. A partir de este material, se puede desarrollar en el aula un análisis exploratorio sobre *¿qué factores parecen influir más en la calidad del sueño de los estudiantes?*, dando paso a atender interrogantes del tipo, ¿cómo se distribuyen las horas de sueño y las categorías de IMC en la muestra? (P1-análisis univariado); ¿ existen diferencias en el tiempo de actividad física según el nivel de estrés reportado por los estudiantes? (P2-diferencias entre grupos); y ¿qué relación se observa entre el tiempo de actividad física y la duración del sueño, y cómo varía según el género? (P3-asociación multivariada).

En la P1, el análisis se orienta a describir las variables por separado, mostrando las distintas herramientas que ofrece el visualizador según su tipo. Cuando la variable es categórica, como

el *IMC*, el usuario puede optar entre un gráfico de barras o de sectores, con la posibilidad de visualizar las frecuencias absolutas y relativas de cada categoría. Si la variable es numérica, como la *duración del sueño*, la aplicación permite representar la distribución mediante un histograma o un boxplot, en los que es posible desplegar medidas como la media, mediana, desviación estándar o el RIQ, así como seleccionar el número de intervalos del histograma. Estas herramientas facilitan la exploración univariada de los datos, permitiendo observar, por ejemplo, la proporción de estudiantes en cada categoría de IMC o la tendencia central y dispersión de las horas de sueño en la muestra.

En la P2, la interacción entre dos variables permite avanzar hacia un análisis comparativo entre grupos. En este caso, al relacionar una variable numérica —por ejemplo, el *tiempo de actividad física*— con una categórica —como el *nivel de estrés*—, el visualizador genera un conjunto de histogramas o boxplots, uno para cada categoría de la variable cualitativa seleccionada. La interfaz permite elegir entre mantener los gráficos separados o fusionarlos en una sola vista, diferenciando los grupos mediante una escala de colores. Además, pueden mostrarse los mismos estadísticos descriptivos que en el análisis univariado, pero ahora calculados para cada grupo. Estas opciones posibilitan comparar visualmente las distribuciones y apreciar patrones generales, como que los estudiantes con menor nivel de estrés tienden a registrar mayor tiempo de actividad física.

Finalmente, en la P3, el análisis se centra en la posible relación entre dos variables numéricas, incorporando una categórica como factor diferenciador. Al seleccionar, por ejemplo, *tiempo de actividad física* y *duración del sueño*, junto con *género* como variable de agrupación, la app genera un gráfico de dispersión para cada categoría o un único gráfico combinado donde cada punto se colorea según el grupo correspondiente (Figura 1a). Esta representación permite identificar tendencias generales y posibles diferencias entre categorías, observando si las relaciones entre las variables cuantitativas presentan tendencias o concentraciones distintas. Además, el visualizador posibilita integrar una cuarta variable, cuya naturaleza determina una nueva dimensión visual. Si es numérica, se representa mediante el tamaño de los puntos; y si es categórica, mediante variaciones de color. Estas funciones amplían las posibilidades de análisis multivariado y fomentan la interpretación de patrones complejos, permitiendo a los estudiantes explorar simultáneamente la covariación, la dispersión y las posibles interacciones entre factores.

Calculadora de probabilidades

La calculadora de probabilidades de *Koki* fue diseñada para favorecer la comprensión conceptual de las distribuciones de probabilidad y su interpretación como medidas de incertidumbre, además sistematizar el cálculo de probabilidades asociado. Esta herramienta permite representar tanto distribuciones discretas (binomial, poisson, geométrica e hipergeométrica) como continuas (normal, t de Student, chi-cuadrado, F, uniforme,

exponencial, gamma y beta), y ofrece un entorno interactivo en el que los usuarios pueden modificar parámetros, definir intervalos y visualizar gráficamente las probabilidades asociadas a los eventos. El gráfico generado se actualiza de forma automática al ajustar los valores, mostrando en color el área correspondiente a la probabilidad seleccionada.

Para ilustrar su potencial pedagógico, se plantea la siguiente situación problema, inspirada en una de las experiencias aplicadas durante el proceso de validación de la app: "Ariel es creador de contenido digital y desea estimar cuántas de sus posts mensuales podrían considerarse exitosas. Según sus registros anteriores, cada post tiene una probabilidad de 0.4 de superar las mil interacciones. Si publica veinte veces al mes, ¿qué probabilidad tiene de que más de diez publicaciones sean exitosas?".

En la interfaz de la app, el usuario selecciona la distribución binomial, definiendo los parámetros n por 20 y p por 0.4. Al ingresar la condición $P(X > 10)$, el gráfico de la distribución de probabilidad muestra en color el área correspondiente a los valores mayores a diez. De manera simultánea, se entrega el valor de la probabilidad con cuatro decimales, junto con la posibilidad de modificar dinámicamente los parámetros y observar el efecto sobre la forma de la distribución. El cambio en p, por ejemplo, permite visualizar cómo se desplaza la simetría y concentración de la distribución, favoreciendo la comprensión del rol de cada parámetro en el modelo probabilístico.

Una segunda consulta que puede realizar Ariel es determinar la probabilidad de obtener entre cuatro y ocho posts exitosos en un mes, lo que se traduce en $P(4 \leq X \leq 8)$. Al seleccionar este rango, la aplicación somete a color el área intermedia del gráfico, mostrando visualmente la magnitud relativa de la probabilidad (Figura 1b). Este recurso gráfico refuerza la interpretación de la probabilidad como proporción del área total bajo la función de distribución, haciendo visible la suma de probabilidades discretas que definen el evento.

El paso siguiente consiste en analizar un escenario con mayor número de posts, por ejemplo, si Ariel planifica 50 posts mensuales manteniendo la misma probabilidad de éxito (0.4). En este caso, aun cuando la app permite valores de n hasta 200, puede ser valioso utilizar la distribución normal como aproximación de la binomial, y comparar ambos escenarios. Al ingresar estos valores en la sección de distribución normal, la interfaz muestra una curva acampanada donde el área bajo la curva representa la probabilidad buscada. Esta transición entre la binomial y la normal evidencia la continuidad del razonamiento probabilístico entre modelos discretos y continuos, y contribuye a evidenciar la estrecha relación entre ambos bajo ciertas condiciones.

Herramientas de inferencia estadística

Las herramientas de inferencia estadística de *Koki* buscan integrar la experimentación empírica con la formalización teórica, permitiendo que los estudiantes comprendan los

Índice

fundamentos de la inferencia desde la exploración visual hasta el cálculo analítico. Se organiza en dos componentes complementarios: las *simulaciones computacionales*, orientadas a generar escenarios que permiten representar resultados en repetidas ocasiones, y la *calculadora de inferencia*, que automatiza el cálculo teórico de intervalos de confianza y contrastes de hipótesis para distintos parámetros.

Para ilustrar el uso de estas funcionalidades, se propone la siguiente situación: "Camila participa frecuentemente en sorteos digitales donde cada concurso selecciona a un único ganador entre todos los inscritos. Durante el último semestre, se inscribió en cuarenta sorteos y ganó en veintiocho de ellos. Surge entonces la pregunta: ¿pueden estos resultados atribuirse al azar?"

En una primera etapa, se recurre a la herramienta de *lanzamiento de la moneda*, que permite modelar el fenómeno mediante la repetición de experimentos aleatorios dicotómicos. Se asume que cada sorteo corresponde a un ensayo de Bernoulli con probabilidad de éxito 0.5, representando un escenario completamente aleatorio. Los estudiantes configuran el simulador con 40 repeticiones (concursos) y ejecutan una secuencia de, por ejemplo, 1000 simulaciones para estimar la distribución de la cantidad de victorias obtenidas. De esta forma, es posible explorar qué tan inusual es observar un resultado como el de Camila en estas repeticiones. Los resultados se muestran en un histograma dinámico, donde el eje horizontal representa los posibles números de aciertos y el eje vertical sus frecuencias relativas. Además, permite ingresar el resultado observado para determinar la proporción de simulaciones que alcanzan o superan ese número de éxitos, aproximando empíricamente el p-valor. La visualización resultante (Figura 1c) permite observar que el resultado real de Camila se ubica en una zona poco frecuente del modelo, lo que motiva la discusión sobre la significación estadística y la plausibilidad del azar como explicación, todo esto sin la necesidad de introducir teóricamente las pruebas de significación.

En la segunda etapa, se avanza hacia la formalización de la técnica inferencial utilizando la calculadora. En este entorno, los usuarios pueden seleccionar entre cuatro opciones de parámetros (proporción, diferencia de proporciones, medias y diferencia de medias), que requieren datos concretos. Para el caso del problema, se ingresa el tamaño muestral (40), número de éxitos (28) y el valor de p establecido en H_0 (0.5) en el escenario de éxito equitativo en cada concurso, y la app automatiza el cálculo del p-valor y también el estadístico de prueba (permitiendo la reflexión entre las lógicas de los contrastes de hipótesis y las pruebas de significación). Además, se genera un gráfico de la distribución muestral de la proporción bajo H_0, junto con la zona crítica asociada al nivel de significancia establecido. Esta visualización permite comparar el resultado empírico obtenido por simulación con el valor teórico del contraste, fortaleciendo la comprensión del concepto de p-valor como probabilidad de obtener un resultado igual o más extremo que el observado bajo H_0.

Adicionalmente, la calculadora ofrece la opción de construir un intervalo de confianza para la proporción, según el nivel de significancia establecido en el contraste, haciendo explícito el vínculo entre ambas técnicas inferenciales.

CONCLUSIONES

El desarrollo de *Koki* ha sido un esfuerzo orientado a responder al desafío de contar con herramientas accesibles, flexibles y pedagógicamente fundamentadas que permitan apoyar la comprensión de la estadística desde una perspectiva exploratoria, interactiva y dinámica. A lo largo de este trabajo se ha mostrado cómo la aplicación integra visualizaciones dinámicas, simulaciones computacionales y herramientas de inferencia para facilitar la conexión entre la intuición inicial y el razonamiento formal, permitiendo que los estudiantes manipulen los conceptos en acción y participen activamente en su construcción.

Sin embargo, es importante subrayar que *Koki* no pretende ser una solución cerrada ni definitiva. Por el contrario, su diseño responde a la convicción de que la mejora en la enseñanza de la estadística es un proceso en permanente evolución, que requiere diálogo constante entre investigadores, docentes, desarrolladores y estudiantes. En este sentido, *Koki* aspira a contribuir como un recurso más dentro del conjunto de iniciativas que buscan renovar la educación estadística, ofreciendo un espacio donde el error, la exploración y la experimentación se transformen en oportunidades de aprendizaje auténtico y a la mano de todos los estudiantes.

Las funcionalidades presentadas en esta conferencia evidencian que la aplicación permite abordar distintos procesos, desde la exploración inicial de datos, pasando por la construcción visual de distribuciones y el análisis de probabilidades, hasta la inferencia estadística apoyada en simulaciones y cálculos teóricos. En cursos universitarios, esta secuencia ha mostrado ser especialmente valiosa para reducir la distancia entre lo abstracto y lo concreto, facilitando que los estudiantes comprendan de manera gradual y dinámica conceptos que suelen generar dificultad, como la variabilidad muestral, las distribuciones de probabilidad o el significado del p-valor.

Asimismo, el desarrollo de *Koki* ha sido posible gracias al financiamiento institucional de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso y a un proyecto FONDEF de la ANID, lo que ha permitido consolidar una versión beta funcional. No obstante, queda un camino amplio por recorrer, donde incorporar nuevas funcionalidades, optimizar el rendimiento en diferentes dispositivos, profundizar en la accesibilidad, integrar módulos que respondan a necesidades específicas de cursos avanzados y, especialmente, sistematizar evaluaciones con usuarios diversos, tanto profesores y estudiantes, que permitan seguir calibrando y mejorando la herramienta.

Índice

Aunque el diseño de *Koki* surge desde el contexto universitario, las experiencias recogidas durante su desarrollo sugieren que muchas de sus funciones tienen un potencial prometedor para avanzar hacia la educación escolar. Las visualizaciones dinámicas, las simulaciones computacionales, las representaciones interactivas de distribuciones y la posibilidad de trabajar con datos generados directamente en el aula son elementos valiosos para introducir, desde la etapa escolar, formas de razonamiento estadístico más ricas y profundas. Una proyección relevante consiste en generar módulos y secuencias didácticas que faciliten el trabajo con estudiantes de enseñanza media, contribuyendo a una educación estadística que prepare y motive para los desafíos del mundo contemporáneo.

Por tanto, *Koki* es un proyecto vivo, abierto y en expansión, que busca dialogar con las necesidades reales de quienes enseñan y aprenden estadística. Su aporte no reside únicamente en las funcionalidades implementadas, sino en la invitación a construir, de manera colaborativa, nuevas formas de entender y enseñar la estadística. Si la aplicación logra acompañar a docentes y estudiantes en este proceso, y si logra fomentar una experiencia más cercana, comprensible y crítica con los datos, habrá cumplido su propósito fundamental.

Agradecimientos

Proyecto FONDEF ID24I10075 y grupo de investigación EDEPRO Chile (www.edepro.cl).

Referencias

Andre, M., y Lavicza, Z. (2019). Technology changing statistics education: Defining possibilities, opportunities and obligations. *Electronic Journal of Mathematics & Technology, 13*(3), 253–264.

Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez, L., y Spangler, D. (2020). *Pre-K–12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education II*. ASA.

Ben-Zvi, D., Makar, K., y Garfield, J. (Eds.). (2018a). *International handbook of research in statistics education*. Springer.

Ben-Zvi, D., Gravemeijer, K., y Ainley, J. (2018b). Design of statistics learning environments. En D. Ben-Zvi, K. Makar y J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education*. Springer.

Biehler, R., Ben-Zvi, D., Bakker, A., y Makar, K. (2012). *Technology for enhancing statistical reasoning at the school level*. En M. Clements et al. (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 643–690). Springer.

Burckhardt, P., Nugent, R., y Genovese, C. R. (2021). Teaching statistical concepts and modern data analysis with a computing-integrated learning environment. *Journal of Statistics and Data Science Education, 29*(1), S61–S73.

Carver, R., Everson, M., Gabrosek, J., Horton, N., Lock, R., Mocko, M., ... y Wood, B. (2016). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) College Report*. ASA

Castillo, N., Guzmán, M., Matus, P., Rivera, C., y Marín Zavala, J. (2018). Serious games y educación superior. *Revista Internacional De Estudios Sobre Sistemas Educativos*, *2*(8), 250–268.

Índice

Chance, B., delMas, R., y Garfield, J. (2004). Reasoning about sampling distributions. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. Springer.

Chen, X., Xie, H., Zou, D., y Hwang, G. J. (2020). Application and theory gaps during the rise of artificial intelligence in education. *Computers and Education: Artificial Intelligence, 1*, 100002.

Dorst, K. (2015). *Frame innovation: Create new thinking by design*. MIT Press.

González, J., López, M., Cobo, E., y Cortés, J. (2018). Assessing Shiny apps through student feedback: Recommendations from a qualitative study. *Computer Applications in Engineering Education, 26*(5), 1813–1824.

Hassenzahl, M., y Tractinsky, N. (2006). User experience—a research agenda. *Behaviour & Information Technology, 25*(2), 91–97.

Herrera, J. (2023). *Herramientas y aplicaciones para la enseñanza de la estadística en educación superior: Una revisión sistemática* (tesis de magíster). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Pfannkuch, M., Budgett, S., Fewster, R., Fitch, M., Pattenwise, S., Wild, C., y Ziedins, I. (2016). Probability modeling and thinking: What can we learn from practice? *SERJ, 15*(2), 11–37.

Preece, J., Rogers, Y., y Sharp, H. (2002). *Interaction design: Beyond human-computer interaction*. John Wiley & Sons.

Quiñones, D., Ruz, F., Díaz-Arancibia, J., Paz, F., Osega, J. y Rojas, L. F. (2024). Innovating Statistics Education: The Design of a Novel App Using Design Thinking. *Applied Sciences*, *14*(18), 8515

Ruz, F., Ubilla, F., Videla, P., Zamora, J., y Herrera, J. (2025). *Innovating mobile learning in statistics: Profiling university students' needs and expectations*. *Proceedings of IASE Satellite Conference 2025*.

Schwaber, K., y Sutherland, J. (2013). *La guía de Scrum*. ScrumGuides.org.

Tintle, N., Chance, B., Cobb, G., Rossman, A., Roy, S., Swanson, T. y VanderStoep, J. (2020). *Introduction to statistical investigations*. John Wiley & Sons.

Zieffler, A., Garfield, J., y Fry, E. (2018). What is statistics education? En D. Ben-Zvi, K. Makar y J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 37–70). Springer.

Índice

LOS MODOS DE PENSAMIENTO COMO PROGRAMA DE INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA (2010–2025)

MARCELA PARRAGUEZ GONZÁLEZ
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

Durante más de una década, la teoría de los Modos de Pensamiento de Sierpinska ha orientado una línea sostenida de investigación en Didáctica de la Matemática desarrollada en el Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Esta teoría propone que la comprensión de un fragmento matemático surge de la interacción entre formas de pensamiento teórico y práctico. En el caso del álgebra Lineal, por ejemplo, Sierpinska identificó los modos Sintético-Geométrico (SG), Analítico-Aritmético (AA) y Analítico-Estructural (AE), mientras que investigaciones posteriores han reconocido otras configuraciones de modos según los objetos y contextos matemáticos abordados.

El trabajo aquí presentado sintetiza resultados obtenidos entre 2010 y 2025 en torno a la operacionalización de esta teoría en diversos dominios matemáticos —álgebra lineal, cónicas, derivada, grupos, conjuntos cíclicos y sistemas numéricos— y su evolución metodológica hacia modelos cognitivos relacionados mediante "articuladores" entre modos de pensar. Los hallazgos muestran la potencia explicativa de la teoría para caracterizar obstáculos epistemológicos y transiciones cognitivas, así como su aplicabilidad en el diseño de trayectorias de aprendizaje y tareas ad-hoc. Finalmente, se discuten proyecciones recientes que vinculan los Modos de Pensamiento con constructos de la neurociencia cognitiva, como las funciones ejecutivas básicas, para explorar la interacción entre pensamiento teórico y práctico en procesos de modelación y aprendizaje matemático.

Didáctica de la Matemática, modos de pensamiento, álgebra lineal, comprensión matemática, articuladores cognitivos

INTRODUCCIÓN

La teoría de los Modos de Pensamiento (MP), propuesta por Anna Sierpinska (2000), surge como respuesta a una cuestión persistente en la enseñanza y aprendizaje del álgebra lineal: ¿por qué los estudiantes muestran dificultades para comprender conceptos teóricos, a pesar de manejar con soltura los procedimientos prácticos? Desde sus primeras formulaciones, Sierpinska planteó que el pensamiento matemático oscila entre dos polos complementarios: el pensamiento práctico (PP), orientado a la acción inmediata, y el pensamiento teórico (PT), dirigido a la reflexión y a la búsqueda de relaciones entre conceptos. Esta tensión dialéctica constituye el eje de una teoría cognitiva que permite describir la comprensión de un

Índice

fragmento de la matemática —denotado como *F*— a partir de la interacción entre distintos modos de pensar dicho fragmento.

Durante los últimos quince años, un grupo de investigadores de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso ha desarrollado una línea de investigación que amplía, operacionaliza y valida empíricamente la teoría de Sierpinska. En esta trayectoria se han abordado diversos fragmentos matemáticos, tales como la dimensión de un espacio vectorial (Maturana & Parraguez, 2012), las cónicas (Bonilla, y Parraguez, 2013; Astorga y Parraguez, 2014, 2019; Parraguez et al., 2019), los sistemas de ecuaciones lineales (Campos & Parraguez, 2019), la derivada en perspectiva local (Pinto-Rojas y Parraguez, 2017), los sistemas numéricos (Parraguez et al., 2021; Randolph y Parraguez, 2022); el concepto de Grupo (Campos & Parraguez, 2021) y conjunto cíclicos (Vidal-Szabó et al., 2023). Estas investigaciones convergen en propósitos comunes: (a) comprender cómo los estudiantes y profesores movilizan, articulan y transitan entre MP para construir significado matemático y (b) reconocer que los MP no constituyen categorías fijas, sino expresiones cognitivas que emergen según la epistemología del fragmento matemático en consideración.

El presente trabajo sintetiza los principales avances de la línea de investigación desarrollada sobre los MP, destacando su evolución teórica, metodológica y empírica. Además, examina las proyecciones actuales de la teoría hacia la modelación cognitiva y su articulación con constructos neurocognitivos, en particular con las funciones ejecutivas básicas (la inhibición). En conjunto ofrece una visión integrada de más de una década de investigación que ha consolidado a los MP como un Programa de Investigación robusto para estudiar la comprensión matemática en diferentes niveles educativos y para orientar el diseño de procesos de enseñanza que articulen lo teórico y lo práctico.

ELEMENTOS TÉORICOS O CONCEPTUALES

Los orígenes de la teoría de los Modos de Pensamiento

La teoría de los MP fue propuesta por Anna Sierpinska (2000, 2002, 2005) en el contexto de sus investigaciones sobre la comprensión del álgebra lineal en estudiantes universitarios. A partir de extensas observaciones y análisis de tareas, Sierpinska identificó que las dificultades recurrentes en este dominio no se explicaban solamente por la complejidad de los contenidos, sino por la coexistencia de diferentes maneras de pensar la matemática: unas más ligadas a la manipulación de procedimientos y otras al razonamiento sobre estructuras abstractas.

La autora denominó PP a aquel que se orienta a la acción y a la resolución inmediata de problemas, y PT al que se dirige hacia la reflexión y la búsqueda de coherencia en sistemas de relaciones conceptuales. Sin embargo, ambos no se conciben como opuestos, sino como polos de una tensión cognitiva productiva y la comprensión matemática emerge en la

Índice

interacción entre lo teórico y lo práctico. Esta complementariedad constituye el fundamento ontológico de los MP.

Fundamentos filosóficos y psicológicos

Desde Hume (1978) hasta Piaget (1955), se reconoce que el pensamiento humano oscila entre actuar y comprender, fundamento de la relación entre PT y PP. Esta tensión dialéctica ha sido interpretada desde distintas tradiciones filosóficas y psicológicas. Para Hume, el conocimiento surge de la experiencia sensible y de las asociaciones que el sujeto establece a partir de la percepción. Kant (1998), en cambio, plantea que el entendimiento organiza la experiencia a través de categorías a priori, otorgando unidad a lo múltiple percibido. Dewey (1993) retoma esta relación desde una perspectiva pragmatista, concibiendo el pensamiento como una forma de acción reflexiva en la que la experiencia y la reflexión se retroalimentan de manera continua. Finalmente, Piaget (1995) aporta una comprensión epistemológica del pensamiento como proceso de construcción y reorganización mental basado en un tránsito constante entre la asimilación y la acomodación, en una dialéctica que combina acción y conceptualización.

En conjunto, estas perspectivas configuran un marco filosófico y psicológico que sustenta la comprensión del pensamiento matemático como una actividad en equilibrio dinámico entre la acción práctica y la elaboración teórica. Esta concepción constituye la base sobre la cual se desarrollan los principios de la teoría de los *Modos de Pensamiento*, orientados a describir cómo los sujetos coordinan lo práctico y lo teórico en la construcción del conocimiento matemático.

Fundamentos didácticos: la complementariedad entre acción y reflexión

En el campo de la Didáctica de la Matemática, la complementariedad entre acción y reflexión ha sido abordada por diversos autores. Steinbring (1991) advirtió que el énfasis excesivo en la contextualización y la resolución de problemas podría diluir el carácter esencialmente teórico del conocimiento matemático. En cambio, Freudenthal (1973) y Gravemeijer (1997) propusieron que la matemática debe entenderse como una actividad humana de matematización progresiva: una ascensión “de lo concreto a lo general”.

Sierpinska (2002) recoge ambas visiones al proponer una relación de complementariedad, más que de dicotomía, entre el PT y el PP. En su formulación, cada uno de estos modos puede actuar como un obstáculo epistemológico para el otro (en el sentido bachelardiano): lo práctico puede impedir la generalización teórica, y lo teórico puede obstaculizar la intuición o la acción eficiente. No obstante, esta complementariedad no es patológica, sino constitutiva de la comprensión matemática.

Los modos de pensar un fragmento matemático

Un fragmento *F* de la matemática (por ejemplo, una recta, una matriz, un número complejo o una función) puede ser comprendido desde distintos MP, cuya configuración responde a la epistemología y ontología de *F* y al tipo de razonamiento que este convoca. En sus primeros desarrollos teóricos, Sierpinska (2000) distinguió tres modos principales asociados al álgebra lineal: (i) MP-SG: los objetos son percibidos y manipulados como entidades visuales o espaciales; el pensamiento opera mediante descripciones figurales; (ii) MP-AA: los objetos se definen mediante relaciones numéricas o expresiones simbólicas que permiten el cálculo y (iii) MP-AE: los objetos se conciben como instancias de estructuras abstractas caracterizadas por propiedades y relaciones generales.

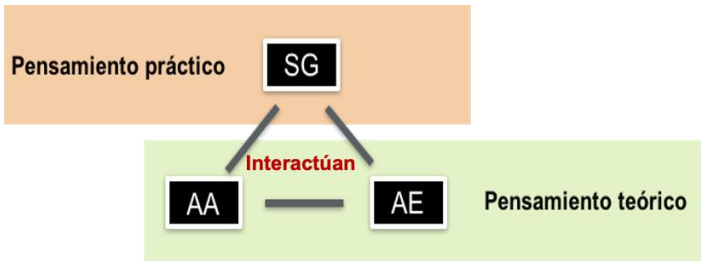
Sin embargo, las investigaciones posteriores (Campos y Parraguez, 2021; Parraguez et al., 2021; Pinto-Rojas y Parraguez, 2017; Randolph y Parraguez, 2022; Vidal-Szabó et al., 2023) han mostrado que no existe un repertorio fijo de modos, sino que estos se configuran según la epistemología y la naturaleza del fragmento estudiado.

Por tanto, los MP deben entenderse como configuraciones flexibles de actividad cognitiva y semiótica, que modelan las distintas formas en que los sujetos se relacionan con los objetos matemáticos dentro de un contexto epistémico determinado. La comprensión profunda de un concepto matemático implica la interacción dinámica entre estos modos y la capacidad de movilizarse entre ellos, articulando representaciones figurales, simbólicas, operacionales y estructurales.

Este principio de interactividad cognitiva constituye el núcleo del modelo teórico desarrollado en esta línea de investigación y sustenta la identificación de articuladores cognitivos, es decir, los elementos matemáticos (representaciones, propiedades o relaciones) que permiten el tránsito entre modos.

Figura 1

Interacción entre los MP según el fragmento matemático (Sierpinska,2000; Parraguez et al.,2021).



Esta apertura conceptual en torno a los MP permitió evolucionar hacia un modelo cognitivo más amplio, capaz de describir no solo las formas de pensamiento, sino las condiciones epistémicas y cognitivas que las sostienen.

De la teoría a la modelación cognitiva

En los últimos años, la teoría de los MP se ha extendido desde el ámbito del álgebra lineal hacia otros fragmentos de la matemática, incluyendo las cónicas, los sistemas numéricos, la derivada y los grupos. Esta expansión ha requerido operacionalizar la teoría mediante instrumentos de investigación que hagan visible la interacción entre MP.

El concepto de "articulador" (Parraguez et al., 2013) surge precisamente con este propósito: designa un elemento matemático (una representación, propiedad o relación) que permite el tránsito entre MP, como por ejemplo la ecuación que conecta la representación gráfica y simbólica de una cónica (Bonilla & Parraguez, 2013). La identificación de estos articuladores ha permitido pasar de una teoría descriptiva a una teoría modeladora del pensamiento matemático, capaz de orientar el diseño de tareas y trayectorias de aprendizaje.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

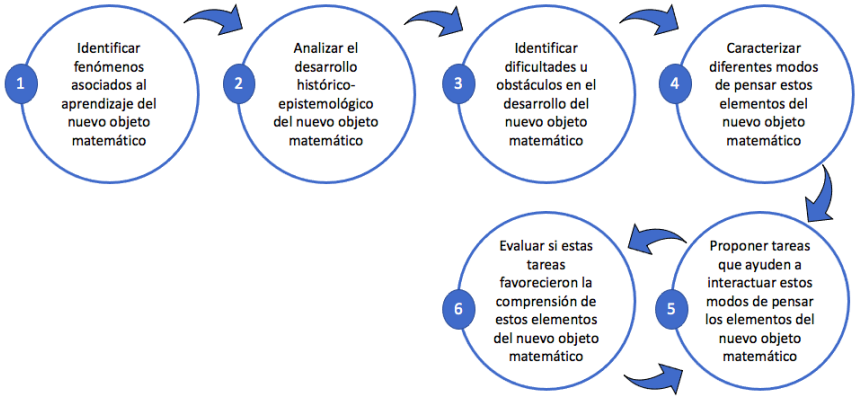
De la teoría a la investigación empírica

La línea de investigación desarrollada en torno a la teoría de los MP ha transitado, entre 2010 y 2025, desde estudios de adherencia —centrados en aplicar directamente la teoría de Sierpinska (2000, 2005)— hacia estudios de variedad, que amplían su alcance metodológico y teórico a nuevos dominios matemáticos. Esta evolución ha requerido un proceso sostenido de operacionalización teórica, orientado a definir categorías observables y estrategias de análisis coherentes con los supuestos epistemológicos del marco original.

La operacionalización se ha sustentado en tres decisiones metodológicas fundamentales (Figura 2): (a) *Definir el fragmento matemático (F)* a investigar, considerado como un subconjunto coherente de la matemática (por ejemplo, la noción de dimensión, las cónicas, los sistemas numéricos o el concepto de grupo), (b) *Diseñar tareas matemáticas ad-hoc* que favorezcan la manifestación de distintos modos de pensar *F* y (c) *Construir instrumentos de análisis* —como cuestionarios, protocolos de entrevista o rejillas de codificación— que permitan identificar evidencias del tránsito entre modos.

Figura 2

Ruta de evolución de la investigación sobre los Modos de Pensamiento en un fragmento F de la matemática (Parraguez et al., 2024, pp.26).



Enfoque metodológico general: estudios de caso y diseño exploratorio

Los primeros estudios (2010–2015) adoptaron un *diseño de caso instrumental* (Stake, 2010), centrado en analizar la comprensión de conceptos de álgebra lineal en grupos pequeños de estudiantes universitarios. Este enfoque permitió profundizar en las estrategias cognitivas y los modos de representación empleados al resolver tareas específicas.

En una segunda etapa (2016–2020), la línea evolucionó hacia diseños *exploratorios-descriptivos,* en los que se compararon MP en distintos fragmentos matemáticos y se comenzaron a formular y determinar articuladores cognitivos: elementos de la matemática (como la ecuación, la gráfica o una propiedad) que posibilitan el tránsito entre MP.

Desde 2020, los proyectos se orientan hacia la consolidación de un *modelo cognitivo integrador* (MP + articuladores) y la aplicación de metodologías mixtas, que combinan el análisis cualitativo de respuestas escritas y entrevistas con análisis cuantitativos de tendencias cognitivas. Este movimiento refleja el paso de una investigación centrada en casos individuales a una que busca patrones de interacción cognitiva en poblaciones más amplias.

Instrumentos y procedimientos de análisis

El proceso metodológico en los estudios recientes puede describirse mediante tres fases recurrentes: (a) *Análisis a priori*: Identificación del fragmento matemático y de los MP esperables que se definen en función del análisis epistemológico del fragmento y pueden diferir de los MP clásicos propuestos originalmente por Sierpinska (2000); elaboración de tareas y predicción de articuladores hipotéticos entre modos; revisión teórica y validación por pares (expertos en Didáctica de la Matemática), (b) *Aplicación empírica*: Implementación de las tareas en entornos naturales (aula universitaria o formación docente); recogida de datos

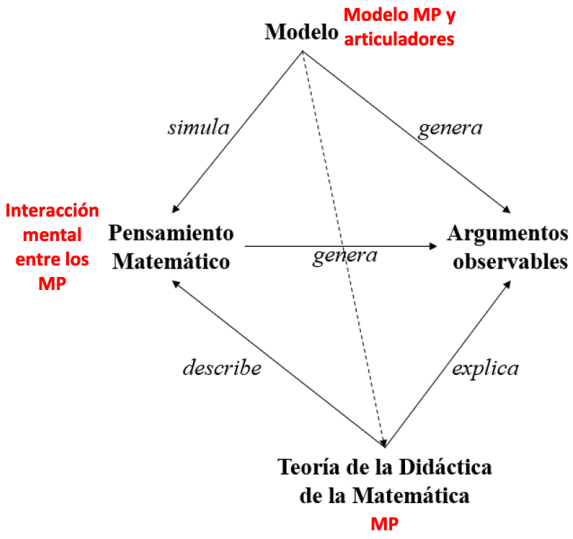
Índice

mediante cuestionarios, entrevistas y observaciones videograbadas y (c) *Análisis a posteriori*: codificación de evidencias de los modos de pensar (SG, AA, AE y otras configuraciones derivadas según el fragmento en estudio) y de los articuladores emergentes; triangulación entre fuentes de datos y construcción de categorías de interpretación.

El método se articula bajo la lógica de la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995), donde el análisis a priori y posteriori se conciben como momentos complementarios de validación teórica y empírica. Sin embargo, la línea incorpora además el principio de Exploración Heurística Evolutiva (EHE), que reconoce que los marcos teóricos también evolucionan a la luz de los datos empíricos (Figura 3).

Figura 3

Modelo cognitivo de los Modos de Pensamiento y su articulación mediante articuladores (Parraguez et al., 2021, pp.318).



Validación y consistencia metodológica

Para garantizar la validez interna y externa de los resultados, cada estudio ha considerado distintos criterios metodológicos: (a) *Triangulación de fuentes y métodos*, combinando entrevistas semiestructuradas, registros escritos y observaciones de aula, (b) *Revisión por pares expertos*, tanto en el diseño de las tareas como en la interpretación de los datos y (c) *Reiteración evolutiva*, que permite contrastar los resultados de un estudio con los de investigaciones previas y ajustar las categorías de análisis.

Esta rigurosidad ha permitido sostener la coherencia teórica de la línea, al tiempo que se amplían los contextos de aplicación de la teoría de los MP.

Índice

En síntesis, la metodología desarrollada constituye una contribución original al campo de la Didáctica de la Matemática: no se limita a aplicar un marco existente, sino que lo *expande como modelo cognitivo validado empíricamente*, capaz de describir y explicar la comprensión matemática en diversos dominios.

RESULTADOS

De los estudios de adherencia: operacionalizar la teoría de Sierpinska del 2010 al 2015

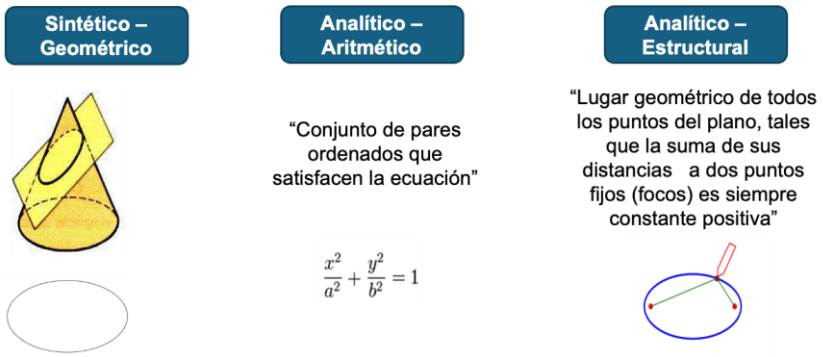
Los primeros trabajos o estudios de adherencia (2010-2015) tuvieron como propósito reconocer y describir evidencias de los MP en el aprendizaje del álgebra lineal, siguiendo los postulados de Sierpinska (2000). En esta etapa inicial, se exploró el potencial explicativo de los modos SG, AA y AE para caracterizar la comprensión de conceptos abstractos.

Maturana y Parraguez (2012) investigó el *concepto de dimensión finita de un espacio vectorial real*, con estudiantes de ingeniería y ciencias. Su análisis mostró un predominio del modo AA, asociado al cálculo y la manipulación de fórmulas, junto con una escasa articulación con los modos SG y AE, necesarios para otorgar significado estructural al concepto. Este hallazgo impulsó el diseño de tareas orientadas a favorecer la interacción entre modos.

Bonilla y Parraguez (2013) abordó *la elipse* con estudiantes de enseñanza media, evidenciando que la comprensión de las cónicas exige la coordinación simultánea de los tres modos de pensamiento (Figura 4). Los resultados revelaron que los estudiantes que transitaron entre representaciones gráficas, simbólicas y estructurales desarrollaron una comprensión más integrada del objeto matemático.

Figura 4

Modos de Pensar la Elipse (Bonilla y Parraguez 2013, pp.45)



Índice

Ampliación a nuevos fragmentos matemáticos: consolidar la interacción entre modos del 2015 al 2020

Durante esta etapa, los estudios se centraron en otros dominios de la matemática con el fin de examinar la validez de la teoría más allá del álgebra lineal.

Astorga y Parraguez (2014, 2019) extendió el análisis a *las cónicas en distintas métricas* (euclidiana, norma-1 e infinita). Los resultados evidenciaron que el tránsito entre los modos SG y AE requiere de un modo intermedio AA, que actúa como articulador entre la forma gráfica y la estructura algebraica. Este hallazgo dio origen al concepto de articulador cognitivo, entendido como un elemento matemático que facilita el paso de un modo a otro.

Campos y Parraguez (2019) investigó la comprensión de *sistemas de ecuaciones lineales* en estudiantes de educación media. Observó que quienes no lograban establecer una conexión desde el modo SG hacia el modo AA —por ejemplo, entre la intersección de rectas y la solución algebraica— presentaban dificultades al resolver sistemas de mayor complejidad. En cambio, los estudiantes que transitaban entre los modos mostraban una comprensión más profunda y flexible del conjunto solución.

En conjunto, estos resultados sustentan la *hipótesis central*: la comprensión matemática no reside en un modo aislado, sino en la interacción coordinada entre MP mediada por articuladores cognitivos.

De la operacionalización al modelo cognitivo del 2015 al 2025

En la etapa más reciente, la línea de investigación se ha consolidado en torno a un modelo cognitivo integrador (MP + articuladores), que describe la comprensión matemática como una interacción entre modos mediada por elementos articuladores (Parraguez et al., 2024).

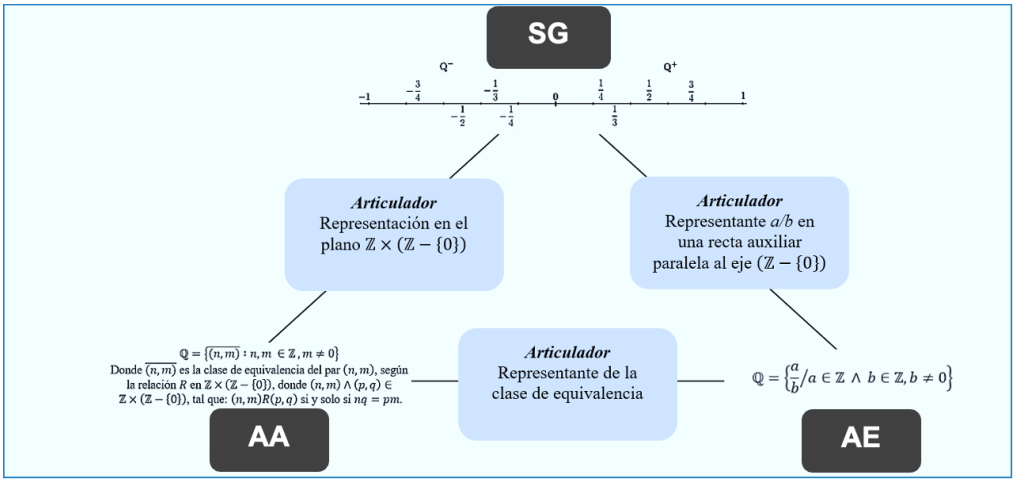
Pinto-Rojas y Parraguez (2017) aplicó la teoría al concepto de *derivada en su perspectiva local*, incorporando el marco MTSK (Mathematical Knowledge for Teaching) para el análisis del conocimiento del profesor. Sus resultados mostraron articuladores explícitos entre los modos Sintético-Geométrico-Convergente (SGC), Analítico-Operacional (AO) y AE, y evidenciaron fortalezas y vacíos en la comprensión de docentes y estudiantes.

Campos y Parraguez (2021) extendió el modelo al concepto de *grupo*, en el que aparece el modo Analítico-Combinatorio (AC); identificando articuladores como la tabla de doble entrada y la coloración de composiciones, los cuales permiten transitar entre los modos AC y AE, al tiempo que promueven el desarrollo de intuiciones sobre subgrupos.

Índice

Figura 5

Modelo de interacción entre modos de pensamiento en la comprensión de los números racionales (Parraguez et al., 2021, pp.334).



Parraguez et al., (2021), aplicaron la teoría a los *sistemas numéricos*, en particular a los números racionales (Figura 5) y complejos (Randolph & Parraguez, 2022). En estos estudios se propuso un modelo para la comprensión de Q y C basado en la interacción de los modos SG, AA y AE, mostrando que la conceptualización de estos sistemas excede su tratamiento como simples conjuntos: implica reconocer su estructura algebraica, de orden y topológica.

Articuladores cognitivos y funciones ejecutivas: nuevos horizontes

Las investigaciones más recientes exploran la vinculación entre los MP y las funciones ejecutivas básicas, en particular la inhibición cognitiva. Este constructo, proveniente de la neurociencia cognitiva, se refiere a la capacidad de suprimir respuestas automáticas o irrelevantes para atender a los elementos esenciales de una tarea.

En contextos matemáticos, una adecuada capacidad de inhibición se ha asociado con la habilidad para cambiar de modo de pensamiento o mantener activa una representación estructural mientras se ejecutan procedimientos prácticos. Los hallazgos preliminares (Randolph et al., 2025) muestran que los estudiantes con mayor control inhibitorio manifiestan una mayor flexibilidad para articular SG, AA y AE, lo que abre una vía prometedora para integrar la teoría de los MP con enfoques cognitivo-neuropsicológicos.

Síntesis de los resultados

En conjunto, los resultados obtenidos durante más de una década permiten afirmar que: (a) La teoría de los MP es operacionalizable empíricamente mediante tareas diseñadas ad-hoc, (b) La interacción entre modos, más que la prevalencia de uno sobre otro, explica los niveles de comprensión alcanzados, (c) Los articuladores cognitivos constituyen un avance teórico

y metodológico que transforma la teoría en un modelo explicativo de la comprensión matemática y (d) La línea ha evolucionado hacia un enfoque de modelación cognitiva, capaz de integrar dimensiones teóricas, didácticas y neurocognitivas.

CONCLUSIONES

A lo largo de más de una década, la teoría de los MP (Sierpinska, 2000, 2002, 2005) ha demostrado ser un marco teórico sólido y adaptable para comprender la construcción del conocimiento matemático en distintos niveles educativos. La línea de investigación desarrollada en el Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso ha permitido ampliar esta teoría más allá de sus formulaciones iniciales, transformándola en un modelo cognitivo de carácter explicativo y predictivo, sustentado en evidencia empírica y metodológica.

En primer lugar, las investigaciones han mostrado que los modos de pensamiento no constituyen un repertorio cerrado, sino configuraciones cognitivas dependientes de la epistemología del fragmento matemático. Así, los modos clásicos (SG, AA, AE) se reorganizan o diversifican —como en los casos de los modos SGC, AO o AC— según las relaciones conceptuales, representacionales y semióticas que cada dominio matemático convoca. Estos hallazgos consolidan la noción de que los MP se reestructuran según el dominio matemático, confirmando la flexibilidad epistemológica del modelo.

La comprensión, por tanto, no radica en la prevalencia de un modo sobre otro, sino en la coordinación flexible y dinámica entre modos mediada por articuladores cognitivos: elementos matemáticos (representaciones, propiedades o relaciones) que permiten transitar entre formas de pensamiento y mantener la coherencia conceptual.

Desde esta perspectiva, la comprensión matemática se entiende como un proceso de modelación cognitiva, en el cual el sujeto articula representaciones figurales, simbólicas, operacionales y estructurales para construir significado. Los MP se consolidan, así como una herramienta de análisis del pensamiento matemático y, al mismo tiempo, como un modelo generativo para el diseño de tareas y trayectorias de aprendizaje que promuevan el tránsito entre modos.

Proyección teórica: hacia una modelación cognitiva del pensamiento matemático

El desarrollo de la línea de investigación ha permitido reformular la teoría como un modelo de modelación cognitiva (Parraguez et al., 2021; Randolph y Parraguez, 2022; Randolph et al., 2025), que explica cómo se activan, coordinan e inhiben los modos en función de la estructura conceptual del fragmento. Este modelo integra tres niveles interdependientes: (i) el nivel cognitivo, referido a la activación y coordinación de modos; (ii) el nivel epistémico, que describe la organización del conocimiento matemático en cada dominio; y (iii) el nivel didáctico, vinculado al diseño de situaciones que propicien la interacción entre modos.

Índice

Proyección metodológica: del análisis a la validación empírica

Metodológicamente, la línea ha evolucionado desde estudios de caso descriptivos hacia una investigación sistemática de carácter heurístico-evolutivo, que combina análisis a priori y a posteriori, triangulación de fuentes y validación de instrumentos. Esta madurez metodológica ha permitido extender el modelo a diversos fragmentos matemáticos —álgebra lineal, cónicas, derivada, grupos, conjuntos cíclicos, números racionales y complejos— y garantizar su coherencia interna.

El desarrollo del concepto de articulador cognitivo se proyecta, además, como una categoría analítica transferible a otros marcos teóricos, como la Teoría APOE, abriendo nuevas vías para la integración de perspectivas en Didáctica de la Matemática.

Proyección educativa interdisciplinaria

En el ámbito educativo, los MP ofrecen un potencial significativo para diseñar rutas de aprendizaje que integren lo teórico y lo práctico, y para adaptar dichas rutas a las epistemologías propias de cada dominio matemático. En la formación de profesores, permiten identificar qué modos predominan o se ausentan en la comprensión de conceptos fundamentales, favoreciendo la construcción de una enseñanza más reflexiva y epistemológicamente fundamentada.

Por otra parte, la vinculación reciente con las Funciones Ejecutivas Básicas, en especial la inhibición cognitiva, abre una línea de investigación interdisciplinaria entre la Didáctica de la Matemática y la Neurociencia Cognitiva. Inhibir una respuesta automática posibilita mantener representaciones estructurales activas, requisito clave para articular modos de pensamiento distintos. Este diálogo entre Cognición, Neuromatemática y Didáctica de la Matemática fortalece el programa como una propuesta de frontera en el estudio del pensamiento matemático avanzado.

Consideraciones finales

La teoría de los MP ha evolucionado desde su formulación inicial, centrada en el álgebra lineal, hacia un programa de investigación expandido y multidimensional, que articula fundamentos teóricos, metodológicos, empíricos y cognitivos. Su consolidación en Chile, liderada desde el Instituto de Matemáticas de la PUCV, representa una contribución sustantiva al campo internacional de la Didáctica de la Matemática, ofreciendo una visión integradora de cómo se piensa, se enseña y se aprende la matemática como una forma de razonamiento humano y como un campo epistémico en constante reconstrucción.

Declaración de uso ético de herramientas de Inteligencia Artificial

Para apoyar la identificación de referencias bibliográficas actuales, se utilizó la herramienta *ChatGPT* (OpenAI, 2023) a través de la plataforma *Consensus*. Esta herramienta se empleó

Índice

para localizar literatura y no intervino en el análisis ni en la interpretación de los resultados obtenidos.

Agradecimientos

Parcialmente financiado por el Proyecto DI REGULAR PUCV 2025, COD. PROYECTO: 039.717/2025

Referencias

Artigue, M. (1995). Engineering didactics research: Achievements and issues. En R. Sutherland, F. Rojano, A. Bell, & R. Lins (Eds.), *Perspectives on school algebra* (pp. 133–157). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-011-0307-7_9

Astorga, M., y Parraguez, M. (2014). Comprensión de las cónicas a través de los modos de pensamiento: Avance de investigación. *Revista Chilena de Educación Científica, 13*(2), 19–24.

Astorga, M., y Parraguez, M. (2019). Las cónicas en métricas no euclidianas: Una mirada desde la teoría de los modos de pensamiento. *Revista Transformación, 15*(1), 39–51.

Bonilla, D., y Parraguez, M. (2013). *La elipse desde la perspectiva de la teoría de los modos de pensamiento.* Editorial Académica Española.

Campos, S., y Parraguez, M. (2019). Comprensión de sistemas de ecuaciones lineales: Un estudio de caso en el contexto escolar en Chile. *Revista Educação Matemática Pesquisa, 21*(3), 347–368.

Campos, S., y Parraguez, M. (2021). Los modos de pensar el concepto de grupo desde los modos de pensamiento: El caso del grupo de orden 2. En A. Figueroa, G. Meza, M. Moya, S. Navarrete, M. Silva, y A. Quiroz (Eds.), *Actas XXIV JNEM* (p. 194–199). SOCHIEM, EEMIE-UCSH. ISBN 978-956-9805-03-5

Dewey, J. (1993). *How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process.* D. C. Heath and Company.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* D. Reidel Publishing Company.

Gravemeijer, K. (1997). The theory of realistic mathematics education. En T. Nunes & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp. 389–404). Psychology Press.

Hume, D. (1978). *A treatise of human nature.* Oxford University Press. (Trabajo original publicado en 1739).

Kant, I. (1998). *Crítica de la razón práctica* (J. R. Cid, Trad.). Alianza Editorial. (Trabajo original publicado en 1788).

Maturana, I., y Parraguez, M. (2012). Los modos de pensamiento en que el concepto de dimensión finita de un espacio vectorial real es comprendido por estudiantes universitarios. *Revista de Educación Matemática RECHIEM, 6*(1), 173–191.

OpenAI. (2023). *ChatGPT* (Mar 14 version) [Modelo de lenguaje]. Recuperado el 03 de noviembre de 2025 de https://chat.openai.com/

Parraguez, M., Bonilla, D., y Randolph, V. (2021). Un modelo para la comprensión del sistema de los números racionales: Un estudio de casos en la formación de profesorado. En C. Guerrero-

Ortiz, A. Morales-Soto, y E. Ramos-Rodríguez (Eds.), *Aportes a la práctica docente desde la didáctica de la matemática: Modelación Matemática* (pp. 313–348). Graó.

Parraguez, M., Bonilla, D., y Solanilla, L. (2019). Aprendizaje de las cónicas en la geometría del taxista mediante una secuencia didáctica basada en los modos de pensamiento de Sierpinska. En R. Olfos, E. Ramos, & D. Zakaryan (Eds.), *Aportes a la práctica docente desde la didáctica de la matemática: Formación docente* (pp. 165–202). Graó.

Parraguez, M., Randolph, V., Campos, S., y Pinto-Rojas, I. (2024). Adherencia y variedad a la teoría de los modos de pensamiento: Una década de evolución de su metodología de investigación. En S. Estrella, M. Parraguez, y R. Olfos (Eds.), *Pensamiento matemático específico: Aportes desde la didáctica de la matemática para investigar, innovar y mejorar en y sobre la práctica docente* (Cap. 4). Graó.

Piaget, J. (1955). *The child's construction of reality.* Routledge y Kegan Paul.

Pinto-Rojas, I., y Parraguez, M. (2017). Articulators for thinking modes of the derivative from a local perspective. *IEJME – Mathematics Education, 12*(10), 873–898.

Randolph, V., y Parraguez, M. (2022). *Comprensión del sistema de los números complejos desde los modos de pensamiento.* Sello Editorial Universidad de Medellín.

Randolph, V., Gómez, D., y Parraguez, M. (2025). Prospective mathematics teachers' performance on complex numbers tasks: Revealing the real number bias. En C. Cornejo, P. Felmer, D. M. Gómez, P. Dartnell, P. Araya, A. Peri, y V. Randolph (Eds.), *Proceedings of the 48th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: General Contributions.* PME.

Sierpinska, A. (2000). On some aspects of students' thinking in linear algebra. En J.-L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (pp. 209–246). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-010-0844-0_11

Sierpinska, A. (2002). On the relation between theoretical and practical thinking in mathematics teaching and learning. *Educational Studies in Mathematics, 50*(3), 239–272. https://doi.org/10.1023/A:1021217808653

Sierpinska, A. (2005). Complementarity in theoretical and practical thinking. *Philosophia Mathematica, 13*(2), 217–234. https://doi.org/10.1093/philmat/nki011

Stake, R. E. (2010). *The art of case study research.* Sage Publications.

Steinbring, H. (1991). *Mathematical knowledge and classroom interaction: The theory of the objectification of knowledge.* Springer.

Vidal-Szabó, P., Parraguez, M., Bonilla, D., y Campos, S. (2023). Modos de pensar el conjunto Z_4 en docentes que enseñan álgebra en los primeros años escolares. *Revista Educación Matemática, 35*(2), 170–195.

Índice

REPORTES DE INVESTIGACIÓN

Los Reportes de Investigación constituyen uno de los espacios centrales de las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática, pues en ellos se socializan resultados de investigaciones concluidas o en etapas avanzadas de desarrollo, sometidas a un proceso de evaluación por pares. En esta versión de las Jornadas, organizada por la Universidad Central de Chile junto a la Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM), se presentaron 56 reportes distribuidos en dos sesiones, realizadas el miércoles 10 y el jueves 11 de diciembre de 2025.

Las contribuciones abarcaron doce líneas temáticas, lo que da cuenta de la amplitud y vitalidad de la investigación en el área. Destacó especialmente la línea de Conocimiento del profesor: formación inicial y continua, con catorce reportes, seguida por la enseñanza y aprendizaje de la estadística y del álgebra, con ocho trabajos cada una. Se sumaron investigaciones sobre las habilidades matemáticas del currículum escolar (modelización, argumentación y resolución de problemas), la enseñanza y aprendizaje del cálculo, el pensamiento computacional y las habilidades digitales, la equidad e inclusión, la geometría y la medición, los aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática, la interdisciplinariedad y el enfoque STEM, la matemática en la primera infancia, y la historia y epistemología de la disciplina.

En su conjunto, estos trabajos reunieron a cerca de 140 autoras y autores, entre académicos, investigadores, estudiantes de pre y postgrado y docentes de aula, provenientes de 27 universidades chilenas y de 8 universidades extranjeras de Colombia, México, España y Argentina, además de establecimientos escolares y otras instituciones educativas. Esta diversidad de participantes y de procedencias refleja el carácter colaborativo e internacional que ha alcanzado la comunidad de educación matemática convocada por las Jornadas, así como su compromiso con la generación de conocimiento que aporte al mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en todos los niveles educativos.

En la siguiente sección se presentan los Reportes de Investigación expuestos durante el evento.

Índice

MÁS ALLÁ DE LAS PREFERENCIAS FORMALES: ESTILOS DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Mauricio Allendes-Cerda, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Jaime Huincahue, Universidad Católica del Maule

Claudio Gaete-Peralta, Universidad de los Andes

Abstract:

El propósito de esta investigación fue analizar qué estilos de pensamiento matemático son identificados en estudiantes durante la resolución de un problema de sistemas de ecuaciones lineales y cómo estos estilos influyen en dichos procesos de resolución. La metodología se enmarcó en un paradigma interpretativo con un enfoque cualitativo, utilizando técnicas del análisis cualitativo del contenido para establecer evidencia de los estilos de pensamiento matemático y los razonamientos evidenciados. Los datos se recolectaron a partir del trabajo de 16 estudiantes de Pedagogía en Matemáticas y Computación de una universidad chilena, a quienes se les solicitó desarrollar una tarea de resolución de problemas asociada a sistemas de ecuaciones lineales, la cual tuvo procesos de validación interna y externa como características de reproducibilidad investigativa. El procedimiento de análisis fue establecido por tres criterios: (a) tipo de proceso de resolución evidenciado (procesos 1, 2, 3 o 4 de resolución de problemas); (b) calidad de la respuesta matemática (buena, mala o imprecisa); y (c) preferencia predominante por el EPM (analítico, visual, integrado o no identificable). Dentro de los resultados se evidenciaron preferencias por los estilos analítico, integrado y visual, sin predominancias significativas entre ellos. Estas preferencias influyeron en los procesos de resolución, favoreciendo estrategias no tradicionales frente a los métodos comúnmente enseñados en cursos de Álgebra lineal. Se discute la relevancia de reconocer y valorar la diversidad de estilos de pensamiento matemático como recurso didáctico para abordar tareas no rutinarias en el aula.

Resolución de problemas, estilos de pensamiento matemático, sistemas de ecuaciones lineales

INTRODUCCIÓN

Los sistemas de ecuaciones lineales (SEL) son relevantes para resolver distintos problemas en áreas como ingeniería, ciencias sociales, economía, física, química e incluso en contextos ecológicos o biomatemáticos. Además, tienen un rol importante dentro de las matemáticas, ya que se relacionan con subáreas como el álgebra, el análisis, la geometría analítica y la

Índice

estadística (Altınbaş et al., 2023). Su resolución suele promover el uso de procedimientos variados (tradicionales y no tradicionales), en los que se ponen en juego conceptos matemáticos más generales.

En educación matemática, varios estudios han documentado las dificultades que presentan los estudiantes al resolver SEL. Algunas investigaciones han propuesto estrategias para enfrentarlas: Rodríguez et al. (2019) exploraron los conocimientos previos necesarios para abordar estos sistemas; y Jupri et al. (2024) examinaron la enseñanza de estos temas a futuros profesores, entre muchos otros.

En general, estos trabajos se enfocan en las dificultades asociadas al uso de métodos formales enseñados en clases. Sin embargo, la resolución de problemas fomenta que los estudiantes enfrenten tareas no rutinarias sin necesariamente depender de esquemas aprendidos (Rott et al., 2021). Por eso, muchos currículos incluyen esta perspectiva (p.e. en Chile es una habilidad) y se considera transversal en la asignatura de matemática.

El modelo de resolución de problemas propuesto por Polya (1945) es ampliamente reconocido, ya que busca que el estudiante comprenda y desarrolle estrategias más allá de memorizar fórmulas. Incorporar este enfoque en la enseñanza de SEL promueve métodos distintos a los formales, los que están influenciados por los estilos de pensamiento matemático (Borromeo-Ferri, 2003; Huincahue et al., 2021) e incide en las estrategias preferidas.

Identificar las preferencias de estos estilos y analizar cómo influyen en la resolución de problemas de SEL puede aportar referencias útiles para la enseñanza. En esta línea, el presente estudio plantea dos preguntas: ¿Qué estilos de pensamiento matemático se identifican en estudiantes al resolver un problema de SEL? y ¿Cómo influyen estos estilos en sus procesos de resolución?

MARCO TEÓRICO

Resolución de problemas

La resolución de problemas ha sido central tanto en la historia de la matemática como en la investigación en educación matemática. Distintos estudios han buscado comprender y caracterizar cómo se resuelven problemas según factores socioculturales y cognitivos, incluso en áreas de ciencias experimentales. El modelo de Polya (1945) establece cuatro etapas: 1) comprender el problema, 2) planificar, 3) ejecutar, y 4) revisar la respuesta (Looking Back, LB). Este enfoque, con fuerte carácter holístico, ha sido ampliamente usado para guiar el aprendizaje (Santos-Trigo, 2020).

La etapa de LB es la menos desarrollada en teoría y práctica, pues muchos estudiantes detienen el proceso al obtener la respuesta. Revisar resultados, sin embargo, permite

consolidar y ampliar el conocimiento, explorar nuevas relaciones y fomentar pensamiento crítico (Cai & Brook, 2006).

La literatura reciente valora LB como dimensión relevante para propuestas didácticas. Cai y Brook (2006) sugieren estrategias como comparar soluciones, formular nuevos problemas y generalizar. Parr et al. (2023) ven esta fase como clave para la colaboración epistémica. Aun así, sigue siendo un aspecto poco tratado.

Estilos de pensamiento matemático

La Teoría de los Estilos de Pensamiento Matemático (EPM) ha sido aplicada en diversos contextos culturales para identificar las preferencias de los estudiantes al enfrentar tareas matemáticas (Borromeo-Ferri, 2003). Los MTS consideran: 1) imaginaciones internas y representaciones externalizadas, y 2) forma de proceder, holística o disgregada. Se distinguen tres tipos: 1) Visual (uso de imaginaciones pictóricas y comprensión global), analítico (preferencia por representaciones formales y procedimientos secuenciales) e integrado (combina y alterna flexiblemente las dos anteriores).

Los EPM no evalúan el rendimiento, sino la forma preferida de usar habilidades (Huincahue et al., 2021). Han sido estudiados en distintos niveles y culturas, encontrando relaciones con tipos de tareas en matemática, ciencia y STEM, especialmente en modelación matemática. Sin embargo, son escasos los estudios que vinculan resolución de problemas y los EPM, lo que hace relevante conocer cómo estos estilos influyen en cada fase del proceso.

METODOLOGÍA

El estudio se enmarcó en un paradigma interpretativo con enfoque cualitativo, orientado a describir e interpretar en profundidad los desarrollos de los participantes y caracterizar sus estilos de pensamiento matemático (MTS). Se utilizó análisis de contenido (Krippendorff, 1990) para examinar los registros y describir, de forma individual, las preferencias por MTS, los procesos de resolución de problemas y sus asociaciones. La tarea se aplicó en una universidad estatal chilena durante el segundo semestre de 2024 a 16 estudiantes de Pedagogía en Matemáticas y Computación, seleccionados por ser estudiantes regulares y haber aprobado Álgebra lineal. Todos participaron voluntariamente y firmaron consentimiento informado. La actividad duró 30 minutos, fue individual y escrita; las respuestas se digitalizaron y codificaron (M1 a M16). El análisis, realizado por tres doctores en matemática o didáctica, se efectuó en dos fases. En la primera, se leyó cada registro para clasificarlo según: (a) tipo de proceso de resolución (1–4), (b) calidad de la respuesta (buena, mala o imprecisa) y (c) MTS predominante (analítico, visual, integrado o no identificable), consensuando criterios en reuniones periódicas. En la segunda fase, se profundizó en tres casos (M11, M12 y M13), elegidos por su completitud, evidencia de las cuatro etapas de Polya (1945) y diversidad de MTS, lo que permitió ajustar y validar la matriz global. La tarea

diseñada buscó que los estudiantes formularan y resolvieran un LSE no rutinario (10 incógnitas y 4 ecuaciones), favoreciendo estrategias no tradicionales y reflexión en la etapa de Looking Back. Fue pilotada previamente, realizando ajustes menores para ampliar las posibilidades de desarrollo y comprensión. La tarea es presentada a continuación:

Figura 1

Diseño de la tarea

Midiendo un río

Supongamos que un granjero desea medir la profundidad de un angosto canal de regadío. Para esto, cuenta con una varilla de 5[m] de largo y se ha propuesto tomar 10 medidas en distintos sectores donde tiene acceso. Tomó una libreta, un lápiz, su varilla, y envió a su ayudante a tomar las medidas.

?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

Al llegar, el ayudante comenta que olvidó tomar nota, y no recuerda toda la información. Alguna de las cosas que recuerda son que tomó medidas de solo 1[m] y 2[m]. También que:

1. La suma de los primeros siete sectores es igual a 8[m].
2. Las últimas siete medidas sumaron un total de 7[m].
3. Los seis sectores del centro sumaron 6[m].
4. La suma de los ocho sectores centrales es igual a 9[m].

Responda las siguientes preguntas.

A) ¿Se puede determinar cuál es la profundidad en cada una de las mediciones?
B) Para hacerlo ¿se necesitan todos los datos que recordó?
C) Considerando todos los datos que recordó ¿es la única configuración posible?
D) Sin considerar el 4to dato que recordó ¿hay más configuraciones posibles?



ANÁLISIS Y RESULTADOS

Análisis global

Ningún estudiante verificó la consistencia de los sistemas de ecuaciones lineales (LSE) planteados, como propone el método de Gauss, optando por estrategias no tradicionales para determinar profundidades de 1 o 2 metros. Todos completaron las tres primeras etapas del modelo de Polya (1945), pero la etapa de Looking Back (LB) no fue realizada por M1, M4, M7 y M15. El resto presentó dificultades para ejecutarla, lo que impidió encontrar todas las configuraciones posibles al omitir un dato, dificultad ya documentada en investigaciones previas.

Se identificaron tres preferencias predominantes por estilos de pensamiento matemático (MTS): analítico, integrado y visual. Los estudiantes con estilo analítico (M1, M3, M5, M12, M14) usaron representaciones matemáticas y procedimientos secuenciales para responder la pregunta (a), pero no resolvieron completa o correctamente las demás. M1 no logró

responderlas, y M3, M5 y M12 lo hicieron parcialmente. Los de estilo integrado (M2, M4, M9, M10, M13) combinaron representaciones matemáticas y visuales para resolver la pregunta (a), pero también tuvieron limitaciones: M4 y M10 no respondieron el resto, mientras que M2, M9 y M13 respondieron parcialmente. Quienes mostraron preferencia visual (M6, M7, M8, M11, M15, M16) usaron representaciones pictóricas e imaginaciones internas para responder la pregunta (a), aunque tampoco completaron el resto: M7 respondió incorrectamente y los demás, parcialmente.

Análisis local

En el análisis de casos, M11 mostró preferencia visual, apoyándose en el esquema de la tarea para construir progresivamente la solución. Respondió correctamente la pregunta (a) y, aunque identificó la unicidad de la solución con todos los datos, no analizó todos los casos cuando se omitía un dato, salvo en la última pregunta, donde dio dos configuraciones posibles si no se consideraba el cuarto dato.

M12 evidenció preferencia analítica, usando notación simbólica ($m_1 \ldots m_{10}$) para representar las profundidades y siguiendo una secuencia de pasos hasta hallar la configuración. Reconoció que todos los datos eran necesarios y que la solución era única, y en la última pregunta propuso dos configuraciones posibles al omitir el cuarto dato.

M13, inicialmente analítico, mostró flexibilidad hacia un estilo integrado al combinar ecuaciones y tablas para explorar soluciones. Determinó que nueve sectores debían medir 1 metro y uno, 2 metros, ubicándolo finalmente en el segundo sector mediante un diagrama. Concluyó que todos los datos eran necesarios y que la solución era única, pero al omitir el cuarto dato identificó dos configuraciones posibles.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El estudio permitió identificar tres estilos de pensamiento matemático (MTS) predominantes en la resolución de un problema no rutinario de sistemas de ecuaciones lineales (LSE): visual, analítico e integrado. En relación con la primera pregunta de investigación, se observó que los estudiantes con preferencia visual se apoyaron principalmente en el esquema provisto por la tarea, incorporando en él datos y anotaciones que guiaron su razonamiento. Quienes mostraron preferencia analítica definieron variables y formularon LSE, resolviéndolos mediante razonamientos lógico-matemáticos. Por su parte, los de estilo integrado combinaron estrategias visuales y analíticas, posiblemente motivados por la naturaleza no rutinaria del problema, lo que evidenció flexibilidad en el uso de estrategias.

Respecto a la segunda pregunta de investigación, la influencia de los MTS se reflejó en la manera de abordar la tarea y en las limitaciones para completar la etapa de Looking Back (LB). Aunque la mayoría reconsideró sus procedimientos y resultados, la LB resultó compleja, siendo abordada parcialmente o no realizada por algunos participantes. Esto

coincide con investigaciones que documentan la baja atención que esta etapa recibe en la enseñanza tradicional de LSE.

Los resultados sugieren que tareas abiertas, contextualizadas y sin un método específico favorecen la movilización de distintos MTS y ofrecen un marco más amplio para el desarrollo de procesos de resolución no rutinaria. Desde la formación inicial docente, se destaca la importancia de diseñar actividades que reconozcan y potencien la diversidad de formas de razonamiento, más allá de los métodos algorítmicos predominantes en la matemática escolar.

Finalmente, aunque el alcance del estudio estuvo limitado por la disponibilidad horaria de los participantes, los hallazgos constituyen un aporte para futuras investigaciones que integren distintos niveles educativos, contextos y tipos de tareas, fortaleciendo la reflexión sobre el papel de los MTS en la enseñanza y aprendizaje de los LSE.

Referencias

Altınbaş, A. A., Ertekin, E. & Solak, S. (2023). A study on multiple representation and self-efficacy perception in systems of linear equations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *55*(4), 976–996. https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2156933

Borromeo Ferri, R. (2003). Mathematical Thinking Styles–An Empirical Study. En M. A. Mariotti (Ed.), *European Research in Mathematics Education III, Proceeding of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, Bellaria, Italy (pp. 1–9).

Cai, J. & Brook, M. (2006). Looking back in problem solving. *Mathematics Teaching, 196*, 42–45.

Huincahue, J., Borromeo-Ferri, R., Reyes-Santander, P. & Garrido-Véliz, V. (2021). Mathematical thinking styles—The advantage of analytic thinkers when learning mathematics. *Education Sciences*, *11*(6), 289. https://doi.org/10.3390/educsci11060289

Jupri, A., Usdiyana, D. & Gozali, S. M. (2024). Teaching and learning processes for pre-service mathematics teachers: The case of systems of equations. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *20*(8), em2482. https://doi.org/10.29333/ejmste/14858

Krippendorff, K. (1990). *Metodología de análisis de contenido. Teoría y práctica*. Piados Comunicación.

Parr, E. D., Dyer, E. B., Machaka, N. & Krist, C. (2023). Understanding Joint Exploration: the Epistemic Positioning Underlying Collaborative Activity in a Secondary Mathematics Classroom. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *23*, 479–496. https://doi.org/10.1007/s42330-023-00295-w

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.

Rodríguez, M., Mena, A., Mena, J., Vásquez, P. & Del Valle, M. (2019). Construcción cognitiva del conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. *Enseñanza de las Ciencias, Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, *37*(1), 71–92. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2194

Índice

Rott, B., Specht, B., & Knipping, C. (2021). Descriptive phase model of problem-solving processes. *ZDM – Mathematics Education*, *53*, 737–752. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01244-3

Santos-Trigo, M. (2020). Problem solving in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd ed., pp. 686–693). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_129

Wilson, S., & Berne, J. (1999). Teacher learning and the acquisition of professional knowledge: An examination of research on contemporary professional development. *Review of Research in Education, 24*(1), 173–209. https://doi.org/10.3102/0091732X024001173

Índice

MODOS DE PENSAMIENTO: UN ESTUDIO DE CASO SOBRE COMPRENSIÓN PROFUNDA EN EL APRENDIZAJE DE LAS TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS

Ignacio Soto Villanueva, Universidad Central de Chile

Gabriel Toro Aliaga, Universidad Central de Chile

Claudio Zamorano Sánchez, Universidad Central de Chile

Abstract:

El aprendizaje de la geometría en la enseñanza media cumple un rol fundamental en el desarrollo cognitivo en los estudiantes, buscando que adquieran habilidades espaciales y comprensión sobre el espacio y las formas dentro del mismo. En el ámbito de la enseñanza se observa que existe una algebraización en la unidad de geometría. Ello consiste en que el uso de conceptos geométricos se aborda principalmente a través una forma de pensar algebraica en desmedro del pensar geométrico. Con relación a esta dificultad el objetivo general de esta investigación es analizar la comprensión profunda de las simetrías axial y central desde la perspectiva de los modos de pensamiento en estudiantes de trece a quince años.

Para cumplir con el objetivo de investigación se realizan las siguientes acciones, propuestas como objetivos específicos (1) Realizar un análisis teórico que muestre los tránsitos y articuladores entre los modos de pensar en el tema de simetrías, de esta forma se podrá (2) diseñar y aplicar un instrumento de evaluación de simetrías para evidenciar los tránsitos y articuladores en las respuestas de los estudiantes, y con los resultados del instrumento de evaluación se buscará (3) analizar las respuestas de los estudiantes bajo la caracterización de los tránsitos y articuladores que se evidencian al resolver problemas en el tema de simetrías.

Modos de Pensamiento, transformaciones isométricas, comprensión profunda, enseñanza de la geometría.

INTRODUCCIÓN

La geometría ocupa un papel fundamental en la formación integral de los estudiantes. Ella fomenta habilidades como el razonamiento lógico, la visualización espacial y la capacidad de resolver problemas de forma deductiva. No obstante, en el contexto educativo, persisten los desafíos en la enseñanza de esta disciplina, para desarrollar el pensamiento geométrico, para equilibrar el pensar práctico con relación en el pensar teórico y, así el desarrollar la comprensión profunda de los conceptos geométricos. Como consecuencia de aquello, los estudiantes adquieren aprendizajes mecánicos, con los cuales se limitan a realizar solo

Índice

procedimientos prácticos, olvidando la comprensión de las ideas subyacentes al objeto de investigación.

De acuerdo con nuestra experiencia, este fenómeno se evidencia en el estudio de las transformaciones isométricas, en las cuales se observa una desconexión entre las representaciones visuales, algebraicas y teóricas.

La problemática que motiva esta investigación surge a partir de investigar cómo los estudiantes comprenden los conceptos geométricos y qué elementos son fundamentales para promover un aprendizaje significativo. Desde la perspectiva de los modos de pensamiento propuestos por Sierpinska (2000), el equilibrio que existe entre el pensamiento práctico y el pensamiento teórico resulta esencial para alcanzar una comprensión profunda de los objetos matemáticos. A partir de las conclusiones realizadas por los investigadores de la investigación realizada por Hitschfeld (2015), se logra determinar que la interacción directa con el objeto matemático simetrías es de carácter práctico, lo cual decanta en que los estudiantes solo son capaces de desarrollar una comprensión aritmética de las simetrías, en vez de la comprensión de profunda de este.

Por lo mencionado anteriormente, la presente investigación busca analizar cómo los estudiantes de enseñanza media en Chile comprenden las transformaciones isométricas y, a partir de ello, proponer estrategias para facilitar el tránsito entre diferentes modos de pensamiento.

Así, el objetivo de esta investigación es Analizar la comprensión profunda de las simetrías (axial y central) desde la perspectiva de los modos de pensamiento en estudiantes de trece (13) a quince años (15). Del objetivo general, se desprenden tres objetivos específicos, los cuales incluyen (1) el diseño de un modelo teórico de comprensión con base a los modos de pensamiento predominantes (Sintético-Geométrico, Analítico-Aritmético y Analítico-Estructural) en estudiantes al abordar problemas relacionados con simetrías. Luego, se aborda (2) el diseño y la aplicación de un instrumento de evaluación de la noción de Simetrías con base al modelo teórico de comprensión de ellas. Finalmente, a partir de los datos arrojados por el instrumento de evaluación (3) analizar los tránsitos, articuladores que evidencian los estudiantes al interactuar con los modos de pensamiento en el contexto de resolución de problemas con simetrías para validar o refinar el modelo de comprensión.

Esta investigación no solo busca aportar al conocimiento didáctico-matemático, sino también contribuir a la mejora de la enseñanza de la geometría, facilitando aprendizajes más integrales y duraderos.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

Los elementos teóricos para fundamentar la presente investigación se basan en la teoría de modos de pensamiento de Sierpinska (2000) con foco en los conceptos de la geometría. Centrándose específicamente en el análisis de los modos de pensamiento en el contexto del aprendizaje de las transformaciones isométricas. Los modos de pensamiento se entienden como las distintas maneras en que los estudiantes organizan, procesan y comprenden los conceptos matemáticos durante su aprendizaje. Este concepto se fundamenta en la idea de que el pensamiento matemático no es homogéneo, sino que puede clasificarse en diferentes tipos o modos, dependiendo de los procesos cognitivos involucrados y las representaciones utilizadas.

Conceptos clave y definiciones

Según Sierpinska (2000) los modos de pensamiento se definen como las distintas formas en que los estudiantes organizan y procesan los conceptos matemáticos. Estos modos reflejan la manera más eficaz utilizada por los estudiantes para lograr una comprensión profunda de los objetos matemáticos.

- Pensamiento práctico: Se enfoca en el análisis de información concreta utilizando estrategias intuitivas y asociativas, relacionadas con ejemplos específicos y situaciones empíricas.
- Pensamiento teórico: Se centra en conceptualizar la información de manera abstracta, creando conexiones estructuradas y jerárquicas entre conceptos.

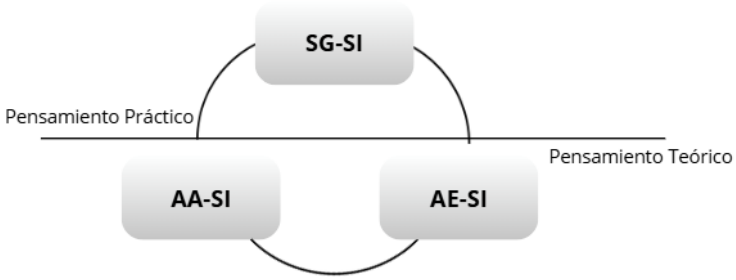
Modos de pensamiento según Sierpinska (2000):

- Sintético-geométrico ($SG - SI$): Visión global de los objetos matemáticos, utilizando representaciones visuales y espaciales.
- Analítico-aritmético ($AA - SI$): Énfasis en el cálculo, las operaciones y las propiedades formales.
- Analítico-estructural ($AE - SI$): Combina aspectos de los dos modos anteriores, buscando relaciones estructurales y propiedades generales.

Índice

Figura 1

Modelo de Pensamiento



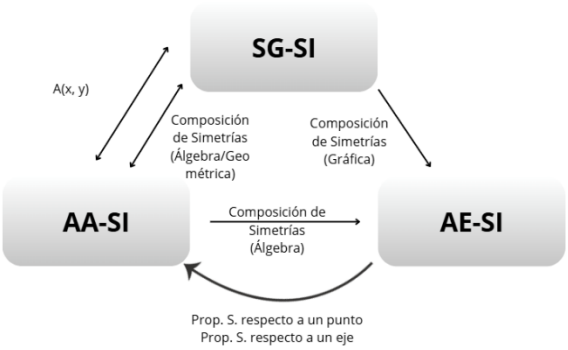
Nota. Creación Propia

DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO A REALIZAR

La construcción del modelo de comprensión se llevó a cabo bajo un diseño metodológico que incluyó la realización de un análisis teórico de las simetrías axiales y centrales, con base los modos de pensamiento propuestos por Anna Sierpinska (2000). Este análisis permitió caracterizar las simetrías con base a los modos de pensamiento y, a su vez, se establecen los articuladores hipotéticos que permitirán a los estudiantes transitar entre ellos.

Figura 2

Modelo de Comprensión



Nota. Creación Propia

A partir de este modelo surgen los distintos articuladores hipotéticos de la investigación.

Índice

Tabla 1

Articuladores Hipotéticos

Tránsito	Descripción	Articuladores Hipotéticos
$SG \leftrightarrow AA$	Este tránsito es demostrable si el alumno es capaz de representar como una operatoria entre pares ordenados la representación gráfica de una simetría.	El alumno en vez de contar las distancias entre los vértices y el punto de simetría en cada eje para luego determinar la figura simétrica representa esta misma como una operatoria entre pares ordenados para determinar los vértices de la figura resultante.
$SG \rightarrow AE$	Este tránsito es demostrable si el alumno es capaz de reconocer propiedades a través de imágenes y/o representaciones gráficas de un objeto geométrico.	El alumno consolida una respuesta correcta mediante propiedades y/o teoremas geométricos.
$AE \leftrightarrow SG$	Este tránsito es demostrable si el alumno es capaz de aplicar propiedades y/o teoremas para argumentar su respuesta.	El alumno desarrolla su respuesta mediante el uso de propiedades geométricas establecidas para las simetrías.
$AE \leftrightarrow AA$	Este tránsito es demostrable si el alumno es capaz de reconocer propiedades a través de un análisis aritmético-algebraico a un objeto geométrico.	El alumno consolida una respuesta correcta mediante propiedades y/o teoremas geométricos.

Nota. Creación Propia

A partir de la tabla 1 damos inicio a la segunda etapa que consistió en la confección y la implementación del instrumento de recolección de datos, el cual fue sometido a una validación externa con una docente experta en la linea y una validación interna por parte del docente guía, quienes realizaron retroalimentaciones y sugerencias del instrumento, con las cuales se realizó el primer refinamiento de este. Para luego ser implementado a modo de prueba, obteniendo las primeras respuestas por parte del estudiantado, dando paso a un segundo proceso de refinamiento del instrumento, aplicando los comentarios realizados por el docente guía, concluyendo este proceso en la implementación final del instrumento de recolección de datos.

El instrumento de análisis se encuentra compuesto por el instrumento de recolección de datos y una entrevista semiestructurada, siendo validado por el docente guía de esta investigación.

Índice

Finalmente, la tercera etapa involucró el análisis de los datos obtenidos para caracterizar los articuladores presentes en las respuestas de los estudiantes, con el fin de comprender cómo logran transitar entre los modos de pensamiento.

ANÁLISIS

Con base al instrumento de recolección de datos, el análisis de los resultados de los estudiantes se realiza en la tercera etapa de la investigación. El objetivo es caracterizar los articuladores evidenciados en las respuestas de los estudiantes, esto facilitara la identificación de los elementos conceptuales, procedimentales o de las representaciones que le permiten al estudiante transitar entre los modos de pensamiento al enfrentar problemas de simetrías. Para esto se revisarán los cuestionarios detalladamente. Se identificarán los indicadores planteados en la tabla 1 para cada ítem del instrumento y se utilizarán las notas de campo en la revisión de las respuestas de los estudiantes. El propósito de este análisis es identificar como los estudiantes logran combinar las distintas perspectivas para resolver problemas geométricos, identificando cual es modo de pensar que predomina en cada uno de los estudiantes.

Figura 3

Extracto instrumento de análisis

En el plano cartesiano, considera un triángulo PQR cuyos vértices son P $(-5,2)$; Q $(-1,5)$ y R $(-3,7)$.

RESULTADOS

El análisis realizado a los resultados obtenidos por E2 con base a los modos de pensamiento, articuladores hipotéticos y tránsitos planteados en el modelo de comprensión, E2 demuestra el control del modo de pensar $AA - SI$, al utilizar procedimientos algebraicos y aritméticos para ubicar las coordenadas de los objetos. Este proceso se ve beneficiado por el rol central de las coordenadas como un articulador unidireccional, permitiendo que E2 transite hacia el modo de pensar $SG - SI$ al representar las figuras en el plano cartesiano.

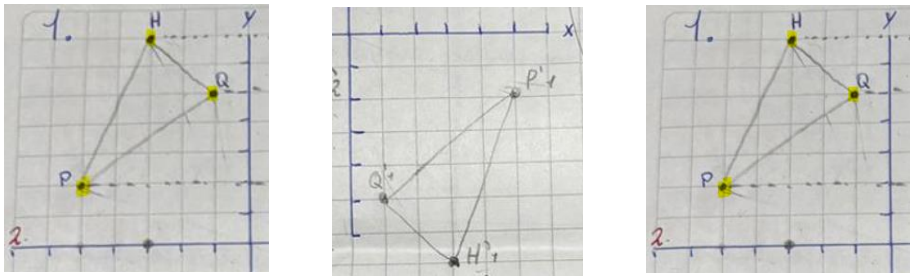
Dentro del desarrollo realizado por E2, más allá de aplicar reglas específicas, el trabajo de este en la composición de simetrías, objeto que actúa como articulador entre los modos de pensar $AA - SI \rightarrow SG - SI$, le permite identificar propiedades para plantear conclusiones.

Por lo tanto, el caso de E2 muestra como el aprendizaje de las simetrías se refuerza mediante la combinación de distintos modos de pensar, en los cuales la composición de simetrías y las coordenadas no se utilizan solo en los procedimientos, sino que estos objetos impulsan el desarrollo de la comprensión del objeto simetrías.

Figura 4

Respuesta E2

1. La composición de dos simetrías con respecto al origen O (0,0).



CONCLUSIONES

El presente estudio sobre la comprensión de las transformaciones isométricas desde la perspectiva de los modos de pensamiento espera revelar una diversidad significativa en la forma en que los estudiantes abordan estos conceptos. Se espera identificar una relación entre los modos de pensamiento predominantes (sintético-geométrico, analítico-aritmético y analítico-estructural) y la profundidad de la comprensión. Asimismo, se podrían identificar tránsitos y articuladores claves que permiten a los estudiantes conectar y equilibrar estos diferentes modos de pensamiento. Los resultados de esta investigación podrían contribuir al diseño de materiales didácticos más efectivos, a la formación de profesores y a la adaptación de los currículos, con el objetivo de promover una comprensión más profunda y significativa de las transformaciones isométricas en los estudiantes de enseñanza media. Al comprender mejor cómo los estudiantes piensan y aprenden sobre estos conceptos, se pueden diseñar estrategias de enseñanza que fomenten un mayor interés por las matemáticas y mejores resultados académicos.

Referencias

Sierpinska, A. (2000). On the teaching of linear algebra. En J.-L. Dorier (Ed.), *The Teaching of Linear Algebra in Question* (Vol. 23, pp. 209-232). Kluwer Academic Publishers.

Blanco Molleda, S., De las Heras Karl, R. E., Fuenzalida Correa, G., & Riveros Rojas, J. A. (1994). *Matemáticas educación media: Plan electivo III y IV* [Texto estudiantil]. Santillana.

Battista, M. (2001). *A research-based perspective on teaching school geometry.* En J. Brophy (Ed.), *Subject-specific instructional methods and activities* (pp. 145–185). JAI.

Índice

PROPUESTA DIDÁCTICA BASADA EN EL MODELAMIENTO MATEMÁTICO PARA FORTALECER LA ALFABETIZACIÓN FINANCIERA

Diego Cordero Garcés, Universidad San Sebastián

Paulo Marimán Delgado, Universidad San Sebastián

Pedro Peña Espinoza, Universidad San Sebastián

Luis Riffo Almeida, Universidad San Sebastián

Patricio Delgado Donoso, Universidad San Sebastián

Abstract:

Esta investigación tiene un enfoque cualitativo de tipo diseño-descriptivo y tiene por objetivo, diseñar una propuesta didáctica basada en el modelamiento matemático que contribuya a fortalecer la alfabetización financiera de estudiantes de 4° Medio de Chile, promoviendo el pensamiento crítico y el desarrollo de competencias para la toma de decisiones financieras reflexivas y responsables. Para lograr este objetivo, se realizó un análisis de estudios internacionales (PISA 2015 y 2018) y nacionales (SERNAC, 2015; CMF, 2023) que evidencian una baja comprensión financiera y alta morosidad juvenil en Chile. Se diseñó una secuencia de cinco sesiones: la primera, de activación de conocimientos previos (sin modelamiento), las tres siguientes de modelamiento matemático sobre un objeto matemático financiero específico (modelamiento matemático local) y la última sesión, de modelamiento matemático sobre el proyecto de vida del estudiante, integrador de los contenidos vistos en las 4 primeras sesiones (modelamiento matemático global). El diseño de propuesta está sustentado en los constructos del conocimiento financiero, Educación Matemática Crítica (Skovsmose, 1994) y del Ciclo de Modelamiento matemático de (Blum y Leiß, 2007). El análisis de la propuesta didáctica es realizado con una herramienta de diseño, basada en los estandares A.3, A.4 y C.8 del Marco para la Buena Enseñanza, MBE (MINEDUC, 2021) y las actividades de modelamiento matemático es realizado con una herramienta analítica basada en las siete fases del ciclo de Blum y Leiß, este último demostró que las actividades promueven interpretación, validación y comunicación matemática, conectando conceptos financieros en escenarios reales. Esta propuesta pedagógica busca desarrollar autonomía, reflexión crítica y toma de decisiones informadas, ofreciendo un aporte concreto para integrar matemática y finanzas en el currículo escolar chileno, utilizando las habilidades matemáticas de modelamiento, resolución de problemas y argumentación.

Alfabetización financiera, modelamiento matemático, educación matemática crítica, matemática financiera, propuesta didáctica.

Índice

INTRODUCCIÓN

La alfabetización financiera es una necesidad en América Latina, ya que los estudiantes muestran bajo rendimiento en matemáticas y desmotivación (OCDE, 2020). En Chile, los resultados de PISA 2015 y 2018 reflejan una brecha de 55 puntos por debajo del promedio OCDE en alfabetización financiera (OCDE, 2012). En este contexto, estudios nacionales indican que el 75% de estudiantes técnico-profesionales desconoce productos financieros (SERNAC, 2015) y que los menores de 30 años presentan altas tasas de morosidad (CMF, 2023). Además, solo un 19% logra aplicar conceptos de interés simple e interés compuesto, frente al 58% promedio OCDE (SBIF & CAF, 2016). Esta situación evidencia una débil preparación para enfrentar decisiones financieras, reforzada por la escasez de propuestas didácticas aplicadas en esta área (Lobos Cisternas & Lobos, 2018), Ante ello, es prioritario diseñar estrategias educativas innovadoras que articulen contenidos matemáticos, modelamiento y contextos financieros reales.

MARCO TEÓRICO

La propuesta didáctica se sustenta en cuatro ejes principales: Educación Financiera, que integra conocimiento, comportamiento y actitudes para la toma de decisiones responsables (Atkinson & Messy, 2012); Educación Matemática Crítica, que apoya el fortalecimiento de la actitud y comportamiento financiero, a través de conocimientos matemáticos, tecnológicos y reflexivos. (Skovsmose, 1994); Modelamiento Matemático, que articula el aprendizaje mediante siete fases que vinculan situaciones reales con modelos matemáticos, promoviendo interpretación y validación de resultados. (Blum & Leiß, 2007); Matemática Financiera, que entrega herramientas para analizar el valor del dinero en el tiempo y productos financieros (Zima & Brown, 2005). Estos enfoques se sustentan en los estándares A.3, A.4 y C.8 del Marco para la Buena Enseñanza, MBE (MINEDUC, 2021), que asegura coherencia pedagógica y pertinencia curricular. Su integración constituye una base teórica sólida para diseñar una secuencia didáctica que vincule la matemática escolar con contextos financieros reales, favoreciendo un aprendizaje crítico y significativo.

MARCO METODOLÓGICO

La investigación adoptó un enfoque cualitativo de tipo diseño-descriptivo, con el propósito de elaborar una propuesta didáctica contextualizada que integre alfabetización financiera, modelamiento y educación matemáticos crítica en estudiantes de cuarto medio (Creswell, 2018).

Se basó en fuentes internacionales y nacionales (OCDE, PISA, CMF, SERNAC) y en un análisis curricular del MINEDUC. El proceso metodológico comprendió cuatro fases:

1) Identificación de competencias a partir de una revisión bibliográfica rigurosa.

2) Diseño de la propuesta alineada a los estándares A.3, A.4 y C.8 del MBE (2021).
3) Creación de actividades contextualizadas según el ciclo de modelamiento de Blum y Leiß (2007).
4) Planificación detallada de las sesiones con objetivos, recursos y evaluación formativa.

Se utilizaron dos herramientas: una orientadora para el diseño pedagógico y otra analítica para evaluar el desarrollo del ciclo de modelamiento. Esta metodología garantiza coherencia, progresión y pertinencia contextual, favoreciendo un aprendizaje crítico y significativo vinculado a la toma de decisiones financieras informadas.

RESULTADOS

Se elaboró una propuesta didáctica orientada a cumplir los estándares A.3, A.4 y C.8 del MBE, centrada en vincular la matemática escolar con problemas financieros reales. Su objetivo es favorecer un aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias críticas para la toma de decisiones responsables en contextos de incertidumbre económica.

La secuencia consta de cinco sesiones progresivas:

La Sesión 0 activa conocimientos previos mediante la reflexión sobre experiencias personales con el dinero.

Las Sesiones 1, 2 y 3 desarrollan el modelamiento matemático aplicado a situaciones de presupuesto, inversión y crédito, utilizando herramientas como porcentajes, interés simple y compuesto, tablas de amortización y CAE.

La Sesión 4 culmina con un proyecto financiero personal que integra los aprendizajes previos.

Cada sesión se estructura según las siete fases del ciclo de modelación de Blum y Leiß (2007), conectando el mundo real y el matemático. Las actividades promueven la contextualización, la exploración de estrategias diversas y una reflexión crítica y ética sobre temas como endeudamiento, ahorro e inversión.

Estructura de los tres momentos de las sesiones S1, S2 y S3

Inicio (15 minutos): Activación de conocimientos previos y motivación inicial, conectando la situación problema con la realidad del estudiante. Se trabajan nociones de comportamiento financiero y conocimiento reflexivo para sensibilizar sobre la importancia del tema.

Desarrollo (45 minutos): Espacio central del modelamiento matemático. Los estudiantes analizan la situación problema desde la perspectiva financiera, representan datos, aplican modelos matemáticos y utilizan herramientas tecnológicas. En esta fase se discute a nivel

grupal, fomenta la interpretación y validación de resultados, así como el ajuste de modelos frente a nuevas condiciones.

Cierre (30 minutos): Socialización y argumentación de resultados, reforzando actitudes financieras críticas. Se fomenta la comunicación matemática, la reflexión sobre aprendizajes y la conexión con experiencias presentes y futuras.

La propuesta didáctica se estructura para que cada sesión sea un espacio activo y colaborativo, donde los estudiantes exploran, discuten y validan modelos matemáticos, fortaleciendo el pensamiento crítico y las competencias ciudadanas. Se emplean metodologías activas con trabajo en grupos de hasta cinco integrantes, debate y uso de herramientas tecnológicas para representar datos y simular escenarios.

Cada grupo recibe material de apoyo compuesto por: una guía de trabajo, una tarjeta con las fases del ciclo de Blum y Leiß, otra con conceptos financieros claves y una con fórmulas matemáticas relevantes (Brown & Zima, 2011). Durante la construcción de los modelos, el docente realiza un monitoreo formativo, ofreciendo orientaciones y preguntas de apoyo sin interrumpir el proceso. La evaluación se concibe como continua y formativa, basada en rúbricas.

La secuencia sigue un orden temporal progresivo:

Sesión 0 (pasado): experiencias previas sobre manejo del dinero.

Sesiones 1-3 (presente): aplicación de contenidos financieros a corto plazo.

Sesión 4 (futuro): integración de aprendizajes en un plan financiero personal.

Esta estructura permite conectar vivencias personales, contenidos matemáticos y decisiones financieras reales, promoviendo aprendizajes transferibles. En conjunto, constituye una propuesta pedagógica innovadora que integra la matemática financiera con la vida cotidiana, fomenta decisiones responsables y desarrolla competencias matemáticas, tecnológicas, sociales y éticas, formando estudiantes críticos, conscientes y autónomos.

ANÁLISIS DEL DISEÑO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

La secuencia didáctica se diseñó en base a los estándares A.3, A,4 y C.8 del MBE, el cuál se puede visualizar de forma resumida en la figura 1,

Figura 1

Herramienta orientadora para el diseño de secuencia didáctica

Estándar	Descriptor	Indicadores	Análisis
A.3 Diseña experiencias de aprendizaje desafiantes y significativas.	Conecta los objetos matemáticos financieros con contextos reales, fomentando comprensión crítica y toma de decisiones.	• Integra situaciones reales vinculadas a la economía personal y social. • Los OA de la unidad se articulan con el desarrollo de competencias financieras. • Propone desafíos que requieren análisis y justificación de decisiones.	La secuencia se basa en contextos cotidianos (endeudamiento, ahorro, crédito), vinculando los OA de la unidad con la toma de decisiones financieras informadas. El uso del modelamiento de Blum & Leiß favorece el tránsito entre la realidad y la formalización matemática, mientras que el enfoque crítico de Skovsmose permite reflexionar sobre las implicancias éticas y sociales del consumo.
A.4 Utiliza estrategias didácticas y recursos que favorecen la participación activa.	Implementa metodologías activas y colaborativas que impulsan la argumentación, el análisis y la reflexión.	• Promueve estrategias participativas y dialógicas (debate, trabajo grupal, validación de modelos). • Emplea recursos tecnológicos y materiales que enriquecen la comprensión. • Incentiva la argumentación con evidencia.	La secuencia promueve la participación mediante el trabajo colaborativo en torno a problemas financieros reales. Los recursos tecnológicos (Excel, GeoGebra, simuladores financieros) facilitan la visualización de los modelos. Se fomenta la argumentación entre pares sobre el impacto de las decisiones económicas y la validez de los modelos construidos.
C.8 Evalúa el aprendizaje de forma coherente y retroalimenta el proceso.	Integra la evaluación formativa y reflexiva, valorando tanto el proceso de modelamiento como la toma de decisiones financieras.	• Evalúa proceso y producto, considerando la argumentación y la justificación del modelo. • Retroalimenta de forma formativa y reflexiva. • Promueve la autoevaluación crítica y la revisión del modelo.	La evaluación se alinea con los OA y las fases del modelamiento (comprensión, matematización, validación, exposición). Se utilizan rúbricas que valoran tanto el razonamiento como la reflexión crítica sobre el endeudamiento y el consumo responsable. La retroalimentación fomenta la revisión del modelo y el reconocimiento de sesgos o errores en la toma de decisiones.

ANÁLISIS DEL DISEÑO DE ACTIVIDADES

El análisis de la propuesta didáctica se realizó mediante una herramienta analítica basada en el ciclo de modelamiento matemático de Blum y Leiß (2007), la cual permitió evaluar cómo cada actividad promueve el desarrollo de competencias matemáticas y financieras. Esta evaluación consideró el contenido matemático, el contexto real, las decisiones y validaciones de los estudiantes, y las instancias de argumentación.

Como ejemplo, se analizó la Actividad 1: “Mi primer hogar”, perteneciente a la Sesión 1 (Planificación de presupuesto). En ella, los estudiantes elaboran un modelo financiero para una pareja joven que inicia su vida independiente, buscando distribuir ingresos y gastos de forma equitativa. El análisis detallado por fases del ciclo se presenta en la Figura 2.

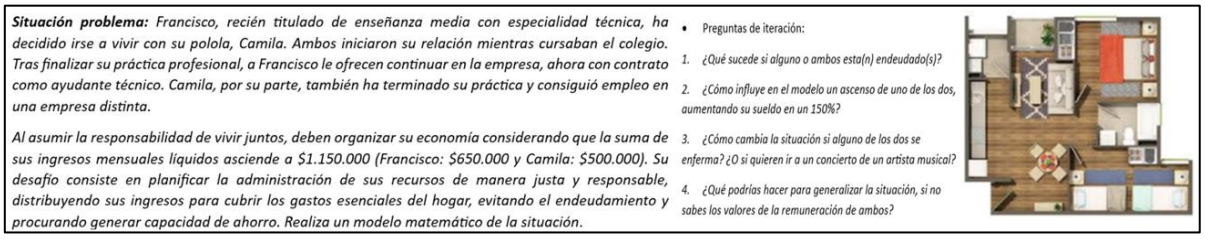
Figura 2

Herramienta analítica de actividades

Fase	Descriptor	Indicador	Presencia	Análisis
1) Comprensión del Problema	La actividad presenta una situación contextual comprensible y significativa	Enunciado claro y realista	Explícita	La situación es clara y realista, fácilmente comprensible para los estudiantes, con lenguaje cotidiano y propósito concreto.
		Información suficiente y relevante	Explícita	Proporciona los datos esenciales (ingresos y contexto financiero) sin sobrecargar de información.
		Estimula identificación de datos clave y reformulación	Implícita	Las preguntas promueven relectura del problema, aunque no se orienta directamente a identificar variables ni reformularlo.
2) Contrucción del modelo real	Permite representar cualitativamente la situación contextual	Se distingue información relevante para la simplificación del problema	Implícita débil	El estudiante puede hacerlo, pero no hay una guía o consigna explícita que lo motive a seleccionar o jerarquizar información.
		Se promueven representaciones no formales (Dibujos, esquema, tablas)	No se presenta	No se menciona la elaboración de representaciones visuales previas; se deja a criterio del estudiante o del docente.
		Se exige interpretación previa a la matematización	Explícita	Se requiere comprender la distribución de los recursos antes de aplicar relaciones matemáticas.
3) Matematización del modelo real	La actividad orienta a la formulación de un modelo matemático formal	Se definen variables y relaciones	Implícita	Se infiere la necesidad de definir ingresos, gastos y ahorro, aunque no se indica expresamente en la consigna.
		Uso de expresiones matemáticas	Implícita	Es posible traducir la situación a ecuaciones o proporciones, pero la actividad no lo exige de forma explicita
		Paso explícito del lenguaje cotidiano al matemático	Se presenta en tarjetas	Existe tarjeta de apoyo con formulas matemáticas para formalizar el paso de lo cotidiano al simbólico, lo que podría dificultar la transición.
4) Resolución del modelo matemático	Contempla el uso de procedimientos matemáticos adecuados.	Aplicación de técnicas de resolución	Explícita	Los cálculos y comparaciones de ingresos o ahorro forman parte natural del desarrollo del problema.
		Permite distintos métodos	Implícita	Se pueden emplear diferentes medios (calculadora, hoja de cálculo), aunque no se fomenta explícitamente la diversidad de estrategias.
		Coherencia entre modelo y procedimiento	Explícita	Las operaciones responden a los objetivos del contexto financiero y mantienen sentido respecto al modelo construido.
5) Interpretación del resultado	Los resultados se contextualizan en el problema original	Se vincula el resultado con el contexto	Explícita	Se solicita interpretar los resultados en relación con las decisiones financieras del hogar.
		Uso de lenguaje cotidiano	Explícita	Se espera comunicar conclusiones en lenguaje simple y comprensible.
		Se reflexiona sobre el sentido del resultado	Implícita débil	Si bien el contexto lo permite, la actividad no demanda una reflexión explícita sobre el impacto o sostenibilidad de los resultados.
6) Validación y ajuste del modelo	Se certifica la validez del modelo y la solución	Evaluación de supuestos	Implícita fuerte	Algunas preguntas de iteración invitan a cuestionar los supuestos (como cambios de sueldo o enfermedad), aunque sin profundizar.
		Revisión del modelo y del resultado	Implícita	Se sugiere revisar los resultados, pero no hay un paso formal de contraste o validación.
		Ajuste de parámetros e iteración del proceso	Explícita	Las preguntas de iteración promueven la modificación de variables y el ajuste del modelo frente a nuevas condiciones.
7) Exposición del modelo matemático	Se promueve la comunicación argumentada del modelo, los resultados y el proceso de modelación, fomentado la reflexión crítica y el diálogo matemático.	Uso del lenguaje matemático y cotidiano para comunicar ideas	Implícita débil	La comunicación se infiere, pero no se solicita de manera estructurada (por ejemplo, exposición o informe).
		Justificación de desiciones tomadas en el proceso de modelación	Implícita	Se pueden justificar decisiones financieras, pero no hay una consigna formal que lo exija.
		Reflexión sobre las fortalezas y limitaciones del modelo construido	No se presenta	No se contempla una instancia final para discutir alcances o limitaciones del modelo propuesto.

Figura 3

Mi primer hogar ¿A qué costo?



Las Sesiones 2 y 3 presentan mayor complejidad por el uso de fórmulas financieras, tasas de interés y CAE. En cambio, las Sesiones 0 y 4 no incluyen modelamiento formal, pero

Índice

mantienen coherencia con el ciclo de Blum y Leiß. Ambas fortalecen la activación e integración de aprendizajes en la secuencia didáctica.

CONCLUSIONES

La herramienta analítica permitió comprobar que las actividades de modelamiento activan todas las fases del ciclo de Blum y Leiß, asegurando que los estudiantes no solo calculen, sino que también interpreten, ajusten y comuniquen resultados. La propuesta integra la matemática crítica y financiera, promoviendo reflexión ética, responsabilidad económica y toma de decisiones informadas. La coherencia de la secuencia didáctica se respalda en la herramienta diseñadora basada en los estándares A.3, A.4 y C.8 del MBE, que garantiza la progresión de las habilidades matemáticas y contenidos curriculares, planificación efectiva y el desarrollo del pensamiento crítico.

Referencias

Agencia de Calidad de la Educación. (2020). *PISA 2018: Educación financiera*. Agencia de Calidad de la Educación. https://archivos.agenciaeducacion.cl/PISA_2018_Educacion_Financiera_final.pdf

Atkinson, A., & Messy, F.-A. (2012). *Measuring financial literacy: Results of the OECD / International Network on Financial Education (INFE) pilot study* (OECD Working Papers on Finance, Insurance and Private Pensions, No. 15). OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/5k9csfs90fr4-en

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA12): Education, engineering and economics* (pp. 222–231). Horwood Publishing.

Brown, R., & Zima, P. (2011). *Schaum's: Matemáticas financieras* (2.ª ed.). McGraw-Hill Education.

Comisión para el Mercado Financiero [CMF]. (2023). *Informe de endeudamiento 2023*. Comisión para el Mercado Financiero. https://www.cmfchile.cl/portal/principal/613/articles-77055_doc_pdf.pdf

Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). SAGE Publications.

Lobos Cisternas, J., & Lobos Robles, F. (2018). *La educación financiera y su rol en el desarrollo e inserción social de los jóvenes*. *Revista Chilena de Economía y Sociedad*, *12*(2), 62–74. https://rches.utem.cl/wp-content/uploads/sites/8/2019/01/revista-CHES-vol12-n2-2018-Lobos-Cisternas-Lobos-Robles.pdf

Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC]. (2021). *Marco para la Buena Enseñanza (MBE)*. Ministerio de Educación. https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2021/08/MBE-2.pdf

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE]. (2012). *Principios de alto nivel de la OCDE/INFE sobre estrategias nacionales de educación financiera*. OECD Publishing. https://www.oecd.org/finance/financial-education/OECD-INFE-Principles-National-Strategies-Financial-Education.pdf

Índice

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE]. (2020). *Resultados de PISA 2018 (Volumen IV): ¿Son los estudiantes inteligentes con el dinero?* OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/48ebd1ba-en

Servicio Nacional del Consumidor [SERNAC]. (2015, agosto). *Educación financiera en jóvenes: Clave para un desarrollo económico saludable*. Servicio Nacional del Consumidor. https://www.sernac.cl/portal/619/articles-4277_archivo_01.pdf

Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-017-3556-8

Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras [SBIF] & Corporación Andina de Fomento [CAF]. (2016, diciembre). *Encuesta de capacidades financieras* (SBIF-CAF). https://www.cmfchile.cl/conference/2016/recursos/docs/20161202-Encuesta-Capacidades-Financieras.pdf

Índice

DEL PROBLEMA REAL A LA CLASE DE MATEMÁTICA: DESARROLLO PROFESIONAL Y ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN EN LA ESCUELA PÚBLICA

Vanessa Montalba-Videla, Servicio Local de Educación Pública de Colchagua

Carlos Vanegas-Ortega, Universidad de Santiago de Chile

Abstract:

La enseñanza de la modelación matemática constituye una herramienta clave para favorecer el pensamiento crítico y la resolución de problemas en los y las estudiantes. No obstante, su implementación en el aula se ve limitada cuando los y las docentes no cuentan con la formación suficiente para comprenderla y aplicarla de manera efectiva. Este estudio analiza la experiencia de un grupo de docentes de enseñanza básica que participaron en un plan de formación profesional orientado específicamente al desarrollo de la competencia de modelación matemática. Durante el programa, los y las participantes resolvieron problemas de modelación que les permitieron explorar sus alcances, limitaciones y aplicaciones, y posteriormente diseñaron tareas destinadas a incorporar esta habilidad en sus clases. El propósito central fue describir y analizar las transformaciones en el aprendizaje docente respecto de la modelación, así como identificar los principales desafíos y oportunidades asociados a su implementación. Los resultados muestran que los y las docentes lograron cambios significativos en su comprensión de la modelación matemática y avanzaron hacia el diseño de secuencias de enseñanza que incorporan criterios de apertura y autenticidad. Estos hallazgos sugieren que la modelación, además de desafiar concepciones tradicionales de enseñanza, tiene un alto potencial para enriquecer las prácticas pedagógicas y orientar estrategias formativas más efectivas en educación matemática.

Modelación matemática, formación docente, tareas de modelación, aprendizaje y enseñanza de modelación.

INTRODUCCIÓN

En un escenario de transformaciones constantes, la educación matemática cumple un rol esencial en el desarrollo de competencias para enfrentar problemas reales de manera crítica y efectiva. En este marco, la modelación matemática se ha consolidado como una habilidad relevante en la investigación y en las políticas educativas internacionales (Huincahue et al., 2018; Xu et al., 2022), pues no solo favorece la comprensión de conceptos, sino que también potencia el pensamiento analítico, la resolución de problemas y la conexión con situaciones del mundo real (Borromeo, 2018). Sin embargo, su enseñanza enfrenta múltiples desafíos: la necesidad de integrar conocimientos matemáticos y extra-matemáticos (Biembengut et al., 2004), las dificultades de los docentes para guiar tareas de modelación por falta de formación

Índice

(Guerrero-Ortiz y Borromeo, 2022), y limitaciones vinculadas al tiempo, a la disponibilidad de materiales y a los enfoques metodológicos (Cabassut & Ferrando, 2017). Estas problemáticas también se observan en Chile, donde, pese al reconocimiento curricular de la modelación, su implementación en el aula sigue siendo escasa (Huincahue et al., 2018).

Ahora bien, diversas investigaciones han señalado que la formación docente constituye un factor determinante para revertir esta brecha (Moreno et al., 2021; Guerrero-Ortiz y Borromeo, 2022). En este sentido, programas que integran estrategias como el estudio de clases (Isoda et al., 2012) o el diseño de tareas auténticas (Maaß, 2007) se reconocen como oportunidades relevantes para fortalecer los conocimientos y habilidades del profesorado, promoviendo procesos de reflexión e innovación pedagógica. A partir de estas consideraciones, la presente investigación tiene como propósito caracterizar las transformaciones en los aprendizajes de un grupo de docentes que participan en un plan de formación profesional en modelación matemática. En particular, se busca analizar la evolución de su conocimiento respecto de esta competencia, la manera en que dichas experiencias inciden en la mejora de sus prácticas pedagógicas y los desafíos y oportunidades que emergen durante la implementación de tareas de modelación en el aula. Este propósito se abordará mediante el análisis de los relatos y producciones de los y las docentes, la revisión de sus respuestas a las actividades diseñadas y la interpretación de las ideas que emergen de forma progresiva en el desarrollo de las distintas sesiones del proceso formativo.

MARCO DE REFERENCIA

La base teórica que sustenta este estudio comprende cuatro aspectos relevantes. El primero es la comprensión de la Modelación Matemática no solo como una herramienta para aplicar matemáticas, sino como un medio para comprender y resolver situaciones del mundo real. Para esta investigación la modelación matemática se entiende como el proceso de traducir el mundo real y las matemáticas de manera bidireccional, esta idea incluye dos componentes fundamentales i) la matematización, proceso de transformar problemas del mundo real en modelos matemáticos, lo cual implica elegir o construir modelos que representen de forma adecuada la situación que se propone; ii) el proceso de interpretar los resultados obtenidos a través de las matemáticas y validarlos en el contexto de la situación real (Borromeo, 2018; Blum y Leiß, 2007). Además, se supone la modelación como un proceso dinámico y complejo que implica un tránsito constante entre la realidad y las matemáticas, dicho proceso no es lineal e involucra diferentes fases o pasos que se pueden representar mediante un ciclo de modelación (Borromeo, 2018).

El segundo, es el Modelo para la enseñanza de la modelación (Borromeo, 2018), el cual constituye un marco integral para comprender y desarrollar competencias en los y las docentes al enseñar modelado matemático. Finalmente, para la selección, creación y experimentación de tareas de modelación, se consideraron los “Criterios para los problemas

de modelación" (Maaß, 2007) y el "Ciclo de Modelación desde la perspectiva Cognitiva" (Borromeo, 2007, 2018). Este último, es especialmente relevante para los y las docentes ya que proporciona un marco para comprender los procesos de pensamiento de los y las estudiantes durante el desarrollo de esta habilidad, y ayuda a identificar posibles dificultades (Blum y Leiß, 2007; Borromeo, 2018).

METODOLOGÍA

Se realizó un estudio de caso cualitativo (Yin, 2003) para caracterizar las transformaciones en los aprendizajes que adquiere un grupo de docentes sobre modelación matemática tras su paso por un programa de desarrollo profesional. Dicho programa, se basa en: (1) la experimentación a través de la resolución de tareas de modelación, el análisis de las vivencias y nuevas ideas desarrolladas por los y las docentes; (2) el diseño, implementación y discusión de las tareas elaboradas con foco en esta habilidad.

Participantes

Los participantes de este estudio fueron nueve profesores de matemática que realizan clases en enseñanza básica y se encuentran en los tramos Avanzado, Experto I y Experto II en la carrera docente (Reconocimiento regulado por la Ley N° 20.903 del Ministerio de Educación de Chile). El grupo se encuentra formado por tres mujeres y seis hombres, entre los 28 y 58 años. Además, los docentes imparten clases en escuelas públicas, rurales y urbanas con índices de alta vulnerabilidad, dentro de cuatro comunas distintas de la macrozona centro sur de Chile.

Contexto del programa de desarrollo profesional docente

El estudio se enmarca en el programa de desarrollo profesional Metodología de Estudio de Clases – Red de Pensamiento Matemático, implementado en un Servicio Local de Educación Pública en Chile. Esta metodología (Isoda et al., 2012) fomenta el trabajo colaborativo entre docentes para analizar y mejorar la enseñanza, y en este caso se orientó a la modelación matemática a partir del modelo propuesto por Borromeo (2018), integrando las dimensiones Teórica, de la Tarea e Instructiva.

El programa se desarrolló en dos líneas principales: por un lado, los docentes resolvieron y analizaron tareas de modelación adaptadas de investigaciones previas (Maaß, 2004; Cai et al., 2022; Ludwing y Xu, 2009; Gómez y Urgellés, 2007), ajustadas a criterios de apertura, complejidad, realismo, autenticidad y resolubilidad (Maaß, 2007), además de reflexionar sobre los roles del docente y del estudiante. Por otro lado, trabajaron en el diseño e implementación de lecciones de modelación, organizados en equipos de nivel (3° y 6° básico), bajo el formato de Estudio de Clases: planificación, implementación, análisis, ajustes y rediseño.

Las fuentes que se utilizaron para la recopilación de datos comprendieron: grabaciones en audio y video de las sesiones en las que participaron los y las docentes, notas que describen las ideas o discusiones de cada sesión y, grabaciones en video de las clases implementadas.

RESULTADOS

Al inicio del programa, se instó al grupo a resolver tareas de modelación matemática, sin mencionar previamente que estas tareas tenían como objetivo desarrollar dicha habilidad. Mediante trabajo colaborativo, en grupos de tres o cuatro docentes, resolvían la propuesta, presentaban sus estrategias y se les pedía que analizaran lo experimentado a través de una serie de preguntas.

Al momento de consultarles por las características que tienen las tareas propuestas, los grupos mencionan que son situaciones muy motivadoras y desafiantes, que en un principio no son fáciles de abordar y, reconocen que no se habían enfrentado a un problema de este tipo, lo anterior se observa en el siguiente relato de uno de los grupos:

> Grupo 2: "Al principio no sabía dónde estaba la matemática, ¡no había números!... … ¡Un problema de matemática sin números! ¿cómo es posible?... La tarea fue muy motivadora, se podía resolver usando diferentes herramientas matemáticas, nos entretuvo pensar cómo entregar una posible respuesta".

Además, notan que los problemas pueden ser muy transversales y cotidianos pudiendo abordarse de múltiples formas, esto se presenta en el siguiente relato:

> Grupo 1: "Se puede resolver usando distintas representaciones… se podría aplicar a estudiantes de distintas edades, es desafiante para nosotros y para los estudiantes".

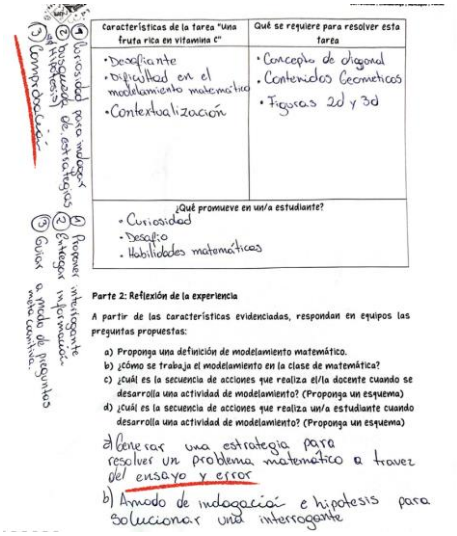
Estas actividades iniciales y las siguientes permitieron enfrentar a los y las docentes a situaciones poco habituales, dado que no es común en los problemas matemáticos escolares obtener respuestas correctas diferentes. Desde este punto se desprende la versatilidad que debe tener una propuesta de este tipo y la necesidad de considerar los múltiples escenarios que la vida cotidiana puede propiciar. Al mismo tiempo, reconocen que la tarea requiere promover en los y las estudiantes la curiosidad genuina, la indagación, la generación de hipótesis y la argumentación matemática.

Luego de explorar y resolver las situaciones propuestas, se les solicitó formular esquemas para explicar las distintas acciones que realizaron al momento de entregar posibles soluciones a los problemas planteados. Los grupos mencionaron algunas de las etapas descritas en el ciclo de modelación (Borromeo, 2007), en el que el estudiante transita desde un contexto real o cotidiano hacia la matemática o se aproxima a un escenario más abstracto. Los docentes identificaron que las tareas de modelación deben ser auténticas, vinculadas a situaciones reales y con soluciones no inmediatas, lo que favorece la creatividad y la aplicación flexible

de conocimientos matemáticos. También destacaron la importancia de que los estudiantes recorran las distintas fases del ciclo de modelación (comprensión, construcción del modelo, matematización, trabajo matemático, interpretación y validación). La caracterización de las transformaciones en el conocimiento de los y las docentes, se obtuvo mediante la utilización de dos matrices de análisis elaboradas considerando el ciclo de modelación propuesto por Borromeo (2018) y en el diseño de tareas propuesto por Maaß (2007). Estos instrumentos permitieron identificar y evidenciar en las respuestas de los y las docentes las conexiones existentes entre sus producciones y los elementos relevantes señalados en la literatura. Un ejemplo de las respuestas de uno de los grupos, luego de resolver una tarea de modelación, se presenta en la Figura 1.

Figura 1:

Respuesta de uno de los grupos en una de las sesiones al analizar las experiencias de aprendizaje propuestas.



Características de la tarea "Una fruta rica en vitamina C"	Qué se requiere para resolver esta tarea
• Desafiante • Dificultad en el modelamiento matemático • Contextualización	• Concepto de diagonal • Contenidos Geométricos • Figuras 2d y 3d
¿Qué promueve en un/a estudiante? • Curiosidad • Desafío • Habilidades matemáticas	

Parte 2: Reflexión de la experiencia

A partir de las características evidenciadas, respondan en equipos las preguntas propuestas:

a) Proponga una definición de modelamiento matemático.
b) ¿cómo se trabaja el modelamiento en la clase de matemática?
c) ¿cuál es la secuencia de acciones que realiza el/la docente cuando se desarrolla una actividad de modelamiento? (Proponga un esquema)
d) ¿cuál es la secuencia de acciones que realiza un/a estudiante cuando desarrolla una actividad de modelamiento? (Proponga un esquema)

a) Generar una estrategia para resolver un problema matemático a través del ensayo y error

b) A modo de indagación e hipótesis para solucionar una interrogante

En la etapa final del programa, los y las docentes debieron diseñar un plan de clases cuyo propósito fue propiciar el desarrollo de la habilidad de modelación matemática en sus estudiantes. Para esto, los maestros se separaron en dos grupos, según los cursos a los cuales impartían sus clases, de esta manera uno de los diseños se implementaría en 3° básico (estudiantes entre 8 y 9 años) y 6° básico (estudiantes entre 11 y 12 años). La descripción en detalle de este proceso se presentará durante la jornada nacional de educación matemática.

CONCLUSIONES

El programa se distingue por un enfoque dinámico, colaborativo y transformador, donde las tareas de modelación cumplen un papel detonante: primero tensionan las concepciones previas de los docentes y, a través de la reflexión colectiva, permiten reconstruir comprensiones y dar sentido a la teoría a partir de la práctica (experimentación y análisis

antes que formalización). La diversidad del profesorado (edades, trayectorias y contextos) enriquece el intercambio: amplía estrategias de resolución, orienta el diseño de tareas y favorece la construcción colectiva de conocimiento, facilitando la contextualización a realidades distintas. El foco en escuelas públicas añade valor: crea redes de aprendizaje poco habituales, instala un espacio estable de reflexión sobre la enseñanza de la modelación y ofrece una plataforma replicable con potencial de impacto sostenido en la enseñanza de la matemática.

Quedan desafíos para futuras investigaciones: profundizar en la implementación de lecciones y en el impacto directo en los estudiantes, analizando sus procesos cognitivos y las dificultades al transitar el ciclo de modelación. Este estudio, como primer acercamiento a tareas abiertas y auténticas, aporta evidencia de que el enfoque desafía concepciones docentes y puede enriquecer las prácticas de aula, abriendo camino a estrategias que integren la modelación de forma efectiva para un aprendizaje significativo y contextualizado.

Referencias

Biembengut, M. S., & Hein, N. (2004). *Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática*. *Educación Matemática, 16*(2), 105–125.

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? En C. Haines, W. Blum, P. Galbraith, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (pp. 222–231). Horwood Publishing.

Borromeo Ferri, R. (2007). Modelling from a cognitive perspective: Individual modelling routes of pupils. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 260–270). Horwood Publishing.

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9

Borromeo Ferri, R., & Blum, W. (2009). Mathematical modelling in teacher education: Experiences from a modelling seminar. En V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of CERME 6* (pp. 2046–2055). European Society for Research in Mathematics Education.

Cabassut, R., & Ferrando, I. (2017). Difficulties in teaching modelling: A French–Spanish exploration. En G. Stillman, W. Blum, & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education* (pp. 223–232). Springer.

Cai, J., & Fernández, C. (2022). Mathematical problem posing: Task variables, processes, and products. En C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 119–145). PME.

Gómez i Urgellés, J. V. (2007). *La matemática, reflejo de la realidad: La modelización matemática como herramienta para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas*. Federación de Sociedades de Educación y Matemáticas. ISBN 978-84-934488-6-8.

Índice

Guerrero-Ortiz, C., & Borromeo Ferri, R. (2022). Pre-service teachers' challenges in implementing mathematical modelling: Insights into reality. *PNA, 16*(4), 309–341. https://doi.org/10.30827/pna.v16i4.21329

Huincahue Arcos, J., Borromeo Ferri, R., & Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias, 36*(1), 99–115. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277

Isoda, M., Arcavi, A., & Mena, A. (2012). *El estudio de clases japonés en matemática: Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global*. Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Ludwig, M., & Xu, B. (2010). A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*(1), 77–97. https://doi.org/10.1007/s13138-010-0005-z

Maaß, K. (2004). Mathematisches Modellieren im Unterricht: Ergebnisse einer empirischen Studie. *Journal für Mathematik-Didaktik, 25*(2), 175–176. https://doi.org/10.1007/BF03339002

Maaß, K. (2007). Modelling in class: What do we want the students to learn? En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 65–78). Horwood Publishing.

Moreno, A., Marín, M., & Ramírez-Uclés, R. (2021). Errores de profesores de matemáticas en formación inicial al resolver una tarea de modelización. *PNA, 15*(2), 109–136. https://doi.org/10.30827/pna.v15i2.20746

Niss, M. (2004). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. En A. Gagatsis & A. Papastavridis (Eds.), *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education* (pp. 115–124). Hellenic Mathematical Society.

Niss, M., & Blum, W. (2020). *The learning and teaching of mathematical modelling* (1st ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315189314

Xu, B., Lu, X., Yang, X., & Bao, J. (2022). Mathematicians', mathematics educators', and mathematics teachers' professional conceptions of the school learning of mathematical modelling in China. *ZDM – Mathematics Education, 54*(4), 679–691. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01356-4

Yin, R. K. (2003). *Applications of case study research* (2nd ed.). Sage Publications.

Zbiek, R. M., Peters, S. A., Galluzzo, B., & White, S. J. (2022). Secondary mathematics teachers learning to do and teach mathematical modeling: A trajectory. *Journal of Mathematics Teacher Education, 25*(6), 509–536. https://doi.org/10.1007/s10857-022-09550-7

Índice

ANÁLISIS DE UNA PROPUESTA DIDÁCTICA QUE FAVORECE EL APRENDIZAJE DEL INTERÉS COMPUESTO MEDIANTE EL DESARROLLO DE HABILIDADES FINANCIERAS Y LA HABILIDAD MATEMÁTICA DE MODELAR A TRAVÉS DEL CICLO DE BLUM Y LEISS

Diego Eduardo Araya Puga, Universidad San Sebastián

Eduardo Sebastián Jara Hernández, Universidad San Sebastián

Patricio Alejandro Delgado Donoso, Universidad San Sebastián

Abstract:

Esta investigación, de carácter cualitativo, teórico y de diseño, tiene por objetivo elaborar una propuesta de enseñanza basada en el modelamiento matemático para favorecer, en estudiantes de tercero medio, el aprendizaje del interés compuesto y el desarrollo de habilidades financieras. El interés compuesto, a pesar de su importancia para comprender fenómenos como ahorro, crédito o inversión, continúa siendo un objeto matemático poco comprendido, ya que su enseñanza suele centrarse en la aplicación mecánica de fórmulas sin conexión con contextos reales. En Chile, diversos informes han evidenciado estas carencias: la prueba PISA 2018 situó a un 30,2% de los estudiantes bajo el nivel 2 en competencia financiera (OCDE, 2020). Los estudios del INJUV (2017, 2020) muestran que los jóvenes enfrentan altos niveles de endeudamiento sin contar con herramientas de planificación, y el informe de la CMF (2023) confirma que gran parte de los adolescentes desconoce el funcionamiento básico del crédito. La propuesta diseñada se articula en cuatro clases que transitan desde situaciones cotidianas de variación porcentual hasta la formalización y validación crítica del modelo del interés compuesto, siguiendo el ciclo de modelación de Blum y Leiss (2007). Los hallazgos muestran que esta propuesta contribuye a superar las limitaciones tradicionales de la enseñanza, promoviendo aprendizajes más profundos, críticos y situados, así como una formación ciudadana financiera más sólida.

Modelamiento matemático, interés compuesto, habilidades financieras, propuesta didáctica, educación secundaria

INTRODUCCIÓN

La educación financiera ocupa aún un lugar secundario en el currículo chileno, lo que se refleja en en resultados como la prueba PISA 2018, donde un 30,2% de los estudiantes chilenos se ubicó por debajo del nivel mínimo de competencia financiera (OCDE, 2020). Esto evidencia una enseñanza fragmentada y desarticulada, especialmente en temas clave como el interés compuesto. Aunque su comprensión es fundamental para el ahorro, el

Índice

endeudamiento o la inversión, pero al mismo tiempo constituye un tema complejo y poco dominado en la escuela.

La alfabetización financiera no se limita al conocimiento de nociones básicas sobre dinero, sino que requiere de competencias matemáticas específicas, entre ellas el manejo de porcentajes, progresiones geométricas y funciones exponenciales (Lusardi & Mitchell, 2014). Sin embargo, la evidencia muestra que menos de un tercio de los adultos comprende de planificación conceptos esenciales como el interés compuesto, lo que repercute en conductas financieras deficientes y toma de decisiones (Klapper, Lusardi y Van Oudheusden, 2015). Esta carencia también se replica en el sistema escolar.

En este contexto, autores reportan que los estudiantes presentan errores recurrentes, como confundir el interés compuesto con el simple; aplicar razonamientos lineales en vez de multiplicativos; no distinguir entre capital final e interés acumulado y cometer fallas en la conversión de tasas y períodos de capitalización (Pournara, 2013). A esto se suman obstáculos epistemológicos como el uso de explicaciones superficiales, o la reducción del concepto a un procedimiento utilitario desvinculado en su fundamento matemático, resultando en una enseñanza mecánica de fórmulas (Lima, Silva & Rufino, 2024).

Así, el modelamiento matemático emerge como una estrategia didáctica pertinente. Aplicar el ciclo de Blum y Leiss (2007) mejora la comprensión conceptual y la articulación entre habilidades matemáticas y financieras, promoviendo aprendizajes críticos, significativos y situados (Cavalcante, Savard & Polotskaia, 2024). Así, el interés compuesto se transforma en una oportunidad pedagógica que conecta la matemática escolar con decisiones ciudadanas de alto impacto.

MARCO TEÓRICO

El ciclo de modelación ayudó a la aplicación de cada una de las fases específicas de la actividad diseñada. Además, la actividad incorpora y aborda elementos de la matemática financiera desde el aumento y disminución porcentual hasta la construcción del modelo del interés compuesto y la comparación con el interés simple mediante una aplicación directa y contextualizada.

El marco conceptual se organiza en torno a cuatro ejes:

1. **Matemática financiera:** Rama de las matemáticas aplicadas que estudia el valor del dinero en el tiempo para analizar fenómenos como el ahorro, el crédito y la inversión. Su enseñanza en el ámbito educativo favorece la comprensión del crecimiento exponencial (como el interés compuesto) y proporciona una base para el desarrollo de competencias ciudadanas y pensamiento crítico (Álvarez-Sepúlveda, 2024)

2. **Habilidades financieras:** Conjunto de capacidades cognitivas, procedimentales y actitudinales esenciales para una gestión informada, crítica y responsable de los recursos económicos. Según la OCDE (2022), incluyen conocimiento de conceptos financieros básicos, la planificación del gasto y la toma de decisiones sostenibles en contextos reales, lo que en esta investigación conecta el aprendizaje matemático con la alfabetización financiera cotidiana del estudiantado.
3. **Habilidades matemáticas:** Competencias que posibilitan movilizar conocimientos matemáticos en distintos contextos, tales como representar, argumentar, resolver problemas y modelar (MINEDUC, 2018). Constituyen la base del diseño de la propuesta, pues el interés compuesto exige comprender relaciones proporcionales, progresiones geométricas y funciones exponenciales. Si desarrollo mediante el modelamiento transforma la aplicación mecánica de fórmulas en razonamiento y argumentación sobre situaciones financieras auténticas.
4. **Ciclo de modelación de Blum y Leiss:** Es un marco teórico y metodológico que organiza el proceso de modelar en seis fases: (1) comprensión de la situación real, (2) simplificación y estructuración, (3) construcción del modelo matemático, (4) trabajo matemático, (5) interpretación de resultados y (6) validación y comunicación (Blum & Leiss, 2007; Blum & Ferri, 2009). Este ciclo es el eje articulador de la propuesta didáctica, ya que guía la comprensión progresiva del interés compuesto, facilitando el tránsito entre la realidad y la abstracción, y a reflexión sobre las implicancias financieras.

METODOLOGÍA

Esta investigación, de carácter cualitativo, teórico y de diseño, tiene por objetivo diseñar una propuesta de enseñanza basada en el modelamiento matemático para favorecer, en estudiantes de tercero año medio, el aprendizaje del interés compuesto y además desarrollar habilidades financieras.

Para el cumplimiento de este objetivo general se siguieron las siguientes fases

1. **Revisión de literatura** Se analizó bibliografía sobre educación financiera, enseñanza del interés compuesto y modelación matemática, con enfoque en textos que vincularan la alfabetización financiera con competencias matemáticas. Esto permitió situar el problema e identificar la necesidad de enfoques didácticos innovadores.
2. **Identificación de errores recurrentes**: Se analizaron estudios sobre las principales dificultades de los estudiantes con el interés compuesto. Los hallazgos se organizaron en categorías de errores (confusión con interés simple, razonamiento lineal,

problemas con tasas o periodos) y obstáculos epistemológicos, estableciendo el diagnóstico que justifica el cambio de enfoque pedagógico.

3. **Análisis:** En esta fase se examinó la literatura sobre modelación matemática, particularmente el ciclo de Blum y Leiss (2007), con el fin de valorar su pertinencia para superar las dificultades detectadas. La decisión metodológica fue adoptar este marco como eje articulador de la propuesta, dado que permite transitar desde contextos reales a representaciones matemáticas y retornar al análisis crítico. Este análisis justificó la elección del modelamiento como estrategia didáctica central.
4. **Diseño:** En esta última fase, se diseñó una secuencia de cuatro clases para estudiantes de tercero medio. Las decisiones metodológicas incluyeron: seleccionar situaciones financieras auténticas (ahorro, crédito, inversión), organizar actividades según las seis fases de Blum y Leiss, y vincular cada actividad con los OA del currículo nacional. Esta etapa materializó el método de investigación en una propuesta concreta que articula habilidades matemáticas financieras en un contexto escolar.

RESULTADOS Y ANÁLISIS

La propuesta didáctica se compone de cuatro clases diseñadas en coherencia con el ciclo de modelación de Blum y Leiss (2007), cuya finalidad es favorecer el aprendizaje del interés compuesto a través de contextos financieros significativos. Cada clase aborda una fase progresiva del ciclo, de manera que en conjunto permiten a los estudiantes transitar desde experiencias cotidianas hacia la formalización matemática y su aplicación crítica.

En la Clase 1, se introduce la problemática a partir de casos simples de ahorro, destacando la diferencia entre interés simple y compuesto. Esta sesión es clave para detectar concepciones erróneas iniciales y generar el primer acercamiento a la noción de capitalización periódica.

La Clase 2 avanza hacia la formalización algebraica del interés compuesto, construyendo colectivamente la expresión general $C_f = C_i(1+i)^n$. Aquí los estudiantes realizan un salto desde procedimientos aritméticos a la generalización, consolidando el modelo como objeto matemático.

La Clase 3 introduce el uso de GeoGebra para graficar el modelo y explorar cómo las variaciones de la tasa (i) y el número de periodos (n) afectan el crecimiento del capital. La visualización permite evidenciar la naturaleza exponencial del interés compuesto y discutir sus implicancias en distintos escenarios.

Finalmente, la Clase 4 propone una situación integradora de toma de decisiones financieras, en la que se articula de manera plena el ciclo de modelación y se visibiliza el sentido social del aprendizaje. Por ello, esta clase condensa y proyecta los aprendizajes logrados en toda la secuencia (Tabla 1).

Tabla 1

Extracto clase 4 (Elaboración propia)

CLASE 4: Aplicaciones y validación en contextos reales.	
Objetivo de la clase	Aplicar el modelo del interés compuesto en problemas de ahorro, crédito, depreciación y crecimiento poblacional, resolviendo situaciones en grupos colaborativos, con el fin de analizar sus alcances y limitaciones, adoptando una actitud responsable frente a la toma de decisiones financieras.
Inicio	1- Lluvia de ideas: ¿Dónde han escuchado hablar de intereses, devaluación o inflación? 2- Registro en pizarra.
Desarrollo **(Predomina Fase 5)**	3- Trabajo grupal con 4 problemas: 4- Encontrar las cantidades finales en cada caso aplicando el modelo de crecimiento porcentual reiterado (interés compuesto, modelo exponencial) y comparar con los resultados obtenidos aplicando el modelo de interés simple (modelo lineal): 5- Modelo interés compuesto $C_f = C_i \cdot (1+i)^n$ 6- Modelo interés simple $C_f = C_i \cdot (1 + i \cdot n)$ 7- *1. Ahorro*: $100.000 en una cuenta con 1,5% mensual en 12 meses. 8- *2.* Crédito: $1.000.000 con 3% mensual en 12 meses. 9- *3. Población*: Ciudad que crece un 4% anual en 20 años. 10- *4. Depreciación*: Automóvil que pierde 12% de su valor anualmente en un total de 5 años. 11- Cada grupo discute en grupo, modela, resuelve y expone sus resultados, procedimientos, argumentos y comparaciones entre los modelos. 12- Guiar la reflexión hacia la idea de que el modelo se adapta a diferentes contextos cuando se visualiza de manera más general.
Cierre **(Predomina Fase 6)**	13- Puesta en común de resultados y discusión crítica.

Índice

14- Reflexión final: el modelo del interés compuesto como una herramienta de modelación útil, pero con supuestos y limitaciones a considerar.

Nota. Elaboración propia

Es importante mencionar que si bien es cierto las fases se encuentran bien definidas, no aparecen de manera aislada durante el proceso de aprendizaje, es decir, en cada etapa de la actividad se van presentando distintas fases simultáneamente dado que el estudiante puede transitar entre ellas. De esta manera existe más de una fase presente en cada momento de la actividad, pero hay una que puede predominar por sobre las demás.

La sesión se organiza en torno a un problema de contexto real: comparar distintas alternativas de ahorro o inversión, considerando parámetros de capital inicial, tasa de interés y plazo. Predomina Fase 1 Planteamiento del dilema (comprender/simplificar): los estudiantes analizan el enunciado, identifican información relevante y definen supuestos (comisiones, periodicidad, exclusión de factores externos). Predomina fase 2 Identificación de variables: se reconocen elementos del modelo $C_i, i, n,$ y definen el criterio para comparar las distintas alternativas. Predomina Fase 3 Matematización: se formulan expresiones del interés compuesto que representan cada alternativa. Predomina fase 4 Trabajo matemático: se calculan resultados y se exploran escenarios mediante tablas y GeoGebra, destacando la sensibilidad del modelo frente a cambios en parámetros. Predomina fase 5 Interpretación y validación: se contrastan los resultados con el contexto, discutiendo la pertinencia de los supuestos y los límites del modelo. Predomina fase 6 Comunicación: los equipos presentan una recomendación argumentada, integrando tanto el cálculo matemático como la reflexión crítica.

De esta manera la Clase 4 evidencia la aplicación del modelo y su articulación con el marco teórico de esta investigación, ya que en ella se operacionalizan todas las fases del ciclo de modelación de Blum y Leiss, transitando desde la comprensión de un problema contextualizado hasta la comunicación fundamentada de una decisión. La modelación matemática se convierte en la estrategia didáctica central, pues la actividad desplaza el foco de la mera aplicación de fórmulas hacia la construcción, validación y reflexión crítica sobre los modelos. Al mismo tiempo, el interés compuesto se presenta como un fenómeno social directamente vinculado con la alfabetización financiera, promoviendo en los estudiantes la capacidad de tomar decisiones responsables y conscientes, lo que se conecta con su formación ciudadana. Este proceso se ve fortalecido por el uso de tecnología, particularmente GeoGebra, que permite explorar visualmente el comportamiento del modelo y comprender con mayor profundidad el impacto exponencial de la capitalización en escenarios financieros reales.

Índice

Referencias

Álvarez-Sepúlveda, H. (2024). *Educación financiera para la ciudadanía: Desafíos y perspectivas en el contexto chileno*. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, *17*(1), 18–24. https://doi.org/10.37843/rted.v17i1.441

Biembengut, M. S., & Hein, N. (2004). *Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática*. *Educación Matemática*, *16*(2), 105–125. https://doi.org/10.24844/EM1602.06

Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). *Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1(1), 45–58*. https://www.researchgate.net/publication/279478754

Blum, W., & Leiß, D. (2007). *How do students and teachers deal with modelling problems? En C. Haines, P. L. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), Mathematical modelling: Education, engineering and economics (ICTMA 12)* (pp. 222–231). Horwood. https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221

Cavalcante, A., Savard, A., & Polotskaia, E. (2024). *Mathematical structures of simple and compound interest: An analysis of secondary teachers' relational thinking. Educational Studies in Mathematics*, *116*, 215–235. https://doi.org/10.1007/s10649-024-10308-6

Comisión para el Mercado Financiero. (2023). *Capacidades financieras en Chile: Resultados del estudio nacional 2023*. Comisión para el Mercado Financiero. https://www.cmfchile.cl

Instituto Nacional de la Juventud. (2017). *Endeudamiento juvenil y educación financiera. INJUV*. https://www.injuv.gob.cl/endeudamiento-juvenil-y-educacion-financiera

Instituto Nacional de la Juventud. (2020). *Sondeo: Endeudamiento juvenil y educación financiera. INJUV*. https://www.injuv.gob.cl/sites/default/files/20201228_sondeo_educacion_financiera_para_web1.pdf

Klapper, L., Lusardi, A., & van Oudheusden, P. (2015). *Financial literacy around the world: Insights from the Standard & Poor's Global FinLit Survey*. World Bank.

Lima, A. L., Silva, D. L., & Rufino, L. G. (2024). *Obstacles to the teaching and learning of compound interest: A critical perspective*. *Journal of Mathematics Education Research*, *13*(1), 55–72. https://doi.org/10.56238/arev6n3-339

López González, W. O., & López Ponce, W. V. (2017). *Dificultades en el aprendizaje del interés compuesto en estudiantes de secundaria. Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria*, *11*(2), 45–60.

Lusardi, A., & Mitchell, O. S. (2014). *The economic importance of financial literacy: Theory and evidence. Journal of Economic Literature*, *52*(1), 5–44. https://doi.org/10.1257/jel.52.1.5

OECD. (2020). *PISA 2018 Results (Volume IV): Are Students Smart about Money?* OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/48ebd1ba-en

OECD. (2024). *PISA 2022 Results (Volume IV): How Financially Smart Are Students?* OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/5a849c2a-en

Pournara, C. (2013). *Teachers' knowledge for teaching compound interest*. *Pythagoras*, *34*(2), 1–10. https://doi.org/10.4102/pythagoras.v34i2.238

Índice

CONSTRUCCIÓN Y VALIDACIÓN DE UN TEST DE DIAGNÓSTICO EN MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES DE LICENCIATURA Y PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA

Rodrigo Vargas, Pontificia Universidad Católica de Chile

Abstract:

Muchas universidades utilizan pruebas diagnósticas para evaluar la preparación de los estudiantes de nuevo ingreso para los cursos de matemáticas. Los resultados de estas pruebas pueden ayudar a los estudiantes a identificar temas en los que necesitan más práctica y proporcionar al profesorado un panorama general de las fortalezas y debilidades de su cohorte. En este trabajo describimos un proceso que puede emplearse para mejorar una prueba diagnóstica de matemáticas, de modo que entregue información más precisa y útil sobre las habilidades de los estudiantes. Para identificar preguntas susceptibles de mejora, nuestro proceso utiliza tanto la teoría clásica de los tests (TCT) como la teoría de respuesta al ítem (IRT), en particular el modelo Rasch basado en puntaje (SSB). Ofrecemos una introducción accesible a los conceptos fundamentales de IRT y TCT, y mostramos cómo aplicamos este proceso de mejora a un test diagnóstico institucional en la Pontificia Universidad Católica de Chile, dirigido a estudiantes que ingresan a Licenciatura y Pedagogía en Matemática. La propuesta se articula desde el pilotaje hasta la aplicación oficial, destacando la comparación de curvas características ideales, empíricas y poligonales como herramienta central para decidir sobre la retención o eliminación de ítems. Nuestro protocolo constituye un modelo práctico y replicable para quienes busquen fortalecer la validez y utilidad de pruebas diagnósticas en matemáticas, especialmente en contextos donde los resultados se usan formativamente para nivelación y acompañamiento.

Pruebas diagnósticas, IRT, TCT, rasch, taxonomía de Cooney.

INTRODUCCIÓN

Las pruebas diagnósticas en matemáticas constituyen una práctica común en universidades de diversos países, ya que permiten estimar el nivel de preparación de los estudiantes que ingresan y detectar brechas que podrían dificultar su éxito en cursos iniciales (Haladyna et al., 2002; DeMars, 2010). Estas herramientas se alinean con el concepto de "evaluación sostenible", que enfatiza el rol formativo de la evaluación para preparar a los estudiantes para el aprendizaje a lo largo de la vida (Boud & Soler, 2016). En la Pontificia Universidad Católica de Chile (UC), este tipo de instrumentos se aplica desde hace más de una década y

Índice

se ha ido perfeccionando de acuerdo con las necesidades de cada cohorte y con la experiencia acumulada en su análisis.

En este trabajo nos centramos en el Test de Conocimientos Matemáticos (TCM), diseñado específicamente para estudiantes que ingresan a Licenciatura en Matemática y Pedagogía en Matemática. A diferencia de otros diagnósticos institucionales que apuntan a carreras con requerimientos matemáticos más acotados, el TCM busca ofrecer una visión amplia de las habilidades previas, tanto en contenidos escolares (como números, álgebra o geometría) como en procesos cognitivos de razonamiento y resolución de problemas, aspectos críticos para el éxito en matemáticas superiores según Smith et al. (1996).

El propósito formativo de este diagnóstico es doble. En primer lugar, permite ofrecer retroalimentación a los propios estudiantes, ayudándoles a identificar sus áreas de fortaleza y debilidad. En segundo lugar, sus resultados son insumos centrales para planificar las actividades de nivelación y acompañamiento del Programa de Inserción a la Matemática Universitaria (PIMU). Así, el TCM no es solo un instrumento de medición, sino que cumple un papel activo en la transición entre la educación secundaria y la universitaria, articulando decisiones pedagógicas inmediatas.

Este estudio persigue tres objetivos principales, redefinidos para reflejar con mayor precisión el alcance del trabajo presentado:

1. Describir el proceso de construcción del TCM, haciendo especial énfasis en las fases de diseño, pilotaje y aplicación oficial.
2. Ilustrar cómo la combinación de TCT e IRT, junto con la comparación de curvas características, aporta al análisis y la toma de decisiones sobre ítems.
3. Analizar las implicancias de la multidimensionalidad detectada en el test y sus posibles proyecciones hacia versiones futuras.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

Taxonomías educacionales en matemática

El diseño de evaluaciones no se limita a medir contenidos, sino que también debe capturar distintos niveles de demanda cognitiva. La Taxonomía de Bloom (1956) fue pionera en este ámbito, clasificando objetivos desde el conocimiento hasta la evaluación. Sin embargo, su aplicación en matemáticas ha mostrado limitaciones, pues los docentes suelen interpretar de manera diversa los niveles de pensamiento de orden superior (Thompson, 2008).

Modelos posteriores como la Taxonomía SOLO (Biggs & Collis, 1982) o la propuesta de Marzano y Kendall (2007) ofrecieron estructuras más matizadas, considerando la complejidad estructural de las respuestas o incorporando aspectos metacognitivos. En el ámbito específico de la matemática, Smith et al. (1996) propusieron la Taxonomía MATH, que clasifica tareas en grupos rutinarios, de transferencia y de construcción de argumentos.

No obstante, en este trabajo adoptamos la Taxonomía de Cooney (1992), que organiza los ítems en cuatro niveles: (1) reconocimiento y cálculo sencillo, (2) decisiones directas, (3) aplicaciones de múltiples pasos y (4) problemas no rutinarios y argumentativos. Consideramos que esta taxonomía es particularmente adecuada para orientar la construcción de ítems diagnósticos, pues entrega indicaciones más concretas a los autores y reduce la ambigüedad en la clasificación. Esta elección se alinea con la necesidad de evaluar no solo conocimiento procedimental, sino también habilidades de razonamiento y resolución de problemas, que son centrales para el perfil de ingreso a las carreras de matemáticas (Smith et al., 1996).

Teoría Clásica de los Tests (TCT)

La TCT es la aproximación tradicional al análisis de ítems y ofrece indicadores fácilmente interpretables. Dos de los más relevantes son la dificultad empírica (proporción de aciertos) y la discriminación biserial (correlación entre desempeño en el ítem y puntaje total). Estos indicadores permiten identificar rápidamente ítems demasiado fáciles o difíciles, así como aquellos que no distinguen adecuadamente entre estudiantes con diferentes niveles de habilidad.

Una ventaja de la TCT es su simplicidad, lo que facilita la comunicación de resultados a equipos docentes no especializados en psicometría. Sin embargo, también tiene limitaciones, como la dependencia de la muestra y la imposibilidad de comparar directamente ítems entre versiones distintas del test.

Teoría de Respuesta al Ítem (IRT)

La IRT introduce un enfoque probabilístico que modela la relación entre la habilidad latente de un estudiante y la probabilidad de responder correctamente un ítem. En particular, el modelo Rasch basado en puntaje (SSB) garantiza que dos estudiantes con igual puntaje obtengan la misma estimación de habilidad, lo que facilita la interpretación pedagógica.

Una de las herramientas más valiosas de la IRT son las curvas características de ítem (CCI), que muestran la probabilidad de éxito según el nivel de habilidad. Comparar la curva ideal (modelo), la empírica (datos observados) y la poligonal (suavizado) permite auditar el comportamiento de cada ítem, detectando irregularidades que no se observan con la TCT.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudio siguió un diseño metodológico de tipo instrumental (Wilson, 2023), centrado en el desarrollo y validación de un test. El desarrollo del TCM siguió un proceso estructurado en varias fases, detalladas a continuación para dar respuesta a los objetivos planteados:

1. Levantamiento de información cualitativa (Objetivo 1): Para contextualizar el diagnóstico en las necesidades reales, se aplicaron encuestas a 45 estudiantes de cursos iniciales con el fin de identificar contenidos percibidos como difíciles y brechas de conocimiento desde su perspectiva. Paralelamente, se realizaron entrevistas semiestructuradas con 8 profesores de cursos introductorios para recoger su experiencia sobre las principales dificultades y habilidades necesarias para los nuevos estudiantes. Esta triangulación de fuentes permitió identificar brechas recurrentes y contenidos críticos para la transición escuela--universidad.

2. Definición del marco y tabla de especificaciones (Objetivo 1): Con base en la información recogida, se definió un marco que integró ejes de contenido (números, álgebra, geometría y razonamientos deductivos e inductivos) con los niveles de la Taxonomía de Cooney. Se contemplaron inicialmente 40 reactivos. Por política de aseguramiento se encargaron 80 ítems, lo que permitió seleccionar los más adecuados.

3. Construcción y revisión técnica (Objetivo 1): Un panel de 4 expertos en didáctica de la matemática y psicometría realizó una revisión de validez de contenido. Tras este análisis pedagógico, se consolidaron 55 ítems para pilotaje. Tres reactivos que no apuntaban al nivel previsto fueron incorporados finalmente por sus buenos indicadores psicométricos en fases posteriores.

4. Pilotaje y recolección de datos (Objetivos 1 y 2): El test se aplicó a dos muestras de conveniencia: 144 estudiantes de último año de secundaria y 94 participantes del Taller de Razonamiento Matemático (TRM) de la UC. El pilotaje buscaba obtener datos empíricos sobre el comportamiento de los ítems. Además de registrar aciertos y errores, se permitió a los estudiantes indicar si omitían una pregunta por no haber visto el contenido (O1) o por no saber resolverla pese a haberlo visto (O2). Esto proporcionó información más justa y matizada sobre el perfil de preparación.

5. Criterios de análisis (Objetivo 2): Los análisis estadísticos se realizaron utilizando RStudio.

    - TCT: Se aplicaron criterios de dificultad (proporción de aciertos) y discriminación (correlación biserial), resumidos en una tabla de cinco grupos

(ítem pobre, conservar con cautela, revisar, ideal y fácil esencial) seguciendo los lineamientos de Haladyna et al. (2002).

- IRT: Se aplicó el modelo Rasch utilizando el método de estimación Basado en la Puntuación Total (Sum Score Based - SSB). Para evaluar el ajuste de cada ítem al modelo, se compararon sus Curvas Características del Ítem (CCI) empírica, teórica y suavizada por tramos (DeMars, 2010).
- Análisis Factorial Exploratorio (AFE): Para abordar el Objetivo 3, se realizó un AFE sobre los datos en la primera aplicación para evaluar la unidimensionalidad del test, utilizando el método de ejes principales y rotación oblimin.

6. Aplicación oficial (Objetivo 1): El TCM se aplicó de manera oficial en el verano de 2025, antes del inicio de clases, a la cohorte completa de 68 estudiantes de Licenciatura y Pedagogía en Matemática. Se retuvieron 43 ítems de la versión piloto y se añadió uno del banco de preguntas del test IM, completando 44 reactivos en la versión final.
7. Validez predictiva: Posteriormente se revisó la correlación entre los resultados diagnósticos y el desempeño en los primeros cursos universitarios ("Introducción al Cálculo", “Introducción al Álgebra” y "Introducción a la Geometría"). Este análisis permitió valorar la utilidad del instrumento más allá de su aplicación inicial, confirmando su potencial como predictor temprano de dificultades académicas.

RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados organizados en coherencia con los objetivos planteados.

En relación al Objetivo 1 (Proceso de construcción), el TCM 2025 fue implementado exitosamente siguiendo las fases descritas. La versión final de 44 ítems logró una cobertura balanceada de los ejes de contenido y los niveles de la Taxonomía de Cooney.

En relación al Objetivo 2 (Análisis TCT/IRT), el test mostró un comportamiento global adecuado para fines diagnósticos. En términos de TCT, la mayoría de los ítems se ubicó en niveles de dificultad intermedios (60% con p entre 0.3 y 0.7) y con índices de discriminación satisfactorios (85% con índices superiores a 0.25). El análisis bajo IRT mostró que la información de la prueba se concentra en el rango de habilidades esperado para el perfil de ingreso, con una fiabilidad marginal de 0.78. La comparación de curvas características permitió clasificar los ítems en tres grupos: (i) 35 ítems con comportamiento sano; (ii) 6 ítems

con discrepancias relevantes, que requieren revisión; y (iii) 3 ítems redundantes, que podrían eliminarse.

En relación al Objetivo 3 (Multidimensionalidad), el AFE reveló la presencia de al menos dos dimensiones que en conjunto explican el 58% de la varianza. La primera dimensión agrupa ítems de cálculo y procedimiento, mientras la segunda se asocia a ítems de razonamiento y resolución de problemas no rutinarios. Esto confirma que la hipótesis de unidimensionalidad no se cumple plenamente y sugiere la conveniencia de considerar reportes por subdominios.

CONCLUSIONES

Las conclusiones se derivan directamente de los resultados obtenidos y responden a los objetivos de la investigación:

1. Respuesta al Objetivo 1: El proceso sistemático de construcción, que integró evidencia cualitativa y cuantitativa, permitió desarrollar un TCM que cumple su función diagnóstica, entregando evidencia suficiente para distinguir niveles de dominio en la cohorte de ingreso.

2. Respuesta al Objetivo 2: La integración del análisis TCT e IRT, y en particular el uso de la comparación de curvas características constituyó una herramienta clave para la depuración de ítems problemáticos y la optimización de la prueba, revelando problemas que no se detectan con indicadores globales.

3. Respuesta al Objetivo 3: La no unidimensionalidad observada no invalida el instrumento para su uso diagnóstico general, pero invita a enriquecerlo en el futuro mediante la implementación de reportes por subescalas (procedimental y de razonamiento) y la exploración de modelos IRT multidimensionales.

4. El protocolo propuesto demuestra ser un modelo práctico y replicable para instituciones que busquen mejorar sus pruebas diagnósticas, con una trazabilidad clara desde el diseño hasta la validación.

Referencias

Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives: complete edition*. Longman.

Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy (Structure of the Observed Learning Outcome)*. Academic Press.

Índice

Boud, D., & Soler, R. (2016). Sustainable assessment revisited. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, *41*(3), 400–413. https://doi.org/10.1080/02602938.2015.1018133

Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., & Krathwohl, D. R. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I: Cognitive domain*. David McKay Company.

Cooney, T. J. (1992). *A survey of secondary teachers' evaluation practices in Georgia*. [Manuscrito no publicado]. Departamento de Educación Matemática, Universidad de Georgia.

DeMars, C. (2010). *Item response theory*. Oxford University Press.

Haladyna, T. M., Downing, S. M., & Rodriguez, M. C. (2002). A review of multiple-choice item-writing guidelines for classroom assessment. *Applied Measurement in Education, 15*(3), 309–333. https://doi.org/10.1207/S15324818AME1503_5

Marzano, R. J., & Kendall, J. S. (2007). *The new taxonomy of educational objectives* (2nd ed.). Corwin Press.

Smith, G., Wood, L., Coupland, M., Stephenson, B., Crawford, K., & Ball, G. (1996). Constructing mathematical examinations to assess a range of knowledge and skills. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 27*(1), 65–77. https://doi.org/10.1080/0020739960270108

Thompson, T. (2008). Mathematics teachers' interpretation of higher-order thinking in Bloom's taxonomy. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 3*(2), 96–109. https://www.iejme.com/download/mathematics-teachers-interpretation-of-higher-order-thinking-in-blooms-taxonomy.pdf

Wilson, M. (2005). *Constructing measures: An item response modeling approach*. Routledge.

Índice

ACUMULACIÓN DE GRADOS-HORA Y CATEGORÍA DE MODELACIÓN. UNA RESIGNIFICACIÓN DE LA INTEGRAL DEFINIDA CON PROFESORES DE MATEMÁTICA

Claudio Gaete-Peralta, Universidad de los Andes

Jaime Huincahue Arcos, Universidad Católica del Maule

Abstract:

La integral definida es un concepto crucial en ciencias, ingeniería, economía y muchas otras disciplinas, ya que permite modelar y explicar diversos tipos fenómenos, por lo que razonar con integrales definidas se convierte en una habilidad clave que los estudiantes deben desarrollar en cursos de matemática y en distintas especialidades de formación técnica y profesional. Esta investigación analizó cómo profesores de matemática resignificaron la integral definida en una situación específica de cambio argumentada por una acumulación de grados-hora de una planta, desde una perspectiva socioepistemológica. Para tal propósito, se desarrolló un estudio de caso instrumental con cuatro profesores de matemática de educación superior en Chile, quienes desarrollaron una situación escolar apoyada con GeoGebra. Los datos fueron analizados con constructos teóricos de la categoría de modelación y técnicas de análisis documental. Los resultados mostraron que los profesores resignificaron una integral definida con significados asociados a un área bajo una curva y a acumulaciones de grados-hora de una planta en intervalos de tiempo específicos. Dentro de las conclusiones, se destaca la importancia de realizar estudios que den cuenta de cómo la acumulación emerge de comunidades de conocimiento en situaciones de cambio, para aportar referentes educativos que le permitan a la matemática escolar promover resignificaciones de la integral definida.

Acumulación, categoría de modelación, grados-hora, integral definida, socioepistemología

INTRODUCCIÓN

Una de las nociones más importantes para la comprensión de diversos conceptos matemáticos y, en particular, de la integral definida, es la acumulación (Thompson, 2008). Kouropatov y Dreyfus (2014) señalan que a través de esta noción es posible relacionar la integral definida e indefinida con la derivada y también permite dar cuenta de diferentes tipos de aplicaciones de la integral definida, entre otros aspectos. En esa línea, y desde distintas perspectivas teóricas, diversos estudios han ofrecido enfoques alternativos para llevar a cabo la enseñanza y el aprendizaje de la integral definida, a partir de un desarrollo de la función de acumulación (p.e. Kouropatov y Dreyfus, 2014). Las investigaciones señaladas anteriormente aportan referentes educativos para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, a partir del diseño e implementación de tareas que relacionan la noción de

Índice

acumulación con la integral definida, focalizándose en procesos cognitivos centrados en los objetos matemáticos. Desde la socioepistemología (Cantoral, 2013) existen variados estudios que han analizado la integral definida, identificando propiedades clave en su construcción y uso en comunidades. Por ejemplo, el estudio de Marcía (2020) señala que la categoría de modelación emerge como un proceso que genera resignificaciones de la integral definida cuando las comunidades usan la noción de acumulación (Cordero, 2003) en situaciones específicas de cambio. En dicha investigación, la acumulación se conceptualiza como una argumentación de la situación, es decir, un hilo conductor de donde emergen los conocimientos matemáticos (Cordero et al., 2015). A pesar de lo anteriormente señalado, la enseñanza y aprendizaje de la integral definida tradicionalmente no propicia su resignificación en los estudiantes. Con el propósito de aportar elementos para la construcción de marcos de referencia que permitan generar resignificaciones de la integral definida, se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo realizan resignificaciones de la integral definida ciertas comunidades de conocimiento en situaciones específicas de cambio considerando la acumulación como argumentación?

MARCO TEÓRICO

La teoría socioepistemológica de la matemática educativa está provista de fundamentos basados en cuatro principios: el normativo de la práctica social, el de la racionalidad contextualizada, el del relativismo epistemológico y el de significación progresiva (Cantoral, 2013). Para Cordero (2023) estos principios permiten delinear una perspectiva teórica basada en la experiencia empírica de las comunidades, posibilitando delinear procesos de construcción social de conocimiento matemático y su difusión institucional. El programa socioepistemológico SOLTSA (acrónimo de *Sujeto Olvidado y Transversalidad de Saberes*) plantea como fin principal el revelar los usos de conocimiento matemático y sus resignificaciones que emergen en comunidades de conocimiento matemático en diferentes escenarios: la escuela, el trabajo o profesión y en la vida cotidiana (Cordero, 2023). Para este programa, los usos de conocimiento ocurren en situaciones específicas que forman parte de escenarios o dominios de conocimiento y son caracterizados a través del binomio funcionamiento-forma, donde el funcionamiento busca responder a la pregunta *¿para qué es usado el conocimiento?* y la forma a *¿cómo es usado el conocimiento?* (Parra & Méndez, 2021).

La categoría de modelación

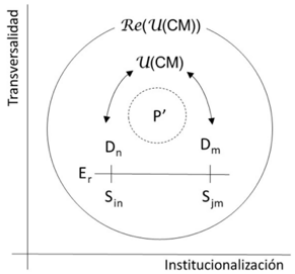
La modelación matemática en educación usualmente concibe a la realidad y a la matemática como unidades separadas entre sí, donde existe una intención de vincularse por medio de procesos cíclicos preexistentes. Para Cordero et al. (2022), este tipo de perspectivas de modelación se basan en un principio P: reconocer a la modelación matemática como un proceso cíclico que conecta la matemática y el resto del mundo. La categoría de modelación

(Cordero et al., 2022) tiene relación con la modelación matemática, pero no corresponde a una perspectiva de modelación con base en el principio P. Desde el programa SOLTSA, esta categoría es una variedad teórica de modelación matemática basada en un principio P´: valorar la funcionalidad de la relación recíproca entre la matemática y el cotidiano de los escenarios de la vida de la gente (Cordero et al., 2022). El principio P´ genera la categoría de modelación, es decir, la puesta en uso del conocimiento matemático de la gente en su cotidiano y sostiene una visión de modelación como un proceso en donde el conocimiento matemático de la gente no se encuentra separado de su entorno situacional.

Para el programa SOLTSA, la resignificación es caracterizada a través del constructo resignificación de usos de conocimiento matemático, $Re(\mathcal{U}(CM))$. La Figura 1 muestra un esquema que articula los constructos teóricos de la categoría de modelación. Los usos de conocimiento matemático, $\mathcal{U}(CM)$, emergen de comunidades en situaciones específicas, S_{in}, propias de diferentes escenarios o dominios, D_n, para construir lo matemático, es decir, el conocimiento matemático propio de la comunidad. Esta construcción se caracteriza por medio de una epistemología de usos, estructura conformada de elementos transversales a diferentes escenarios, dominios y situaciones específicas: situaciones núcleo desglosadas en significaciones, procedimientos e instrumentos, los que en conjunto derivan la argumentación de la situación, la cual corresponde a una resignificación de usos, $Re(\mathcal{U}(CM))$, construida por la comunidad en dicha situación. Una $Re(\mathcal{U}(CM))$ también puede ser construida entre escenarios o dominios (por ejemplo, entre el escenario académico-escolar y el dominio de la ingeniería). Cuando este tipo de resignificaciones se construyen, se dice que suceden transversalidades entre estos escenarios o dominios. Las resignificaciones de usos construidas por comunidades tienen, a su vez, elementos específicos asociados a los aspectos funcionales de la puesta en uso del conocimiento matemático en la situación S_{ij}. Estos elementos, representados por un eje E_r, singularizan epistemológicamente la actividad matemática que ocurre en S_{ij}. Lo anterior implica que la categoría de modelación valora la pluralidad epistemológica.

Figura 1

Esquema de la categoría de modelación (Cordero et. al, 2022)



Índice

Finalmente, la categoría de modelación valora la institucionalización del conocimiento matemático, lo cual quiere decir que el conocimiento matemático construido por una comunidad posee su propia estructura de validación, derivada de sus reglas, historia, tradición y cultura.

La noción de acumulación

Para Cordero (2003), la noción de acumulación emerge en situaciones de cambio cuando dos cantidades o estados, uno inicial (E_0) y uno final (E_f), son comparados a través de la resta $(E_f - E_0) = A$ y de la suma $E_f = E_0 + B$. La resta representa una noción de acumulación desde un punto de vista estático, en tanto que es "algo" que se concentra (denotado por A), mientras que la suma representa una noción de acumulación desde un punto de vista dinámico, en tanto que es "algo" que se está agregando (denotado por B). Cordero (2003) realizó un análisis de diversos fenómenos físicos en donde se construye la integral definida, lo cual permitió mostrar la existencia de un patrón de construcción de la integral definida en situaciones específicas de cambio donde el fenómeno que varía lo hace de forma continua. Este patrón requiere conocer una relación funcional que cuantifique el fenómeno de variación $(F(t), a \leq t \leq b; a, b \in \mathbb{R})$ y el cómo varía dicho fenómeno $(F(t))$. A partir de lo anterior, la construcción consiste en realizar comparaciones entre los estados $F(t+dt)$ y $F(t)$, a través de la resta $F(t+dt) - F(t) = F(t)dt$ y de la suma $F(t+dt) = F(t) + F(t)dt$, donde $dt > 0$ corresponde a un diferencial de tiempo, para reconocer localmente la situación de cambio y expresar acumulaciones a través de producto $F(t)dt$ (desde un punto de vista estático y dinámico, respectivamente) en intervalos de tiempo $[t, t+dt]$. De esta manera, la integral definida $\int_a^b F'(t)dt$ emerge para expresar una acumulación total en intervalos de tiempo $[a, b]$, a través de las desigualdades $F(b) - F(a) = \int_a^b F(t)dt$ y $F(b) = F(a) + \int_a^b F'(t)dt$, correspondientemente.

Marcía (2020) formuló, con constructos teóricos de la categoría de modelación, una situación núcleo de cambio que considera a los usos de la acumulación como base para llevar a cabo una resignificación de la integral definida, la cual se expresa a través del siguiente proceso de modelación: formular cantidades de variación continua como un instrumento para derivar a la comparación de dos estados como un procedimiento que le otorga significados al conocimiento matemático que se asocian al área bajo la curva, la posición de un móvil, el movimiento de un fluido o a la constante térmica. Todo lo anterior, genera la argumentación de la situación: la acumulación.

METODOLOGÍA

La presente investigación habitó en un paradigma interpretativo (Creswell & Creswell, 2018), considerando un enfoque cualitativo por la necesidad de comprender y explicar de manera detallada y profunda la manera en la que los profesores de matemática llevaron a

cabo una resignificación de la integral definida. Además, la categoría de modelación actuó como un marco metodológico articulador entre la situación específica, los dominios de conocimiento involucrados en la investigación y los usos del conocimiento matemático involucrados, siendo utilizado en variadas investigaciones (p.e. Gaete-Peralta et al., 2024).

Contexto y participantes

Se realizó un estudio de caso instrumental (Stake, 2007) con cuatro profesores de matemática de educación superior en Chile, con el fin de dar una descripción detallada de los argumentos matemáticos que emergieron por parte de ellos durante el desarrollo de una situación escolar de socialización. Los profesores fueron denotados por P1, P2, P3 y P4, a quienes se les pidió trabajar en dos grupos para desarrollar una situación escolar durante dos sesiones de 90 minutos cada una. Los grupos fueron fueron denotados por G1 (conformado por P1 y P2) y G2 (conformado por P3 y P4).

Diseño de la situación escolar

La temática elegida para el diseño de la situación escolar fue la acumulación de grados-hora, unidad de medida utilizada en Fenología para estudiar el crecimiento de plantas (Gu, 2016). La situación escolar fue diseñada con base en la situación núcleo de cambio (Marcía, 2020) y su propósito fue que los profesores calcularan acumulaciones de grados-hora en diversos intervalos de tiempo. Para esta finalidad, el diseño contó con un applet de GeoGebra como herramienta de apoyo, el que incorporó los siguientes elementos: 1) una curva de temperatura ambiente, T, de una ciudad de Chile (en grados Celsius) en función del tiempo t (en horas del día), con $0 \leq t \leq 23$, y 2) un deslizador del tiempo t para hacer barridos de área bajo la curva de temperatura ambiente, $A(t)$.

Recolección y análisis de datos

Durante el desarrollo de la situación escolar, la recolección de los datos se llevó a cabo por medio de: a) registros escritos de los desarrollos de la situación escolar por parte de los profesores, b) fotografías de las representaciones de datos producidas por los profesores y c) registros audiovisuales de la situación implementada. Los datos fueron analizados con constructos teóricos de la categoría de modelación, específicamente de la situación núcleo de cambio (Marcía, 2020) y técnicas de análisis documental (Rojas, 2011). Para cada grupo, los usos de la acumulación fueron analizados mediante el binomio funcionamiento-forma, acorde a lo realizado en distintos trabajos socioepistemológicos (p.e. Gaete-Peralta et. al, 2024).

ANÁLISIS Y RESULTADOS

En términos de los constructos teóricos de la categoría de modelación, los profesores llevaron a cabo una construcción de lo matemático en una situación específica de cambio con una

argumentación de acumulación, en donde cantidades de variación continua funcionaron como un instrumento sobre el cual se generaron comparaciones de dos estados como procedimientos que le otorgaron al conocimiento matemático significados asociados a áreas bajo la curva y acumulaciones de grados-hora (ver Tabla 1).

Tabla 1

Resignificación de la integral definida de profesores en una situación específica de cambio

Construcción de lo matemático	Situación núcleo: cambio	Situación específica: situación en donde lo que cambia es la cantidad de grados-hora acumulados por una planta hasta las t horas, $A(t)$.
Instrumento	Cantidad de variación continua	$A(t)$ es una cantidad que varía de forma continua respecto al tiempo t.
Procedimiento	Comparación de dos estados	Comparación de estados $A(t_1)$ y $A(t_2)$, $t_2 > t_1$ a través de la resta $A(t_2) - A(t_1) = A_i$, $i = 1,2,3$. Comparación de estados $A(t)$ y $A(9) = 22$, $9 < t \leq 23$, a través de la suma $A(t) = 22 + \sum_i A_i$, $i = 1,2,4$.
Significación	Constante térmica/área bajo la curva	Significados asociados a un área bajo una curva y a una cantidad de grados-hora acumulada por una planta en un intervalo de tiempo específico. Significados asociados a un área bajo una curva y a una cantidad de grados-hora que deben agregarse a los 22 grados-hora ya acumulados por la planta hasta las 9:00 hrs, para determinar cuánto acumuló la planta hasta las t horas, $9 < t \leq 23$.
Argumentación	Acumulación	Acumulaciones de grados-hora de una planta en intervalos de tiempo específicos

Nota. Elaboración propia

CONCLUSIONES

Para responder a la pregunta de investigación, esta investigación analizó la resignificación de la integral definida de una comunidad de profesores de matemática durante el desarrollo de una situación específica de cambio, concluyendo que dicha resignificación se expresó a través de constructos teóricos de la categoría de modelación, específicamente de la situación núcleo de cambio, en donde emergieron usos de la acumulación de los grupos de profesores que generaron las expresiones A_i y $\sum_i A_i$, las cuales son resignificaciones de las integrales $\int_{t_1}^{t_2} T(t)dt$ y $\int_9^t T(t)dt$, respectivamente.

Referencias

Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Gedisa.

Índice

Cordero, F. (2003). *Reconstrucción de significados del cálculo integral. La noción de acumulación como una argumentación*. Grupo Editorial Iberoamérica.

Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H., & Soto, D. (2015). *El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad*. Gedisa.

Cordero, F. (2023). *Matemáticas, sus usos y significados. Un programa socioepistemológico de la Matemática Educativa*. Gedisa.

Cordero, F., Mendoza-Higuera, J., Pérez-Oxté, I., Huincahue, J., & Mena-Lorca, J. (2022). A Category of Modelling: The Uses of Mathematical Knowledge in Different Scenarios and the Learning of Mathematics. En M. Rosa, F. Cordero, D. Orey, & P. Carranza (Eds.), *Mathematical Modelling Programs in Latin America* (pp. 247–267). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-04271-3_12

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research design*. Sage.

Gaete-Peralta, C., Cordero, F., Huincahue, J., & Mena, J. (2024). Usos de la cuantificación y categoría de modelación. Una transversalidad de conocimiento matemático. *Uniciencia*, *38*(1), 1–24. https://doi.org/10.15359/ru.38-1.14

Gu, S. (2016). Growing degree hours - a simple, accurate, and precise protocol to approximate growing heat summation for grapevines. *International Journal of Biometeorology*, *60*, 1123–1134. https://doi.org/10.1007/s00484-015-1105-8

Kouropatov, A., & Dreyfus, T. (2014). Learning the integral concept by constructing knowledge about accumulation. *ZDM – Mathematics Education*, *46*, 533–548. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0571-5

Marcía, S. (2020). *Resignificación de la integral en una comunidad de estudiantes de docencia de la matemática. una categoría de acumulación y la perspectiva de identidad disciplinar*. [Tesis de maestría no publicada]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

Parra, T., & Méndez, C. (2021). Ejemplos de metodologías de investigación que discuten sobre el papel de la diversidad en la matemática educativa. En F. Cordero (Ed.), *La Matemática Educativa y Latinoamérica* (pp. 151–171). Gedisa.

Rojas, I. (2011). Elementos para el diseño de técnicas de investigación: Una propuesta de definiciones y procedimientos en la investigación científica. *Tiempo de Educar*, *12*(24), 277–297.

Stake, R. (2007). *Investigación con estudio de casos*. Morata.

Thompson, P. W., & Silverman, J. (2008). The concept of accumulation in calculus. En M. Carlson & C. Rasmussen (Eds.), *Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics* (pp. 43–52). MAA.

Índice

Constanza Aranda Matus, Universidad Central de Chile

Daniela Araya Bastias, Universidad Central de Chile

Abstract:

La presente investigación tiene como fin analizar el Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) de un docente en formación sobre el objeto límite de funciones en una variable. Para ello se realiza un estudio basado en un enfoque cualitativo cuyo diseño es descriptivo-interpretativo, pues se caracteriza cada una de las facetas del CDM que el profesor(a) en formación moviliza respecto al objeto matemático. Para llevar a cabo la investigación se realizó una entrevista semiestructurada a un docente en formación que cursa su último año de estudio. Los hallazgos permitieron identificar necesidades formativas clave, sentando las bases para futuras investigaciones que fortalezcan la enseñanza del objeto límite en la formación docente.

Límite de funciones en una variable, profesores en formación, conocimiento didáctico matemático.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza del concepto de límite de funciones en una variable representa un desafío tanto para estudiantes como para docentes, debido a los errores cognitivos y obstáculos epistemológicos que conlleva esta noción (Hernández-Suárez, 2017; Vrancken et al., 2015). Comprender el límite no solo implica manejar técnicas matemáticas, sino también desarrollar una idea conceptual más profunda, lo cual suele generar confusión y dificultades.

Diversas investigaciones, como las de Hitt (2003), Vrancken et al. (2015) y Engler et al. (2007), se han enfocado principalmente en los problemas que enfrentan los estudiantes, dejando menos explorado el rol del docente, especialmente de quienes se encuentran en formación inicial. Por otra parte, también existen investigaciones respecto a propuestas didácticas en la enseñanza del objeto limite, (Espinoza y Azcarate, 2000; Morales y Peña, 2013).

Este vacío resulta relevante, ya que son los futuros docentes quienes deben articular tanto el conocimiento matemático como las estrategias didácticas necesarias para favorecer la comprensión de este concepto en el aula.

En este contexto, surge la necesidad de indagar en el conocimiento y las habilidades que movilizan los docentes en formación al abordar el límite de funciones en una variable. Por ello, el presente estudio se propone analizar el Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) que pone en juego un docente en formación, con el propósito de aportar al fortalecimiento de su práctica y a los procesos de formación inicial.

Índice

MARCO TEÓRICO

Conocimiento Didáctico Matemático

El modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) de Godino (2009) describe el conocimiento necesario para la enseñanza efectiva de las matemáticas. Este modelo está estructurado en dos dimensiones Matemática y Didáctica (Pino-Fan y Godino, 2015). La primera incluye el Conocimiento Común y Conocimiento Ampliado del Contenido, mientras que la segunda abarca seis facetas: Epistémica, Cognitiva, Afectiva, Interaccional, Mediacional y Ecológica. Se utiliza este marco teórico puesto que permitirá caracterizar el CDM que el docente en formación evoca respecto al objeto matemático límite de funciones en una variable.

Idoneidades Didácticas

Las **idoneidades didácticas** constituyen un marco de referencia para analizar la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, considerando distintos criterios que orientan tanto el diseño como la reflexión de la práctica docente. Según Araya y Pino-Fan (2023), estas idoneidades se organizan en seis facetas: **epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica,** las cuales derivan del **Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS)** propuesto por Godino (2012). Cada una de ellas ofrece componentes e indicadores específicos que permiten valorar la pertinencia del contenido matemático, su adecuación a los estudiantes, el fomento de actitudes positivas, la calidad de la interacción, el uso de recursos y la coherencia con el contexto institucional y curricular. En este sentido, se utilizarán los Criterios de la Idoneidad Didáctica del objeto límite de funciones para orientar el análisis de las respuestas entregadas por el docente en formación.

MARCO METODOLÓGICO

La investigación se basa en un enfoque cualitativo y posee un diseño metodológico descriptivo-interpretativo (Creswell, 2013), pues se pretende analizar cada una de las dimensiones y facetas del CDM de un docente en formación sobre el concepto límite de funciones. Para llevar a cabo lo anterior, se utiliza una entrevista semiestructurada a un estudiante que está cursando el último año de un programa de formación de profesores de matemática en una universidad chilena. A continuación, en la Tabla 1 se muestra de manera sintetizada algunas de las preguntas de la Entrevista que abordan cada una de las dimensiones y facetas del CDM respecto a la noción.

Índice

Tabla 1

Preguntas de la entrevista y facetas del CDM del Profesor

Preguntas	Faceta
1) En base a su conocimiento, ¿Cuál es el significado que se tiene del concepto de límite de una función en una variable?	Dimensión Matemática, subcategoría del conocimiento común del contenido.
2) Desde su experiencia, ¿cuál es la mejor forma de abordar el concepto de límite de funciones en una variable con los estudiantes?	Dimensión matemática, subcategoría del conocimiento común del contenido.
3) Plantee una situación problema que aborde el concepto de límite. Explique cómo podría generar significancia en la enseñanza de este concepto.	Dimensión matemática, subcategoría del conocimiento ampliado del contenido.
4) Plantee una situación problema que relacione el concepto de límite desde las matemáticas con conceptos de otras asignaturas.	Dimensión didáctica, faceta ecológica.
5) ¿Qué maneras considera que se pueden utilizar para representar los límites? y ¿cómo esto pueden contribuir al proceso de enseñanza-aprendizaje de este concepto?	Dimensión didáctica, faceta epistémica.
6) Con respecto a la pregunta anterior ¿Cómo transita entre las diferentes representaciones de la noción de limite al momento de enseñarla?	Dimensión didáctica, faceta epistémica.
7) Según las representaciones que usa, ¿cómo ayuda a sus estudiantes a entender las distintas representaciones?	Dimensión didáctica, faceta epistémica y cognitiva.

Nota. Elaboración propia

DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

El presente estudio se inició con la creación y validación de una entrevista diseñada específicamente para explorar el Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) del docente en formación sobre el objeto límite de funciones en una variable. Dicha entrevista fue elaborada a partir de los componentes y facetas propuestas en el modelo de Pino-Fan y Godino (2015), lo que permitió orientar las preguntas hacia la identificación de los distintos tipos de conocimiento que el futuro docente moviliza al abordar el concepto. Además, se

consideraron y aplicaron los criterios de las idoneidades didácticas (Araya y Pino-Fan, 2023) para guiar el análisis e interpretación de las respuestas, facilitando así la conexión entre los hallazgos empíricos y las facetas epistémica, cognitiva, mediacional, interaccional y ecológica del modelo.

El instrumento fue aplicado a un docente en formación que ya había cursado y aprobado todas las asignaturas vinculadas con la línea de cálculo y su didáctica, asegurando que contara con las bases teóricas necesarias para reflexionar sobre su propio conocimiento. El análisis permitió caracterizar los elementos del CDM presentes en sus respuestas y evidenciar cómo se articulan las dimensiones matemática y didáctica en su discurso. A modo de ejemplo, en la Tabla 2 se presenta una síntesis de esta caracterización, donde se describen los principales hallazgos asociados a algunas de las facetas del CDM del profesor en formación (debido al formato del Reporte de Investigación no se puede incorporar el análisis de las otras facetas).

Tabla 2

Descripción de las Dimensiones y Facetas del CDM del Profesor

Dimensión, subcategoría y/o Faceta	**Descripción**
Dimensión Matemática, Conocimiento común del contenido	El docente en formación posee una comprensión básica del concepto de límite y distingue algunos tipos de funciones, pero confunde el límite con el valor de la función en un punto. Reconoce la utilidad de gráficos y tablas para representar funciones, aunque su explicación sigue siendo general. Esto indica que necesita fortalecer su conocimiento matemático para comprender y enseñar el límite de manera más precisa.
Dimensión Matemática Conocimiento ampliado del contenido	El docente en formación propone ideas de actividades y situaciones problema para abordar el límite, como el uso de figuras geométricas y aproximaciones hacia el infinito. Aunque muestra intención de generar aprendizaje significativo, su planificación es poco concreta y refleja falta de experiencia práctica, lo que evidencia la necesidad de fortalecer su dominio del contenido y su capacidad para aplicarlo en contextos educativos.
Dimensión Didáctica Faceta Epistémica	El docente en formación reconoce la importancia de usar diferentes representaciones del límite, como tablas y gráficos, para facilitar la comprensión de los estudiantes. Sin embargo, su explicación es general y muestra inseguridad sobre cómo transitar entre ellas, lo que evidencia la necesidad de fortalecer su capacidad para planificar estrategias didácticas más precisas.
Dimensión Didáctica Faceta Mediacional	El docente en formación reconoce el uso de herramientas tecnológicas, como GeoGebra, para representar límites y facilitar la comprensión de los estudiantes. Sin embargo, muestra inseguridad sobre su implementación y no detalla cómo integrar estas herramientas en la enseñanza, lo que indica la necesidad de fortalecer su manejo de recursos mediacionales.

Nota. Elaboración propia

Índice

REFLEXIONES FINALES

A partir del análisis del trabajo, se puede reflexionar que el docente en formación posee una comprensión básica del concepto de límite, aunque aún confunde aspectos como el límite con el valor de la función en un punto y la interpretación de la tendencia de la función cuando se aproxima a un valor. Estas dificultades reflejan vacíos en la faceta epistémica del CDM, evidenciando un conocimiento incompleto sobre los significados conceptuales del objeto matemático.

El participante reconoce la importancia de enseñar esta noción desde situaciones cercanas a la vida cotidiana y mediante ejemplos que resulten significativos para los estudiantes, lo que se vincula con la faceta ecológica, al intentar relacionar el contenido con contextos reales de aprendizaje. Además, valora el uso de distintas representaciones como: gráficos, tablas, figuras y herramientas tecnológicas como GeoGebra, mostrando avances en las facetas epistémica y mediacional, al identificar recursos que facilitan la comprensión del límite y fomentan la visualización del comportamiento de las funciones. Sin embargo, el docente en formación aún no se siente completamente seguro de cómo aplicar estas estrategias en la práctica, lo que indica la necesidad de fortalecer su experiencia y confianza docente, especialmente en la faceta interaccional, asociada a la gestión del aula y la comunicación matemática.

Este estudio resulta relevante porque permite reconocer las habilidades y conocimientos que el docente en formación moviliza respecto al objeto límite, así como los desafíos que enfrenta en su proceso de aprendizaje profesional. Esta información contribuye a comprender cómo los futuros profesores construyen su conocimiento didáctico-matemático e integran las distintas facetas del CDM en la enseñanza del límite, ofreciendo orientaciones para fortalecer la formación inicial y promover prácticas docentes más reflexivas y significativas.

Finalmente, se proyecta realizar futuras investigaciones centradas en la faceta epistémica, que permitan analizar con mayor profundidad los conocimientos y habilidades que los docentes en formación poseen sobre los distintos significados parciales y representaciones del límite, con el propósito de enriquecer su desarrollo profesional y mejorar la enseñanza de este objeto matemático.

Referencias

Araya, D. A., & Pino-Fan, L. R. (2023). Componentes e indicadores para el diseño y reflexión de procesos de instrucción de límites de funciones en una variable. *Revista Paradigma, Edição Temática: EOS. Questões e Métodos, 44*(4), 409–426. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p409-426.id1392

Creswell, J. W. (2013). *Investigación cualitativa y diseño de investigación: elección entre cinco enfoques*. SAGE.

Índice

Engler, A., Vrancken, S., Hecklein, M., Müller, D., & Gregorini, M. I. (2007). Análisis de una propuesta didáctica para la enseñanza de límite finito de variable finita. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 5*(11), 113–132.

Espinoza, L., & Azcarate, C. (2000). Organizaciones matemáticas y didácticas en torno al objeto de «límite de función»: una propuesta metodológica para el análisis. *Enseñanza de las Ciencias*, *18*(3), 359–367.

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Unión-Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 5*(20), 13–31.

Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en didáctica de la matemática. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García, & L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49–68). SEIEM.

Hernández-Suárez, C. A., Prada-Núñez, R., & Ramírez-Leal, P. (2017). Obstáculos epistemológicos sobre los conceptos de límite y continuidad en cursos de cálculo diferencial en programas de ingeniería. *Perspectivas*, *2*(2), 73–83. https://doi.org/10.22463/25909215.1316

Hitt, F. (2003). El concepto de infinito: obstáculos en el aprendizaje de límite y continuidad de funciones. En E. Filloy, C. Imaz, F. Rivera, & S. Ursini (Eds.), *Matemática educativa: Aspectos de la investigación actual* (pp. 91–111). Fondo de Cultura Económica.

Morales García, J. F., & Peña Páez, L. M. (2013). *Propuesta metodológica para la enseñanza del cálculo en ingeniería, basada en la modelación matemática*. Universidad de San Buenaventura.

Pino-Fan, L., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *PARADIGMA, 36*(1), 87–109.

Vrancken, S., Gregorini, M. I., Engler, A., Müller, D., & Hecklein, M. (2015). *Dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite*. Facultad de Ciencias Agrarias, Universidad Nacional del Litoral. https://www.researchgate.net/publication/228586355

Índice

REDISEÑO EXPERIMENTAL DE ACTIVIDADES DE CÁLCULO ESCOLAR MEDIANTE MODELACIÓN MATEMÁTICA Y TECNOLOGÍAS DESDE SU VALOR EPISTÉMICO EN LA FID: AVANCES DEL PROYECTO DIUMCE N°120/2025

Iván Pérez-Vera, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Abstract:

Este trabajo presenta avances del Proyecto DIUMCE N°120/2025, orientado a la superación de obstáculos del cálculo escolar en la formación inicial docente mediante modelación matemática y tecnologías digitales. Se reporta la Fase I de un curso semestral centrado en provocar ciclos de modelación y el tránsito entre modelos (experimental, numérico, tabular, figural, gráfico y algebraico). Se rediseñaron tres actividades del diferenciado escolar —caída libre, tiro parabólico y plano inclinado— para transformarlas en situaciones experimentales con recolección y análisis de datos reales. La metodología corresponde a investigación-acción y se desarrolla un estudio de caso con uso de Phyphox, Tracker, GeoGebra, Python y Excel. Los resultados muestran que el tránsito entre modelos, mediado por tecnologías con rol epistémico, favorece el paso de lo procedimental a lo conceptual y la toma de decisiones frente a datos reales, constituyendo una alternativa para fortalecer la formación docente y superar obstáculos en límites, derivadas e integrales.

Cálculo escolar, tecnologías, FID matemática, modelación matemática, superación de obstáculos

INTRODUCCIÓN

En el año 2021, con la implementación de las nuevas bases curriculares para la educación secundaria en Chile, se incorpora el programa Matemática: Límites, Derivadas e Integrales para 3° y 4° medio (MINEDUC, 2021). Este se organiza en cuatro unidades —funciones, límites, derivadas e integrales— y promueve el uso de diversas representaciones, el empleo de herramientas tecnológicas, la resolución colaborativa de problemas no rutinarios y la modelación de fenómenos. Con un enfoque integrador, fomenta una comprensión profunda y aplicada del cálculo, preparando a los estudiantes para enfrentar tanto desafíos académicos como situaciones de la vida cotidiana.

En sintonía, el Estándar D “Límites, Derivadas e Integrales” para Pedagogía en Matemática (CPEIP, 2021) establece competencias disciplinares y didácticas que los futuros docentes deben alcanzar, destacando el dominio de los objetos del cálculo escolar y la capacidad de planificar experiencias de modelación apoyadas en tecnologías digitales, superando las dificultades ampliamente documentadas en la literatura. Investigaciones previas han mostrado que los estudiantes suelen enfrentar concepciones erróneas y obstáculos epistemológicos en torno al límite, especialmente en la comprensión del límite finito de una función real, donde se presentan errores conceptuales, simbólicos y gráficos (La Plata y

Índice

Malaspina, 2019). En el caso de las derivadas, se evidencian dificultades en la interpretación geométrica, la articulación entre registros y el tránsito de lo procedimental a lo conceptual, incluso cuando los procedimientos son aplicados correctamente (González et al., 2018). En relación con las integrales, se ha identificado un desequilibrio entre lo algorítmico y lo conceptual, con obstáculos vinculados a la construcción de la integral definida y su conexión con las sumas de Riemann (Martínez & García, 2020). Frente a estas problemáticas, la modelación matemática ha emergido como una metodología eficaz para fortalecer el aprendizaje del cálculo escolar, facilitando la comprensión conceptual y motivando a los estudiantes mediante la contextualización de los objetos matemáticos (Mejía et al., 2022; Bravo y Rodríguez, 2020). En la formación inicial docente (FID), la modelación permite articular lo disciplinar y lo didáctico, vincular la matemática con contextos significativos y favorecer la profesionalización de futuros profesores (Huincahue et al., 2017; Forero, 2020). Sin embargo, gran parte de las intervenciones reportadas trabajan con datos idealizados o simulaciones controladas, lo que reduce la toma de decisiones y la discusión sobre la validez de los modelos. Este vacío evidencia la necesidad de experiencias donde los estudiantes trabajen con datos reales y ruidosos, elaboren criterios de depuración y justifiquen sus interpretaciones del fenómeno.

El estudio adopta un enfoque situado que evalúa el rol epistémico y pragmático de las herramientas tecnológicas en función de su aporte al tránsito entre modelos, a la discusión conceptual y a la validación de datos (Artigue, 2002; Rodríguez y Quiroz, 2016; Gaona, 2018). Así, Phyphox, Tracker, GeoGebra, Python y Excel se justifican por su capacidad de producir, representar y contrastar información que sustenta decisiones matemáticas, situando la tecnología al servicio de la comprensión, y no como un fin en sí misma. La pregunta que guía este estudio es: ¿Cómo el tránsito entre modelos, mediado por herramientas digitales con rol epistémico, favorece el paso de lo procedimental a lo conceptual en la FID en cálculo escolar? El trabajo se circunscribe a la Fase I del Proyecto DIUMCE N°120/2025, correspondiente al primer mes de implementación de un curso de sexto semestre de Pedagogía en Matemática. Se analizan las trayectorias de un equipo en tres situaciones de modelación —caída libre, tiro parabólico y plano inclinado—, rediseñadas para su experimentación con datos reales y orientadas a la superación de obstáculos en la enseñanza de límites, derivadas e integrales.

ELEMENTOS TEÓRICOS

La presente investigación se sustenta en la perspectiva de modelación propuesta por Arrieta y Díaz (2015), quienes conciben la modelación matemática como una práctica inseparable de la actividad humana. Los modelos no existen de manera autónoma, sino que emergen en el acto de modelar, cuando el sujeto articula modelo y fenómeno en lo que denominan dipolo modélico. Al relacionarse, estos dipolos configuran ciclos de modelación, entendidos no solo como construcción de representaciones, sino como organización del pensamiento en torno a fenómenos. En esta línea, Pérez-Vera (2020) muestra cómo los estudiantes, al vivenciar fenómenos y experimentaciones, configuran redes de dipolos modélicos que se consolidan

como ciclos de modelación. Dichos procesos permiten resignificar objetos matemáticos, generando un tránsito desde significados escolares hacia significados matemáticos más profundos. Pérez-Vera y Salazar-Cortez (2024a, 2024b) amplían este enfoque hacia la (FID), evidenciando que, en futuros profesores de matemática, la modelación permite superar estas dificultades al promover el tránsito entre registros (gráfico, tabular, algebraico), favorecer la discusión conceptual y enriquecer la construcción de significados mediante tecnologías digitales que adquieren un rol epistémico al facilitar la validación y comunicación de modelos.

Salazar-Cortez y Pérez-Vera (2025) muestran que los ciclos de modelación basados en fenómenos físicos escolares, como la colisión inelástica, ofrecen un contexto fértil para superar obstáculos en la comprensión de nociones avanzadas, como la razón geométrica y el estudio de límites. Estas experiencias favorecen el tránsito entre modelos, la identificación de incongruencias y la resignificación conceptual en conexión con contextos reales, reforzando la idea de que los fenómenos experimentales constituyen escenarios privilegiados en la FID. De manera complementaria, Saavedra et al. (2025) exploran la integración de la modelación con inteligencia artificial generativa (IAG) en el estudio del plano inclinado, mostrando que resulta efectiva en la enseñanza de la derivada al abordar obstáculos vinculados con la abstracción y el tránsito entre representaciones, aunque advierten la necesidad de equilibrar el uso de IAG con estrategias que fortalezcan la autonomía y el pensamiento crítico. En conjunto, estos aportes muestran que la modelación matemática, en diálogo con tecnologías digitales y fenómenos experimentales, constituye un marco potente para enfrentar obstáculos del cálculo escolar. No solo facilita el tránsito de lo procedimental a lo conceptual, sino que intenciona el paso por diversos modelos, situando al futuro profesor en experiencias que resignifican los objetos matemáticos en contextos formativos.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudio se inscribe en una metodología de investigación-acción de corte cualitativo, entendida como un proceso cíclico y espiralado de indagación, acción, reflexión y rediseño orientado a la transformación de la práctica (Pérez-Van-Leenden, 2019). En el ámbito educativo, se reconoce como un dispositivo participativo que integra conocimiento y acción, articula comunidades de trabajo colaborativo y genera cambios sostenidos en las prácticas docentes mediante la reflexión crítica y el aprendizaje activo (Cebrián, 2020). En coherencia con el Proyecto N°120/2025 “Superación de obstáculos en el cálculo escolar mediante modelación matemática y tecnologías digitales en la formación docente” (DIUMCE), se reporta la Fase I de un curso semestral de FID diseñado y validado en nuestra línea de investigación (Pérez-Vera y Salazar-Cortez, 2024a, 2024b). La propuesta curricular se organiza en dos fases: (I) evaluación y uso formativo de tecnologías en un contexto de modelación matemática escolar y (II) diseño de situaciones de aprendizaje en dicho contexto. Este reporte se centra en la Fase I, implementada durante el primer mes del curso, cuyo propósito fue provocar y documentar ciclos de modelación que favorezcan el tránsito entre

modelos (experimental, numérico, tabular, figural, gráfico y algebraico), promoviendo el paso de lo procedimental a lo conceptual en tópicos del cálculo escolar.

La integración de tecnologías se aborda desde su valor epistémico y pragmático (Artigue, 2002; Rodríguez y Quiroz, 2016; Gaona, 2018), considerando su aporte a la construcción y validación del conocimiento matemático. Las herramientas —Phyphox, Tracker, GeoGebra, Python y Excel— se seleccionaron por su potencial para articular dominios físico y matemático, posibilitando la producción, depuración y representación de datos que sustentan decisiones y argumentos conceptuales. El contexto corresponde a un curso universitario de sexto semestre de Pedagogía en Matemática, previo a la elección de mención (Estadística o Informática). Los estudiantes cursaron al menos tres asignaturas en Cálculo, Álgebra y Geometría. Participaron diez equipos; este reporte focaliza uno, seleccionado por su riqueza de evidencias y variación interna entre las tres situaciones: caída libre, tiro parabólico y plano inclinado.

Instrumentos y análisis. Las guías, plantillas y consignas fueron pilotadas en una cohorte anterior y ajustadas por revisión de pares. Se efectuó doble lectura de los datos (acuerdo >80%) con resolución por consenso. El análisis cualitativo, de tipo temático, se estructuró en dos ejes: (a) fases de Balda (2022) —introducción, exploración, procedimental y consolidación— y (b) familias de modelos —experimental, numérico, tabular, figural, gráfico y algebraico—. La triangulación entre productos de los estudiantes, notas de campo y metadatos (Tracker, Excel y Python) permitió identificar evidencias del tránsito intermodelos y de la resignificación conceptual de los objetos matemáticos involucrados.

RESULTADOS

La implementación de la Fase I permitió documentar la trayectoria de un equipo de trabajo en tres situaciones de modelación: caída libre, tiro parabólico y plano inclinado. En todas se observó un tránsito intencionado entre modelos experimentales, numéricos, tabulares, figurales, gráficos y algebraicos, mediado por tecnologías digitales que actuaron como recursos epistémicos para la construcción de significados. En la situación de caída libre, los estudiantes trabajaron con datos de pequeñas alturas mediante el sensor Phyphox y de grandes alturas a partir del análisis de video con Tracker. Los registros fueron organizados en tablas y validados con apoyo de Excel, discutiendo discrepancias con el valor teórico de la aceleración de gravedad y atribuyendo diferencias a errores de medición y resistencia del aire. Luego representaron la información en gráficos de posición y velocidad, identificando comportamientos cuadráticos y lineales coherentes con el fenómeno. El tránsito entre modelos promovió un avance conceptual, al expresar la aceleración no solo como valor numérico, sino como una propiedad observable del movimiento.

En el tiro parabólico, los registros obtenidos con Tracker fueron organizados en tablas y graficados. Con GeoGebra y cápsulas de Python diseñadas por el profesor, los estudiantes ajustaron trayectorias y analizaron la influencia del ángulo en el alcance y la altura máxima. Construyeron modelos algebraicos, compararon métodos de estimación y resignificaron la

Índice

derivada como razón de cambio vinculada al fenómeno. En el plano inclinado, los datos de tiempo y distancia se analizaron con Tracker, GeoGebra y Excel, mostrando relaciones cuadráticas y permitiendo asociar pendiente y curvatura de las gráficas con velocidad y aceleración. El análisis colectivo evidenció que la inclinación del plano modificaba los parámetros algebraicos, favoreciendo una comprensión contextualizada.

En conjunto, las tres experiencias muestran que el tránsito entre modelos se consolidó gracias al uso de tecnologías que, más allá de su rol instrumental, funcionaron como mediadores epistémicos para resignificar los objetos del cálculo escolar y superar el enfoque procedimental.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en esta primera fase del proyecto permiten destacar la potencia de la modelación matemática como estrategia para la FID en cálculo escolar. En particular, se evidenció que el tránsito entre modelos experimentales, numéricos, tabulares, figurales, gráficos y algebraicos no solo diversificó las formas de representar los fenómenos, sino que también favoreció el paso de lo procedimental a lo conceptual. Este tránsito intencionado permitió que los estudiantes reconocieran que los objetos matemáticos no se reducen a algoritmos de cálculo, sino que adquieren significado cuando se articulan con fenómenos observables y con las decisiones que exige su análisis. Un elemento central de estas experiencias fue el uso de datos reales obtenidos mediante experimentación. A diferencia del trabajo con datos idealizados, la incorporación de mediciones concretas obligó a los estudiantes a enfrentar discrepancias, seleccionar registros válidos y justificar sus elecciones. Este proceso de toma de decisiones constituyó un espacio de aprendizaje clave, en el que los futuros docentes reconocieron la naturaleza dinámica y situada del conocimiento matemático. En consecuencia, la experimentación y el análisis de datos sucios se convirtieron en un recurso formativo que enriqueció las discusiones y potenció la resignificación de nociones como variación, razón de cambio y dependencia funcional. En síntesis, los resultados iniciales sugieren que el diseño de situaciones de modelación basadas en fenómenos experimentales y apoyadas en tecnologías digitales constituye una alternativa viable para superar los obstáculos documentados en la literatura científica sobre la enseñanza y aprendizaje de límites, derivadas e integrales.

Referencias

Albán, G., Arguello, A., & Molina, N. (2020). Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción). *Recimundo, 4*(3), 163–173. https://doi.org/10.26820/recimundo/4.(3).julio.2020.163-173

Arrieta, J., & Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME, 18*(1), 19–48. https://doi.org/10.12802/relime.13.1811

Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International*

Journal of Computers for Mathematical Learning, 7(3), 245–274. https://doi.org/10.1023/A:1022103903080

Balda, A. (2022). Estructura para el diseño de situaciones de aprendizaje desde un enfoque socioepistemológico. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa, 7*(1). https://doi.org/10.46618/iime.148

Bravo, J., & Rodríguez, L. (2020). Formación del concepto de integral doble mediante la modelación matemática en la carrera de ingeniería informática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 33*(1), 400–409. https://www.clame.org.mx/actas.html

Cebrián, G. (2020). La educación para el desarrollo sostenible en el currículum universitario: una investigación-acción cooperativa con profesorado. *Revista Iberoamericana de Educación Superior, 11*(30), 99–114. https://doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2020.30.591

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas [CPEIP]. (2021). *Estándares pedagógicos y disciplinarios para carreras de pedagogía en matemática*. Ministerio de Educación de Chile.

Forero, A. (2020). Procesos de modelación matemática en formación de profesores de matemáticas. *Revista de la Facultad de Ciencias, 9*(2), 66–79. https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v9n2.86884

Gaona, J. (2018). Integrar tecnología en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, factores claves. *REGIES: Revista de Gestión de la Innovación*, *3*(1), 75–93. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7306682

González, M., Muñiz, R., & Rodríguez, D. (2018). Dificultades en la comprensión del concepto de derivada en estudiantes de educación secundaria. *Revista de Educación Matemática, 33*(1), 25–44.

Huincahue, J., Borromeo, R., & Mena, J. (2017). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, *36*(1), 99–115. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277

La Plata, C., & Malaspina, U. (2019). Errores en torno a la comprensión de la definición de límite finito de una función real de variable real. *Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 32*(1), 441–450. https://www.clame.org.mx/documentos/alme32_1.pdf

Martínez, M., & García, D. (2020). Estudio de las aprehensiones en el registro gráfico y génesis instrumental de la integral definida. *Formación Universitaria*, *13*(5), 177–190. https://doi.org/10.4067/S0718-50062020000500177

Mejía, L., Gallo, C., & Quintana, D. (2022). La modelación matemática como estrategia didáctica para la resolución de problemas matemáticos. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación, 6*(26), 2204–2218.

Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación. (2021). *Límites, derivadas e integrales*. https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/14312

Índice

Pérez-Vera, I. (2020). Una significación de los coeficientes de una función cuadrática: Una experiencia de modelación en formación de profesores. *Paulo Freire. Revista de Pedagogía Crítica*, *23*, 15–44. https://revistas.academia.cl/index.php/pfr/article/view/1657

Pérez-Van-Leenden, M. (2019). La investigación acción en la práctica docente: Un análisis bibliométrico (2003–2017). *MAGIS. Revista Internacional de Investigación en Educación, 12*(24), 177–192. https://doi.org/10.11144/Javeriana.m12-24.iapd

Pérez-Vera, I., & Salazar-Cortez, P. (2024a). Diseño de un curso de formación inicial para profesores, que integra la modelación matemática escolar con evaluación de tecnologías. *El Cálculo y su Enseñanza, 20*(1), 15–44. https://doi.org/10.61174/recacym.v20i1.215

Pérez-Vera, I., & Salazar-Cortez, P. (2024b). Modelación matemática como propuesta de trabajo para superar obstáculos y dificultades en el cálculo escolar. Una experiencia en formación inicial docente. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 37*(1), 15–17.

Rodríguez, R., & Quiroz, S. (2016). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 19*(1), 99–124. https://doi.org/10.12802/relime.13.1914

Salazar-Cortez, P., & Pérez-Vera, I. (2025). Significados de la razón geométrica en la colisión inelástica: experiencia de modelación en la formación inicial docente. *Paradigma: Revista de Investigación Educativa, 32*(53), 159–180. https://doi.org/10.5377/paradigma.v32i53.20560

Saavedra, S., Silva, A., & Pérez-Vera, I. E. (2025). Integración de modelación matemática, inteligencia artificial generativa y situaciones de aprendizaje para la enseñanza del cálculo escolar. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 18*(2), 25–48. https://doi.org/10.15517/bh306f78

Índice

REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA DE ESTUDIOS SOBRE LA COVARIACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Catalina Palacios Bezama, Universidad de Playa Ancha

Jorge Gaona Paredes, Universidad de Playa Ancha

Abstract:

La covariación es un concepto clave para la comprensión de diversos fenómenos dinámicos, de los cuales no todos pueden ser estudiados como relaciones funcionales. Para profundizar en el tema se realizó una búsqueda bibliográfica en Scopus y WoS, con el objetivo de analizar los principales enfoques y hallazgos relacionados con la covariación. De un total de 816 artículos, se seleccionaron 31 estudios que abordan explícitamente este concepto. Los resultados nos permiten identificar dos perspectivas: el razonamiento covariacional y el enfoque covariacional desde el pensamiento funcional y otras perspectivas. Entre los hallazgos, se destaca que no toda actividad algebraica o gráfica promueve la comprensión de la covariación, lo que plantea desafíos necesarios en el diseño de tareas para trabajar la relación dinámica entre variables. Además, surge la necesidad de incorporar la covariación en la enseñanza de la matemática dado su potencial en el aprendizaje de diversos fenómenos naturales y para el aprendizaje de las funciones en matemática.

Búsqueda sistemática; educación matemática; covariación.

INTRODUCCIÓN

El estudio de las relaciones entre variables permite comprender y explicar fenómenos físicos, químicos y biológicos (Chion y Adúriz-Bravo, 2019). Si bien las funciones permiten representar cuantitativamente muchas de estas relaciones, no siempre resultan suficientes, debido a que existen fenómenos que no pueden expresarse de manera explícita, como la Ley de Ohm, los gases ideales o los movimientos curvilíneos. En este contexto, la covariación es clave para concebir las funciones como relaciones dinámicas de cambio y para vincularlas con fenómenos de variación, especialmente cuando las relaciones no son estrictamente funcionales (Bagossi et al., 2022). En consecuencia, resulta necesario examinar cómo la investigación en educación matemática ha abordado este objeto.

Bajo este marco, se llevó a cabo una búsqueda sistemática de estudios sobre relaciones dinámicas entre variables en el campo de la educación matemática, con el objetivo de analizar los principales enfoques y hallazgos asociados a la noción de covariación. Esta revisión permite mostrar cómo la covariación ha llegado a convertirse en un objeto de investigación y cómo se ha abordado principalmente desde dos perspectivas complementarias: el

Índice

razonamiento covariacional (Carlson et al., 2002) y el enfoque covariacional situado en el pensamiento funcional (Confrey & Smith, 1994).

Posteriormente, se describirá en detalle la metodología de búsqueda (Gaona, 2022), explicitando las bases de datos consultadas, la ecuación de búsqueda utilizada y los criterios de inclusión y exclusión aplicados. Esto permite transparentar cómo se conformó el consolidado de estudios, desde la identificación inicial hasta la selección final, garantizando que el proceso sea reproducible y discutible por otros investigadores e investigadoras, al delimitar de manera explícita qué trabajos se incorporan al análisis y bajo qué perspectivas. Finalmente, se presentan los resultados de la revisión, los cuales estudian explícitamente la covariación en torno a la caracterización del razonamiento covariacional y del enfoque covariacional, junto con otras perspectivas declaradas por los diferentes autores y autoras.

RAZONAMIENTO Y ENFOQUE COVARIACIONAL

La covariación como elemento clave de estudio

A fines del siglo XX, diversos autores destacaron la relevancia de la covariación para comprender fenómenos que involucran cambios simultáneos, así como su papel en la enseñanza y aprendizaje del concepto de función (Carlson, 1998; Confrey y Smith, 1994, 1995; Thompson, 1994). En este sentido, Carlson et al. (2002) introducen el concepto de razonamiento covariacional, entendido como la capacidad de coordinar mentalmente los cambios de dos cantidades que varían de manera simultánea. Este enfoque se centra en las acciones mentales que permiten construir representaciones dinámicas de cómo una cantidad varía en función de otra, superando una comprensión estática basada en la observación de valores aislados o representaciones gráficas fijas. Así, el razonamiento covariacional no se concibe únicamente como una habilidad técnica, sino como una forma de pensamiento que implica visualizar relaciones en constante transformación.

De manera complementaria, la covariación se propone como un enfoque del pensamiento funcional, donde Confrey y Smith (1994) distinguen dos formas de comprender las funciones: el enfoque de correspondencia y el enfoque de covariación. El primero se centra en establecer una regla que relacione cada valor de la variable independiente con un único valor de la variable dependiente. Por su parte, el enfoque de covariación permite observar cómo los cambios en una variable afectan a la otra, favoreciendo una comprensión más intuitiva y dinámica de las relaciones funcionales.

METODOLOGÍA

Se realizó una revisión sistemática de la literatura (Gaona, 2022) en Scopus y Web of Science hasta el año 2024 sobre artículos científicos en Educación Matemática. Para esto se utilizó la ecuación de búsqueda, limitada a revistas de Educación Matemática y artículos científicos, considerando los términos: “function”, “covariation” y “variation”, la ecuación de búsqueda original se indica en la Figura 1.

Figura 1

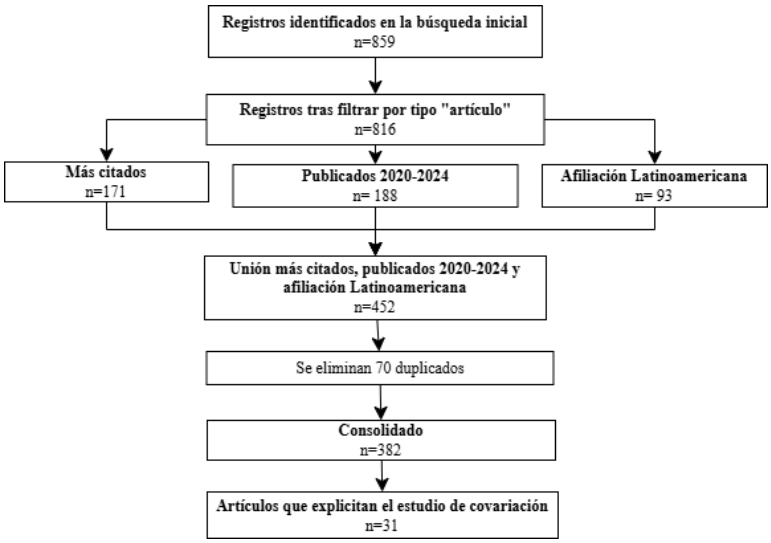
Ecuación de búsqueda original

```
TITLE ( function* OR covariation OR variation* ) AND ( SOURCE-ID ( 2110902661 ) OR SOURCE-ID (
21424 ) OR SOURCE-ID ( 23940 ) OR SOURCE-ID ( 25961 ) OR SOURCE-ID ( 82305 ) OR SOURCE-ID (
144837 ) OR SOURCE-ID ( 145202 ) OR SOURCE-ID ( 145621 ) OR SOURCE-ID ( 100147319 ) OR SOURCE-
ID ( 4400151729 ) OR SOURCE-ID ( 18000156704 ) OR SOURCE-ID ( 18000156706 ) OR SOURCE-ID (
19400158816 ) OR SOURCE-ID ( 19600161833 ) OR SOURCE-ID ( 19700173306 ) OR SOURCE-ID (
19700183131 ) OR SOURCE-ID ( 19700188254 ) OR SOURCE-ID ( 19700190347 ) OR SOURCE-ID (
19900191880 ) OR SOURCE-ID ( 21100201980 ) OR SOURCE-ID ( 21100217601 ) OR SOURCE-ID (
21100258629 ) OR SOURCE-ID ( 21100788924 ) OR SOURCE-ID ( 21100867459 ) OR SOURCE-ID (
21100896316 ) OR SOURCE-ID ( 21100898027 ) OR SOURCE-ID ( 21100902608 ) OR SOURCE-ID (
21100904317 ) OR SOURCE-ID ( 21100913650 ) OR SOURCE-ID ( 21100920046 ) OR SOURCE-ID (
21100925825 ) OR SOURCE-ID ( 21100933994 ) OR SOURCE-ID ( 21100938777 ) OR SOURCE-ID (
21100945769 ) OR SOURCE-ID ( 2110096952 ) OR SOURCE-ID ( 21101017734 ) OR SOURCE-ID (
21101039812 ) OR SOURCE-ID ( 21101049624 ) OR SOURCE-ID ( 21101181929 ) OR SOURCE-ID (
21100223785 ) ) AND PUBYEAR > 1969 AND PUBYEAR < 2025
```

Como se muestra en el Figura 2, se identificaron 859 publicaciones, sin embargo, la búsqueda se acotó al tipo de documento artículo, quedando 816 registros. Para conformar un consolidado se aplicaron tres filtros: artículos publicados entre 2020 y 2024, ambos inclusive, los más citados[3] y aquellos con afiliación en Latinoamérica[4]. Estos filtros arrojaron 188, 171 y 93 artículos, respectivamente. Tras eliminar 70 duplicados, el consolidado quedó en 382 artículos. Finalmente, mediante la revisión de resúmenes se seleccionaron solo aquellos que abordan explícitamente el concepto de covariación en sus resúmenes, resultando en 31 artículos.

Figura 2

Diagrama de flujo del proceso de identificación y selección de estudios



[3] Se considera el primer quintil, es decir, que cuentan con al menos 15 citas.
[4] La inclusión de artículos producidos en América Latina se justifica porque los sistemas educativos de la región presentan similitudes culturales y curriculares derivadas de trayectorias históricas comunes, lo que permite una mayor pertinencia y comparabilidad de los hallazgos en el campo educativo (UNESCO, 2020).

Índice

RESULTADOS

Dada la extensión del documento, no es posible describir en detalle cada uno de los 31 estudios seleccionados de manera individual. En su lugar, se reportarán aquellos trabajos que resultan más relevantes para caracterizar cómo se aborda la covariación en la literatura revisada.

Se destaca dos enfoques principales: el razonamiento covariacional, propuesto principalmente por Carlson et al. (2002) y el enfoque covariacional desde el pensamiento funcional, por Confrey y Smith (1994). Ambas ofrecen perspectivas complementarias sobre cómo los estudiantes comprenden y representan relaciones entre cantidades que cambian. Junto a estas líneas predominantes, también emergen otras propuestas que, si bien no se inscriben directamente en estos marcos, aportan elementos valiosos desde perspectivas alternativas como la socioepistemología, la modelización o el uso de tecnología. A continuación, se presenta una síntesis de los estudios revisados según estos tres enfoques: razonamiento covariacional, la covariación como enfoque del pensamiento funcional y otras perspectivas.

Por su parte, el razonamiento covariacional, desarrollado por Carlson et al. (2002) y Thompson y Carlson (2017) ha sido fundamental para analizar cómo los estudiantes coordinan mentalmente cantidades que varían simultáneamente. Este enfoque ha sido aplicado al estudio de conceptos como la tasa de cambio (Johnson, 2012), funciones trigonométricas (Moore, 2014), y funciones de varias variables (Weber & Thompson, 2014), proporcionando una taxonomía de niveles que permite caracterizar el progreso cognitivo de los estudiantes.

Desde el enfoque del pensamiento funcional (Confrey & Smith, 1994), especialmente en niveles educativos iniciales, se ha evidenciado que los estudiantes pueden desarrollar ideas sobre relaciones entre variables utilizando enfoques de correspondencia, recursividad y covariación. Investigaciones como las de Pinto et al. (2022) y López (2023), muestran que los y las estudiantes son capaces de construir y generalizar relaciones funcionales, incluso desde edades tempranas, particularmente cuando se diseñan tareas adecuadas que promuevan el razonamiento dinámico.

Otras investigaciones han abordado la covariación desde perspectivas complementarias o críticas, como la socioepistemología (Matranga & Silverman, 2024), la modelización matemática (Bagossi et al., 2022; Pittalis et al., 2024) y el uso de tecnologías digitales (Jacinto & Carreira, 2021). Estas investigaciones destacan el rol de artefactos materiales y digitales, la visualización dinámica y la mediación semiótica en la construcción de significados sobre relaciones entre variables.

Un hallazgo importante de los artículos clasificados como otras perspectivas es que no toda actividad gráfica o algebraica promueve necesariamente el razonamiento covariacional (Bagossi, 2024; Wilkie, 2020), lo que plantea el desafío de diseñar tareas abiertas y contextualizadas que fomenten la visualización, la coordinación simultánea de variables y la

construcción progresiva de relaciones funcionales. Por otra parte, algunos de los estudios analizados incorporan fenómenos naturales en el diseño de tareas y actividades (Bagossi, 2024; Jaber et al., 2024). Estas propuestas no solo buscan promover el razonamiento covariacional, sino también vincular la matemática con fenómenos naturales, reforzando la modelización de estos. En coherencia con ello, los estudios revisados coinciden en la necesidad de profundizar en el desarrollo de la covariación como objeto de enseñanza y análisis, dado que permite comprender las relaciones dinámicas entre variables y sustenta la construcción de nociones fundamentales como la pendiente, la tasa de cambio y la variación proporcional.

CONCLUSIONES

A modo de síntesis de la revisión, los estudios muestran dos marcos principales al concepto de covariación: el razonamiento covariacional, la covariación como enfoque del pensamiento funcional y perspectivas complementarias, como la socioepistemología, la modelización y el uso de tecnologías digitales que amplían la comprensión del objeto matemático.

Se reconoce la necesidad de profundizar en el estudio de la covariación, dado que permite comprender las relaciones dinámicas entre variables y la construcción de objetos como la pendiente, la tasa de cambio y la variación proporcional. Su incorporación en la enseñanza abre oportunidades para promover un razonamiento dinámico, aunque no toda actividad algebraica o gráfica lo garantiza, lo que exige diseñar tareas específicas en contextos dinámicos. En este marco, la covariación se presenta como un campo clave para fortalecer el aprendizaje de las funciones y la modelización, generando un puente entre la matemática y las ciencias naturales.

Proyecciones

Al tener una visión general de lo que se ha investigado en torno a la covariación nos permite comprender que trabajar explícitamente con relaciones dinámicas entre variables desde la covariación se presenta como una forma necesaria para superar las limitaciones del estudio restringido de funciones específicas. En particular, abordar la covariación ofrece otra mirada para superar las limitaciones de un tratamiento restringido a funciones específicas, ya que fomenta una comprensión más profunda de cómo dos o más magnitudes cambian de manera simultánea. Además, posibilita el análisis de relaciones que no responden necesariamente a una función explícita, abriendo mayores oportunidades para la modelación, la predicción y la interpretación de fenómenos en las ciencias naturales. En este sentido, repensar la enseñanza de la relación entre variables desde la perspectiva de la covariación resulta enriquecedor tanto para comprender dichas relaciones como para fortalecer el concepto de

función, promoviendo también la integración interdisciplinaria al abordar fenómenos dinámicos y no lineales.

Agradecimientos

Este trabajo cuenta con financiamiento de Fondecyt N° 11230953 “Relación entre el feedback y el trabajo matemático de estudiantes, en el contexto de evaluaciones en línea”.

Referencias

Bagossi, S. (2024). Second-order covariation: Enlarging the theoretical framework of covariational reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 1–22. https://doi.org/10.1080/10986065.2024.2393889

Bagossi, S., Ferretti, F., & Arzarello, F. (2022). Assessing covariation as a form of conceptual understanding through comparative judgement. *Educational Studies in Mathematics*, *111*(3), 469–492. https://doi.org/10.1007/s10649-022-10178-w

Carlson, M. (1998). A cross-sectional investigation of the development of the function concept. *Research in Collegiate Mathematics Education*, *7, 1–24.*https://doi.org/10.1090/cbmath/007/04

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *33*(5), 352. https://doi.org/10.2307/4149958

Chion, A. R., & Adúriz-Bravo, A. (2019). Modelización y argumentación en la enseñanza de las ciencias experimentales. *Didacticae: Revista de Investigación en Didácticas Específicas*, *5*, 3–6.

Confrey, J., & Smith, E. (1994). Exponential functions, rates of change, and the multiplicative unit. *Educational Studies in Mathematics*, *26*(2–3), 135–164. https://doi.org/10.1007/BF01273661

Confrey, J., & Smith, E. (1995). Splitting, covariation, and their role in the development of exponential functions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *26*(1), 66. https://doi.org/10.2307/749228

Gaona, J. (2022). *Búsqueda bibliográfica sistemática en educación (matemática)* [Preprint]. OSF. https://doi.org/10.31235/osf.io/jszbh

Jaber, O., Bagossi, S., Fried, M. N., & Swidan, O. (2024). Conceptualizing functional relationships in an augmented reality environment: Connecting real and virtual worlds. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *56*(4), 605–623. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01594-8

Jacinto, H., & Carreira, S. (2021). Digital tools and paper-and-pencil in solving-and-expressing: How technology expands a student’s conceptual model of a covaration problem. *Journal on Mathematics Education*, *12*(1), 113–132. https://doi.org/10.22342/jme.12.1.12940.113-132

Johnson, H. L. (2012). Reasoning about variation in the intensity of change in covarying quantities involved in rate of change. *The Journal of Mathematical Behavior*, *31*(3), 313–330. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.01.001

López, E. (2023). Third graders' functional thinking: An early algebra study. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, *37*(77), 1277–1298. https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n77a17

Índice

Matranga, A., & Silverman, J. (2024). Documenting two emerging sociomathematical norms for examining functions in mathematics teachers' online asynchronous discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *27*(3), 325–354. https://doi.org/10.1007/s10857-022-09563-2

Moore, K. C. (2014). Quantitative reasoning and the sine function: The case of Zac. *Journal for Research in Mathematics Education*, *45*(1), 102–138. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.45.1.0102

Moreno-Arotzena, O., Pombar-Hospitaler, I., & Barragués, J. I. (2021). University student understanding of the gradient of a function of two variables: An approach from the perspective of the theory of semiotic representation registers. *Educational Studies in Mathematics*, *106*(1), 65–89. https://doi.org/10.1007/s10649-020-09994-9

Pinto, E., Cañadas, M. C., & Moreno, A. (2022). Functional relationships evidenced and representations used by third graders within a functional approach to early algebra. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *20*(6), 1183–1202. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10183-0

Pittalis, M., Sproesser, U., & Demosthenous, E. (2024). Graphically representing covariational functional situations in an interactive embodied digital learning environment. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *56*(6), 1083–1113. https://doi.org/10.1080/0020739X.2024.2327552

Thompson, P. W. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concepts of rate. En G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 179–234). State University of New York Press.

Thompson, P., & Carlson, M. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. En J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education*. National Council of Teachers of Mathematics.

Weber, E., & Thompson, P. W. (2014). Students' images of two-variable functions and their graphs. *Educational Studies in Mathematics*, *87*(1), 67–85. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9548-0

Wilkie, K. J. (2020). Investigating students' attention to covariation features of their constructed graphs in a figural pattern generalisation context. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *18*(2), 315–336. https://doi.org/10.1007/s10763-019-09955-6

Wilkie, K. J. (2024). Coordinating visual and algebraic reasoning with quadratic functions. *Mathematics Education Research Journal*, *36*(1), 33–69. https://doi.org/10.1007/s13394-022-00426-w

Índice

ANÁLISIS ONTOSEMIÓTICO DE LAS CONEXIONES MATEMÁTICAS USADAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN CÁLCULO MULTIVARIADO

Camilo Andrés Rodríguez-Nieto, Universidad de la Costa

Vicenç Font Moll, Universidad de Barcelona

Andrea Cárcamo, Universidad Austral de Chile

Claudio Fuentealba, Universidad Austral de Chile

Abstract:

Esta investigación analiza la enseñanza de Cálculo Vectorial de un docente centrada en las conexiones matemáticas procedimentales, de significado, representaciones, características y parte-todo, entre otras. Se evidenció que la participación activa de los estudiantes favorece la comprensión de conceptos como vectores, derivadas parciales y direccionales, así como operaciones asociadas como gradiente y rotacional. La mayoría de los estudiantes resolvió con éxito las tareas, mientras que un grupo presentó errores relacionados con dificultades procedimentales y conceptuales. El análisis, fundamentado en la Teoría Ampliada de Conexiones (TAC) y el Enfoque Ontosemiótico (EOS), destacó la importancia de las representaciones geométricas, los procedimientos estructurados y la argumentación para fortalecer el aprendizaje. Se concluye que la enseñanza basada en conexiones matemáticas, apoyada en representaciones diferentes y estrategias de participación, puede mejorar la comprensión y el desempeño académico en Cálculo Vectorial, y sugiere la aplicación de esta metodología en distintos contextos educativos.

Cálculo vectorial, conexiones matemáticas, enfoque ontosemiótico

INTRODUCCIÓN

El cálculo vectorial constituye un área fundamental en la formación de ingenieros y científicos, al permitir modelar fenómenos de la física y otras ciencias mediante conceptos como derivadas parciales, direccionales, gradiente, rotacional y divergencia. Sin embargo, investigaciones recientes (Borji et al., 2024; Rodríguez-Nieto et al., 2024) muestran que los estudiantes suelen presentar dificultades para conectar los significados, representaciones y procedimientos asociados a estos conceptos, lo que limita su comprensión y aplicación. Estudios previos en cálculo en una variable (Pino-Fan et al., 2018; García-García & Dolores-Flores, 2019) evidencian una comprensión fragmentada del concepto de derivada y la tendencia a privilegiar el enfoque algorítmico sobre el conceptual. Estas dificultades se acentúan en el paso al cálculo multivariable, donde los estudiantes deben relacionar representaciones gráficas, algebraicas y geométricas de funciones de varias variables

Índice

(Martínez-Planell et al., 2017). Ante este panorama problemático, el propósito del presente trabajo fue explorar las conexiones matemáticas que un profesor y sus estudiantes de ingeniería activan durante clases y tareas de cálculo vectorial, analizando dichas conexiones desde los marcos teóricos de la ETC y el OSA.

MARCO TEÓRICO

La Teoría Ampliada de las Conexiones (TAC/ETC) (Rodríguez-Nieto et al., 2024) concibe las conexiones matemáticas como un proceso cognitivo y metafóricamente como la punta de iceberg conformada por un conglomerado de prácticas, procesos, objetos y funciones semióticas que los relacionan, por ejemplo, relaciones entre conceptos, procedimientos, representaciones y significados. Las conexiones pueden ser: orientadas a la instrucción, modelado (cuando se proponen problemas de aplicación o no matemáticos), procedimentales, significado, parte-todo, implicación, diferentes representaciones, reversibilidad, característica, metafórica, metafórica basada en mnemotecnia, conexiones etnomatemáticas (emergen en una práctica cotidiana), entre otras (Rodríguez-Nieto & Font, 2025). El Enfoque Ontosemiótico (EOS/OSA) (Godino et al., 2019) permite analizar la práctica matemática en términos de configuraciones de objetos primarios (problemas, lenguajes, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos) y de funciones semióticas que relacionan expresiones y contenidos. La articulación ETC-OSA posibilita estudiar las conexiones no solo como vínculos entre conceptos, sino como configuraciones de prácticas y significados institucionales y personales.

METODOLOGÍA

El estudio se desarrolló bajo un enfoque cualitativo (Cohen et al., 2018) en tres fases: 1) selección de participantes, 2) recolección de información y 3) análisis de datos.

Participantes

Participaron un profesor en ejercicio (29 años, 10 años de experiencia docente, doctor en Educación Matemática) y 202 estudiantes de ingeniería inscritos en la asignatura *Cálculo Vectorial* en una universidad privada del Caribe colombiano. Todos habían cursado previamente cálculo diferencial e integral.

Recolección de la información

Observación participante y grabación de clases sobre derivadas parciales, direccionales, gradiente, rotacional y divergencia. Diseño y aplicación de un cuestionario con cinco tareas sobre derivadas parciales, direccionales, gradiente, plano tangente, rotacional y divergencia. Recopilación de producciones escritas de los estudiantes y registros del profesor.

Análisis de datos

Se siguieron seis fases: transcripción, narrativa temporal de las resoluciones, identificación de prácticas matemáticas, configuración cognitiva de objetos primarios, análisis de funciones semióticas y clasificación de las conexiones matemáticas según la ETC, interpretadas con herramientas del OSA.

RESULTADOS

El profesor estructuró configuraciones cognitivas que integraron problemas, representaciones y argumentaciones, orientadas a la construcción de conexiones matemáticas en la resolución de problemas por parte de los estudiantes. Promovió conexiones de significado entre derivadas ordinarias y direccionales, y conexiones de representaciones diferentes al vincular gráficos con expresiones simbólicas, usando la relación: $D_U f(x,y) = U \cdot \nabla f(x,y)$, para explicar la dirección de máximo crecimiento. Los estudiantes construyeron configuraciones cognitivas personales con distintos grados de coherencia. Un 72 % articuló correctamente los objetos primarios, mientras un 28 % mostró fragmentación, especialmente en la traducción entre registros algebraicos y geométricos.

Configuración cognitiva del profesor

La tarea solicitaba calcular la derivada direccional de $f(x,y) = x^2y^3 - 4y$en el punto $P(2,1)$ en la dirección del vector $w = 2i + 5j$, ver Tabla 1.

Tabla 2

Síntesis de la configuración cognitiva

Objeto primario	Ejemplo de acción	Tipo de conexión predominante
Problema	Determinar $(D_U f(2,1)$) como tasa de cambio en la dirección de (w).	Significado / Procedimental
Lenguaje	Gradicnte, vector unitario, dirección, derivada direccional.	Representacional
Conceptos / Definiciones	D1: la derivada direccional es la tasa de cambio de la función en la dirección de un vector. D2: el gradiente es el vector de derivadas parciales.	Significado
Proposiciones	$\frac{\partial(x^2y^3-4y)}{\partial x} = 2xy^3$; $\frac{\partial(x^2y^3-4y)}{\partial y} = 3x^2y^2 - 4$; $\nabla f(2,1) = (4,8)$.	Procedimental / Significado

Nota. Elaboración propia

Procedimientos ampliados

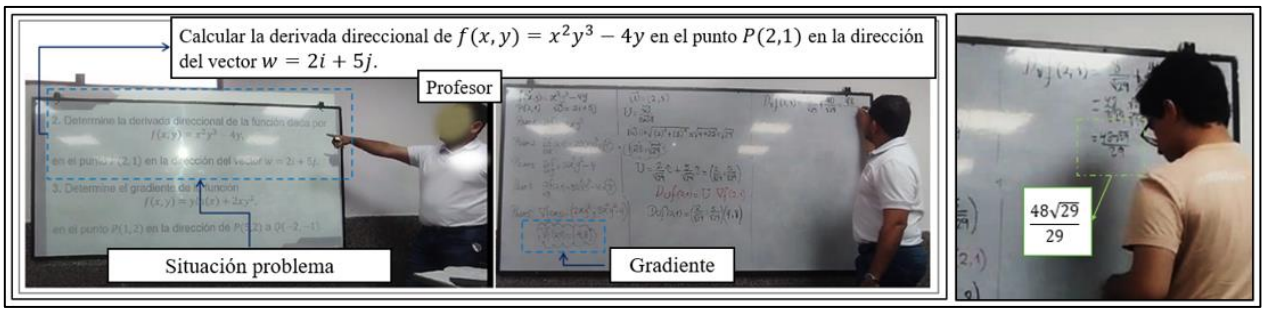
1. **Obtención del gradiente:** el profesor derivó $f(x,y) = x^2y^3 - 4y$ respecto a x y y, evaluando $\nabla f(2,1) = (4,8)$.
2. **Normalización del vector de dirección:** el profesor representó $w = (2,5)$, calculó su norma $\|\vec{w}\| = \sqrt{29}$ y halló el vector unitario: $\overline{U} = \left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{5}{\sqrt{29}}\right)$.
3. **Aplicación del producto punto:** reemplazó Uy $\nabla f(2,1)$en $D_U f = U \cdot \nabla f$:

$$D_U f(2,1) = (4,8) \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{5}{\sqrt{29}}\right) = \frac{48}{\sqrt{29}}.$$

Racionalización del resultado: transformó $\frac{48}{\sqrt{29}}$ en $\frac{48\sqrt{29}}{29}$, ver Figura 1.

Figura 1

Profesor y estudiante resolviendo la tarea



Conexiones matemáticas del profesor

La Tabla 2 proporciona información relevante que debe leerse de izquierda a derecha (desde las prácticas matemáticas (Pm) hasta las conexiones matemáticas), para reconocer la constitución de cada conexión matemática y la importancia vital de la práctica matemática con relaciones a través de la Función semiótica (FS).

Tabla 3

Conexiones matemáticas del profesor.

Pm	Procesos	Objetos	FS	Conexiones matemáticas
Pm1	Comprensión - Planteamiento del problema - Enunciación	Derivada, pendiente, tasa de cambio	FS1	Orientada a la instrucción

Índice

Pm2	Significación/comprensión – Resolución de problemas – Enunciación	Significado de la derivada direccional	FS2, FS3	Significado
Pm3	Significación/comprensión – Resolución de problemas – Enunciación	Significado del gradiente	FS4	Significado
Pm4	Significación/comprensión – Resolución de problemas – Enunciación	Significado de la derivada parcial	FS5	Significado
Pm5	Resolución de problemas - Algoritmización - Representación	El profesor encontró la derivada parcial de f respecto a x: $\frac{\partial(x^2y^3-4y)}{\partial x} = 2xy^3$	FS6, FS7, FS8	Procedimental
Pm6	Resolución de problemas - Algoritmización - Representación - Argumentación	La derivada parcial respecto a x en $P = (2,1)$ es: $\frac{\partial f(2,1)}{\partial x} = 2(2)(1)^3 = 4$	FS9, FS10, FS11	Procedimental
Pm7	Resolución de problemas - Algoritmización - Representación	El profesor encontró la derivada parcial de f respecto a y: $\frac{\partial(x^2y^3-4y)}{\partial y} = 3x^2y^2 - 4$	FS12	Procedimental
Pm8	Resolución de problemas - Algoritmización - Representación - Argumentación	La derivada parcial respecto a y en $= (2,1)$ es: $\frac{\partial f(2,1)}{\partial y} = 3(2)^2(1)^2 - 4 = 8$	FS13, FS14, FS15	Procedimental
Pm9	Resolución de problemas - Algoritmización - Representación	El profesor escribió la expresión simbólica del gradiente: $\nabla f(x, y) = (2xy^3, 3x^2y^2 - 4)$, indicando la derivada parcial respecto a x e y.	FS16	Diferentes representaciones considerando características

Índice

Pm10	Resolución de problemas - Algoritmización - Representación - Argumentación	El profesor evaluó el gradiente en $P = (2,1)$: $\nabla f(2,1) = (4,8)$	FS17, FS18, FS219	Diferentes representaciones
Pm11	Resolución de problemas - Representación	El profesor pasó de la representación vectorial $\vec{w} = 2i + 5j$ a $\vec{w} = (2,5)$	FS20, FS21	Diferentes representaciones
Pm12	Resolución de problemas - Algoritmización	El profesor aplicó la fórmula $\vec{U} = \frac{\vec{w}}{\|\vec{w}\|}$ y encontró la norma de $\vec{w}$: $\|\vec{w}\| = \sqrt{(2)^2 + (5)^2}$.	FS22, FS23	Procedimental
Pm13	Resolución de problemas – Algoritmización – Representación		FS24	Procedimental
Pm14	Resolución de problemas - Argumentación	$\|\vec{w}\| = \sqrt{29}$.	FS25, FS26, FS27	Procedimental
Pm15	Resolución de problemas - Algoritmización - Representación	Vector unitario en su representación vectorial: $\vec{U} = \frac{2}{\sqrt{29}}i + \frac{5}{\sqrt{29}}j$.	FS28	Procedimental
Pm16	Resolución de problemas - Representación - Argumentación		FS29, FS30, FS31	Diferentes representaciones
Pm17	Resolución de problemas - Representación	El vector unitario y el gradiente evaluados en $P = (2,1)$ son necesarios para hallar la derivada direccional: $D_U f(2,\ 1) = U \cdot \nabla f(2,\ 1)$.	FS32, FS33	Orientada a la instrucción, Diferentes representaciones
Pm18	Resolución de problemas - Representación		FS34	Procedimental

Índice

Pm19	Resolución de problemas - Algoritmización - Representación	FS35	Procedimental
Pm20	Resolución de problemas - Algoritmización - Representación - Argumentación	FS36, FS37, FS38, FS39	Procedimental

Nota. Elaboración propia

CONCLUSIONES

Esta investigación examinó la metodología de un docente de Cálculo Vectorial centrada en las conexiones matemáticas, incluyendo procedimental, significado, representaciones, característica y parte-todo, evidentes en el desarrollo paso a paso de la derivada direccional. Se fomentó la participación activa de los estudiantes, apoyando la comprensión de los conceptos. La mayoría de los estudiantes (72%, n=145) resolvió con éxito las tareas activando múltiples conexiones matemáticas, mientras que el 28% (n=57) cometió errores por conexiones personales, y el 7% (n=15) no aprobó el cuestionario. Las dificultades comunes incluyeron errores procedimentales en derivadas parciales, problemas en el cálculo del rotacional y dificultades con operaciones vectoriales, lo que resalta la necesidad de clases ricas en representaciones geométricas y procedimentales. Los estudiantes atribuyeron significados a vectores y derivadas parciales y direccionales, aunque algunos se limitaron a sus definiciones. El análisis, basado en la TAC y el EOS, enfatiza el valor de representaciones visuales, procedimientos estructurados y argumentación. Se sugiere reforzar la instrucción con representaciones geométricas y habilidades en derivadas parciales para mejorar la comprensión y el rendimiento.

Agradecimientos

Agradecemos el apoyo de los proyectos Fondecyt N°1241155 y N°1241700 de la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID).

Referencias

Borji, V., Font, V., & Rodríguez-Nieto, C. A. (2024). *Mathematical connections and understanding in multivariable calculus*. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 21*(4), em2619. https://doi.org/10.29333/ejmste/16187

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (8th ed.). Routledge.

García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2019). Mathematical connections and the understanding of the derivative. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 50*(1), 127–142. https://doi.org/10.1007/s13394-019-00286-x

Índice

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). *The onto-semiotic approach to research in mathematics education*. Springer.

Martínez-Planell, R., Gaismán, M. T., & McGee, D. (2017). Students' understanding of the relation between tangent plane and directional derivatives of functions of two variables. *The Journal of Mathematical Behavior*, *46*, 13–41. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.02.001

Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., & Font, V. (2018). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: The case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *21*, 63–94. https://doi.org/10.1007/s10857-016-9349-8

Rodríguez-Nieto, C. A., & Font, V. (2025). Mathematical connections promoted in multivariable calculus' classes and in problems-solving about vectors, partial and directional derivatives, and applications. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *21*(4), 1–27. https://doi.org/10.29333/ejmste/16187

REALIDAD VIRTUAL EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE PRIMARIA: REFERENTES DE LONGITUD

Richard Merino, Universidad Diego Portales

Sebastián Albornoz, Universidad Diego Portales

Leonardo Medel, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Noemí Pizarro, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Abstract:

Este estudio examina la implementación de realidad virtual (RV) para fortalecer el aprendizaje para la enseñanza en el eje Medición en la formación inicial de profesores/as de Educación General Básica y Educación Diferencial, contexto donde persisten debilidades declaradas y movilizadas en el conocimiento didáctico del perímetro, área y volumen. Se diseñó Geomed VR, un entorno inmersivo ambientado en una granja con herramientas virtuales (huincha métrica, metro cuadrado, metro cúbico, calculadora) y desafíos auténticos (p. ej., calcular el perímetro de un corral para planificar cercos). El estudio, de enfoque cualitativo descriptivo, se aplicó en 2025 a 110 estudiantes en tres secciones del curso "Geometría I y su Didáctica" e incluyó notas de campo, una encuesta TAM (22 ítems Likert) y una planilla de reportes (aciertos/errores, intentos, tiempo, herramienta utilizada y feedback). Los resultados muestran alta aceptación tecnológica y satisfacción (promedios TAM > 4,5/5) y evidencias de que los estudiantes exploran, marcan recorridos y vinculan experiencia sensorial con el concepto de perímetro ("medida del contorno", más allá de "suma de lados"). Inicialmente, una proporción relevante seleccionó instrumentos inadecuados (metro cuadrado o cúbico), pero tras la retroalimentación 97 estudiantes respondieron correctamente. Se observaron dificultades lingüísticas ("corrida" vs "vuelta") que afectaron la interpretación de la tarea. Concluimos que la RV contextualiza y da sentido a la medición, potencia la motivación y permite observar procesos de razonamiento; su eficacia depende del andamiaje docente, precisión del lenguaje y enseñanza explícita de referentes de medida.

Realidad virtual, medición, perímetro, referentes de unidades de medida, formación del profesorado

INTRODUCCIÓN

Desde 2012, el currículum nacional, respondiendo a diversos colectivos internacionales que consideran relevar el pensamiento métrico y las magnitudes de longitud (Cockcroft, 1982), agrega el eje de Medición en la asignatura de Matemática. En él se declara que quienes estudian en Chile deben ser capaces de identificar características de los objetos, como el

Índice

ancho, largo, peso y volumen, y cuantificarlos, para poder compararlos y ordenarlos, tanto con medidas no estandarizadas y estandarizadas, seleccionándolas y usándolas apropiadamente (Ministerio de Educación, de aquí en adelante MINEDUC, 2012).

Los Estándares Orientadores Para Egresados De Carreras De Pedagogía En Educación Básica (MINEDUC, 2012), sólo incluían dos estándares vinculados al eje de medición, y eran parte de los estándares de geometría. El estándar que ha sido evaluado en la prueba END es el 10, que indica "Está preparado para conducir el aprendizaje de los conceptos de perímetro, área y volumen" (p.102) se centra en la planificación curricular y el diseño de actividades para estudiar con los estudiantes el área y el volumen de diversas figuras. A pesar de que el nivel del logro de los estudiantes ha aumentado desde 2020, en el año 2023 solo alcanzó un 47,1% (MINEDUC, 2024).

En la práctica, hemos observado dificultades en el aprendizaje de la medida que tiene el futuro profesorado de educación general básica y educación diferencial (de aquí en adelante, PEGB y PED). En nuestra experiencia, al llegar a la carrera, no tienen referentes apropiados de unidades de medida. Los recursos de enseñanza que se tiene para ello tampoco son pertinentes o contextualizados para el trabajo de referentes de unidades de medida, que son fundamentales para los procesos de medida y estimación (Pizarro et al., 2018). Considerando lo anterior, se crearon escenarios de realidad virtual (de aquí en adelante, RV), dado que a los estudiantes les permite vivenciar natural y multisensorialmente (Jost et al., 2020) el uso de unidades de medida, para contextualizar el uso de referentes de longitud, área de superficie y volumen para que el futuro profesorado de PEGB y PED se apropie de referentes de dichas magnitudes. El objetivo de la investigación que se reporta es determinar debilidades y fortalezas al implementar realidad virtual en la enseñanza de la medición al formar profesores de PEGB y PED. Los principales hallazgos muestran que la implementación de esta experiencia de RV contribuyó al desarrollo y apropiación de referentes métricos de longitud, además de constituirse como una oportunidad de observación en tiempo real del razonamiento métrico de estudiantes de pedagogía.

REFERENCIAS

Sobre enseñanza y profesorado

Posiblemente en todas las escuelas del mundo se enseña a medir, lamentablemente, se ha observado que las directrices entregadas a los docentes relevan un trabajo aritmético por sobre el pensamiento métrico (Mengual et al., 2017). Hay escasas investigaciones en el tema; por ejemplo, desde 2018 en las JNEM, solo hay seis contribuciones que involucran alguna magnitud o medida en sus títulos. Lo poco investigado a nivel mundial, indica que hay escasos recursos para enseñar y que las actividades prácticas son casi inexistentes (Montoro

et al., 2021) aunque son esenciales para que la medida tenga sentido y apropiación (Rojas & Albarracín, 2024).

En Chile hay investigaciones que han detectado debilidades en el conocimiento que los profesores han declarado. Pincheira-Hauck y Vásquez-Ortiz (2018) evaluaron aspectos parciales del conocimiento didáctico-matemáticos en futuro profesorado de PEGB en Chile e informaron que Medición es el eje más débil en el conocimiento disciplinar. Otras investigaciones muestran que futuro profesorado de PEGB tienen tendencias al trabajo con uso de fórmulas y pocas estrategias de resolución de problemas de medida (Caviedes et al., 2023)

Sobre RV

La enseñanza con metodologías tradicionales puede ser débil en contextos y personalizaciones (Tang et al., 2022), y como hemos expuesto, la enseñanza de la medida no es ajena a esta situación. En la última década, la RV y la realidad aumentada (RA) han emergido como recursos pedagógicos para enfrentar la dificultad de enseñar conceptos matemáticos, en particular en geometría y en el desarrollo de habilidades espaciales (Sánchez-Morales et al., 2021; Su, Cheng y Lai, 2022; Thomsen et al.,2023). Es por ello que consideramos que el diseño de tareas matemáticas con el uso de RV para que los futuros profesores de matemática las integren en su aprendizaje, además esto podría repercutir en la capacidad del futuro profesorado para integrarlas en la enseñanza (Ishak & Hasran, 2021).

Sánchez-Morales et al. (2021) evidenciaron que el uso del software geométrico *Neotrie VR* en secundaria favoreció la visualización espacial y la precisión en el trabajo con poliedros frente a recursos manipulativos tradicionales. En la misma línea, Su, Cheng y Lai (2022) probaron un sistema inmersivo de RV en tres temas geométricos —volumen de pirámides y conos, y centroide de un triángulo— y los resultados mostraron que los estudiantes del grupo experimental tuvieron mejores niveles de logro que el grupo control, además de mayor motivación y aceptación tecnológica. Por su parte, Thomsen et al. (2023) propusieron una taxonomía de entornos de aprendizaje geométrico (físicos, digitales e inmersivos) y evaluaron un prototipo de entorno inmersivo con *Oculus Quest* 2, destacando su usabilidad y la congruencia de los gestos con los conceptos matemáticos, aunque con limitaciones en la prevención de errores. Lai y Cheong (2022) realizaron una revisión exploratoria que confirma los beneficios de RV/RA en motivación, visualización y aprendizaje, aunque advierten sobre altos costos, problemas técnicos y la falta de evidencia sólida.

METODOLOGÍA

Inicialmente se crearon escenarios de realidad virtual (RV) porque, año a año, se observaba que el futuro profesorado de PEGB y PED no se había apropiado de referentes de medida en su etapa escolar. Dos de los cuatro autores, junto a un equipo de apoyo técnico del

Laboratorio de Tecnologías Educativas (LATE), se adjudicaron el proyecto *"Enseñanza de la Geometría y Medición mediante Realidad Virtual en la Formación Inicial Docente"* con fondos internos de la Universidad Diego Portales. Como parte de este proyecto, se diseñó el software **Geomed VR**, que propone una experiencia educativa inmersiva en RV. Ambientado en una granja virtual, los estudiantes asumen el rol de granjeros y deben resolver desafíos prácticos, como reparar cercas calculando perímetros, planificar siembras considerando rendimientos o medir el volumen de estanques de agua. Para ello utilizan herramientas virtuales (huincha métrica, metro cuadrado, metro cúbico y calculadora), promoviendo la comprensión contextualizada del cálculo y del uso de referentes de magnitudes de longitud, área de superficie y volumen. El público inicial corresponde a futuros profesores de PEGB y PED, y se proyecta además que integren la RV en su futuro ejercicio docente. En este documento, se aborda únicamente el trabajo relacionado con perímetro.

Después de seis meses de desarrollo, se generó una primera versión del videojuego, la cual fue testeada en julio de 2024 con seis futuros docentes. Durante esta fase se evaluó la usabilidad del sistema, se aplicó el protocolo de uso del software y se identificaron mejoras para su optimización. La versión más reciente del software fue implementada en mayo de 2025 en tres secciones del curso *Geometría I y su Didáctica*, correspondiente a la formación didáctica en matemáticas de las carreras de PEGB y PED. En total, la aplicación alcanzó a 110 estudiantes de ambas carreras.

Previo a la implementación de los escenarios de RV, se diseñó una investigación sobre la experiencia, innovadora para el contexto local. Su enfoque es cualitativo y descriptivo, ya que permite reconocer cómo los fenómenos educativos adquieren un sentido más enfocado en un ámbito particular, y cómo se interpretan, se experimentan o se responden en situaciones ligadas a una cultura, una institución, un grupo social, una escuela o, incluso, una persona (Aravena et al., 2006).

El estudio contempló tres instrumentos de recolección de datos: notas de campo, encuesta de satisfacción y planilla de reportes. La encuesta, de 22 preguntas en escala Likert de cinco posiciones, se adaptó del Modelo de Aceptación de Tecnología (TAM) y midió la utilidad percibida y la facilidad de uso percibida. Los ítems evaluaron la confianza, la satisfacción y la percepción de utilidad de la RV como herramienta educativa. En primer lugar, se midió el nivel de seguridad de los usuarios al operar las funciones del sistema y al utilizar los contenidos en línea. También se recogió su grado de satisfacción con el uso de la RV, tanto en las funciones del sistema como en los contenidos de aprendizaje y la interacción multimedia (voz, video e instrucción en general). Finalmente, la planilla de reporte registró, en cada etapa, información clave como el resultado (correcto o incorrecto), los intentos

realizados (primero y segundo), el tiempo empleado, la herramienta utilizada (huincha, metro cuadrado o metro cúbico) y las observaciones del *feedback* recibido.

RESULTADOS Y ANÁLISIS

El estudiantado de PEGB y PED tuvo la oportunidad de escuchar y leer un problema contextualizado en una granja, que buscaba determinar el material necesario para cercar un corral de cerdos. Se debía medir el contorno del corral, para eso debían elegir qué instrumento era el indicado para realizar la tarea. De los 111 estudiantes que respondieron esta actividad, no todos utilizaron una huincha métrica; 35 de ellos utilizaron la herramienta virtual que desplegaba un metro cuadrado, en tanto que otros siete estudiantes usaron el despliegue de un metro cúbico y cuatro no seleccionaron la huincha de medir para dar respuesta a la actividad. Al usar el metro cuadrado y el metro cúbico, tampoco se usaron sus medidas longitudinales para resolver la situación.

Posterior a los errores que realizaron los estudiantes, se hizo una retroalimentación y 97 de ellos logró responder correctamente. Por otro lado, la encuesta TAM promedió sobre 4,5 (con un máximo de 5) en los 22 ítems, lo que quiere decir que existe una alta satisfacción por parte del usuario con el sistema RV, sus contenidos e interacciones, así como una percepción de seguridad al operar sus funciones y trabajar con los materiales en línea. Se evidencia además una valoración positiva de la utilidad de la RV, pues la mayoría considera que esta herramienta mejora la eficiencia, el rendimiento académico y la motivación por aprender. De igual manera, existe una preferencia marcada por la instrucción multimedia, tanto en formato de voz como de video y en su uso general. No obstante, aunque las respuestas son mayoritariamente altas (4 y 5), también aparecen casos aislados con calificaciones mínimas (1), lo que refleja que hubo experiencias menos satisfactorias en algunos casos.

En las notas de campo, observamos que hubo casos en que podían calcular el perímetro del cerco, comprendiendo que el contorno era lo que debían medir, pero no responder el problema, porque se solicitaba más de una vuelta al corral. Fue necesario mediar para explicar la situación.

La implementación de la experiencia en RV se mostró mediante pantallas, por lo que los investigadores tenían acceso para observar el profesorado en formación estaba realizando; mirar a un determinado lugar, seleccionar una herramienta o caminar en un determinado sentido, lo que permitió obtener información del razonamiento métrico de los estudiantes. Por ejemplo, un estudiante no supo identificar que en esta etapa debía calcular el perímetro, por lo que comenzó a caminar alrededor de la cerca de cerdos. El formador al observar esta acción preguntó: ¿Por qué estás dando vueltas? a lo que respondió “porque sé que necesito mantener a los cerdos adentro”. Aquí se puede observar que estaba “marcando” lo que debía

medir, por lo tanto, se aproximaba a la idea de perímetro desde la experiencia sensorial, coincidiendo con Jost et al. (2020)

CONCLUSIONES

El trabajo con realidad virtual favorece prácticas cuasi reales que son inusuales en tareas de medición (Montoro et al., 2021) pero que dan sentido (Rojas & Albarracín, 2024). Posiblemente, esta situación derivó en que los estudiantes hicieron modificaciones en el concepto de perímetro, comprendiendo que más que "la suma de los lados de una figura" es la medida del contorno.

La experiencia mostró que el uso de RV no solo contribuye a la apropiación de referentes métricos de longitud, sino que además abre la posibilidad de observar cómo los estudiantes construyen su razonamiento métrico a partir de la interacción corporal y el empleo de herramientas virtuales contextualizadas. Esto coincide con lo planteado por Jost et al. (2020), quienes destacan el valor de las experiencias multisensoriales en la apropiación de magnitudes, y se alinea con los hallazgos de Sánchez-Morales et al. (2021) y Su, Cheng y Lai (2022), que evidencian cómo la RV favorece la visualización y comprensión de conceptos geométricos abstractos. Asimismo, guarda relación con Thomsen et al. (2023), quienes subrayan la importancia de la congruencia entre gestos e ideas matemáticas en entornos inmersivos.

Un aspecto importante para mencionar sobre los beneficios observados en la implementación de la experiencia descrita es que su eficacia depende significativamente de la mediación oportuna entregada por quienes forman docentes, la que idealmente debe considerar un discurso preciso que promueva la reflexión, la rigurosidad del lenguaje de la disciplina y la inclusión intencionada del uso de referentes adecuados de medición.

Referencias

Aravena, M., Kimelman, E., Micheli, B., Torrealba, R., & Zúñiga, J. (2006). *Investigación educativa*. Universidad Arcis.

Caviedes, S., De Gamboa, G., & Badillo, E. (2023). Conocimiento matemático y didáctico de futuros maestros sobre el área de figuras 2D. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (24), 1–20. https://doi.org/10.35763/aiem24.4076

Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts: Report of the committee of inquiry into the teaching of mathematics in schools.* Her Majesty Stationery Office.

Ishak, S. A., Din, R., & Hasran, U. A. (2021). Defining digital game-based learning for science, technology, engineering, and mathematics: A new perspective on design and developmental research. *Journal of Medical Internet Research*, *23*(2). https://doi.org/10.2196/20537

Lai, W., & Cheong, C. (2022). Adoption of virtual and augmented reality for mathematics education: A scoping review. *Education and Information Technologies*, *27*, 13373–13401.

Ministerio de Educación (MINEDUC). (2012). *Estándares orientadores para egresados de carreras de pedagogía en educación básica* (2.ª ed.). LOM Ediciones.

Ministerio de Educación (MINEDUC). (2024). *Resultados evaluación nacional diagnóstica*. https://futurodocente.cl/public/_web_ag/resultadoPCPG.php

Mengual, E., Gorgorió, N., & Albarracín, L. (2017). Análisis de las actividades propuestas por un libro de texto: El caso de la medida. *REDIMAT*, *6*(2), 136–163.

Montoro, A. B., Aguayo-Arriagada, C., & Flores, P. (2021). Measurement in primary school mathematics and science textbooks. *Mathematics*, *9*(17), 2127.

Pizarro, N., Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2018). Actividades de Estimación de Medida: La interpretación de los docentes de Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *32*(62), 1177–1197. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a21

Sánchez-Morales, J., Sánchez-Compaña, M. T., & Romero Albaladejo, I. (2021). Uso de realidad virtual en geometría para el desarrollo de habilidades espaciales. *Revista de Investigación Educativa*, *39*(1), 223–240. https://doi.org/10.6018/rie.443891

Su, C. H., Cheng, C. H., & Lai, C. F. (2022). Study of virtual reality immersive technology enhanced mathematics geometry learning. *Sustainability*, *14*(3), 1253. https://doi.org/10.3390/su14031253

Thomsen, L. A., Nilsson, N. C., Nordahl, R., Støvelbæk, K. B., & Mundbjerg-Sunne, C. B. (2023). An immersive geometry environment for mathematics education: Taxonomy and preliminary evaluation. *2023 IEEE Conference on Virtual Reality and 3D User Interfaces Abstracts and Workshops (VRW)*, 513–518. IEEE. https://doi.org/10.1109/VRW58643.2023.00112

Rojas, F., & Albarracín, L. (2024). Uso de actividades de medidas indirectas en la formación de maestros. *Números*, *116*, 23–42.

Tang, Y. M., Chau, K. Y., Kwok, A. P. K., Zhu, T., & Ma, X. (2022). A systematic review of immersive technology applications for medical practice and education trends, application areas, recipients, teaching contents, evaluation methods, and performance. *Educational Research Review, 35,* 100429. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2021.100429

Índice

INTERDISCIPLINARIEDAD: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA EN MATEMÁTICAS-ARTES PARA LA GEOMETRÍA ESCOLAR

Itzel Salinas Echeverría, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Eduardo Carrasco Henríquez, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Abstract:

En el marco de la enseñanza de las matemáticas enmarcada por un enfoque mecanicista la cual tiene como fin la repetición de algoritmos y no el aprendizaje significativo, limitando su reconocimiento como lenguaje cultural y creativo. Esta investigación propone superar esta visión mediante la integración de Matemáticas-Artes, utilizando teselaciones culturales como recursos didácticos. En el marco teórico se articula socioepistemología, la teoría de la cognición desarrollada por Varela, (2000) y algunos enfoques STEM, lo cual permite situar el aprendizaje matemático en contextos encarnados, situados y culturalmente significativos. La metodología tiene su fundamento en la ingeniería didáctica, con cada una de sus fases, análisis preliminar, diseño a priori, aplicación y contraste. La experiencia está centrada en la escuela San Lázaro de la Salle, especialmente octavo básico, el establecimiento se caracteriza por su diversidad cultural, la cual se aprovecha como recurso pedagógico. Los resultados preliminares muestran que el trabajo interdisciplinario favorece la motivación, potencia registros múltiples de representación (Duval, 1995) y promueve aprendizajes significativos al conectar geometría con arte. Asimismo, se observa que la creación de teselaciones artísticas fomenta la argumentación y la apropiación cultural del conocimiento. En conclusión, esta propuesta busca integrar matemáticas con artes no solo como un adorno estético sino como una estrategia pedagógica pertinente para resignificar la enseñanza de la geometría respondiendo a la ingeniería didáctica, respondiendo así mismo a los principios de inclusión y diversidad en Chile.

Matemática-Arte, enacción, ingeniería didáctica, interdisciplinariedad, creatividad

INTRODUCCIÓN

Uno de los principales problemas de la educación matemática contemporánea es la escasa valoración de la disciplina como un lenguaje cultural y creativo. Esta situación se relaciona con el predominio de enfoques mecanicistas en su enseñanza, centrados en la repetición de algoritmos y procedimientos descontextualizados. Tal perspectiva limita la posibilidad de que los estudiantes comprendan la matemática como una herramienta para interpretar, comunicar y transformar la realidad (Skovsmose, 2000; Medina, 2019).

Frente a este escenario, diversas investigaciones recientes han demostrado que la integración interdisciplinaria favorece el desarrollo de aprendizajes más significativos y contextualizados. Zhao y Zhang (2024) evidencian que la incorporación del arte en el

Índice

currículo matemático permite que los estudiantes comprendan conceptos como la simetría desde una mirada creativa, reconociéndola no solo como una operación abstracta, sino como un recurso expresivo y visual. De manera similar, Yakman y Lee (2012), desde el enfoque STEAM, sostienen que la interdisciplinariedad incrementa la motivación y potencia la construcción de aprendizajes transversales, conectando distintas áreas del conocimiento de forma coherente y significativa.

Es por esto que surge como problema la necesidad de superar la hegemonía del enfoque mecanicista y promover experiencias matemáticas culturalmente relevantes y creativas. En particular, la integración entre Matemática y Artes Visuales, a través del trabajo con teselaciones culturales, se plantea como una oportunidad para resignificar la enseñanza de la geometría escolar y fortalecer su sentido formativo y cultural.

MARCO TEÓRICO

Enacción. Varela (2000) propone comprender el conocimiento como un proceso encarnado, situado, enactivo y extendido conocido como enfoque 4E, donde aprender no depende solo del cerebro, sino de la totalidad del cuerpo, la experiencia y la interacción con el entorno. Desde esta mirada, el conocimiento es encarnado porque se construye a través del cuerpo y los sentidos; situado, porque surge del acoplamiento con los contextos que se viven; enactivo, porque se actualiza mediante la acción y el intercambio con los otros; y extendido, porque se amplía a través de las herramientas y tecnologías que mediatizan la experiencia.

En el ámbito educativo, Fajardo-Santamaría (2022) plantea que aplicar este enfoque a la enseñanza de la matemática permite superar la excesiva abstracción que históricamente ha caracterizado la disciplina. Favorece, en cambio, prácticas más concretas, experienciales y significativas para los estudiantes. De manera coherente, Schilhab y Groth (2024) destacan la importancia de diseñar ambientes de aprendizaje donde la corporalidad, la manipulación, los referentes culturales y el uso de tecnologías digitales se integren como medios para construir conocimiento.

Así, un diseño didáctico basado en la cognición 4E debe promover la manipulación de objetos geométricos, involucrar referentes culturales y locales para contextualizar el conocimiento, incentivar procesos de creación y comunicación como expresión enactiva, y favorecer el uso de herramientas digitales que amplíen la experiencia cognitiva. Estos elementos contribuyen a disminuir la abstracción excesiva y a generar aprendizajes más situados, experienciales y significativos para los estudiantes.

Creatividad y aprendizaje matemático. La creatividad se entiende como un proceso sociocultural y distribuido, que surge cuando los contextos pedagógicos permiten la experimentación, la exploración y la validación de diversas formas de conocimiento (Artić, 2019). En la enseñanza de la geometría, esta creatividad se materializa en tareas que combinan la precisión matemática con la expresión estética, como el diseño de teselaciones, donde los estudiantes aplican transformaciones geométricas para construir composiciones visuales (Nieves, von Feigenblatt & Salazar, 2024).

Diversas investigaciones evidencian que la integración Arte–Matemática potencia el pensamiento crítico, la flexibilidad cognitiva y el rendimiento académico, especialmente cuando las actividades son abiertas y permiten múltiples soluciones (Ortiz Távara, Flores & Rivera, 2024). En este sentido, la creatividad no se concibe como un rasgo individual, sino como una capacidad que emerge de la interacción entre los saberes culturales, los recursos materiales y las experiencias compartidas en el aula.

Didáctica matemáticas-artes. En las últimas décadas, la didáctica de las artes ha evolucionado desde un enfoque técnico hacia modelos centrados en la experiencia estética, la reflexión crítica y la construcción cultural del conocimiento (Camarena-Acosta, Cortés-González & Lugo Villaseñor, 2025). Integrada con la didáctica de la matemática, esta perspectiva permite resignificar los contenidos geométricos desde una mirada más simbólica y cultural.

Por su parte, la investigación didáctica en matemáticas ha insistido en la necesidad de superar las prácticas repetitivas y avanzar hacia experiencias perceptivas y operacionales, donde los estudiantes movilicen diferentes registros de representación —gráfico, simbólico, verbal y gestual— como propone Duval (1995). En este marco, Carrasco (2015) subraya que vincular lo visual con lo matemático posibilita un aprendizaje más integral, en el que la percepción y la acción se articulan con la reflexión. En conjunto, estos aportes sustentan la propuesta de integrar la geometría con las artes visuales mediante teselaciones culturales, entendidas como un puente entre lo simbólico, lo estético y lo matemático, que favorece aprendizajes significativos y culturalmente relevantes.

En conclusión, este marco teórico orienta las decisiones metodológicas del estudio, al vincular la socioepistemología, la cognición 4E y la didáctica Arte–Matemática como base para diseñar experiencias interdisciplinarias, creativas y culturalmente situadas.

METODOLOGÍA

Esta investigación se enmarca en la Ingeniería Didáctica, entendida desde su tradición brousseauniana como un proceso que concibe el aula como un espacio de diseño, experimentación y análisis de situaciones de aprendizaje. Este enfoque se caracteriza por su estructura cíclica y reflexiva, que incluye las fases de diseño a priori, experimentación y análisis a posteriori, con el propósito de validar las hipótesis y mejorar continuamente la propuesta.

En el contexto latinoamericano, la ingeniería didáctica ha incorporado aportes de la socioepistemología, que reconocen las prácticas culturales de figuración y creación como formas legítimas de producción de conocimiento matemático (Carrasco et al., 2014). Desde esta perspectiva, el docente-investigador cumple un rol activo en el diseño y análisis de las situaciones, observando patrones de error, ajustando consignas y revisando criterios de evaluación para garantizar la accesibilidad, la inclusión y el rigor pedagógico (Schilhab & Groth, 2024).

El estudio se desarrollará bajo un diseño cualitativo de tipo estudio de caso, en un curso de sexto básico de una escuela particular subvencionada de Santiago, caracterizada por su diversidad cultural. Se aplicarán las cuatro fases de la ingeniería didáctica:

1. **Análisis preliminar:** revisión de textos escolares del MINEDUC y análisis de tareas que involucren simetrías y teselaciones para identificar brechas y oportunidades didácticas.
2. **Diseño y análisis a priori:** elaboración de una propuesta interdisciplinaria que articule Matemática y Artes Visuales bajo los principios de la **cognición 4E** (encarnada, situada, enactiva y extendida).
3. **Experimentación:** implementación en aula a través de actividades de creación con teselaciones culturales, observando los procesos de representación, argumentación y creatividad.
4. **Análisis a posteriori y contraste:** revisión de las producciones estudiantiles, registros audiovisuales y entrevistas, comparando los resultados con las hipótesis iniciales.

Se emplearán producciones estudiantiles, observaciones y entrevistas como fuentes de información. La aplicación se realizará tras la aprobación del comité de ética, asegurando rigor y resguardo de los participantes.

RESULTADOS PRELIMINARES

Los resultados preliminares corresponden al análisis inicial y a la elaboración del primer borrador de la secuencia didáctica interdisciplinaria. En esta fase, se identificaron criterios pedagógicos que orientan la organización de actividades y recursos, los cuales serán clave para la posterior validación de la propuesta. La secuencia diseñada se estructura en tres momentos progresivos:

1. **Análisis de mosaicos históricos y culturales**, en los que se abordan simultáneamente propiedades geométricas y criterios estéticos.
2. **Micro-experimentos de isometrías** realizados en papel cuadriculado y con software dinámico, que permiten explorar rotaciones, traslaciones y reflexiones.
3. **Producción y curaduría de obras artísticas**, donde los estudiantes justifican sus decisiones de diseño a partir de argumentos matemáticos y reflexiones visuales.

Estos avances muestran que la articulación entre la ingeniería didáctica y la teoría de la cognición 4E ofrece un marco sólido para generar experiencias de aprendizaje encarnadas y situadas, capaces de activar procesos perceptivos, operacionales y estéticos.

Actualmente, la investigación se encuentra en fase de diseño y será presentada al comité de ética institucional antes de su aplicación en aula. Se espera que los resultados de la implementación confirmen que la integración Arte–Matemática contribuye al desarrollo de la motivación, la comprensión geométrica y la construcción cultural del conocimiento, fortaleciendo así la inclusión y la creatividad en la enseñanza de la geometría.

Índice

CONCLUSIONES

Los resultados de esta ponencia corresponden al análisis preliminar y a la elaboración del primer borrador de la secuencia didáctica. Estos avances permiten evidenciar la identificación de orientaciones pedagógicas y de criterios que guían la organización de actividades y recursos, constituyendo un punto de partida para la validación y el perfeccionamiento del diseño en coherencia con los objetivos de la investigación.

Asimismo, las teselaciones culturales se revelan como un **dispositivo epistémico** que permite articular lo simbólico con lo visual, favoreciendo aprendizajes significativos y fomentando la argumentación. En coherencia con los principios de inclusión y diversidad, la propuesta resignifica la matemática como un lenguaje cultural, vivo y dinámico, y abre posibilidades para una didáctica más interdisciplinaria, situada y creativa en el contexto escolar chileno.

Referencias

Artić, M. (2019). *Creativity and education*. Springer. https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-20794-9

Cunha, C. R., Moreira, A., Coelho, S., Mendonça, V., & Gomes, J. P. (2024, March). Empowering the teaching and learning of geometry in basic education by combining extended reality and machine learning. En *World Conference on Information Systems and Technologies* (pp. 98–109). Springer Nature Switzerland. https://arxiv.org/abs/2505.11056

Beane, J. (2021). *Curriculum integration: Designing the core of democratic education*. Teachers College Press.

Camarena-Acosta, M., Cortés-González, J., & Lugo Villaseñor, A. (2025). La experiencia estética como formación universitaria. *Bordón*, *77*(1), 45–62.

Carrasco, E. (2015). *Didáctica de las matemáticas: Enfoques contemporáneos*. UAB.

Carrasco, E., Díaz, R., & Buendía, A. (2014). Figuración de lo que varía y espacios epistémicos en matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, *32*(3), 365–384.

Duval, R. (1995). *Semiosis y pensamiento humano*. Peter Lang.

East Carolina University. (2019–2021). *Math/Art Project: African patterns and tessellations in education*. ECU Libraries Digital Collections. https://web.lib.ecu.edu/africanart/mathart.htm

Fajardo-Santamaría, J. (2022). Cognición 4E y educación matemática. *Revista Latinoamericana de Educación Matemática*, *35*(2), 55–74. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8695124

Hansel, T., Eichelmann, A., & Roesken-Winter, B. (2021). Students' emotional experiences in mathematics classrooms: A systematic literature review. *STEM Education*, *3*(3), 157–176. https://doi.org/10.3934/steme.2021013

Lebert, S. (2024). Enactive cognition and experiential learning. *Frontiers in Psychology*, *15*. https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC11580775/

Medina Peña, R., Franco Gómez, M. del C., Gallo Gonzalez, M. E., & Torres de Cádiz Hernández, A. (2019). El desarrollo de la creatividad en la formación universitaria. Revista Cubana de

Índice

Medicina Militar, *48*(2(Sup)), 374–388. https://revmedmilitar.sld.cu/index.php/mil/article/view/395

Nieves, J., von Feigenblatt, O., & Salazar, M. (2024). Arte y matemáticas en programas STEAM: Revisión sistemática. *RADe*, *9*(4), 45–62. https://www.rade.es/imageslib/PUBLICACIONES/ARTICULOS/V9N4%20-%2003%20-%20AO%20-%20von%20FEIGENBLATT.pdf

Ortiz Távara, M., Flores, J., & Rivera, P. (2024). Creatividad matemática en adolescentes a través del planteamiento y solución de problemas. *Revista Peruana de Educación Matemática*, *12*(1). https://www.researchgate.net/publication/382542118

Schilhab, T., & Groth, C. (2024). *Embodied learning and teaching using the 4E cognition approach*. Routledge. https://www.routledge.com/Embodied-Learning-and-Teaching-Using-the-4E-Cognition-Approach/Schilhab-Groth/p/book/9781032486341

Skovsmose, O. (2000). *Escenarios de investigación en educación matemática*. Gedisa. https://www.worldcat.org/title/escenarios-de-investigacion-en-educacion-matematica/oclc/46643894

Varela, F. (1989). *Conocer: Las ciencias cognitivas*. Gedisa. https://www.worldcat.org/title/conocer-las-ciencias-cognitivas/oclc/26858915

Varela, F. (2000). *El fenómeno de la vida*. Dolmen. https://www.worldcat.org/title/el-fenomeno-de-la-vida/oclc/43366284

Yakman, G., & Lee, H. (2012). Exploring the exemplary STEAM education in the U.S. as a practical educational framework for Korea. *Journal of the Korean Association for Science Education, 32*(6), 1072–1086.

Weichang, L., & Jamaludin, K. A. (2024). The Effectiveness of Arts-Based Mathematics Interdisciplinary Curriculum in Enhancing Students' Creative Problem Solving Skills among Secondary School from China. *International Journal of Academic Research in Progressive Education and Development, 13*(4), 1595–1611.

Índice

CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE COMBINATORIA A PARTIR DEL ANÁLISIS DE CAMINOS MÍNIMOS EN LA GEOMETRÍA DEL TAXISTA EN FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA

Marcela Parraguez González, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Isabel García-Martínez, Universidad Católica del Norte

Irma Pinto-Rojas, Universidad Católica del Norte

Abstract:

Esta investigación se sitúa en la formación inicial de profesores de matemática y aborda la comprensión del concepto de número combinatorio y su relación con las permutaciones y el triángulo de Pascal, a partir de la geometría del taxista. Con este objetivo se aplicó un problema de caminos mínimos en una cuadrícula, donde los estudiantes debían determinar todas las trayectorias mínimas posibles entre dos puntos mediante desplazamientos horizontales o verticales. El estudio se desarrolló con tres grupos de estudiantes, cuyas producciones escritas fueron analizadas mediante un enfoque cualitativo interpretativo. El análisis se sustentó en el marco de los modos de pensamiento de Sierpinska —geométrico, analítico y estructural—, lo que permitió identificar diferentes formas de razonamiento puestas en juego durante la resolución del problema. En el modo geométrico, los estudiantes dibujaron caminos para problemas simples y utilizaron secuencias de símbolos para organizar el conteo; en el modo analítico aplicaron fórmulas y en el modo estructural, reconocieron la regularidad numérica que dio lugar al triángulo de Pascal. Los resultados mostraron que la complejidad progresiva de la tarea impulsó el tránsito desde el conteo exhaustivo hacia procedimientos generalizados, confirmando que la geometría del taxista favorece modos de pensamiento que profundizan la comprensión de la combinatoria.

Combinatoria, triángulo de Pascal, geometría del taxista, formación docente, modos de pensamiento

INTRODUCCIÓN

Diseñar situaciones didácticas que favorezcan la construcción significativa de conceptos matemáticos representa un desafío en la formación inicial de profesores. Entre los contenidos más complejos se encuentra la combinatoria, cuya transición desde el conteo intuitivo hacia el cálculo estructurado conlleva dificultades persistentes (Tillema et al., 2024). Frente a este panorama, se vuelve indispensable explorar propuestas didácticas que no solo introduzcan estos conceptos de manera contextualizada, sino que además promuevan modos de pensamiento adecuados para su comprensión (Lockwood et al., 2020). La geometría del taxista, ha sido utilizada en diversos escenarios educativos como una forma de que los

Índice

estudiantes accedan a estructuras matemáticas discretas mediante problemas de trayectorias restringidas (Miranda & Saliceto, 2024). Esta geometría considera desplazamientos sobre una cuadrícula ortogonal, en la que los trayectos posibles están determinados por movimientos horizontales o verticales. Esta geometría ofrece un campo fértil para el desarrollo de estrategias combinatorias, al considerar tareas que exigen determinar todos los caminos mínimos posibles entre dos puntos.

Diversos estudios han abordado la enseñanza y aprendizaje de la combinatoria desde contextos vinculados al conteo sistemático, al análisis de juegos o a la resolución de problemas. No obstante, muchos de estos trabajos presentan una aproximación centrada en la transmisión directa de fórmulas y algoritmos, sin fomentar necesariamente la comprensión estructural de los procedimientos (Lamanna et al., 2022). En este sentido, el enfoque de los modos de pensamiento propuestos por Sierpinska resulta particularmente pertinente, al permitir caracterizar distintos modos de comprensión matemática —geométrico, analítico y estructural— en relación con tareas específicas y cómo estos pueden articularse (Sierpinska, 2000).

En este trabajo, se presenta un estudio de casos centrado en una secuencia didáctica basada en la geometría del taxista, implementada con estudiantes en formación para la enseñanza de matemática en nivel secundario (Stake, 2020; Miranda y Saliceto, 2024). La propuesta didáctica se estructuró en torno a la resolución de problemas de caminos mínimos, con una complejidad creciente, que busca el tránsito entre los modos de pensar prácticos—centrados en la acción—y modos de pensar teóricos—orientados a la justificación (Lockwood et al., 2020; Şimşek y Turanlı, 2024).

Este trabajo tiene como objetivo analizar cómo emerge el concepto de combinatoria —y en particular la noción de triángulo de Pascal— en estudiantes de formación docente, identificando las estrategias de conteo, representaciones y modos de pensamiento movilizados durante la resolución de problemas de caminos mínimos.

MARCO TEÓRICO

Esta investigación se enmarca en los modos de pensamiento (Sierpinska, 2000), cuya perspectiva resulta pertinente para comprender los diversos enfoques que los estudiantes movilizan al enfrentarse a tareas matemática. En este trabajo, el análisis se centra en tres modos principales: geométrico, analítico y estructural, aplicados al estudio del concepto de combinatoria y del triángulo de Pascal (Lockwood et al., 2020).

El modo geométrico se caracteriza por el uso de representaciones visuales o figurales organizadas para la comprensión y resolución de problemas. En el contexto de la geometría del taxista, este modo se activa cuando los estudiantes dibujan trayectorias sobre la cuadrícula

e identifican todos los caminos. Este enfoque permite un acceso intuitivo al problema y suele estar mediado por manipulaciones directas y observaciones empíricas.

El modo analítico, por su parte, implica la utilización de procedimientos sistemáticos de cálculo, reglas simbólicas y métodos de descomposición lógica. En este modo, los estudiantes comienzan a organizar las trayectorias mediante secuencias codificadas, como listas de movimientos horizontales y verticales, para luego determinar patrones de organización o contar combinaciones posibles. El pensamiento analítico permite abstraer propiedades esenciales del problema, trasladándolas a fórmulas para contar; en la tarea propuesta, este modo se manifiesta en el paso del conteo con símbolos a la identificación de un procedimiento de cálculo y en la construcción de reglas generales para el número de caminos.

El modo estructural representa un nivel más abstracto de comprensión, donde los estudiantes logran identificar relaciones matemáticas profundas y generalizables, que trascienden el contexto específico del problema. Este modo se activa cuando ellos reconocen el patrón numérico de los conteos en el triángulo de Pascal y comprenden la relación entre coeficientes binomiales y combinaciones sin repetición, articulando estos elementos como parte de una estructura matemática general.

Estos tres modos no son excluyentes ni jerárquicos, sino que pueden coexistir y complementarse en la actividad matemática del estudiante (Sierpinska, 2000). Su articulación constituye un indicador del desarrollo conceptual, al evidenciar el paso de procedimientos algorítmicos a estructuras justificadas.

MÉTODO

El estudio adoptó un enfoque cualitativo de tipo interpretativo (Stake, 2020), orientado a comprender los procesos de construcción conceptual de la combinatoria en un contexto formativo real. Se trató de un estudio de caso único, desarrollado con diez estudiantes de tercer año de la carrera de Pedagogía en Matemática de una universidad pública chilena, organizados en tres grupos (G1, G2 y G3). Los participantes cursaban la asignatura Didáctica del Álgebra, y habían aprobado previamente cursos de Álgebra, Álgebra Lineal, Estructuras Algebraicas, Didáctica de la Geometría y Didáctica de los Números, lo que aseguraba un conocimiento matemático suficiente para abordar tareas combinatorias contextualizadas. La participación fue voluntaria, y se resguardó el anonimato de los participantes.

La situación didáctica consistió en una secuencia de tres actividades con dificultad creciente, diseñadas para favorecer el tránsito desde procedimientos empíricos de conteo hasta razonamientos estructurados. En la Actividad 1, los estudiantes debieron determinar el número de caminos mínimos entre dos puntos separados por cinco cuadras. En la Actividad 2, la distancia fue mayor, lo que propició el uso de registros simbólicos. Finalmente, la

Actividad 3 promovió la generalización, mediante la visualización del patrón numérico subyacente (Figura 1).

Figura 1

Actividad 3 de la secuencia didáctica implementada

En la gráfica inserte en cada intersección de una Avenida con una calle un número que corresponda a la cantidad de recorridos diferentes que puede elegir el taxista para llegar desde allí hasta la Avenida 1 con Calle 12.
1. ¿Qué puede observar?
2. ¿Cómo se llama la estructura que forman esos números?
3. ¿Por qué sucede eso?

Cada grupo (G1, G2 y G3) trabajó de forma colaborativa y autónoma, registrando sus representaciones, estrategias y resultados en hojas de trabajo. Estas producciones constituyeron la unidad de análisis del estudio. El análisis se realizó mediante codificación abierta, identificando fragmentos representativos de los modos de pensamiento geométrico, analítico y estructural. La codificación inicial fue realizada de manera independiente por las tres autoras; posteriormente, se efectuó una triangulación interna para consensuar la interpretación de los datos y consolidar una matriz de categorías que describió: (a) el tipo de representación utilizada (figural, simbólica o numérica), (b) el procedimiento de conteo empleado (enumerativo, sistemático o generalizado), y (c) el nivel de articulación entre los modos de pensamiento, entendido como el grado en que los estudiantes lograron conectar o integrar razonamientos de tipo geométrico, analítico y estructural durante la resolución de las tareas. Un nivel bajo indica el uso aislado de un modo, un nivel medio refleja transiciones parciales entre ellos y un nivel alto corresponde a la integración coherente de los tres modos en una misma argumentación. Esta matriz permitió examinar la evolución de las estrategias en cada grupo y establecer correspondencias entre los modos de pensamiento y las transformaciones en las representaciones empleadas.

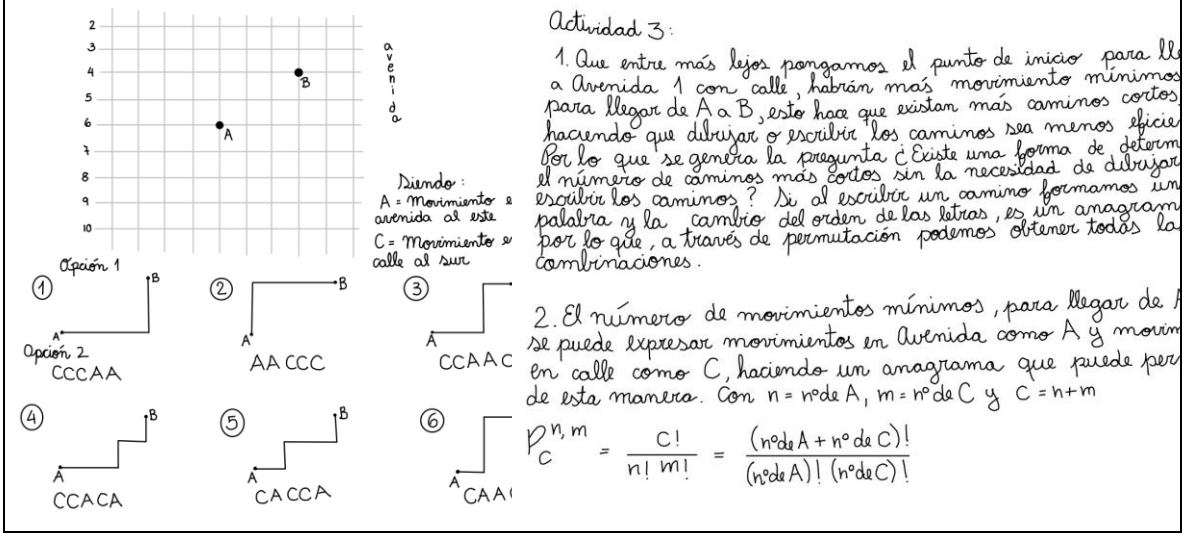
RESULTADOS

En este reporte se muestran los resultados obtenidos a partir del análisis de las producciones escritas de G2 en las actividades 1 y 3.

Índice

Figura 2

a) Respuesta de G2 a la Actividad 1 b) Respuesta de G2 a la Actividad 3



El grupo G2 logró identificar que todos los caminos mínimos requerían la misma cantidad de desplazamientos por calles (horizontales) y por avenidas (verticales), y que las variaciones dependían únicamente del orden de dichos movimientos. A partir de esta observación, se identifican las respuestas en el modo geométrico, mediante la organización sistemática de las trayectorias. Además, mostraron otra estrategia, representando cada camino como una cadena ordenada de movimientos con letras A cuando se desplaza por una avenida y C cuando lo hace por una calle. Esta representación simbólica permitió a G2 reorganizar las secuencias y comenzar a contar combinaciones posibles, sin necesidad de dibujarlas todas (Figura 2a). El registro simbólico reemplazó progresivamente al figural, lo cual facilitó la identificación de patrones de conteo. G2 infirió que el número total de caminos mínimos equivalía al número de formas posibles de ordenar una secuencia con cantidades fijas de letras A y C, lo que condujo al uso incipiente del concepto de permutación (Figura 2b). En los resultados de G2, los estudiantes emplearon representaciones geométricas (trayectorias dibujadas), que fueron progresivamente sustituidas por representaciones simbólicas (secuencias de letras).

La Actividad 3, requirió generalizar el número de trayectorias desde múltiples orígenes. Para esto, G2 generó una tabla numérica sobre la cuadrícula, completando cada celda con el número de caminos mínimos posibles desde el origen hasta ese punto, utilizando sumas sucesivas de caminos previos, sin necesidad de representaciones gráficas o listados simbólicos. Este procedimiento dio lugar a la construcción de un patrón triangular (coeficientes binomiales), el cual fue inmediatamente identificado por los estudiantes como el triángulo de Pascal.

Índice

Asimismo, se identificó que los estudiantes pasaron de estrategias de conteo exhaustivo y empírico hacia procedimientos generalizados, evidenciando un pensamiento analítico. Esta transición estuvo marcada por el reconocimiento de regularidades en las secuencias de movimientos, el uso sistemático de símbolos y el acceso a representaciones numéricas y algebraicas para simplificar el conteo. La construcción del concepto de permutación fue observable a través del uso de fórmulas de conteo basadas en factoriales, y en la identificación de invariantes en la estructura de los caminos mínimos.

La emergencia del triángulo de Pascal fue clave para la generalización del procedimiento y para la consolidación de un modo de pensamiento estructural, orientado a la identificación de relaciones matemáticas abstractas más allá del contexto específico del problema (Tillema & Burch, 2022).

Finalmente, los conocimientos previos que estos estudiantes poseen de matemáticas abstractas, estructuras matemáticas y del triángulo de Pascal, podrían haber contribuido a que generalicen y reconozcan la estructura subyacente.

DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos en esta investigación permiten identificar contribuciones relevantes en la comprensión del tránsito conceptual hacia la combinatoria en estudiantes en formación docente (Lamanna et al., 2022; Tillema et al., 2024). Uno de los aportes más significativos radica en la emergencia del pensamiento estructural como respuesta a la complejidad creciente del problema (Tillema & Burch, 2022). La situación didáctica basada en la geometría del taxista generó un espacio de trabajo que no solo promovió el uso de estrategias diversas, sino que también propició el tránsito entre los modos de pensamiento, tal como los caracteriza Sierpinska (2000). En particular, la evolución desde el conteo exhaustivo hacia el uso de estructuras numéricas generalizables —como el triángulo de Pascal— evidencia una reorganización profunda del pensamiento matemático de los estudiantes, alcanzando niveles de abstracción y generalización característicos del modo estructural (Tillema & Burch, 2022).

Estos resultados se explican por la naturaleza progresiva de la secuencia didáctica, que desafía las estrategias intuitivas y exige niveles crecientes de organización y generalización (Tillema et al., 2024). La evolución entre modos de pensamiento no fue lineal ni uniforme: en algunos momentos, los estudiantes retornaron a estrategias geométricas para verificar o ilustrar sus ideas analíticas, mientras que en otros integraron procedimientos de distintos modos simultáneamente (Şimşek y Turanlı, 2024). Esta flexibilidad cognitiva sugiere que los modos de pensamiento no deben interpretarse como etapas secuenciales, sino como formas complementarias que se activan en función de las necesidades que impone la tarea (Sierpinska, 2000).

Índice

El caso seleccionado permitió mostrar un análisis en profundidad; si bien no se puede afirmar que las trayectorias identificadas sean representativas de todos los estudiantes en formación docente, los resultados aquí presentados destacan el potencial didáctico de las tareas basadas en la geometría del taxista para promover el desarrollo del pensamiento estructural, ofreciendo una vía efectiva y significativa para introducir conceptos complejos como la combinatoria (Tillema & Burch, 2022).

Declaración de uso ético de herramientas de Inteligencia Artificial

Para apoyar la identificación de referencias bibliográficas actuales, se utilizó la herramienta *ChatGPT* (OpenAI, 2023) a través de la plataforma *Consensus*. Esta herramienta se empleó para localizar literatura reciente y no intervino en el análisis ni en la interpretación de los resultados obtenidos.

Agradecimientos

Parcialmente financiado por el Proyecto DI REGULAR PUCV 2025, COD. PROYECTO: 039.717/2025.

Referencias

Lamanna, L., Gea, M. M., & Batanero, C. (2022). Do secondary school students' strategies in solving permutation and combination problems change with instruction? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 22*, 602–616. https://doi.org/10.1007/s42330-022-00228-z

Lockwood, E., Wasserman, N. H., & Tillema, E. S. (2020). A case for combinatorics: A research commentary. *The Journal of Mathematical Behavior, 59*, 100783. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100783

Miranda, A., & Saliceto, L. (2024). Back and forth between Euclidean geometry and Taxicab geometry to foster students' theoretical thinking in digital contexts. *International Journal for Technology in Mathematics Education, 31*(2), 79–88. https://doi.org/10.1564/tme_v31.2.06

OpenAI. (2023). *ChatGPT* (Mar 14 version) [Modelo de lenguaje]. Recuperado el 17 de agosto de 2025 de https://chat.openai.com/

Richmond, T., & Sword, M. (2023). An arithmetic triangle arising from a one-way street grid. *The College Mathematics Journal, 54*(2), 113–122. https://doi.org/10.1080/07468342.2023.2186083

Sierpinska, A. (2000). On theoretical thinking in mathematics. En J.-L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (pp. 209–246). Kluwer.

Şimşek, M. C., & Turanlı, N. (2024). Pre-service mathematics teachers' modes of thinking in linear algebra: The case of linear transformation. *Buca Education Faculty Journal, 62*, 2988–3004. https://doi.org/10.53444/deubefd.1481905

Stake, R. (2020). *Investigación con estudio de casos* (6.ª ed.). Morata.

Índice

Tillema, E. S., & Burch, L. J. (2022). Using combinatorics problems to support secondary teachers' understanding of algebraic structure. *ZDM – Mathematics Education, 54*(4), 777–793. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01359-1

Tillema, E. S., Gatza, A. M., & Ataide Pinheiro, W. (2024). Combinatorial and quantitative reasoning: Stage 3 high school students reason about combinatorics problems and their representation as 3-D arrays. *The Journal of Mathematical Behavior, 73*, 101125. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2024.101125

Índice

USO DEL MTSK PARA CARACTERIZAR EL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES DE 2X2

Pola Susana Korceck Morales, Universidad Alberto Hurtado

Yocelyn Elizabeth Parra Urrea, Universidad San Sebastián

Abstract:

Esta investigación tiene por propósito caracterizar el conocimiento especializado de un profesor chileno de matemática cuando introduce la enseñanza de los Sistemas de Ecuaciones Lineales (SEL) de 2x2 en el contexto escolar, para proponer tareas didáctico-matemáticas que favorezcan el aprendizaje de dicho objeto matemático. Para examinar el conocimiento y las prácticas de enseñanza del profesor, se utilizó el Modelo del Conocimiento del Profesor de Matemática (MTSK). El estudio es de carácter cualitativo, específicamente un estudio de caso de tipo instrumental dado que interpreta y caracteriza fenómenos que emergen de los procesos de instrucción que lleva a cabo el sujeto participante de la investigación, a través del estudio de video grabaciones de dos clases realizadas por el profesor al grupo seleccionado. Los estudiantes tienen entre 15 y 16 años y pertenecen a 1° medio de un colegio particular pagado. Los resultados revelaron que el profesor bajo estudio posee un conocimiento especializado de la definición de SEL de 2x2 que es coherente con el nivel educativo de los estudiantes, también se evidencia el conocimiento sobre los diversos métodos de resolución de los SEL de 2x2 y del uso de tareas cognitivas que promueven el tránsito entre representaciones para fomentar el aprendizaje de los SEL de 2x2. Por otro lado, este conocimiento se encuentra apegado a un carácter técnico, mecánico y algorítmico.

Sistema de ecuaciones lineales de 2x2; enseñanza secundaria; conocimiento del profesor.

INTRODUCCIÓN

El estudio de los SEL de 2x2 es fundamental dado que se relaciona con otros objetos matemáticos propios del álgebra. En Chile los programas de estudio explicitan las habilidades que deben alcanzar los estudiantes de primer año medio (14 - 15 años), entre ellas: ajustar modelos de acuerdo con parámetros que se acerquen a la realidad y resolver problemas cotidianos a través de los SEL (Mineduc, 2016). Sin embargo, investigaciones previas evidencian que los estudiantes presentan dificultades al abordar problemas vinculados con los SEL de 2x2. Según Concha (2022), tienden a confundir el objeto con sus representaciones, le otorgan un carácter estrictamente procedimental y presentan inconvenientes para transitar desde una representación a otra. En esta línea, Blanton et al. (2018) destacan la importancia de promover situaciones que requieran generalizar,

Índice

representar, justificar y razonar matemáticamente dado que dichas acciones constituyen prácticas algebraicas elementales que se materializan en torno a: la equivalencia, las expresiones, las ecuaciones y las desigualdades; la aritmética generalizada y el pensamiento funcional (Blanton et al., 2019).

Diversos autores (Perea 2023; Pita, 2024; Rasse y Solar, 2019; Rojas et al., 2020; Salazar et al., 2016 y Torres y Rodríguez, 2022) coinciden en que la enseñanza de la matemática debe trascender el enfoque memorístico y mecanicista, para centrarse en el desarrollo de habilidades como la reflexión, la argumentación y la toma de decisiones en entornos colaborativos. Con ello, se busca favorecer el uso de problemas auténticos y contextualizados, que integren múltiples representaciones y promuevan el razonamiento, el diálogo y la aplicación activa de conceptos matemáticos, logrando un aprendizaje más profundo y significativo.

En este contexto, distintos autores (Ball et al., 2008; Carrillo et al., 2013; Sánchez, 2022) mencionan que es esencial ofrecer sugerencias sustentadas teóricamente y orientadas al aprendizaje de los estudiantes. Indican que el docente requiere de un conocimiento especializado para la enseñanza disciplinar, entendido como una competencia clave que enriquece el proceso de enseñanza.

ELEMENTOS TEÓRICOS

El marco teórico que sustenta la investigación es el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemática, *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK)*, propuesto por Carrillo et al. (2018). La organización del modelo MTSK consta de seis subdominios, tres referentes al *Conocimiento de las Matemáticas* (MK): *Conocimiento de los Temas* (KoT), *Conocimiento de la Estructura de la Matemática* (KSM) y *Conocimiento de la Práctica Matemática* (KPM). Los otros tres, están vinculados al *Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático* (PCK): *Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas* (KMT), *Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas* (KFLM) y *Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas* (KMLS). Un tercer dominio refiere a las *Creencias sobre las Matemáticas* y a las *Creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas*. (Carrillo et al., 2018). Cada uno de los subdominios considera categorías que abarcan los distintos aspectos del conocimiento que sustenta el análisis y la recogida de información en torno al conocimiento especializado del profesor (Vasco & Moriel, 2022).

Esta herramienta proporciona un marco de referencia para examinar el conocimiento y las concepciones del profesor sobre los SEL de 2x2 y sus prácticas de enseñanza, considerándolas como un factor importante que influye en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Índice

Trabajos como el de Vasco y Climent (2018) emplean el modelo para analizar el conocimiento de dos docentes universitarios de álgebra lineal, identificando las categorías presentes en su conocimiento y cómo estas se reflejan en sus prácticas docentes.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Esta investigación, de carácter cualitativo-descriptivo y enmarcada en un estudio de caso instrumental, busca explicar fenómenos sociales que emergen de un proceso de instrucción sobre SEL de 2x2 (Gibbs, 2013). Su propósito es interpretar y caracterizar dichos fenómenos a partir de la significación que el profesor participante otorga a los procesos de enseñanza (Stake, 1999). El análisis considera dimensiones epistémicas, interaccionales y mediacionales, y se desarrolla a partir de dos clases de 90 minutos correspondientes a la unidad de álgebra y funciones, alineadas con los objetivos curriculares del Ministerio de Educación (Mineduc, 2016).

Para el análisis se adaptó la propuesta de dominios, subdominios y categorías del conocimiento del profesor sugerida en los trabajos de Vasco y Moriel (2022) y Sosa y Reyes (2022) como una herramienta con categorías propias de los subdominios: *KoT* y *KMT* del *MTSK* aplicadas a los SEL de 2x2 (ver tabla 1).

Tabla 1

Herramienta de análisis aplicados a los sistemas de ecuaciones lineales de 2x2.

Dominio	Subdominio	Categorías aplicadas a SEL de 2x2 (SEL)
MK	KoT	Fenomenología y aplicaciones: Conocimiento sobre diversas situaciones/problemas que contextualizan los SEL con la vida cotidiana u otras ciencias. Conocimiento de situaciones del desarrollo histórico y epistemológico de los SEL. Definiciones, propiedades y sus fundamentos: Conocimiento de la definición matemáticamente formal de los SEL. Conocimiento de la evolución histórica y epistemológica de los SEL Conocimiento de las propiedades vinculadas a los SEL. Registros de representación: Conocimiento de los diversos registros de representación asociados a los SEL (verbal, algebraico, tabular y gráfico) Conocimiento de las actividades cognitivas (tratamientos y conversiones) vinculadas al trabajo con los SEL. Procedimientos:

PCK	KMT	Conocimiento de los diferentes métodos de resolución de SEL. Conocimiento de los principios que justifican los métodos de resolución de los SEL. Teorías de enseñanza matemática (personales e institucionales): Conocimiento de estrategias de enseñanza tales como: método de enseñanza tradicional o método de enseñanza basada en la construcción de conocimiento. Uso de recursos didácticos (físicos y digitales): Conocimiento de recursos materiales (libros, softwares, ppt, u otros) que favorecen el aprendizaje de los SEL Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: Conocimiento de diversas situaciones que ejemplifican el uso de los SEL. Conocimiento de diversas técnicas de resolución en los SEL. Conocimiento de diversas tareas que promuevan el tránsito (convencional o no) por diversos registros de representación.

Nota. Elaboración propia

RESULTADOS

En esta investigación se analizaron dos clases sobre SEL de 2x2 impartidas por un profesor de matemática; sin embargo, por motivos de espacio se describe parte de la primera, cuyo objetivo es: "*resolver SEL de 2x2 mediante el método gráfico"*. Para esto plantea una *situación/problema* contextualizada en la que los estudiantes deben determinar el punto de colisión de dos barcos que se mueven en línea recta. La representación gráfica de la *situación/problema* conduce a la solución del problema, lo que permite al profesor formalizar posteriormente la noción de SEL de 2x2 a partir de la definición presentada en el texto escolar. Acto seguido precisa el método gráfico de resolución, vinculándolo con la actividad descrita: el punto de colisión corresponde a la solución del SEL de 2x2 representado. Posteriormente, se propone un nuevo problema en un contexto puramente matemático, para el cual se sugiere emplear el método gráfico. A lo largo de la clase se transita por distintas representaciones -tabulares, algebraicas y gráficas- que buscan enriquecer el proceso de aprendizaje.

A partir de lo descrito, y empleando la herramienta (ver tabla 1) se constata que el profesor posee un *conocimiento sobre diversas situaciones/problemas que contextualizan los SEL de 2x2 con la vida cotidiana u otras ciencias,* en particular, se valora la actividad de modelar matemáticamente la trayectoria de dos barcos, ya que constituye un recurso capaz de motivar y movilizar conocimientos. De acuerdo con Alvis y Solar (2019), las propuestas educativas deben responder a necesidades reales.

En cuanto al *conocimiento de la definición matemáticamente formal del objeto matemático*, el profesor recurre a la definición del texto escolar, si bien esta se restringe al conjunto de los

números racionales, resulta coherente con el nivel educativo en que se sitúa (primer año medio). No obstante, durante la clase no se abordan los diferentes tipos de soluciones que puede presentar un SEL de 2x2, además no destina tiempo para desarrollar un análisis de la definición que entrega. De acuerdo con Segura (2004), la comprensión del concepto es una de las causas de las dificultades en su aprendizaje.

Sobre el *conocimiento de los diversos registros de representación y a las actividades cognitivas asociadas al trabajo con los SEL de 2x2*, el profesor emplea representaciones pictóricas, algebraicas, tabulares y gráficas. Cabe destacar que los tratamientos y las conversiones de las representaciones admiten el acceso al objeto matemático y favorecen su comprensión, construcción y comunicación (Duval, 1999, 2006). Se valora, por tanto, la incorporación de los registros, sin embargo, el tránsito entre estos sigue un recorrido convencional -de lo algebraico a lo tabular y luego a lo gráfico-, sin incluir otros posibles, como los de lo algebraico a lo verbal o del gráfico al algebraico (Segura, 2004).

Finalmente, es importante señalar que en este estudio se propusieron actividades que podrían constituir una oportunidad de mejora para abordar los SEL de 2x2 en el ámbito escolar, y que representan un recurso orientador para facilitar el aprendizaje sobre dicho objeto matemático.

CONCLUSIONES

La caracterización del conocimiento, realizada a partir de la herramienta de análisis, permitió identificar hallazgos que se contrastaron con la literatura científica sobre la enseñanza y aprendizaje de los SEL de 2x2. Sobre el KoT, y la categoría específica de la fenomenología, se constata la presencia de actividades que modelan situaciones contextualizadas para motivar y movilizar conocimientos. Según Alvis y Solar (2019), las propuestas educativas deben responder a necesidades reales. Asimismo, la definición de SEL de 2x2 resulta pertinente y coherente con el nivel educativo. Sobre los registros de representación, existe el tránsito en las formas -pictórica, algebraica, tabular y gráfica-. No obstante, la literatura científica sugiere la importancia de diversificar el orden habitual de las transiciones, buscando favorecer la comprensión del objeto matemático.

En relación al KMT, en particular a la categoría sobre las metodologías de enseñanza, predomina un enfoque tradicional centrado en la aplicación técnica de métodos algebraicos, por sobre la experimentación y la construcción activa de conocimiento. Según Ascencio (2021), los docentes suelen limitarse al proceso algorítmico, dejando el objeto matemático carente de significado. Finalmente, cabe destacar que, en las clases observadas, se prioriza el uso del texto escolar como recurso didáctico, en detrimento de herramientas tecnológicas o softwares como Geogebra, que permiten potenciar la visualización y el tránsito entre representaciones. La literatura científica destaca la necesidad de incorporar nuevas tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Las principales contribuciones de este trabajo son: la *herramienta teórico-metodológica*, para analizar el conocimiento de los temas y de la enseñanza de los SEL de 2x2; la *caracterización*

del conocimiento especializado de un profesor de matemática chileno como referencia para la reflexión docente; y la propuesta del *material didáctico-matemático* para favorecer la enseñanza y el aprendizaje del objeto matemático. Como proyección, se plantea la aplicación de la herramienta de análisis a la unidad completa y el diseño de nuevas actividades que integren recursos digitales, potenciando la visualización y comprensión de los SEL de 2x2.

Referencias

Alvis, J., & Solar, H. (2019). Ambientes de aprendizaje: un articulador para el desarrollo de competencias matemáticas. *Revista Espacios, 40*(21), 8–20.

Ascencio, O. (2021). *Propuesta didáctica para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de 2x2 con coeficientes enteros utilizando el método de sustitución en secundaria* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Zacatecas]. Repositorio Institucional de la Universidad Autónoma de Zacatecas.

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Conocimiento del contenido para la enseñanza. ¿Qué lo hace especial? *Revista de Educación del Profesorado, 59*(5), 389–407.

Blanton, M., Brizuela, B., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A., Stroud, R., Fonger, N., & Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice* (pp. 27–49). Springer International Publishing.

Blanton, M., Isler-Baykal, I., Stroud, R., Stephens, A., Knuth, E., & Gardiner, A. (2019). Growth in children's understanding of generalizing and representing mathematical structure and relationships. *Educational Studies in Mathematics*, *102*(2), 193–219. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09894-7

Carrillo, J., Contreras, L. C., & Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, e I. Segovia (Eds.), *Investigación en didáctica de la matemática. Libro homenaje a Encarnación Castro* (pp. 193–200). Comares.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236–253.

Concha, L. (2022). *Análisis de dinámica cognitiva en estudiantes del décimo año en aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales a causa de registros de representación semiótica, unidades educativas Velasco Ibarra y Hualcopo Duchicela*. [Tesis para obtener el grado académico de Magíster en Matemática mención Modelación y Docencia, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo]. Dirección de Bibliotecas y Recursos para el Aprendizaje y la Investigación.

Duval, R. (1999). *Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Semiosis y pensamiento humano*. Editions scientifiques européennes.

Duval, R. (2006). *A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 61*(1-2), 103–131.

Gibbs, G. (2013). *El análisis de datos cualitativos en investigación cualitativa* (Vol. 6). Ediciones Morata.

Ministerio de Educación. (2016). *Programa de Estudio 1° medio*. Ministerio de Educación de Chile.

Perea, J. (2023). Simulaciones PhET: una estrategia didáctica para fortalecer el aprendizaje del álgebra. *Revista Multidisciplinaria de Ciencia, Innovación y Desarrollo, 2*(2), 21–28.

Pita, R. (2024). *Factores pedagógicos que inciden en el desarrollo del pensamiento lógico matemático*. [Tesis para optar al grado de Doctor en Educación, Universidad Pedagógica Experimental Libertador]. Repositorio Universidad Pedagógica Experimental Libertador. https://espacio.digital.upel.edu.ve/index.php/TD/article/view/1285/1163

Rasse, C. & Solar, H. (2019). ¿Quién tiene una respuesta diferente? Análisis del rol docente durante la argumentación en la clase de matemática. *Revista Unión, 15*(56), 67–87.

Rojas, Y., Rivera, L., & Muñoz, M. (2020). Situaciones didácticas, una estrategia para mejorar la interpretación de problemas algebraicos en la orientación docente. En J. Solorzano & D. Suárez (Eds.), *Miradas y perspectivas de la educación matemática desde la formación, la inclusión y la tecnología* (pp. 174–194). Corporación Universitaria Americana.

Sánchez, J. (2022). *¿Cómo impacta el conocimiento que tiene un profesor acerca de la teoría Apoe sobre su conocimiento especializado?* [Tesis de Maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]. Repositorio Institucional de Acceso Abierto de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. https://repositorioinstitucional.buap.mx/items/fbdf31e8-3d18-424e-8b53-82396d29d917

Salazar, C., Fuentes, N., Ñanco, M., & Agurto, M. (2016). Propuesta de enseñanza del álgebra escolar: resolución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas. *Educación Las Américas*, *3*, 29–36.

Segura, S. (2004). Sistemas de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica. *Relime, 7*(1), 49–78.

Sosa, L., & Reyes, A. (2022). Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas. En J. Carrillo, M. Montes, & N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) 10 años de camino* (pp. 71–82). Dykinson.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos* (2° ed.). Morata.

Torres, A., & Rodríguez, A. (2022). Representaciones semióticas y la resolución de ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales con doble variable. En H. Ferreyra & R. Guzmán (Eds.), *Miradas y voces de la investigación educativa V* (pp. 76–103). Universidad Católica de Córdoba.

Índice

Vasco, D., & Climent, N. (2018). El estudio del conocimiento especializado de dos profesores de álgebra lineal. *PNA, 12*(3), 129–146.

Vasco, D., & Moriel, J. (2022). Conocimiento de los temas. En J. Carrillo, M. Montes, & N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) 10 años de camino* (pp. 35–46). Dykinson.

Índice

FUNCIONES EJECUTIVAS Y MECANISMOS DE APOE EN LA CONSTRUCCIÓN DEL NÚMERO COMBINATORIO: HACIA UN PROGRAMA DE INVESTIGACIÓN INTERDISCIPLINARIO

Marcela Parraguez González, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Valeria Randolph Veas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Ximena Gutiérrez Figueroa, Universidad de Chile

Abstract:

La teoría APOE ha sido ampliamente utilizada en Educación Matemática para explicar los mecanismos cognitivos involucrados en la construcción de conceptos: interiorización, coordinación, reversión, encapsulación y desencapsulación. Paralelamente, desde la psicología cognitiva, las funciones ejecutivas básicas (FEB) —memoria de trabajo, inhibición y flexibilidad cognitiva— han mostrado ser recursos esenciales para el aprendizaje y la resolución de problemas. Sin embargo, los estudios que articulan ambos marcos son aún escasos. En este reporte proponemos un programa de investigación que vincula los mecanismos de APOE con demandas específicas de funciones ejecutivas. La idea central es que APOE describe los cambios estructurales del conocimiento matemático, mientras que las FEB delimitan los recursos de control que posibilitan —o bloquean— esos cambios. Para ejemplificar, se analizan problemas de la geometría del taxista y del triángulo de Pascal en torno al número combinatorio. En ellos, la interiorización requiere memoria de trabajo para generalizar reglas; la coordinación demanda flexibilidad para alternar métodos; la reversión exige inhibir el uso rutinario de fórmulas y reorganizar procedimientos; la encapsulación se apoya en memoria y flexibilidad para tratar un proceso como objeto; y la desencapsulación exige suprimir la aplicación automática de fórmulas y desplegar justificativos combinatorios. Metodológicamente, el estudio combina tareas diseñadas bajo el marco APOE con medidas breves de FEB. Esta articulación APOE-FEB enriquece el análisis a priori/posteriori al especificar las condiciones cognitivas que facilitan o bloquean cada transición y abre un programa empírico e interdisciplinario, con mayor capacidad explicativa y contrastable para comprender la construcción conceptual en matemáticas.

Teoría APOE, funciones ejecutivas, articulación de teorías, número combinatorio, geometría del taxista

INTRODUCCIÓN

El estudio de la construcción conceptual en Educación Matemática ha identificado mecanismos cognitivos que explican las dificultades persistentes de los estudiantes al

Índice

aprender nociones avanzadas (Arnon et al., 2014). La teoría APOE (Acción–Proceso–Objeto–Esquema) constituye uno de los marcos más influyentes en este campo, pues describe cómo las acciones se interiorizan en procesos, cómo estos se coordinan, revierten, encapsulan y desencapsulan, hasta conformar esquemas más amplios. APOE ha mostrado ser fértil en el análisis de conceptos de álgebra lineal, análisis, combinatoria y probabilidad, entre otros dominios. Sin embargo, un desafío pendiente es vincular las explicaciones de APOE con la evidencia empírica proveniente de la psicología cognitiva. En particular, el estudio de las funciones ejecutivas básicas (FEB) —memoria de trabajo, inhibición y flexibilidad cognitiva— ha mostrado que estas capacidades son determinantes para el aprendizaje matemático, la resolución de problemas y la adaptación a contextos novedosos (Diamond, 2013).

En este reporte proponemos una articulación entre la teoría APOE y las FEB. La idea-fuerza es que APOE describe los mecanismos de transformación estructural del conocimiento matemático, mientras que las FEB determinan los recursos cognitivos de control que posibilitan —o bloquean— esas transformaciones. La articulación no pretende fusionar teorías, sino establecer relaciones explícitas —qué mecanismo mental de APOE demanda qué función ejecutiva, y qué indicadores empíricos permiten constatar esta relación—, con la finalidad de explicar de mejor manera la construcción del número combinatorio (Lockwood et al., 2020).

MÉTODO

Con la finalidad de hacer más explicativa la construcción del número combinatorio con base en la geometría del taxista (Miranda & Saliceto, 2024), se optó por realizar la articulación entre la Teoría APOE y FEB, a través de una estrategia metodológica de carácter interpretativo, sustentada en la delimitación conceptual rigurosa de ambos marcos. En primer lugar, se utilizaron las definiciones canónicas de los mecanismos mentales propuestos por APOE —interiorización, coordinación, reversión, encapsulación y desencapsulación—, operacionalizados como categorías analíticas para describir la construcción y reorganización de los conceptos matemáticos: identificar reglas a partir de acciones repetidas (interiorización), articular procesos parciales (coordinación), deshacer o invertir procedimientos (reversión), tratar procesos como objetos (encapsulación) y desplegar objetos en acciones concretas (desencapsulación).

En paralelo, se incorporaron las definiciones operativas de las funciones ejecutivas de inhibición (suprimir respuestas automáticas irrelevantes), memoria de trabajo (mantener y manipular información activa) y flexibilidad cognitiva (alternar estrategias o representaciones según la demanda), reconocidas en la literatura neurocognitiva, con el fin de identificar los recursos de control que median dichas transiciones cognitivas (Diamond, 2013; Friedman y Miyake, 2017). La integración metodológica se concretó en una matriz

APOE × FEB (ver Tabla 1), en la que cada mecanismo de la teoría APOE se asoció con las demandas ejecutivas necesarias para su ejecución, generando así un marco de análisis que permite tanto la descripción cualitativa de los procesos de construcción del número combinatorio como la formulación de hipótesis empíricamente contrastables.

Tabla 1

Matriz APOE × FEB situada en la tarea de la geometría del taxista

Mecanismo APOE	Exigencias cognitivas	FEB implicadas
Interiorización (acción → proceso)	Mantener y actualizar pasos; generalizar una regla	Memoria de trabajo, Inhibición
Coordinación (de procesos)	Alternar entre representaciones o algoritmos y mantenerlos activos	Flexibilidad cognitiva, Memoria de trabajo
Reversión (deshacer/usar inversa)	Cambiar dirección del procedimiento, inhibir la rutina directa	Inhibición, Flexibilidad cognitiva
Encapsulación (proceso → objeto)	Tratar el proceso como una entidad; movilizarlo en nuevos contextos	Memoria de trabajo, Flexibilidad cognitiva
Desencapsulación (objeto → proceso)	Desplegar un objeto en acciones concretas; justificar procedimientos	Inhibición, Flexibilidad cognitiva

Nota. Elaboración propia

ARTICULACIÓN APOE–FEB

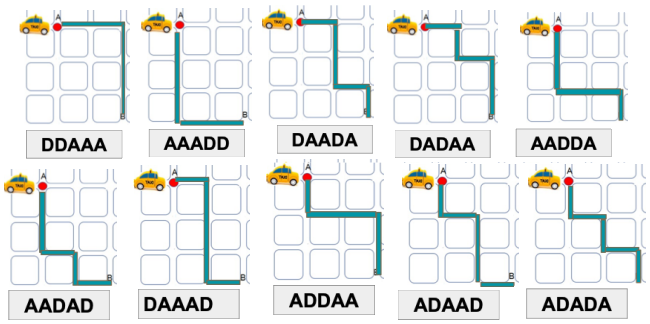
A continuación, se detallan los cinco mecanismos mentales de APOE, ejemplificados en el dominio de la combinatoria en la geometría del taxista y el triángulo de Pascal (Miranda & Saliceto, 2024), junto con las demandas ejecutivas que conllevan (Diamond, 2013; Friedman y Miyake, 2017) y los indicadores de dificultad observables en el tránsito desde el conteo empírico a la generalización estructural (Burch, 2023).

Interiorización (acción → proceso)

En problemas simples, los estudiantes suelen resolver mediante acciones concretas como enumerar caminos mínimos. Por ejemplo: ¿Cuántos caminos mínimos hay de (1,3) a (3,0)? Un estudiante puede poner en una lista manualmente las secuencias DDDAA, DDAAD, DADDA, etc. La interiorización ocurre cuando logra transformar estas acciones en un proceso general, esto es, reconocer que cada camino se compone de 3 pasos a la derecha (D) y 2 hacia abajo (A), y concluir que el total es $\binom{5}{2} = 10$, como se muestra en la Figura 1.

Figura 1

Contando caminos en la Geometría del Taxista



Este mecanismo exige memoria de trabajo, para mantener la secuencia de pasos y modificar la estrategia de conteo al generalizar, e inhibición, para evitar procedimientos impulsivos como repetir caminos o contarlos sin orden.

Indicadores de dificultad en esta interiorización son la pérdida de rastro de la regla de conteo, saltos de paso al explicar, o sobrecarga cognitiva al verbalizar el procedimiento, lo que muestra que aún no se consolidó el paso de acción a proceso.

Coordinación de procesos

Muchos problemas combinatorios admiten más de un método de resolución. Por ejemplo: ¿Cuántos caminos mínimos hay de (0,0) a (5,3)? La respuesta puede abordar dos métodos:

Método A (fórmula directa): $\binom{8}{3} = 56$.

Método B (recurrencia): usar el triángulo de Pascal: $\binom{7}{2} + \binom{7}{3} = 21 + 35 = 56$.

La coordinación de procesos (Método A y Método B) exige memoria de trabajo para sostener cálculos parciales de distintos métodos, y flexibilidad cognitiva para alternar entre ellos e integrar los resultados.

Indicadores de dificultad en esta coordinación son tiempos extra o errores al alternar métodos (alto costo de cambio), incapacidad de integrar resultados parciales (por ejemplo, quedarse con 21 y 35 sin reconocer que deben sumarse), o rigidez al insistir en un único procedimiento.

Reversión

La resolución de actividades con números combinatorios suele orientarse en la dirección directa: aplicar $\binom{5}{2}$. Por ejemplo, en la Geometría del Taxista, de (0,0) a (4,2) hay $\binom{6}{2} = 15$ caminos.

La reversión aparece cuando se debe invertir o ajustar el procedimiento, como se muestra en los siguientes ejemplos

Ejemplo 1: Sí en total hay 15 caminos mínimos de (0,0) a (4,2). ¿Cuántos pasos hacia arriba tiene cada camino? Aquí el estudiante debe inhibir la aplicación directa de la fórmula y pensar en sentido inverso, esto es, si los caminos tienen 6 pasos, necesariamente 2 son hacia arriba y 4 hacia la derecha.

Ejemplo 2: Sí se prohíbe pasar por la celda (2,1). ¿Cuántos caminos mínimos quedan?

El cálculo requiere reorganizar operaciones, esto es, contar los caminos que pasan por (2,1), $\binom{3}{1}\binom{3}{1} = 9$, y restarlos de 15.

La reversión exige inhibición —frenar el impulso de aplicar la fórmula estándar o usual de combinatoria— y flexibilidad —reconfigurar el orden de operaciones—.

Indicadores de dificultad de esta reversión son la perseveración —responder 15 aunque haya restricciones—, confusión dominio/codominio —pensar que basta restar 1—, o errores al deshacer operaciones —restar mal los caminos que pasan por la celda—.

Encapsulación (proceso → objeto)

Tras resolver múltiples problemas, el estudiante reconoce que el resultado puede representarse como un objeto autónomo: $\binom{n}{k}$. Así, en lugar de repetir procesos de conteo, escribe directamente la expresión simbólica.

Encapsular implica usar memoria de trabajo para condensar el proceso en una unidad mental y flexibilidad para emplear ese objeto en diferentes contextos: como coeficiente binomial, como elemento del triángulo de Pascal o como identidad combinatoria.

Indicadores de dificultad de esta encapsulación son definiciones que siguen siendo procedimentales ($\binom{n}{k}$ es multiplicar factoriales, esto es, $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$) y dificultad para usar el objeto en otros roles, —por ejemplo, demostrar identidades—.

Desencapsulación (objeto → proceso)

Una vez que $\binom{n}{k}$ está encapsulado como objeto, algunas tareas obligan a abrirlo de nuevo y desplegarlo como proceso. Por ejemplo, al demostrar que: $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$.

Aquí el estudiante debe inhibir el impulso de aplicar la fórmula factorial y reconstruir el razonamiento combinatorio, esto es, distinguir subconjuntos que incluyen o no a un elemento particular. Esto demanda flexibilidad cognitiva para traducir el objeto a distintos procedimientos verificables.

Índice

Indicadores de dificultad de esta desencapsulación son respuestas de memoria —porque así es la fórmula—, o resistencia a desplegar el objeto en acciones verificables.

Conclusiones del diseño propuesto y ejemplificado en el número combinatorio

El dominio de la combinatoria en la Geometría del taxista es idóneo para inducir secuencias que provoquen cada mecanismo APOE:

a) Interiorización: pasar de enumerar caminos a generalizar con el número combinatorio.

b) Coordinación: resolver con distintos métodos (fórmula directa, recurrencia, simetría) y compararlos.

c) Reversión: introducir restricciones (celdas prohibidas) que obliguen a reorganizar cálculos.

d) Encapsulación: reconocer el número combinatorio como objeto en el triángulo de Pascal.

e) Desencapsulación: justificar identidades combinatorias desplegando el objeto en procedimientos concretos.

DISCUSIÓN Y APORTES

La articulación APOE–FEB permite enriquecer APOE sin diluirlo, es decir, los mecanismos se mantienen, pero ahora en el análisis a priori se especifican las condiciones cognitivas que facilitan o bloquean su logro. Además, esta articulación ofrece un robustecimiento del programa empírico (Arnon et al., 2014) enfocado en diseñar tareas que provoquen transiciones APOE y observar cómo la inhibición, la memoria de trabajo y la flexibilidad influyen en ellas. No obstante, esta articulación también plantea desafíos. El principal es evitar la confusión de constructos, atribuyendo a las funciones ejecutivas un rol causal único en las transiciones APOE (Friedman & Miyake, 2017).

En conclusión, APOE nos dice qué mecanismos cognitivos están en juego; las funciones ejecutivas nos dicen con qué recursos se logran. Esta articulación fortalece el programa empírico de la teoría APOE (programa en que las descomposiciones genéticas se ponen a prueba) y abre un camino para investigaciones que vinculen modelos de construcción conceptual con hallazgos de la psicología cognitiva generando un marco interdisciplinario con mayor capacidad explicativa y contrastable.

Declaración de uso ético de herramientas de Inteligencia Artificial

Para apoyar la identificación de referencias bibliográficas actuales, se utilizó la herramienta *ChatGPT* (OpenAI, 2023) a través de la plataforma *Consensus*.

Agradecimientos

Parcialmente financiado por el Proyecto DI REGULAR PUCV 2025, COD. PROYECTO: 039.717/2025.

Referencias

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa-Fuentes, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6

Burch, L. J. (2023). Investigating two teachers' development of combinatorial meaning for algebraic structure. *The Journal of Mathematical Behavior, 70*, 101039. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101039

Diamond, A. (2013). Executive functions. *Annual Review of Psychology, 64*, 135–168. https://doi.org/10.1146/annurev-psych-113011-143750

Friedman, N. P., & Miyake, A. (2017). Unity and diversity of executive functions: Individual differences as a window on cognitive structure. *Cortex, 86*, 186–204. https://doi.org/10.1016/j.cortex.2016.04.023

Lamanna, L., Gea, M. M., & Batanero, C. (2022). Do secondary school students' strategies in solving permutation and combination problems change with instruction? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 22*, 602–616. https://doi.org/10.1007/s42330-022-00228-z

Lockwood, E., Wasserman, N. H., & Tillema, E. S. (2020). A case for combinatorics: A research commentary. *The Journal of Mathematical Behavior, 59*, 100783. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100783

Miranda, A., & Saliceto, L. (2024). Back and forth between Euclidean geometry and Taxicab geometry to foster students' theoretical thinking in digital contexts. *International Journal for Technology in Mathematics Education, 31*(2), 79–88. https://doi.org/10.1564/tme_v31.2.06

OpenAI. (2023). *ChatGPT* (Mar 14 version) [Modelo de lenguaje]. Recuperado el 1° de septiembre de 2025 de https://chat.openai.com/

Índice

UN DOMINÓ PARA LA ENSEÑANZA DE LA FACTORIZACIÓN EN PRIMERO MEDIO: ANÁLISIS DE DIFICULTADES Y ERRORES EN LA COORDINACIÓN DE REGISTROS SEMIÓTICOS

Sergio Escalante Palomera, Colegio San Sebastián de Melipilla

Noemí Pizarro Contreras, Universidad Metropolitana de las Ciencias de la Educación

Abstract:

Este estudio analiza las dificultades y errores en la coordinación de registros semióticos durante la enseñanza de la factorización en primero medio, a través de la implementación de un dominó diseñado bajo los principios de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRS). Con un enfoque cualitativo-descriptivo, se trabajó con 32 estudiantes de un colegio particular subvencionado, quienes participaron en una secuencia didáctica organizada en dos sesiones: la primera destinada a reforzar conocimientos previos sobre productos notables y la segunda orientada al desarrollo del juego de dominó. La experiencia permitió observar en tiempo real las estrategias utilizadas, las dificultades emergentes y los errores recurrentes. Los resultados muestran que las mayores dificultades se presentan en las conversiones del registro verbal al algebraico, en particular al interpretar expresiones jerarquizadas con paréntesis y exponentes. En contraste, las transiciones hacia el registro gráfico fueron más fluidas, lo que sugiere que las representaciones visuales facilitan la comprensión de relaciones entre expresiones algebraicas y áreas. El dominó se consolidó como un recurso pedagógico que, además de promover la participación estudiantil, permitió identificar patrones de error vinculados a la aplicación mecánica de reglas algebraicas sin comprensión conceptual. Se concluye que este tipo de actividades favorece la coordinación de registros y aporta evidencias relevantes para el diseño de propuestas que fortalezcan el aprendizaje del álgebra en educación secundaria.

Factorización, teoría de registros de representación semiótica, dificultades, errores, juego.

INTRODUCCIÓN

La factorización constituye una de las principales dificultades para los estudiantes, afectando la comprensión de conceptos algebraicos posteriores (Gómez, 2022). Desde la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRS, de aquí en adelante) de Duval (2006), estas dificultades se explican por la necesidad de coordinar registros algebraicos, gráficos y verbales. La conversión entre registros resulta especialmente exigente y suele ser el origen de errores y malentendidos que obstaculizan el aprendizaje del álgebra (Ramos et al., 2021).

El objetivo de esta investigación es analizar las dificultades y errores que estudiantes de primero medio enfrentan al coordinar registros semióticos en la factorización. Para ello, se implementó una secuencia didáctica sustentada en la TRS, cuyo recurso central fue un

Índice

dominó de factorización que promovió la participación colaborativa y permitió recoger evidencia sobre los obstáculos en la comprensión de estructuras algebraicas.

De este modo, se busca aportar evidencia sobre los registros que concentran mayores barreras, en especial en las conversiones del verbal al algebraico y en los tratamientos dentro del registro algebraico, así como sobre los errores recurrentes asociados a estas dificultades. Con ello, se pretende contribuir a la reflexión didáctica en torno a la enseñanza y aprendizaje del álgebra en la educación secundaria chilena.

ELEMENTOS TEÓRICOS

La TRS de Duval (2006) constituye el marco central de este estudio, al ofrecer criterios para analizar las dificultades en la coordinación de registros algebraico, gráfico y verbal. Aprender matemáticas implica movilizar estos registros mediante dos operaciones: los tratamientos, que son transformaciones dentro de un mismo registro, y las conversiones, que requieren establecer correspondencias entre distintos registros, lo que demanda un mayor esfuerzo cognitivo. En la factorización, este enfoque permite observar cómo los estudiantes relacionan expresiones algebraicas con representaciones verbales y gráficas. Investigaciones previas confirman la complejidad de este proceso: Ramos, Guifarro y Casas (2021) evidencian dificultades al pasar del lenguaje natural al algebraico, y Méndez (2008) advierte errores derivados de la aplicación mecánica de reglas. Las dificultades, entendidas como barreras cognitivas o didácticas (Barallobres, 2016), se expresan en errores observables (Rico, 1995), cuyo análisis conjunto permite reconocer patrones y diseñar estrategias que favorezcan la coordinación de registros en la factorización.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

El estudio adoptó un enfoque cualitativo-descriptivo, orientado a comprender cómo los estudiantes enfrentan dificultades en la coordinación de registros semióticos durante la factorización. El diseño se apoyó en la Ingeniería Didáctica en su modalidad de microingeniería (Artigue, 1995), organizada en cuatro fases: análisis preliminar, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori.

La secuencia se implementó con 32 estudiantes de primero medio de un colegio particular subvencionado de Melipilla, en el marco del Objetivo de Aprendizaje 3 del currículo nacional. Se resguardaron principios éticos mediante consentimiento informado de estudiantes y apoderados.

La secuencia y el dominó

La secuencia didáctica fue diseñada para articular los registros algebraico, gráfico y verbal, siguiendo los principios de la TRS. Su núcleo fue un juego de dominó de factorización,

elaborado como recurso pedagógico para favorecer el trabajo colaborativo y observar el tránsito entre registros.

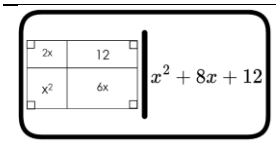
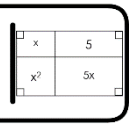
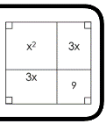
El dominó incluyó piezas que combinaban representaciones diversas: expresiones algebraicas, descripciones verbales y representaciones gráficas. Cada ficha obligaba a los estudiantes a establecer correspondencias entre registros, promoviendo tanto tratamientos (en el registro algebraico) como conversiones externas (por ejemplo, de una expresión algebraica a su representación verbal).

Este diseño permitió no solo dinamizar la actividad de aula, sino también generar un instrumento de observación empírica que facilitó identificar patrones de error y dificultades recurrentes en la coordinación de registros.

Tabla 1

Ejemplo de coordinación de representaciones y registros en el dominó

Nota. Elaboración propia

Tratamientos		Conversiones	
	$(x+2)(x+6)$ | $(x+1)(x+5)$	$x^2-2xy+y^2$ | $(x-y)^2$	El cuadrado de la diferencia de dos números distintos | a^2-b^2
		Conversión entre el registro algebraico y verbal	
Diferencia de cuadrados | x^2-y^2	$(x+y)(x-y)$ | El cuadrado de la diferencia de dos números distintos	x^2+6x+5 	$(x+1)(x+5)$ 
		Conversión entre el registro algebraico y gráfico	

RESULTADOS

Los resultados se presentan siguiendo la lógica de la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995), que articula el estudio en cuatro fases: análisis preliminar, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori. En este marco, se contrastaron las hipótesis formuladas sobre las dificultades en la coordinación de registros semióticos con la evidencia empírica obtenida durante la implementación del dominó en el aula.

Análisis preliminar

Se realizó un análisis epistemológico de la factorización y las dificultades en su aprendizaje, revisando la literatura desde la TRS. Se identificaron dificultades y errores comunes en el

Índice

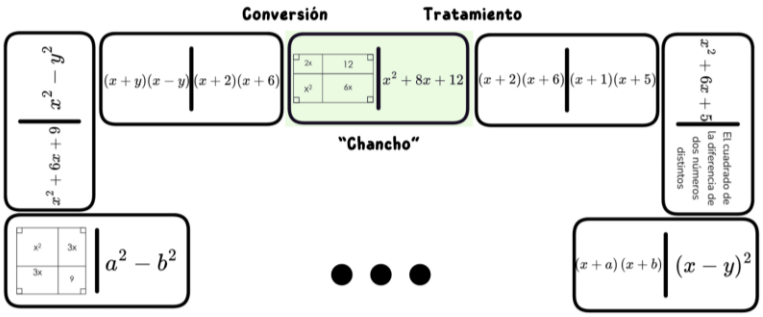
tratamiento y conversiones entre registros y se ajustó la intervención didáctica al contexto específico del aula.

Análisis a priori

El análisis a priori anticipó que los estudiantes presentarían dificultades en la coordinación de registros semióticos, especialmente en las conversiones del registro verbal (lenguaje natural expresado en palabras) al registro algebraico, al momento de reconocer las piezas iniciales (chanchos), debido a una comprensión parcial de las correspondencias semióticas necesarias. También se previeron errores en los tratamientos algebraicos vinculados a la factorización, particularmente en la confusión del cuadrado de un binomio con la suma o resta de los cuadrados de sus términos, como en $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ o con la resta $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ (Méndez, 2008; Ramos et al., 2021). Asimismo, se esperaba que el uso del dominó propiciara la explicitación de estas dificultades y permitiera identificar patrones recurrentes en la aplicación de reglas algebraicas.

Figura 1

Ejemplo de cadena de dominó



Experimentación

La secuencia se implementó con 32 estudiantes de primero medio, en dos sesiones de 80–90 minutos cada una. En la primera, se reforzaron productos notables (OA3), y en la segunda se desarrolló el juego de dominó, registrando observaciones directas y grabaciones de video.

Análisis a posteriori

El contraste entre lo esperado y lo observado permitió identificar dificultades y errores que se organizan en cuatro categorías:

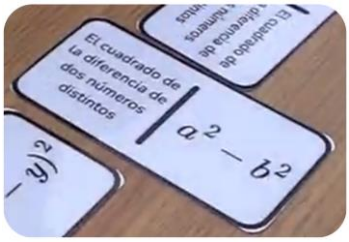
1. Dificultades en conversiones entre registros

Tal como se anticipó, la conversión del registro verbal al algebraico fue la más compleja, pues varios estudiantes interpretaron “el cuadrado de” de forma mecánica, omitiendo

paréntesis y jerarquías. En contraste, la conversión algebraico-gráfico resultó más fluida, evidenciando una mejor conexión entre expresiones cuadráticas y áreas geométricas.

Figura 2

Registro fotográfico de una pieza utilizada como chancho por los estudiantes



2. Dificultades para identificar piezas iniciales “chanchos”

Durante la primera partida, varios estudiantes no lograron reconocer las piezas congruentes, lo que interrumpió el desarrollo del juego. Sin embargo, en rondas posteriores se observó un progreso notorio, evidenciando un proceso de aprendizaje progresivo en la coordinación de registros.

Figura 3

Registro fotográfico de cadena de dominó con piezas perpendiculares (chanchos)

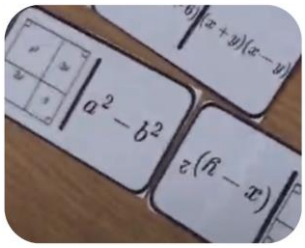


3. Errores en tratamientos algebraicos

Los errores más frecuentes estuvieron asociados a la aplicación incorrecta de productos notables. Se confirmó la confusión entre el cuadrado de un binomio y la suma o resta de cuadrados (Gómez, 2022).

Figura 4

Confusión entre el cuadrado de un binomio y la diferencia de cuadrados

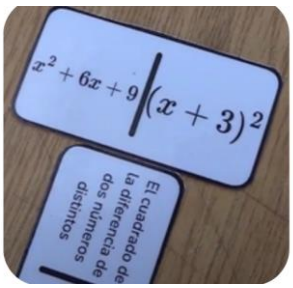


4. Errores en conversiones algebraico-verbal

La omisión de paréntesis se acompañó de interpretaciones parciales del exponente en la conversión del registro verbal al algebraico, afectando la precisión de las expresiones.

Figura 5

Errores en la interpretación del cuadrado de un binomio: asociación con la palabra cuadrado



Se identificaron también conversiones correctas, mostrando que algunos estudiantes articulan los registros con mayor precisión, reflejando heterogeneidad en la comprensión.

CONCLUSIONES

La presente investigación abordó, desde un enfoque cualitativo-descriptivo, las dificultades y errores que enfrentan estudiantes de primero medio en la enseñanza de la factorización, utilizando un dominó diseñado bajo los principios de la TRS (Duval, 2006). Se evaluaron los tratamientos dentro del registro algebraico y las conversiones hacia los registros verbal y gráfico, seleccionando representaciones que facilitaran la correspondencia entre los elementos algebraicos, sus descripciones verbales y representaciones gráficas.

Los hallazgos evidenciaron que las principales dificultades se concentran en la interpretación de estructuras algebraicas jerárquicas, como paréntesis y exponentes, lo que coincide con estudios previos sobre la complejidad de coordinar registros semióticos en el álgebra escolar (Méndez, 2008; Ramos et al., 2021). Los errores más frecuentes incluyeron la aplicación mecánica de productos notables y confusiones entre el cuadrado de un binomio y la suma de cuadrados. En contraste, las conversiones hacia el registro gráfico fueron más fluidas, sugiriendo que las representaciones visuales facilitan la comprensión al conectar intuitivamente expresiones algebraicas y relaciones geométricas.

El dominó se consolidó como un recurso didáctico capaz de visibilizar errores y dificultades en la coordinación de registros, aportando evidencias para comprender cómo los estudiantes enfrentan el aprendizaje del álgebra. Estos hallazgos confirman la relevancia de la TRS como marco de análisis y subrayan la necesidad de diseñar secuencias didácticas que fortalezcan la articulación entre registros, favoreciendo aprendizajes conceptualmente más integrados y flexibles.

Referencias

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En M. Artigue, R. Gouady, L. Moreno, & P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 33–59). Grupo Editorial Iberoamérica.

Barallobres, G. (2016). Diferentes interpretaciones de las dificultades de aprendizaje en matemática. *Educación matemática*, *28*(1), 39–68.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9*(1), 143–168.

Gómez, E. (2022). Estrategias didácticas en la enseñanza de los productos notables y la factorización en la telesecundaria. *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 12*(24).

Méndez, T. (2008). Dificultades en la práctica de productos notables y factorización. *Revista del Instituto de Matemática y Física, 11*(15).

Ramos, L., Guifarro, M., & Casas, L. (2021). Dificultades en el aprendizaje del álgebra, un estudio con pruebas estandarizadas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 35*, 1016–1033.

Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, P. Gómez, & L. Rico (Eds.), *Educación matemática* (pp. 69–108). Grupo Editorial Iberoamérica.

Índice

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO Y DISEÑO DE CLASES DE ÁLGEBRA EN FUTUROS PROFESORES

Gabriel Meza-Pereira, Universidad Católica Silva Henríquez

Denisse Avilés-Henn, Universidad Católica Silva Henríquez

Mauricio Moya-Márquez, Universidad Central de Chile

Abstract:

El propósito de este estudio fue analizar el desempeño de futuros profesores de matemática en el diseño y la implementación de clases de álgebra, empleando como marco analítico el Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). La investigación adoptó un enfoque cualitativo, con un diseño de estudio de casos, en el cual las duplas participantes presentaron propuestas de clases innovadoras en formato de "clase magistral", evaluadas mediante una rúbrica validada por expertos y alineada a los subdominios del MTSK. Los resultados evidencian fortalezas en el Conocimiento de los Tópicos (KoT) y en el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM), especialmente en la aplicación de axiomas y teoremas, así como en un uso inicial de representaciones semióticas. Sin embargo, se identificaron debilidades en el Conocimiento de la Estructura Matemática (KMS), el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT), el Conocimiento de las Características del Aprendizaje (KFLM) y el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje (KMLS), expresadas en dificultades para establecer conexiones entre contenidos, en la ausencia sistemática de contraejemplos y en la falta de pertinencia y contextualización de los objetivos curriculares. Se concluye que la formación inicial docente (FID) requiere fortalecer estas áreas de manera que los futuros profesores puedan articular tópicos, prácticas y estándares con coherencia, favoreciendo así una enseñanza del álgebra más efectiva y alineada a los marcos curriculares vigentes.

Formación de profesores de secundaria, clase magistral, enseñanza del álgebra, conocimiento especializado del profesor

INTRODUCCIÓN

La enseñanza del álgebra constituye uno de los ejes centrales de la educación matemática en secundaria y en la formación inicial de profesores. Diversos estudios han advertido que los estudiantes de pedagogía tienden a reproducir enfoques procedimentales, limitados a la manipulación simbólica, sin promover de manera sistemática el razonamiento ni la generalización (Kieran, 2006). En consecuencia, es fundamental que la FID prepare a los futuros docentes para articular comprensiones conceptuales, prácticas matemáticas y habilidades de comunicación.

Índice

En el contexto chileno, los marcos curriculares y los Estándares Pedagógicos y Disciplinarios demandan explícitamente la integración de habilidades tales como representar, modelar, argumentar y resolver problemas (CPEIP, 2021). Estas exigencias colocan el foco en la necesidad de comprender el conocimiento especializado que los futuros profesores ponen en juego.

El Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) ofrece un marco robusto para analizar estos saberes (Carrillo-Yañez et al., 2018). Existe evidencia empírica sobre cómo se movilizan los distintos subdominios del MTSK en las clases de álgebra que planifican e implementan los futuros profesores de matemática. En esta línea, la presente investigación sintetiza y expande tales hallazgos, organizándolos de manera que sean una contribución para la Educación Matemática y la FID en nuestro país (Meza-Pereira et al., 2025).

Considerando lo anterior, se hace necesario y pertinente analizar el desempeño práctico de futuros profesores en el diseño didáctico clases de contenido algebraico, apoyado en un marco como el MTSK, que permite articular una mirada enriquecedora y precisa a través de los subdominios. En coherencia con este propósito, el objetivo general del estudio ha sido caracterizar el conocimiento especializado que movilizan los futuros profesores de matemáticas en el diseño e implementación de clases de álgebra durante su práctica profesional I, a partir de los subdominios del modelo MTSK.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

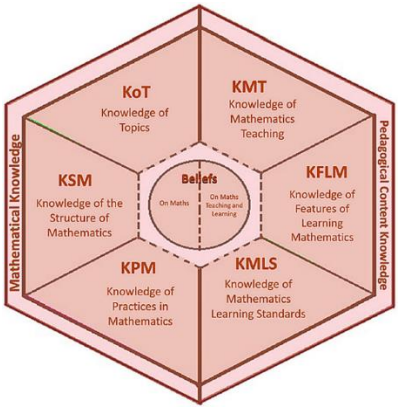
El modelo MTSK aplicado al álgebra escolar

El MTSK desagrega el conocimiento docente en dos dominios: Conocimiento Matemático (MK) y Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK). Cada uno contiene subdominios: KoT, KMS, KPM, KMT, KFLM y KMLS. Este marco ha demostrado ser un instrumento analítico útil para describir qué aspectos del conocimiento especializado están presentes o ausentes en la práctica docente (Carrillo-Yañez et al., 2018).

Índice

Figura 1

El modelo MTSK



En el caso particular del álgebra, se ha documentado que los futuros profesores suelen priorizar la resolución algorítmica, dejando en segundo plano la construcción de significados, la integración de registros y el uso de contraejemplos (Kieran, 2006; Sosa et al., 2016). Esto limita el desarrollo del razonamiento algebraico en los estudiantes escolares. El MTSK, operacionalizado mediante rúbricas, permite visibilizar estas tensiones y orientar programas de la FID.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Enfoque, participantes y contexto

El estudio se desarrolló bajo un enfoque cualitativo y un diseño de casos (Yin, 2018; Creswell y Creswell, 2018), con tres duplas de futuros profesores en Práctica Profesional I, seleccionadas intencionalmente por elegir el álgebra como eje de sus clases. Cada dupla, organizada en trabajo colaborativo, presentó el diseño de una "clase magistral" en formato virtual sincrónico frente a una comisión académica que evaluó mediante una rúbrica dimensiones formales, pedagógicas, disciplinares, didácticas y curriculares. El contexto fue universitario, con planificaciones y sesiones grabadas como evidencia. En cuanto al contenido, las duplas abordaron temas específicos tales como lenguaje algebraico y operaciones básicas, productos notables y función cuadrática. La metodología permitió observar tanto particularidades de cada dupla como tendencias generales, mediante un análisis de contenido de lógica deductiva (Krippendorff, 2018; Osses, Sánchez e Ibáñez, 2006).

Instrumento, validación y procedimiento

El instrumento principal fue una rúbrica alineada a los subdominios del MTSK, con niveles de desempeño o logro: insuficiente (1), suficiente (2), competente (3) y destacado (4).

La rúbrica fue de elaboración propia, construida a partir del modelo MTSK, del Marco de la Buena Enseñanza (MBE), de los Estándares Pedagógicos y Disciplinarios (CPEIP, 2021) y de los resultados de aprendizaje de la Práctica Profesional I. Fue validada por expertos en el modelo, quienes confirmaron la coherencia entre los indicadores y los subdominios teóricos.

RESULTADOS

Los resultados del desempeño de las duplas se pueden reflejar en la siguiente tabla que relaciona los aspectos a evaluar de la rúbrica y los subdominios del MTSK (Meza-Pereira et al., 2025).

Tabla 1

Resultados

Subdominio	Sigla	Aspecto Rúbrica	D1	D2	D3	Promedio
Conocimiento de los Tópicos	KoT	DISCIPLINAR	2	2	2	2
Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas	KSM	DISCIPLINAR	2	2	2	2
Conocimiento de la Práctica de las Matemáticas	KPM	DISCIPLINAR	2	2	2	2
Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas	KMT	DIDÁCTICO	2	3	3	2,6
Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (1)	KFLM 1	DIDÁCTICO	3	3	3	3
Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (2)	KFLM 2	FORMAL	2	2	2	2
Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de Matemáticas	KMLS	CURRICULAR	2	3	3	2,6

Nota. Elaboración propia

Estos resultados muestran un nivel global de suficiencia en algunos aspectos, junto con áreas críticas que requieren atención prioritaria (Meza-Pereira et al., 2025). A continuación, se analiza lo anterior acorde a cada subdominio:

KoT. Los futuros profesores mostraron un dominio adecuado de los conceptos, como los productos notables, usando definiciones precisas y ejemplos claros que favorecieron la comprensión. No obstante, se evidenciaron debilidades en la claridad de nociones fundamentales —expresión algebraica, variable y factor literal—, así como la ausencia de contraejemplos.

KSM. Se identificaron conexiones entre contenidos, como la relación entre el álgebra y los productos notables, aunque en general fueron superficiales o poco explícitas. La vinculación entre conocimientos previos y nuevos no se abordó con suficiente coherencia, generando inconsistencias en la secuencia de la clase. Si bien hubo intentos de establecer relaciones significativas, estas carecieron de la claridad y profundidad necesarias.

KPM. Los futuros profesores mostraron capacidad para aplicar de manera correcta teoremas y axiomas en la resolución de problemas concretos. En algunos casos recurrieron a representaciones semióticas, aunque su uso fue más bien enunciado que desarrollado en profundidad.

KMT. Se evidenció un uso parcial de metodologías activas y, aunque se propusieron actividades relevantes y alineadas con los objetivos, la mezcla inconsistente de enfoques afectó la coherencia de las clases. El empleo de tecnologías como Kahoot y Canvas fue limitado, usándose más con fines motivacionales que como apoyo sustantivo al aprendizaje matemático.

KFLM. Se lograron identificar algunas dificultades comunes de los estudiantes, como la comprensión de expresiones algebraicas y la interpretación del significado de las variables (KFLM 1). Sin embargo, no se evidenció una relación explícita entre dichas dificultades y las teorías de aprendizaje. Finalmente, no hubo un trabajo sistemático con el lenguaje matemático (KFLM 2).

KMLS. Se mencionaron los objetivos curriculares del nivel correspondiente, pero no se estableció una conexión clara entre los objetivos de aprendizaje y las habilidades para la clase, lo que no permitió una relación más directa con los logros esperados. Además, no se profundizó en la contextualización de los objetivos del MINEDUC ni en la forma en que estos se integran en la práctica docente.

DISCUSIÓN

Los hallazgos reflejan un desafío recurrente en la FID: la tendencia a reproducir clases centradas en procedimientos, con limitada atención a la construcción de significados y a la participación activa de los estudiantes (Kieran, 2006). Esta situación coincide con estudios previos que señalan la necesidad de avanzar hacia un enfoque más conceptual e interactivo en la enseñanza del álgebra (Sosa et al., 2016).

La baja puntuación en KSM confirma que las conexiones entre representaciones y estructuras algebraicas requieren un trabajo sistemático. De acuerdo con Carrillo-Yañez et al. (2018), el conocimiento del profesor no puede reducirse a tópicos aislados, sino que debe contemplar una red de relaciones intra e interconceptuales que permitan a los estudiantes comprender el sentido de las operaciones y expresiones algebraicas.

En relación con KPM, los futuros profesores mostraron un uso adecuado de axiomas y teoremas, lo que refuerza su competencia en fundamentos matemáticos, aspecto señalado por Charalambous et al. (2020) como crucial para el aprendizaje del álgebra. No obstante, la ausencia de contraejemplos y de una secuencia didáctica clara de acción, formulación y validación limitó la estructura de las actividades, en concordancia con lo planteado por Kieran (2006) sobre la importancia de estas estrategias para favorecer el razonamiento algebraico. La literatura enfatiza que el tránsito desde la manipulación simbólica hacia el razonamiento algebraico depende de la oportunidad de formular, contrastar y justificar afirmaciones (Meza-Pereira et al., 2025).

En KMT se observó la incorporación de metodologías activas, aunque con una aplicación inconsistente que evidencia la brecha entre teoría y práctica. Esto coincide con Sosa et al. (2016), quienes advierten dificultades en abordar errores recurrentes pese a contar con ejemplos efectivos, y con Llinares y Valls (2009), que subrayan la importancia de la práctica reflexiva y la retroalimentación para fortalecer la enseñanza del álgebra.

El uso del lenguaje matemático (KFLM_2) también surge como un punto a mejorar. La imprecisión notacional y la falta de explicitación metalingüística limitan la comunicación de ideas matemáticas, aspecto señalado por los Estándares Pedagógicos (CPEIP, 2021). Fortalecer esta dimensión supone integrar actividades que promuevan la verbalización, la escritura formal y la reflexión sobre los significados de los símbolos.

Finalmente, aunque las duplas demostraron conocimiento de los objetivos curriculares (KMLS), la coherencia entre estos, las tareas propuestas y la evaluación fue parcial. Este hallazgo refuerza la necesidad de trabajar en planificación coherente, aspecto clave para que la enseñanza tenga impacto en los aprendizajes esperados (Creswell & Creswell, 2018). Ello coincide con lo señalado por Climent et al. (2021), quienes evidencian que las actividades propuestas por docentes en ejercicio suelen carecer de una adecuada vinculación con los estándares de aprendizaje de la matemática.

CONCLUSIONES

El estudio permitió examinar el conocimiento especializado de futuros profesores de matemáticas en sus clases de álgebra, mediante una rúbrica alineada al MTSK (Carrillo-Yañez et al., 2018). La mayoría se ubicó entre los niveles “Suficiente” y “Competente”, lo que refleja un progreso formativo, aunque con algunos vacíos (Meza-Pereira et al., 2025).

Se evidenciaron fortalezas en KoT y KPM, donde los participantes aplicaron correctamente axiomas y teoremas y usaron ejemplos claros, coherente con lo planteado por Charalambous et al. (2020) y Kieran (2006) respecto del valor de los fundamentos matemáticos y la explicitación de secuencias de razonamiento. Sin embargo, se observaron debilidades en la definición de conceptos básicos, la ausencia de contraejemplos y la falta de secuencias didácticas estructuradas.

En los subdominios KSM, KMT, KFLM y KMLS surgieron debilidades recurrentes: conexiones superficiales entre contenidos (Sosa et al., 2016), metodologías activas aplicadas de manera inconsistente, escasa promoción del lenguaje matemático y una baja articulación con los objetivos curriculares (Climent et al., 2021; CPEIP, 2021).

En síntesis, si bien los futuros profesores muestran avances parciales en el dominio especializado, aún requieren reforzar la articulación de contenidos, el uso sistemático de contraejemplos, la planificación coherente y la alineación curricular. Abordar estas áreas contribuirá a una enseñanza del álgebra más efectiva y a un aprendizaje con mayor profundidad (Meza-Pereira et al., 2025).

Referencias

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Charalambous, C. Y., Hill, H. C., Chin, M. J., & McGinn, D. (2020). Mathematical content knowledge and knowledge for teaching: Exploring their distinguishability and contribution to student learning. *Journal of Mathematics Teacher Education, 23*(6), 579–613.

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP). (2021). *Estándares pedagógicos y disciplinarios para carreras de pedagogía en matemática*. Ministerio de Educación de Chile.

Climent, N., Espinoza-Vásquez, G., Carrillo, J., Henríquez-Rivas, C., & Ponce, R. (2021). Una lección sobre el teorema de Thales, vista desde el conocimiento especializado del profesor. *Educacion Matematica*, *33*(1), 98–124. https://doi.org/10.24844/em3301.04

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5.ª ed.). SAGE Publications.

Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. En A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 11–49). Brill. https://doi.org/10.1163/9789087901127_003

Krippendorff, K. (2018). *Content analysis: An introduction to its methodology.* Sage.

Llinares, S., & Valls, J. (2009). The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: Interaction and online video case studies. *Instructional Science, 37*(3), 247–271.

Índice

Meza-Pereira, G., Aviles-Henn, D., & Moya-Márquez, M. (2025). Análisis del conocimiento especializado de futuros profesores de matemática en la fundamentación didáctica de la enseñanza del álgebra. *Areté, Revista Digital del Doctorado en Educación, 11*(22), 93–109. https://doi.org/10.55560/arete.2025.22.11.6

Osses Bustingorry, S., Sánchez Tapia, I., & Ibáñez Mansilla, F. M. (2006). Investigación cualitativa en educación: Hacia la generación de teoría a través del proceso analítico. *Estudios Pedagógicos, 32*(1), 119–133.

Sosa Guerrero, L., Flores-Medrano, E., & Carrillo Yáñez, J. (2016). Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas del profesor cuando ejemplifica y ayuda en clase de álgebra lineal. *Educación Matemática*, *28*(2), 151–170.

Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6.ª ed.). SAGE Publications.

Índice

ANÁLISIS DE LA IDONEIDAD EPISTÉMICA Y DEMANDA COGNITIVA EN SITUACIONES-PROBLEMAS, SOBRE LA NOCIÓN DE FUNCIÓN, PLANTEADAS EN LA PRUEBA DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR (PAES) M1

Kevin Christopher Baquedano Aguirre, Universidad San Sebastián

Fernando Andrés Araya Parraguez, Universidad San Sebastián

Yocelyn Elizabeth Parra Urrea, Universidad San Sebastián

Abstract:

El concepto de función es esencial en la educación matemática, puesto que fomenta el razonamiento lógico, el pensamiento analítico y la resolución de problemas en distintos campos científicos y técnicos (Vinner & Dreyfus, 1989). Sin embargo, los estudiantes presentan dificultades para comprender su significación, lo que limita su aplicación (Sfard, 1991). Este estudio cualitativo tiene por propósito analizar la idoneidad epistémica de situaciones/problemas propuestos en la PAES-M1 vinculadas a la noción de función. Para ello, se han utilizado las herramientas teórico-metodológicas provenientes del Enfoque Onto-semiótico (EOS) y los niveles de Demanda Cognitiva. Los resultados indican que, aunque la PAES M1 cumple indicadores de idoneidad didáctica para las funciones existen imprecisiones y significaciones del objeto matemático ausentes, por ejemplo, no se plantean actividades que promuevan la idea de función como correspondencia arbitraria o bien se presentan relaciones "funcionales" que no están debidamente definidas. Por otro lado, se constata un equilibrio entre tareas de baja y alta demanda cognitiva, lo que permite diversas aproximaciones al concepto. No obstante, las pruebas muestran énfasis distintos: algunas priorizan la representación y resolución de problemas, mientras otras destacan la modelación. En conclusión, la PAES ha avanzado en la evaluación de competencias, pero requiere ajustes que aseguren mayor validez y equidad.

Concepto de función, Enfoque Onto-semiótico, idoneidad epistémica, niveles de demanda cognitiva, PAES M1

ANTECEDENTES

La evolución histórico-epistemológica del concepto de función evidencia cómo los objetos matemáticos adquieren significados parciales en distintos contextos. Desde la perspectiva didáctica, se reconocen seis significados esenciales: función como correspondencia, como relación entre magnitudes variables, como representación gráfica, como expresión analítica, como correspondencia arbitraria y desde la Teoría de Conjuntos. Este proceso refleja el paso

Índice

de aplicaciones prácticas hacia una formalización abstracta, consolidando la función como herramienta fundamental en matemáticas y ciencias.

La enseñanza del concepto de función resulta compleja por su carácter abstracto y multifacético. Sin embargo, suele enseñarse de manera algorítmica, lo que fomenta la memorización sin comprensión. Una de las principales dificultades está en la transición entre representaciones algebraicas, gráficas y numéricas, proceso que no se da de forma espontánea y que requiere tareas específicas para su desarrollo. A ello se suma la complejidad de la notación y terminología: expresiones como $f(x)$, o conceptos como dominio y rango, suelen ser malinterpretados o considerados prescindibles (Parra-Urrea & Pino-Fan, 2022). Los errores de los estudiantes, vinculados a experiencias previas, se clasifican en procedimentales, de conversión y conceptuales (Duval, 2006). Además, persisten concepciones erróneas como reducir la función a una fórmula o a rectas y parábolas, y dificultades para distinguir entre función y ecuación, definir funciones sin apoyo gráfico o manipular representaciones (Trujillo et al., 2023).

En el plano evaluativo, la PAES M1 en Chile incorpora la noción de función como eje central. Sin embargo, estudios advierten que las pruebas estandarizadas privilegian la memorización y los procedimientos sobre la comprensión conceptual y la aplicación (Holler, 2024). Aunque la PAES evalúa competencias alineadas con las Bases Curriculares, su formato de selección múltiple limita la valoración de habilidades matemáticas complejas. Dado que las funciones pueden representarse algebraica, gráfica, tabular y verbalmente, se requiere diversidad de ítems que promuevan la comprensión interconectada. De este análisis emerge la pregunta de investigación: ¿Qué grado de idoneidad epistémica y demanda cognitiva tienen las preguntas sobre funciones en la PAES M1, y cómo impactan en la evaluación de competencias matemáticas?

MARCO TEÓRICO

En este estudio hemos adoptado, en el marco del Enfoque Ontosemiótico, los criterios de idoneidad didáctica para la enseñanza de funciones (Parra-Urrea, 2021) que permiten caracterizar el conocimiento matemático requerido por los docentes de matemática para gestionar de forma idónea los aprendizajes sobre funciones o bien analizar el currículo escolar o evaluaciones estandarizadas para verificar el nivel de idoneidad epistémica. En la siguiente tabla se muestran los aspectos esenciales para alcanzar una alta idoneidad epistémica en los procesos de instrucción para el concepto de funciones.

Tabla 1.

Componentes e indicadores de idoneidad epistémica.

Componentes	Indicadores
Situaciones Problemas	- Se presenta una muestra de problemas que movilizan todos los significados parciales de referencia de la noción de función. (S1) - Se presentan problemas para reforzar conocimientos previos relacionados con la noción de función. (S2) - Se presentan problemas para ejemplificar la definición de la noción de función. (S3) - Se presentan problemas en contextos puramente matemáticos para reforzar el aprendizaje sobre funciones. (S4) - Se presentan problemas contextualizados provenientes de la vida cotidiana o de otras ciencias para reforzar el aprendizaje sobre funciones. (S5)
Lenguajes	- Se movilizan todas las representaciones vinculadas a la noción de función (verbal, simbólica/algebraico, tabular, gráfica e icónica). (L1) - Se promueven tratamientos en los diversos registros de representación (verbal, algebraico, tabular y gráfico). (L2) - Se promueven conversiones entre los diversos registros de representación (verbal, algebraico, tabular y gráfico). (L3)
Definiciones, proposiciones, procedimientos, argumentos	- Las definiciones y procedimientos consideran la arbitrariedad y univalencia como características claves de la noción de función. (D1) - Se presenta la noción de dominio y codominio como elementos inherentes a la definición de función. (D2) - Se promueve el significado de la noción de función pretendido por el currículo escolar para identificar y argumentar relaciones funcionales en sus diversas representaciones. (D3) - Se presentan enunciados y procedimientos fundamentales relativos a la noción de función adecuados al nivel educativo. (D4) - Se promueven situaciones en que los estudiantes deben justificar sus conjeturas y procedimientos. (D5) - Se identifican y articulan los diversos significados parciales de la noción de función. (D6)
Errores, ambigüedades y creencias	- El trabajo con funciones no se limita al uso de representaciones algebraicas para evitar que se perciban solo como fórmulas y regularidades. (E1) - Se evita la creencia que un cambio en la variable independiente implica necesariamente un cambio en la variable dependiente pues de lo contrario una función constante podría no ser considerada una relación funcional. (E2) - Se presentan relaciones funcionales que no son graficables para evitar la creencia de que toda función admite una representación gráfica. (E3) - Se evita el error de utilizar curvas continuas para funciones discretas. (E4) - Se presentan relaciones funcionales que no tienen asociada una expresión algebraica, una fórmula o ecuación para evitar la creencia de que toda función admite una representación algebraica. (E5) - Las funciones se presentan con dominios y codominios explícitos para evitar la creencia de que toda función tiene un dominio y codominio natural o real. (E6) - Se presentan gráficas 'irregulares' para evitar la creencia que toda función representada gráficamente tiene buen comportamiento (simétrica, regular, suave y continua) (E7)

Nota. Elaboración propia

Índice

La nomenclatura que se explicita en la tabla a cada indicador fue considerada para facilitar la lectura y análisis de los criterios. Además, se han considerado los niveles de Demanda cognitiva reconocidos y descritos por Smith y Stein (1998): 1) Memorización; 2) Procedimientos sin conexión; 3) Procedimientos con conexión; y 4) Hacer matemáticas. El Marco Conceptual que sustenta nuestro estudio considera la definiciones y caracterización del concepto de función entregados por Spivak (1988), Stewart (2012) y Larson y Edwards (2016).

METODOLOGÍA

El estudio se desarrolla bajo un enfoque cualitativo, orientado a comprender e interpretar en profundidad las preguntas de la PAES de Matemática desde su contexto y significado (Creswell & Poth, 2018). Se adopta un diseño descriptivo, con el propósito de caracterizar y clasificar los ítems según niveles de demanda cognitiva, sin manipular variables. Además, tiene un carácter exploratorio, pues aborda un ámbito poco investigado en Chile y busca sentar bases para futuros estudios. Finalmente, es interpretativo, ya que analiza el sentido y la complejidad de cada pregunta a partir de marcos teóricos, explicando errores o imprecisiones e integrando la perspectiva del investigador en la construcción de significado (Flick, 2015). En esta investigación se analizaron las preguntas relacionadas a la noción de función de dos evaluaciones PAES M1, cuya selección se justifica en realizar un estudio a instrumentos actualizados, que consideren la diversidad en las características propias de estas (regular e invierno) y tomando como una de las referencias, una de las evaluaciones que dio origen a los cuestionamientos planteados (Pregunta 29, PAES regular 2023). Estas consideraron 8 preguntas en PAES regular 2023 y 7 preguntas en PAES invierno 2025. Para llevarlo a cabo, se utilizó una tabla de elaboración propia que permite reconocer qué criterios de idoneidad epistémica y nivel de demanda cognitiva están presentes o se promueven en cada pregunta.

Tabla 2

Tabla de análisis Idoneidad epistémica y Demanda Cognitiva, preguntas PAES M1.

Pregunta PAES M1	Componentes e indicadores Idoneidad Epistémica																				Nivel de Demanda Cognitiva
	Situaciones Problemas					Lenguajes			Definiciones, proposiciones, procedimientos, argumentos						Errores, ambigüedades y creencias						
	S 1	S 2	S 3	S 4	S 5	L 1	L 2	L 3	D 1	D 2	D 3	D 4	D 5	D 6	E 1	E 2	E 3	E 4	E 5	E 6	E 7	

Nota. Elaboración propia

RESULTADOS Y ANÁLISIS

A continuación, se presenta un extracto del análisis general realizado a las evaluaciones PAES M1 considerada, en cuanto a su idoneidad epistémica:

Índice

Figura 1

Análisis global prueba PAES regular 2023

Pregunta PAES M1	Componentes e indicadores Idoneidad Epistémica																			Nivel de Demanda Cognitiva
	Situaciones Problemas					Lenguajes			Definiciones, proposiciones, procedimientos, argumentos						Errores, ambigüedades y creencias							
	S1	S2	S3	S4	S5	L1	L2	L3	D1	D2	D3	D4	D5	D6	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	
28					X			X			X	X			X							Procedimiento sin conexión
29					X							X										Procedimiento sin conexión
37		X			X			X			X	X			X							Procedimiento con conexión
38					X		X	X			X	X										Procedimiento con conexión
39					X			X				X										Procedimiento sin conexión
40				X						X	X	X								X		Procedimiento sin conexión
41					X		X				X	X			X							Procedimiento con conexión
42					X		X				X	X			X							Procedimiento sin conexión

Nota. Elaboración propia

Respecto al componente lenguajes, la prueba moviliza todas las representaciones de función (L1), lo que permite superar concepciones reduccionistas que limitan las funciones a lo algebraico. No obstante, solo algunas preguntas cumplen con L2, restringiendo tratamientos al registro algebraico y reforzando visiones parciales.

En el componente definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos, las preguntas enfatizan existencia y univalencia, pero omiten la arbitrariedad. Algunas cumplen con D2, aunque la falta de explicitación de dominios refuerza la idea errónea de que siempre corresponden a los números reales, limitando la modelación precisa. Todas cumplen con D3 y/o D4, aunque sin reflejar significados no promovidos en el currículo, lo que puede reducir el aprendizaje a lo procedimental.

En el componente errores, ambigüedades y creencias, al existir una diversidad en la forma de abordar la noción de función se mitiga la idea de que toda función debe expresarse algebraicamente (E1). Un

muy bajo porcentaje de preguntas presentan dominios y codominios explícitos, lo que perpetúa errores conceptuales. Además, ningún ítem aborda funciones constantes (E2), funciones sin representación gráfica (E3), ni funciones con variables discretas (E4). Tampoco se incluyen tareas que trabajen la función como correspondencia arbitraria (E5) ni funciones con comportamientos no regulares (E6).

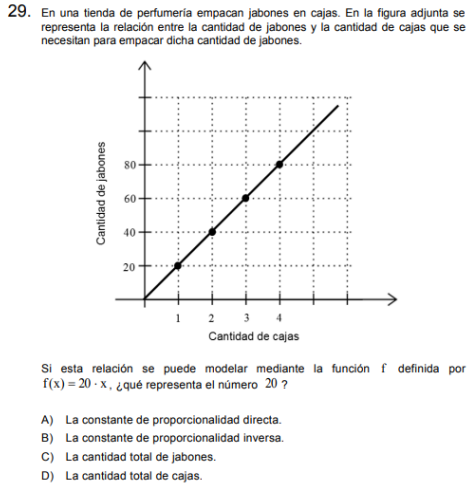
Finalmente, en términos de demanda cognitiva, existe un equilibrio entre preguntas que corresponden a baja demanda cognitiva y a alta demanda, centrándose en procedimientos sin conexión y con conexión, respectivamente. Esto refleja presencia de tareas exigentes, lo que favorece la evaluación de comprensión profunda y transferencia (Smith & Stein, 1998).

Índice

A continuación, se explicita un extracto del análisis de una de las situaciones/problemas considerados en este estudio (ver figura 2).

Figura 2

Pregunta 2, Análisis PAES-M1



En el componente Situación-problema cumple con el indicador S5, al abordar la noción de función lineal en un contexto cotidiano, representada tanto gráfica como analíticamente en la forma $f(x) = mx$. Si bien el contexto no garantiza la percepción de utilidad del objeto matemático, puede favorecer el aprendizaje y el interés estudiantil si está bien definido (Parra-Urrea, 2021).

En el componente Lenguaje, se emplean representaciones verbales, gráficas y algebraicas, pero sin promover la conversión entre registros. Esto limita la comprensión, dado que las conversiones son decisivas para el aprendizaje (Duval, 2006).

REFLEXIONES FINALES

A partir de los resultados y análisis, no es posible garantizar una alta idoneidad epistémica en las preguntas sobre la noción de función de las evaluaciones PAES M1 bajo estudio. El diseño carece de elementos esenciales para evaluar el conocimiento profundo que respecta al objeto matemático en estudio y las tareas planteadas no ofrecen una cobertura adecuada en términos de demanda cognitiva. De acuerdo con lo anterior, se sugiere para futuras evaluaciones PAES M1 considerar:

- Situaciones/problemas que movilicen y articulen todos los significados parciales de referencia de la noción de función.
- El tránsito por todas las representaciones vinculadas a la noción de función.
- El planteamiento de tareas que consideren la arbitrariedad de la función.

Índice

- El planteamiento de situaciones que aborden funciones no graficables o que no tenga una representación analítica asociada, para evitar la creencia que toda función puede graficarse o expresarse algebraicamente.
- La explicitación de los dominios y codominios que definen la función.
- Evitar situar preguntas en contextos artificiales o poco relevantes para los y las estudiantes.
- Plantear preguntas que ofrezcan una cobertura adecuada en términos de demanda cognitiva.

Referencias

Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). SAGE Publications.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1–2), 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Flick, U. (2015). *El diseño de la investigación cualitativa.* Ediciones Morata. https://doi.org/10.23935/2016/01018

Holler, A. (2024). Standardized testing: An inadequate measure of academic achievement and cognitive growth. *Journal of Student Research at Indiana University East, 1*(1), 117–125.

Parra, Y. (2021). *Conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores chilenos de enseñanza media sobre la noción de función: Una experiencia en contextos de microenseñanza* [Tesis doctoral, Universidad de Los Lagos].

Parra Urrea, Y., Pino-Fan, L., & Gallegos, C. (2023). Criterios de idoneidad epistémica para la enseñanza de las funciones: El caso de la función inversa en contexto de microenseñanza. *Revista Paradigma, 44*, 427–452. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p427-452.id1398

Parra-Urrea, Y., & Pino-Fan, L. (2022). Proposal to systematize the reflection and assessment of the teacher's practice on the teaching of functions. *Mathematics, 10*(18), 3330. https://doi.org/10.3390/math10183330

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*(1), 1–36. https://doi.org/10.1007/bf00302715

Smith, M., & Stein, M. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(4), 344–350. https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268

Spivak, M. (1988). *Cálculo infinitesimal* (B. Frontera Marqués, Trad.; 2.ª ed.). Reverté.

Stewart, J. (2012). *Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas* (7.ª ed.). Cengage Learning Editores.

Trujillo, M., Atarés, L., Canet, M. J., & Pérez-Pascual, M. A. (2023). Learning difficulties with the concept of function in maths: A literature review. *Education Sciences, 13*(5), 495. https://doi.org/10.3390/educsci13050495

Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*, 356–366. https://doi.org/10.2307/749441

ANÁLISIS DEL TEXTO ESCOLAR DE MATEMÁTICA DE 2° AÑO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA PARA UNA PROPUESTA DIDÁCTICA DE FUNCIÓN INVERSA: ESTUDIO DESDE EL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO MATEMÁTICO

Benjamín Cuadra Rivas, Colegio Terraustral Oeste - Universidad San Sebastián

Gabriel Figueroa Fuenzalida, Universidad San Sebastián

Moisés Pérez Campos, Universidad San Sebastián

Orlando Adán Soto Contreras, Universidad San Sebastián

Yocelyn Parra Urrea, Universidad San Sebastián

Abstract:

Este estudio analiza la idoneidad epistémica de la función inversa en el texto escolar de segundo año de enseñanza media en Chile, desde los marcos del Modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) y el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemática (EOS). Bajo un enfoque cualitativo de análisis de contenido, se examinan las secciones del texto en las que se introduce y aplica la función inversa, considerando los componentes de situaciones-problema, lenguaje, definiciones y errores o creencias. Los resultados evidencian un enfoque algorítmico, dejando escasa interacción con los fundamentos como el dominio, codominio y la biyectividad. Estas limitaciones sustentan una propuesta didáctica orientada a fortalecer la comprensión conceptual y a promover una enseñanza más coherente con los principios epistémicos del EOS y del CDM.

Función inversa, significados parciales, conocimiento didáctico matemático, idoneidad epistémica, noción de función, enfoque ontosemiótico.

INTRODUCCIÓN

Esta investigación aborda la enseñanza de la función inversa en el nivel secundario, partiendo del diagnóstico de que su instrucción suele presentar dificultades asociadas a un enfoque excesivamente algorítmico y a una escasa articulación entre los registros de representación. Estudios han evidenciado que los estudiantes tienden a centrar su comprensión en el procedimiento, sin considerar condiciones fundamentales como la biyectividad o la relación entre dominio y codominio, lo que obstaculiza una comprensión conceptual del objeto matemático (Uscanga et al., 2024; Hatisaru, 2020). Esta situación sugiere que las limitaciones no solo se originan en la práctica docente, sino también en los materiales curriculares que guían la enseñanza, especialmente los textos escolares distribuidos oficialmente por el Ministerio de Educación de Chile. En este contexto, el presente estudio se propone analizar

Índice

la idoneidad epistémica del tratamiento de la función inversa en un texto escolar de segundo año de enseñanza media, con el fin de identificar fortalezas y debilidades en la forma en que se abordan los significados asociados al concepto. El análisis se fundamenta en dos marcos teóricos complementarios: el Modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) y el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemática (EOS), que permiten articular el saber matemático con el saber pedagógico y valorar la calidad de las representaciones didácticas presentes en el material escolar. A partir de los hallazgos obtenidos, se plantea una propuesta didáctica compuesta por tres actividades orientadas a superar las limitaciones detectadas en el texto, promoviendo la argumentación, el tránsito entre representaciones y la comprensión conceptual de la inversibilidad.

ANTECEDENTES

Diversos estudios han señalado que la enseñanza de las funciones, y en particular de la función inversa, presenta dificultades asociadas a un enfoque excesivamente algorítmico y a una escasa articulación entre registros de representación. Investigaciones como las de Oehrtman et al. (2008) y Weber et al. (2020) advierten que los estudiantes tienden a confundir la función inversa con el inverso multiplicativo o asumir que toda función posee una fórmula explícita o es continua, omitiendo la verificación de condiciones esenciales como la inyectividad y la sobreyectividad. Del mismo modo, reportan que muchos estudiantes no reconocen la necesidad de que cada elemento del dominio se asocia a un único elemento del codominio, ni que la función sea biyectiva para asegurar la existencia de su inversa, lo que conduce a interpretaciones erróneas. Hatisaru (2020) ha advertido que los docentes, tanto en formación como en ejercicio, tienden a reproducir este enfoque limitado, lo que refuerza la falta de atención a nociones fundamentales. A nivel nacional, Pino-Fan, Parra-Urrea y Castro (2019) evidencian que los textos escolares priorizan tareas rutinarias de cálculo en desmedro de la argumentación y de la diversidad de contextos, lo que debilita la construcción de significados conceptuales. En consecuencia, resulta pertinente analizar de manera sistemática cómo los textos escolares abordan la función inversa y, a partir de ese diagnóstico, diseñar estrategias didácticas que contribuyan a una enseñanza más coherente con los principios del Modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) y el Enfoque Ontosemiótico (EOS).

MARCO TEÓRICO

Para evaluar el texto escolar y fundamentar una propuesta didáctica que fortalezca la enseñanza de la función inversa es necesario un marco que vincule el conocimiento matemático con el saber pedagógico. En este trabajo se consideran dos referentes principales: el Modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) y el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemática (EOS). El CDM es un modelo que distingue tres dimensiones (Pino-Fan et al., 2015; Godino et al., 2017). La *dimensión matemática*

comprende tanto el conocimiento común del contenido, necesario para resolver las tareas del currículo, como un conocimiento ampliado que permite establecer vínculos con nociones más avanzadas. La *dimensión didáctica* incorpora seis facetas: epistémica, que aborda los significados y representaciones del objeto de estudio; cognitiva, centrada en cómo piensan y qué dificultades presentan los estudiantes; afectiva, relacionada con actitudes y motivaciones; interaccional, referida a la gestión de la participación y la autonomía; mediacional, que considera el uso de recursos y tecnologías; y ecológica, vinculada al contexto curricular y cultural (Pino-Fan, Godino, 2015; Parra-Urrea, Pino-Fan, Gallegos, 2023). Finalmente, la *dimensión metadidáctico-matemática* se enfoca en la reflexión del docente sobre su práctica y en las normas que orientan el proceso de enseñanza y aprendizaje (Pino-Fan, Godino y Font, 2018).

Complementariamente, el EOS aporta herramientas para evaluar la calidad de los procesos de enseñanza. En particular, permite valorar la idoneidad didáctica de una propuesta mediante seis criterios interrelacionados (Godino et al., 2007): 1) epistémica: corrección y representatividad del contenido matemático; 2) cognitiva: relación con conocimientos previos y accesibilidad para los estudiantes; 3) interaccional: calidad de las interacciones profesor–estudiante; 4) mediacional: pertinencia de recursos y representaciones; 5) emocional: actitudes y motivación de los aprendices; 6) ecológica: coherencia con el currículo y el contexto escolar. En esta investigación, se estudia la idoneidad epistémica, evaluando la representatividad de los significados de la noción de función inversa respecto del significado holístico de referencia (Parra-Urrea y Pino-Fan, 2022). Para ello, se analizan cuatro componentes: 1) situaciones-problema, considerando la diversidad de contextos (matemáticos y cotidianos) y la presencia de los seis significados de función (Pino-Fan et al., 2019). 2) Lenguaje, que exige tránsito y conversión entre registros algebraico, gráfico, tabular y verbal. (Duval, 2006). 3) Definiciones y procedimientos, que deben incluir la arbitrariedad, la univalencia y la explicitación de dominio y codominio. 4) Errores y creencias, evitando concepciones como que toda función posee fórmula o que toda gráfica debe ser “suave” (Nyikahadzoyi, 2013). Estos referentes teóricos se utilizan para construir los criterios de análisis del texto escolar, especialmente en relación con la idoneidad epistémica propuesta por Parra-Urrea y Pino-Fan (2022).

MARCO METODOLÓGICO

La investigación se desarrolla bajo un enfoque cualitativo, ya que busca comprender cómo se presenta la noción de función inversa en los textos escolares y qué significados didácticos subyacen a su enseñanza. Este enfoque permite analizar los materiales y las prácticas desde una perspectiva interpretativa, privilegiando la comprensión de procesos y contextos por sobre la medición de variables (Creswell, 2014). Se examinan los textos escolares de segundo

año de enseñanza media aprobados y distribuidos por el MINEDUC, con el propósito de identificar las estrategias didácticas utilizadas y evaluar su idoneidad epistémica. El interés no es establecer relaciones causales ni generalizar resultados, sino interpretar los significados, representaciones y decisiones didácticas presentes en el material oficial. Los hallazgos están dirigidos a docentes en formación y en ejercicio, y las propuestas buscan complementar su práctica profesional. Para la recolección y análisis de la información se emplea la técnica de análisis de contenido (Bardin, 2002), apoyada en herramientas de la didáctica de la matemática (Godino et al., 2007). A fin de aplicar los criterios de idoneidad epistémica, se construyó una matriz de análisis en la que se registraron fragmentos del texto escolar asociados a cada componente propuesto por Parra-Urrea y Pino-Fan (2022): a) situaciones-problema, b) lenguaje y representaciones, c) definiciones y procedimientos, y d) errores y creencias.

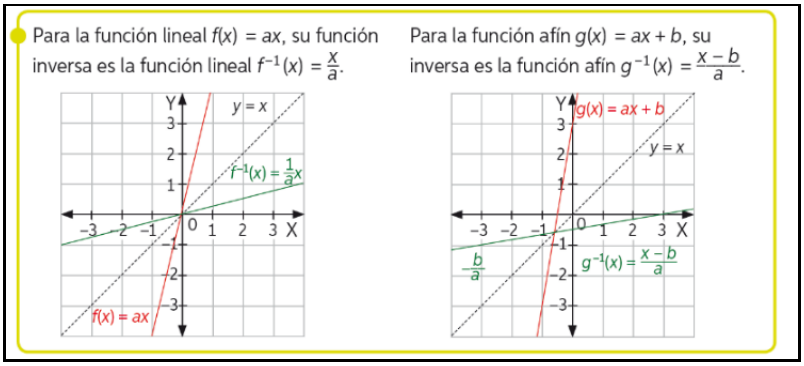
ANÁLISIS Y RESULTADOS

El análisis se organizó según los cuatro componentes de idoneidad epistémica propuestos por Parra-Urrea y Pino-Fan (2022): En el ámbito de las situaciones-problema, se constató una cobertura parcial de los seis significados de la noción de función descritos por Pino-Fan, Parra-Urrea y Castro (2019). Si bien se incluyen tareas que promueven la relación entre representaciones algebraicas y gráficas, predominan las actividades de carácter rutinario y procedimental. Los problemas en contextos de la vida cotidiana o de otras ciencias son escasos y, cuando aparecen, no se exploran con la profundidad necesaria para propiciar la modelación y el pensamiento crítico, lo que confirma la limitación señalada por Duval (1999) sobre la ausencia de diversidad semiótica en los contextos. Respecto al lenguaje y las representaciones, el texto favorece el tránsito dentro de un mismo registro (por ejemplo, de la expresión algebraica a su gráfica) pero ofrece pocas oportunidades de conversión entre distintos registros (algebraico, tabular, verbal y gráfico). En relación con las definiciones y procedimientos, hemos constatado que se promueve la arbitrariedad utilizando conjuntos como A y B, mientras que la univalencia se encuentra escrita de forma explícita, pero se observa que esa condición de univalencia se trata como una regla formal, no como parte de un razonamiento profundo sobre cuándo una función es invertible. Según Hatisaru (2020) cuando se presenta univalencia como una "regla para que sea función", sin reflexionar sobre su rol en la existencia de la inversa, los estudiantes no logran entender que una función debe ser inyectiva para que su inversa también sea función. Finalmente, el análisis de errores y creencias revela que, aunque se advierte la necesidad de verificar la unicidad en las correspondencias, no se incluyen contraejemplos que permitan discutir concepciones comunes como la idea de que toda función admite fórmula o que su gráfica debe ser continua y "suave" (Oehrtman et al., 2008). La falta de gráficos irregulares o de actividades que tensionen las nociones prototípicas contribuye a mantener estas concepciones.

Por el espacio dispuesto para este reporte de investigación, no es posible presentar en profundidad los análisis, sin embargo, a continuación, se explicita un extracto del texto que fue analizado:

Figura 1

Nociones de dominio y codominio como elementos inherentes de la definición de función, texto escolar segundo medio. (Díaz et al., 2024, p. 83).



En la definición de función inversa de la función lineal y función afín (ver figura 1) no se explicita para qué valores de x están definidas las funciones ni qué valores puede tomar la función f ni su inversa. Hatisaru (2020) informa que los docentes en ejercicio y en formación suelen limitar la idea de función a su representación algebraica o gráfica, sin tratar el dominio ni el codominio como elementos propios de la función, que son los registros presentes en la figura 1.

En conjunto, estos hallazgos evidencian un tratamiento parcial de la función inversa, lo que fundamenta la necesidad de proponer actividades que amplíen los significados epistémicos involucrados. Frente a estas debilidades, se diseñaron 3 propuestas de actividades que buscan ampliar los significados de la función inversa y promover un aprendizaje más profundo. Las características que tienen las tareas que se proponen en este estudio son:

Codificación secreta: reorienta la idea de codificar información para que los estudiantes establezcan la relación entre procesos de codificación y decodificación, identificando la necesidad de una función inversa que "deshaga" la operación inicial. Esta actividad introduce de manera lúdica la noción de inversibilidad y permite discutir la condición de biyectividad.

¿Cuánto cambia cuando todo se invierte?: propone el análisis de funciones reales y sus inversas para explorar los efectos de la inversión sobre dominio, codominio y representación gráfica. Los estudiantes deben predecir y verificar cambios, fortaleciendo la comprensión de la relación entre una función y su inversa.

Índice

¿Se ve igual?: invita a comparar gráficamente una función y su inversa, enfatizando la simetría respecto de la recta $y = x$ y el tránsito entre registros algebraico, tabular y gráfico. El uso de software dinámico potencia la visualización y la conversión entre representaciones.

CONCLUSIONES

El análisis permitió valorar la idoneidad epistémica del tratamiento de la función inversa en el texto escolar de segundo medio, evidenciando un enfoque predominantemente algorítmico, con actividades centradas en el cálculo y una débil articulación entre los distintos registros de representación. Asimismo, se advierte una escasa exploración del dominio, el codominio y la condición de inyectividad y sobreyectividad. Estas limitaciones reflejan un tratamiento parcial del concepto y justifican la propuesta de actividades diseñada para ampliar los significados epistémicos, fortalecer la argumentación y favorecer una comprensión conceptual más profunda.

Referencias

Bardin, L. (2002). *Análisis de contenido*. Ediciones Akal.

Creswell, J. W. (2014). *Diseño de la investigación: Enfoques cualitativos, cuantitativos y de métodos mixtos* (4.ª ed.). Sage.

Díaz, E., Ortiz, N., Morales, K., Norambuena, P., Rebolledo, M., & Barrera, R. (2023). *Matemática 2º medio: Texto del estudiante* (Edición especial para el Ministerio de Educación) (pp. 76–93). SM S.A.

Duval, R. (2006). La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME*, *9*(1), 143–168.

Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94–116. https://doi.org/10.2307/749215

Ferrari, M. (2001). *Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo* [Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN]. Área de Educación Superior, Departamento de Matemática Educativa.

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education*, 39(1–2), 127–135. https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1

Hatisaru, V. (2020). Secondary mathematics teachers' content knowledge for teaching the concept of function. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 21(1), 94–119.

Nyikahadzoyi, M. (2013). Teachers' knowledge of the concept of a function: A theoretical framework. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11(1), 1–30.

Oehrtman, M., Carlson, M., & Thompson, P. (2008). Foundational reasoning abilities that promote coherence in students' function understanding. En M. Carlson & C. Rasmussen (Eds.), *Making the connection: Research and teaching in undergraduate mathematics education* (pp. 27–42). Mathematical Association of America.

Parra-Urrea, Y., & Pino-Fan, L. (2022). Proposal to systematize the reflection and assessment of the teacher's practice on the teaching of functions. *Mathematics*, *10*(18), 3330. https://doi.org/10.3390/math10183330

Parra-Urrea, Y., Pino-Fan, L., & Gallegos, C. (2023). Criterios de idoneidad epistémica para la enseñanza de las funciones: El caso de la función inversa en contexto de microenseñanza.

Paradigma, *44*(4), 427–452. https://doi.org/10.37618/paradigma.1011-2251.2023.p427-452.id1398

Pino-Fan, L., Assis, A., & Castro, W. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(6), 1429–1456. https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1403a

Pino-Fan, L., & Godino, J. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, *36*(1), 87–109.

Pino-Fan, L., Parra-Urrea, Y., & Castro, W. (2019). Significados de la función pretendidos por el currículo de matemáticas chileno. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, *11*(23), 201–220.

Uscanga, R., Melhuish, K., & Cook, J. (2024). Students' techniques for approaching defining properties of functions. *Educational Studies in Mathematics*, *117*, 457–484. https://doi.org/10.1007/s10649-024-10344-2

Weber, K., Mejía-Ramos, J., Fukawa-Connelly, T., & Wasserman, N. (2020). Connecting the learning of advanced mathematics with the teaching of secondary mathematics: Inverse functions, domain restrictions, and the arcsine function. *Journal of Mathematical Behavior*, 57, 1–21. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100752

Índice

DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE INGENIERÍA: UN ESTUDIO EN LA UNIVERSIDAD DE ATACAMA, CHILE

Ricardo Guerra Iriarte, Universidad de Atacama

Ismenia Guzmán Retamal, Universidad de los Lagos

Felipe Guevara Morales, Universidad de Atacama

Abstract:

Esta investigación está motivada por los conocimientos insuficientes exhibidos por los estudiantes del primer curso de Álgebra I de Ingeniería Civil en la Universidad de Atacama. Su objetivo principal es estudiar las dificultades y errores que enfrentan los estudiantes al resolver ejercicios de trigonometría. La metodología de investigación considerada es cualitativa descriptiva, con validación interna, y se utilizan dos problemas de una evaluación como instrumentos de investigación. Utilizando el análisis didáctico, el estudio se concentra en el objetivo de cada problema y las respuestas textuales de los estudiantes, que permite determinar el conocimiento matemático requerido y las habilidades cognitivas necesarias para resolverlos. Las conclusiones apuntan a que las prácticas docentes presentan carencias en reforzar el cambio entre registros semióticos, lo que limita la comprensión de los estudiantes. Por otra parte, el análisis didáctico de las respuestas textuales de los estudiantes permitió identificar deficiencias en la operatoria con fracciones algebraicas y en la resolución de ecuaciones trigonométricas. Además, se observó que los estudiantes evidencian dificultades en la transición desde el álgebra escolar (centrada en procedimientos) hacia un enfoque universitario que integra registros semióticos múltiples.

Álgebra, trigonometría, dificultades, Duval

INTRODUCCIÓN

Esta investigación aborda las dificultades y errores que presentan los estudiantes de primer año de Ingeniería Civil en el curso de Álgebra I en la Universidad de Atacama (UDA), Chile, al resolver ejercicios de trigonometría. El estudio está motivado por el insuficiente conocimiento en operatoria con expresiones algebraicas y resolución de ecuaciones trigonométricas que exhiben estos estudiantes (Aguilar Terrones et al., 2022).

La UDA, ubicada en la Región de Atacama, comparte desafíos con otras universidades latinoamericanas, como una alta tasa de deserción en áreas STEM (25% en la Facultad de Ingeniería) y dificultades en la transición de la educación secundaria a la universitaria

Índice

(Barahona Urbina et al., 2016). La trigonometría es considerada una herramienta esencial en la ingeniería, y su insuficiente dominio impacta el rendimiento.

El objetivo principal es estudiar las dificultades y errores que enfrentan los estudiantes al resolver ejercicios de trigonometría. Nuestra pregunta de investigación: ¿Los estudiantes aplican correctamente las reglas matemáticas correctas cuando enfrentan una ecuación trigonométrica en la Universidad? Al estudiar esta actividad esperamos aproximarnos a determinar la naturaleza de los errores cuando los estudiantes enfrentan resolver una ecuación trigonométrica.

MARCO TEÓRICO

El marco teórico se basa principalmente en la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Raymond Duval (1999, 2004). Esta teoría postula que la comprensión en matemáticas requiere que el estudiante sea capaz de diferenciar entre un objeto matemático y sus diversas representaciones semióticas. Duval distingue dos tipos de transformaciones cognitivas cruciales:

Tratamiento: Transformaciones realizadas dentro del mismo sistema de representación.

Conversión: Transformación de un objeto de un sistema a otro de representación semiótica.

Según Duval (1999), la conversión es fundamental para la comprensión matemática, aunque representa un desafío significativo para los estudiantes, ya que el pensamiento matemático implica la capacidad de movilizar y convertir entre representaciones. El estudio se centra en el desafío que implica la conversión entre el registro de las expresiones algebraicas y el registro de las funciones trigonométricas. Se señala que la enseñanza a menudo privilegia el tratamiento (aplicación de reglas dentro de un sistema) sobre la conversión.

Además, se considera la taxonomía de Bloom y la distinción entre ejercicio (aplicación de procedimientos aprendidos) y problema (situación que requiere reflexión y múltiples estrategias) (Zaldívar Carrillo y Mayo Parra, 2005). Los instrumentos de evaluación utilizados son ejercicios para nivelar conocimientos y desarrollar competencias básicas.

METODOLOGÍA

La metodología de investigación es de tipo cualitativo descriptiva, con validación interna, siguiendo la estructura del modelo de la Ingeniería Didáctica (Artigue et al., 1995).

Participantes e Instrumentos:

Participantes: 20 estudiantes de primer año de Ingeniería Civil de la UDA, inscritos en el curso Álgebra I.

Instrumento: Se recopilaron dos ejercicios de una evaluación parcial, centrados en trigonometría:

Ejercicio 1: Resuelva la siguiente ecuación trigonométrica, sabiendo que x ∈ [0,2π]:

$$cos^2(x) - 3sen(x) = 0$$

Ejercicio 2: Demostrar una identidad trigonométrica trigonométrica.

$$\frac{sen(2x)}{sen(x)} - \frac{cos(2x)}{cos(x)} = sec(x)$$

Proceso de Análisis

El análisis se desarrolló en dos etapas:

Análisis a priori: Se definió el objetivo de cada ejercicio, el conocimiento matemático y las habilidades cognitivas requeridas (ej. identidades trigonométricas, cambio de variables, operatoria algebraica), la respuesta "experta" y los errores esperados.

Análisis de las respuestas textuales (a posteriori): Se examinaron las respuestas de los estudiantes, enfocándose en aquellos con dificultades o errores, para evidenciar sus conocimientos reales, falencias, y la naturaleza de sus dificultades.

RESULTADOS

Tabla 1

Resumen de puntajes de preguntas de la prueba

Pregunta	Puntaje obtenido de un ideal 15	Porcentaje de logro
P1	4,3	28,4
P2	3,5	23,1

Nota. Elaboración propia

El observar los datos de la tabla1, señala la dificultad de los estudiantes en alcanzar el éxito, no han llegado a un 30% del logro, el análisis de las respuestas reveló deficiencias centradas en la confusión de objetos y procedimientos matemáticos.

Dificultades en la Resolución de Ecuaciones (Ejercicio 1)

Los errores se relacionaron con el tratamiento de funciones trigonométricas como si fueran expresiones algebraicas.

Tratamiento Algebraico Erróneo: Estudiantes como A1 abordaron la ecuación como un despeje algebraico simple, sin reconocer la necesidad de usar una identidad para reducirla a una sola función trigonométrica.

Conversión Incompleta: Los estudiantes A2 y A5 utilizaron correctamente una identidad trigonométrica y realizaron un cambio de variable para obtener una ecuación de segundo grado. Sin embargo, olvidaron determinar el valor de la variable inicial (x), dejando el procedimiento incompleto al no regresar al registro trigonométrico original. Esto subraya la dificultad en la conversión de registros (Duval, 1999).

Dificultades en la Demostración de Identidades (Ejercicio 2)

Este ejercicio fue el de menor logro. Los errores principales fueron:

Aplicación Incorrecta de Propiedades Numéricas: Los estudiantes A_7, A_8, A_9 y A_{10} cometieron errores al simplificar funciones trigonométricas en fracciones como si fueran números (ej. simplificando sin(x) en la fracción: sin(x)/(1+sin(x)). Este es un error de tratamiento que demuestra una falta de dominio en la operatoria con fracciones algebraicas.

Falta de Comprensión: Se observó que los estudiantes no comprendieron el significado de demostrar una identidad, indicando una carencia en la apropiación conceptual.

CONCLUSIONES

Naturaleza de los Errores

La naturaleza de los errores reside en que los estudiantes no logran distinguir entre los procedimientos algebraicos, trigonométricos y numéricos. Aplican incorrectamente propiedades numéricas de simplificación (propias de fracciones numéricas) al trabajar con fracciones algebraicas y trigonométricas. Esta situación se debe a que no se ha reforzado la conciencia de que las expresiones algebraicas y trigonométricas son objetos nuevos con notaciones y propiedades distintas, lo que denota una dificultad en la transición del marco numérico-aritmético al algebraico.

Aplicación de Reglas Matemáticas

Los resultados confirman que los estudiantes, en su mayoría, no aplican correctamente los procedimientos correspondientes (pregunta 2). Aunque algunos conocen ciertas identidades trigonométricas, no las utilizan adecuadamente o no reconocen su necesidad. La dificultad en la conversión se hace evidente cuando, tras el cambio de variable, no logran retornar a la variable trigonométrica original.

Implicaciones Pedagógicas

Las conclusiones apuntan a que las prácticas docentes presentan carencias en reforzar el cambio entre registros semióticos (Duval, 2004), limitando la comprensión. Se recomienda a los docentes reforzar la articulación y transición entre el registro algebraico y el trigonométrico para que los estudiantes profundicen el significado de estas expresiones. Finalmente, se sugiere revisar el tipo de tareas, pasando de ejercicios que solo exigen

memorización a problemas que fomenten el razonamiento y la búsqueda de estrategias, lo cual es más apropiado para alumnos de ingeniería.

Referencias

Aguilar Terrones , D., Sánchez Ruiz, J. G., & Salgado Suárez, G. D. . (2022). Aprendizaje de números racionales a partir de representaciones semióticas. *Revista Chilena De Educación Matemática*, *14*(2), 69–99. https://doi.org/10.46219/rechiem.v14i2.102

Artigue, M., Douady, R., & Moreno, L. (1995). Ingeniería didáctica. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 33–59). Grupo Editorial Iberoamérica.

Barahona Urbina, P., Veres Ferrer, E., & Aliaga Prieto, V. (2016). Deserción académica en la Universidad de Atacama, Chile. *Revista de Investigación en Comunicación y Desarrollo*, 7(2), 27–37.

Duval, R. (1999). *El concepto de semiosis: Perspectivas y enfoques en la educación*. Peter Lang.

Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales (2.ª ed.)*. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía. Peter Lang.

Zaldívar Carrillo, M. E., & Mayo Parra, I. (2005). Apuntes necesarios acerca de la relación entre ejercicios, problemas y tareas. *Revista Iberoamericana de Educación, 37(5),* 1–10.

ESTUDIO DE CLASES COMO HERRAMIENTA PARA REPENSAR UNA SITUACION DIDACTICA EN PROBABILIDAD

Roberto Muñoz-Sepúlveda, Pontificia Universidad Católica de Chile

Abstract:

La enseñanza de la probabilidad en el nivel escolar enfrenta desafíos derivados de la dificultad para articular los distintos significados asociados al concepto, en especial los enfoques frecuentista y teórico. Esta investigación presenta una experiencia de diseño, implementación y revisión de una clase de probabilidad en séptimo básico, en el marco de un Estudio de Clases. El objetivo fue analizar cómo este proceso permite reflexionar y mejorar una propuesta didáctica que articule ambos enfoques, favoreciendo el desarrollo del razonamiento probabilístico en los estudiantes. La propuesta se basó en una situación didáctica que integró el uso de simuladores de experimentos aleatorios, permitiendo aproximarse empíricamente a la Ley de los grandes números. Se utilizó una metodología cualitativa de enfoque interpretativo, desarrollada mediante el estudio de clases en dos ciclos sucesivos. En el primer ciclo se identificaron dificultades vinculadas a la ausencia de instancias de validación, la escasa articulación entre enfoques y un número insuficiente de repeticiones del experimento. En el segundo ciclo se introdujeron mejoras fundamentadas en la Teoría de Situaciones Didácticas. Los resultados muestran que el Estudio de Clases favorece la reflexión docente y el rediseño colaborativo, permitiendo enriquecer las prácticas pedagógicas e impulsar una comprensión más profunda y articulada del concepto de probabilidad.

Estudio de clases, probabilidad, ley de los grandes números, teoría de situaciones didácticas

INTRODUCCIÓN

La probabilidad ha sido abordada históricamente desde distintos significados, entre ellos el intuitivo, el frecuentista y el teórico, cada uno con fortalezas y limitaciones en su enseñanza. Batanero (2005) destaca que, para una comprensión profunda del concepto, es necesario articular estos enfoques, especialmente el frecuentista y el teórico, lo que representa un desafío habitual en el aula.

En el ámbito educativo, se ha evidenciado que centrar la enseñanza exclusivamente en uno de estos enfoques —por ejemplo, el clásico— restringe el desarrollo del razonamiento probabilístico. Por ello, se requiere diseñar situaciones didácticas que favorezcan el tránsito entre lo experimental y lo formal, permitiendo que los estudiantes contrasten, argumenten y validen sus ideas en torno a la probabilidad (Ireland & Watson, 2009). En este sentido, las tecnologías digitales, y en particular los simuladores, se configuran como herramientas clave

Índice

para facilitar estas conexiones, apoyando la exploración del concepto desde una perspectiva empírica que dialogue con la teoría (Insunza, 2017; Gea et al., 2017).

La enseñanza escolar de la probabilidad enfrenta desafíos tanto por su complejidad epistemológica como por las dificultades docentes para articular los distintos enfoques con que se aborda. En particular, la fragmentación entre los enfoques frecuentista y teórico dificulta que los estudiantes construyan una comprensión coherente del concepto (Batanero & Sánchez, 2013).

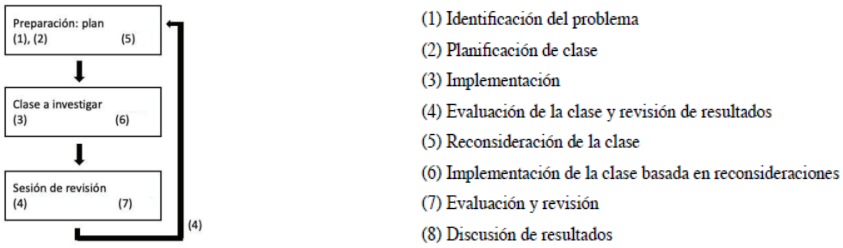
Esta comunicación presenta el diseño, implementación y revisión de una clase de probabilidad en séptimo básico, en el marco de un Estudio de Clases (Isoda et al., 2007). El objetivo corresponde con analizar la implementación y revisión colaborativa de una situación didáctica de probabilidad que articula los enfoques frecuentista y teórico.

ELEMENTOS TEÓRICOS

El estudio de clases es una actividad colaborativa realizada por profesores con el propósito de mejorar sus prácticas pedagógicas (Olfos et al., 2020). En este contexto, la elaboración del plan de clases se encuentra dentro del ámbito del estudio de clases (Isoda et al., 2007) y consta de varias etapas que fueron parte de la investigación, que se detallan a continuación en la Figura 1.

Figura 1

Etapas estudio de clases



Nota. Diagrama de flujo. Por Stigler & Hiebert (1999, citado en Isoda et al., 2007, p. 27)

La planificación de la clase se fundamenta en el OA 19 (Ministerio de educación, 2015), identificando como problemática una situación didáctica que vincule los enfoques de probabilidad frecuencial con el teórico. La clase a investigar se centra en que los estudiantes sean capaces de relacionar la probabilidad frecuentista con la probabilidad teórica en un experimento utilizando un simulador basado en la Ley de los grandes números.

Para efectos de las reconsideraciones de la clase se reformula el plan de clases basado en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD; Brousseau, 2007) considerado en la Figura 2.

Figura 2

Teoría de situaciones didácticas (TSD)



ELEMENTOS METODOLOGICOS

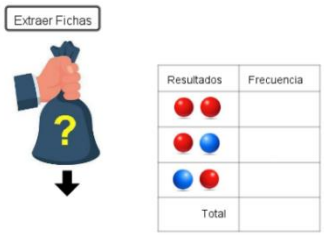
Se utilizó una metodología cualitativa con enfoque interpretativo (Hernández-Sampieri, 2014). El plan de clases fue diseñado en conjunto con docentes de un curso de magister en didáctica e implementado con estudiantes de 7° básico de un colegio particular de Valparaíso. La tarea analizada detallada en la Tabla 1 consistió en estimar la composición de una bolsa de fichas mediante simulaciones en GeoGebra, articulando los enfoques frecuentista y teórico de la probabilidad. El diseño de la clase fue iterado en dos ciclos sucesivos de Estudio de Clases, cada uno seguido de una sesión de análisis y reformulación docente. Las unidades de análisis incluyeron el plan de clase, las interacciones en el aula y las producciones estudiantiles, examinadas desde la TSD.

Tabla 1

Situación didáctica

Plan de clase

Parte 1: ¿Cómo saber? (5 min)
Los estudiantes, de manera individual, leen el problema, y responden de acuerdo con las apuestas que harán sobre las fichas que podrían salir de la bolsa. Se tiene una bolsa con fichas de distintos colores cuya cantidad no se precisa. La idea es jugar y apostar, si se extraen dos fichas a la vez ¿Qué apuesta harías tu?
Parte 2: ¿Quién gana?
Los estudiantes, organizados en parejas, a partir de un simulador realizan apuestas con su compañero. En parejas, a partir del simulador realizar sus apuestas- ¿Quién ganará? ¿Por qué creen que ganó?
Parte 3: Descubriendo las fichas.
Los estudiantes, a partir de los resultados del simulador, conjeturan cuántas fichas hay en la bolsa y cuántas de cada color. ¿Cuántas fichas de color rojo y azul debiese haber en la bolsa para que respondan a los resultados del simulador?
Parte 4 Plenario
El profesor invita de manera voluntaria a los grupos de estudiantes que deseen compartir sus respuestas.
Parte 5 Institucionalización
Institucionalización: Ley de los grandes números.



Nota. Elaboración propia

RESULTADOS

El análisis de los datos se realizó a partir de la revisión colaborativa de las grabaciones de clase. Para ello, se establecieron criterios de observación fundamentados en las fases de acción, formulación y validación de la TSD, con el propósito de identificar evidencias de articulación entre los enfoques frecuentista y teórico de la probabilidad. Las interpretaciones fueron discutidas colectivamente hasta alcanzar consenso, contrastando las observaciones y registros de cada participante antes de organizar los resultados en torno a cada ciclo de implementación.

Primer ciclo de intervención: diagnóstico y dificultades identificadas

La primera implementación del plan de clases se realizó en un 7° Básico A, sin considerar inicialmente un marco teórico específico. A partir de esta experiencia y del trabajo colaborativo con otros docentes, se identificaron las siguientes debilidades:

1. Ausencia de puesta en común: Si bien los estudiantes participaron activamente en las distintas etapas de la actividad, se evidenció la falta de una fase de validación o plenario, donde pudieran compartir y argumentar sus estrategias frente al curso.
2. Dificultad para articular enfoques: Muy pocos estudiantes lograron establecer una relación entre el enfoque frecuentista y el teórico de la probabilidad para estimar la composición de la bolsa de fichas. Esto puso en evidencia la necesidad de anticipar posibles obstáculos y planificar devoluciones que facilitaran la formulación de conjeturas y conexiones entre ambos enfoques.
3. Insuficiente número de repeticiones: Para formalizar la Ley de los grandes números, se constató que era necesario ampliar el número de repeticiones del experimento aleatorio. Solo así sería posible observar la estabilización de la frecuencia relativa y su aproximación a la probabilidad teórica.

Segundo ciclo de intervención: ajustes y mejoras al diseño

Con base en las observaciones del primer ciclo y guiados por la TSD, se reformuló el plan de clases e implementó en un segundo grupo (7° Básico B), incorporando las siguientes mejoras:

1. Inclusión de fase de validación: Se integró un plenario al final de la clase como espacio para que los estudiantes expusieran y discutieran sus estrategias, favoreciendo la argumentación y la validación. Esta instancia fue clave para avanzar hacia la institucionalización del conocimiento.
2. Ajuste de devoluciones docentes: La planificación se refinó incluyendo devoluciones alineadas con cada fase de la teoría, anticipando errores recurrentes vinculados a la comprensión de los enfoques probabilísticos y reforzando el razonamiento matemático de los estudiantes.
3. Aumento de repeticiones en el experimento: Se amplió el número de extracciones en el simulador, lo que permitió a los estudiantes observar la estabilización de las frecuencias relativas y vincular sus resultados con la probabilidad teórica, facilitando así la formalización de la Ley de los grandes números.

Observaciones de la última sesión de revisión

Posterior a la segunda implementación, la reflexión docente se centró en la dinámica de la clase, la actividad propuesta y la transición entre las fases de la situación didáctica. Se identificaron dos aspectos clave a mejorar:

1. Espacio muestral: Se sugirió reformular la actividad para facilitar el cálculo de la probabilidad teórica. El diseño inicial —con solo tres fichas— resultó simplista y generó cálculos con decimales periódicos, lo que dificultó la articulación entre los enfoques frecuencial y teórico.

2. Gestión de las fases didácticas: Desde la Teoría de Situaciones Didácticas, se propuso analizar con mayor precisión cómo se superponen las fases de acción, formulación y validación, especialmente durante el trabajo en parejas. Además, se advirtió que algunos estudiantes requerían conjeturas previas para participar activamente en el plenario, evitando así el efecto Topaze (Brousseau, 1986).

Proyecciones para un tercer ciclo

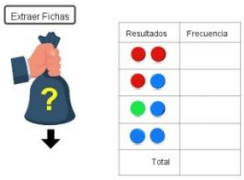
A partir de estas observaciones, se propone reformular el problema central de la clase. Dado que muchas parejas se enfocaron exclusivamente en argumentos frecuentistas, se sugiere incrementar la cantidad de fichas y diversificar sus colores. Con ello, la situación tendría una mayor riqueza combinatoria que exija identificar casos favorables y totales, favoreciendo así una validación más sólida de la probabilidad teórica y su conexión con la frecuencia relativa.

Reformulación de la clase

Siguiendo la TSD, es pertinente considerar algunos cambios en relación con el medio. La problemática involucra dos simuladores en GeoGebra, siendo uno de ellos una extensión del otro, este último en su configuración permite realizar un mayor número de repeticiones del experimento. Para una exploración más profunda en cada una de las fases, es importante considerar ajustes en la cantidad de fichas de ambos colores o incluso la incorporación de más fichas. Esto modificaría el espacio muestral del experimento, y requeriría que, en las etapas de formulación y validación, los estudiantes no solo se basen en argumentos intuitivos de probabilidad, sino que también utilicen los enfoques frecuentistas y teóricos para validar sus afirmaciones. De esta manera, podrían relacionar ambos enfoques dando respuesta a la problemática. En ese sentido se propone en la Tabla 2 una reformulación del plan de clases.

Tabla 2

Reformulación del plan de clases

Reformulación	Justificación
Parte 1: ¿Cómo saber? (5 min) Los estudiantes, de manera individual, leen el problema, y responden de acuerdo con las apuestas que harán sobre las fichas que podrían salir de la bolsa. Se tiene una bolsa con fichas de distintos colores cuya cantidad no se precisa. La idea es jugar y apostar, si se extraen dos fichas a la vez ¿Qué apuesta harías tu?	En este contexto, el inicio se mantiene, ya que representa una oportunidad para generar incertidumbre y determinar qué elementos probabilísticos reconocen los estudiantes en un experimento aleatorio. Además, es una instancia para explorar el aspecto intuitivo de la probabilidad.
Parte 2: ¿Quién gana? Los estudiantes, organizados en parejas, a partir de un simulador realizan apuestas con su compañero. En parejas, a partir del simulador realizar sus apuestas ¿Quién ganará?	En esta etapa, se mantiene esta fase de acción, dado que, es relevante esta aproximación al problema, para extraer información del medio e ir verificando las apuestas propuestas en el inicio de la clase.
Parte 3: Descubriendo las fichas. Los estudiantes en grupos de a cuatro, a partir de los resultados del simulador, conjeturan cuántas fichas hay en la bolsa y cuántas de cada color. ¿Cuántas fichas de color rojo, azul y verde debiese haber en la bolsa para que respondan a los resultados del simulador? 	Como se mencionó anteriormente, es crucial, desde la Teoría de Situaciones Didácticas, fomentar el intercambio de mensajes entre un mayor número de estudiantes. Además, para desarrollar tanto el enfoque frecuentista como el teórico, es fundamental plantear una situación que ofrezca más razones para formalizar el espacio muestral. De esta manera, se promueve que el argumento sobre la cantidad de fichas se construya considerando ambos enfoques de probabilidad.
Parte 4 Plenario El profesor invita de manera voluntaria a los grupos de estudiantes que deseen compartir sus respuestas.	El plenario se mantiene, dado que es una instancia para la validación desde la teoría de situaciones didácticas y además permite la interacción otros estudiantes en el argumento de estrategias.

Índice

Parte 5 Institucionalización Institucionalización: Ley de los grandes números.	Como parte importante de la Teoría de Situaciones se mantiene la institucionalización. No obstante, es necesario agregar preguntas de metacognición para chequear la compresión del objetivo de la clase.

Nota. Elaboración propia

CONCLUSIONES

El estudio permitió analizar cómo el Estudio de Clases contribuye a la reflexión docente y mejora de una propuesta didáctica orientada a articular los enfoques frecuentista y teórico de la probabilidad. Los resultados evidenciaron que el trabajo colaborativo entre docentes promovió ajustes significativos en la planificación y en las devoluciones durante la clase, fortaleciendo las fases de formulación y validacion mediante la TSD. Además, el proceso evidenció que el análisis compartido de la práctica docente constituye una instancia de desarrollo profesional que favorece la toma de decisiones pedagógicas fundamentadas. En conjunto, estos hallazgos confirman el potencial del Estudio de Clases como herramienta formativa y de mejora de la enseñanza que aporta al desarrollo del conocimiento didáctico del profesor.

Referencias

Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *RELIME, 8*(3), 247–263.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. *Recherches en didactique des mathematiques*, *7*(2), 33–115.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal.

Gea, M., Parraguez, R., & Batanero, C. (2017). Comprensión de la probabilidad clásica y frecuencial por futuros profesores. En J. M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo, & J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 267–276). SEIEM.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación.* Mc Graw Hill, Interamericana Editores.

Inzunza, S. (2017). Conexiones entre las aproximaciones clásicas y frecuencial de la probabilidad en un ambiente de modelación computacional. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *11*, 69–86.

Ireland, S., & Watson, J. (2009). Building a connection between experimental and theoretical aspects of probability. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *4*(3), 339–370.

Índice

Isoda, M., Arcavi, A., & Mena, A. (2007). *El estudio de clases japonés en matemáticas. Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global*. Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC]. (2015). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio. Ministerio de Educación de Chile.*

Olfos, R., Isoda, M., & Estrella, S. (2020). Más de una década de Estudio de Clases en Chile: Hallazgos y avances. *Paradigma, XLI,*190–221.

Índice

ANÁLISIS DEL LENGUAJE UTILIZADO EN LIBROS DE TEXTO CHILENOS SOBRE MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

José H. Parra-Fica, Universidad Católica del Maule

Danilo Díaz-Levicoy, Universidad Católica del Maule

María del Mar López-Martín, Universidad de Almería

Abstract:

Este trabajo pretende reportar los primeros resultados del análisis del lenguaje matemático relacionado con medidas de tendencia central (MTC) en libros de texto chilenos de Educación Primaria. Para ello, se analizaron 4 libros de texto (5° y 7° curso), usando el método de análisis de contenido, a partir del tipo de expresiones verbales (cotidianas y específicas de la estadística), numéricas, simbólicas, tabulares y gráficas. Entre los hallazgos se destacan, la prevalencia del lenguaje especializado por sobre el cotidiano, la presencia de expresiones numéricas principalmente asociadas a los números naturales y escasa presencia de símbolos relacionados con la estadística. En cuanto a las representaciones estadísticas, las tareas dan cuenta del uso de un lenguaje gráfico y tabular acorde a lo indicado en las directrices curriculares. Se concluye que los libros de texto analizados presentan similitud en cuanto al tipo de lenguaje utilizado, permitiendo así cumplir con lo propuesto en el currículo vigente asociado al estudio de las MTC.

Educación primaria, estadística, libro de texto, medidas de centralización, lenguaje.

INTRODUCCIÓN

La estadística y, en particular, las medidas de tendencia central (MTC) son esenciales para analizar y comprender grandes flujos de información de manera rápida y precisa. Su uso fomenta la lectura, evaluación, discusión y toma de decisiones basadas en datos (Shaughnessy, 2007) y contribuye al razonamiento matemático (Batanero, 2000). Las MTC más comunes son la media aritmética, la mediana y la moda, mismas que permiten la comprensión y la aplicación de algunos conceptos matemáticos básicos, la construcción y la comprensión de otros conceptos estadísticos (Cobo, 2003; Escobedo y Mayén, 2018; Mayén, 2009). Dadas estas características, y en la medida en que dichos objetos matemáticos están presentes en diferentes situaciones de la vida cotidiana, social y personal, se consideran también un objeto de la cultura estadística (Del Pino y Estrella, 2012).

La relevancia de la estadística ha generado que su presencia en los planes de estudio haya aumentado globalmente. Por ejemplo, en el sistema escolar chileno, la estadística se enseña desde la Educación Primaria, presente en los ejes de Datos y Probabilidades (1° a 6° curso) (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2018) y Probabilidades y Estadística (7° y 8°) (MINEDUC, 2015). En particular, el estudio de las MTC comienza en 5° año con la media

Índice

aritmética, para continuar en 7° año con la mediana y la moda, finalmente en el 8° año se estudian las medidas de posición (cuartiles y percentiles).

Por otro lado, el libro de texto es una herramienta crucial para la enseñanza y el aprendizaje. Se utiliza para organizar los contenidos del currículo y sugerir estrategias pedagógicas (Fernández-Mosquera y Mejía, 2010). Además, investigaciones como la de Rodríguez-Muñiz y Díaz (2018) reconecen el rol del libro de texto los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática, siendo reconocido como un nivel de transposición didáctica (Chevallard, 1991). Por ello, el análisis de libros de texto es una importante línea de investigación en Didáctica de la Matemática y de la Estadística (Díaz-Levicoy et al., 2016; Vargas et al., 2020).

Desde la literatura, se evidencian diferentes estudios que centran su interés en el estudio del lenguaje en los libros de texto. Pallauta et al. (2023) identificando lenguajes verbales, numéricos, gráficos y tabulares para los temas de estadística y probabilidad en texto España y Chile de Educación Infantil y Primaria. Por su parte, Ortiz et al. (2017) analizaron textos españoles de secundaria, reportando variedad de expresiones verbales, predominando las de tipo coloquial. En contraste, Ortiz et al. (2019) analizaron textos de bachillerato español relacionados con la estimación de media, observando el predominio de lenguaje formal, aun cuando se identifica el uso de algunas expresiones cotidianas. De manera similar, Navarro y Morales-Garcia (2024) presentan su estudio sobre las configuraciones epistémicas asociadas al significado pretendido de las MTC en textos mexicanos, reportando el uso de lenguajes numéricos, simbólicos, tabulares y gráficos. A pesar de la literatura existente sobre esta temática, la constante evolución de los currículos y sus contenidos exige una permanente vigilancia epistemológica. Esto es particularmente relevante en 5° y 7° año, ya que son los niveles donde se concentra la mayor cantidad de objetivos de aprendizaje relacionados con el estudio de las MTC

De acuerdo con las consideraciones anteriores, el objetivo de este estudio es describir el lenguaje asociado a las MTC en libros de texto de matemática de 5° y 7° de Educación Primaria en Chile.

MARCO TEÓRICO

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino et al., 2007) destaca el rol del lenguaje como uno de los objetos matemáticos primarios, considerándolo como mediador de las prácticas personales o institucionales en la resolución de situaciones problema por su carácter cognitivo/mental y operativo. En el EOS, el lenguaje no se limita a la forma de transmitir alguna idea, dado que no es posible encontrar un significado que exista apartado de su expresión mediante un lenguaje. Además, el significado emerge en la interacción de los sujetos con las representaciones y las prácticas (Godino et al., 2019). La importancia del

lenguaje radica en que la interpretación que se da a expresiones, térrminos o conceptos, puede generar un conflicto semiótico, es decir, disparidad o discordancia entre los significados mutuamente atribuibles por dos sujetos (Godino et al., 2007). Es así como Schleppegrell (2007) menciona que los objetos matemáticos se derivan de las prácticas matemáticas, que están mediadas por lenguajes verbales, simbólicos, algebraicos, gráficos y tabulares, relevando la importancia del lenguaje en los procesos de enseñanza para el aprendizaje.

MÉTODO

Esta investigación es de tipo cualitativa y de nivel descriptivo, y estudia el lenguaje asociado a las MTC en libros de texto de matemática para 5º y 7º año de Educación Primaria. Se analizó el libro de estudiante y el cuaderno de ejercicios, basados en su amplio uso, alineación con el currículo y vigencia. Para ello, se utilizó la técnica del análisis de contenido (Zapico, 2007), considerando las categorías: expresiones verbales (cotidianas y estadísticas), numéricas y simbólicas, y representaciones tabulares/gráficas. Para la identificación y citación de los libros de texto analizados se utilizan códigos únicos basado en Tipo de texto y curso: T1 (5°) y T3(7°) libro del estudiante, y T2(5°) y T4(7°) cuaderno de ejercicios.

RESULTADOS

Una vez analizados los textos, en particular el lenguaje, en lo que sigue, se describen los resultados sobre las expresiones (verbales, numéricas y simbólicas) y representaciones (tabulares y gráficas) en torno a las MTC. En cuanto a las expresiones verbales (Tabla 1), se identificaron 82 cotidianas y 47 estadísticas. Aunque las primeras son más numerosas, las segundas, como promedio, moda y mediana, son más frecuentes. Los resultados de la investigación sugieren que los conceptos asociados a las MTC, en estos libros de texto, se trabajan con vocabulario especializado.

Tabla 1

Expresiones distintas en los libros de texto según categoría con mayor frecuencia

Categoría	Expresiones diferentes	T1	T2	T3	T4	Total
Expresiones cotidianas	Cuenta, tablas, cuántos, explica, calcular, interpretar, comparen, ordena, identificamos, justifica	8	14	41	13	76
Expresiones específicas de estadística (MTC)	Cantidad, datos, promedio, medidas de tendencia central, media aritmética, grupo de datos, moda, mediana,	35	17	123	30	205

Nota. Elaboración propia

En segundo lugar, las expresiones simbólicas presentes en los libros de texto dan cuenta de diferencias clave. Mientras que el libro del estudiante (T3) y el cuaderno de ejercicios (T4) de 7° de Educación Primaria presentan la totalidad de las categorías: igualdad-desigualdad,

operaciones aritméticas, símbolos de operatoria, abreviaturas estadísticas y matemáticas, lo cual se relaciona directamente con los objetivos de aprendizaje del nivel, los textos de 5° de Educación Primaria (T1 y T2), no presentan expresión simbólica y carecen de abreviaturas estadísticas y matemáticas, prefiriendo expresiones en lenguaje escrito, como promedio en lugar de $\bar{x}$.

Tabla 2

Presencia de expresiones simbólicas en los libros de texto según categoría

Expresiones	T1	T2	T3	T4
Igualdad desigualdad (= > <)	x	x	x	X
Operaciones aritméticas $\bar{x} = \frac{3+4+50+2+5+2}{6} = 11$	x	x	x	X
Símbolos operatoria (+, -, ×, :)	x	x	x	X
Abreviatura estadística: *f, F,* R_I, $\bar{x}$, *Me*			x	X
Abreviatura matemática (%)			x	X

Nota. Elaboración propia

En cuanto a las expresiones numéricas (Tabla 3), las tareas de MTC utilizan números naturales, decimales y fracciones en los cuatro libros de texto analizados. Mientras que, los porcentajes (racionales) y los números enteros solo se identifican en los libros de texto de séptimo año.

Tabla 3

Presencia de expresiones numéricas en los libros de texto según categoría

Expresiones		T1	T2	T3	T4
Números naturales		x	x	x	x
Números racionales	Decimales	x	x	x	x
	Fracciones	x	x	x	x
	Porcentaje			x	x
Números enteros				x	x

Los resultados relacionados con las representaciones estadísticas se presentan en la Tabla 4. En ella se observa que el listado de datos, tabla de frecuencia, tabla de datos y gráfico de barras simple están presente en los cuatro textos analizados, mientras que, el gráfico circular y el diagrama de punto solo se encuentra en los libros de 7° grado (T3 y T4). Finalmente, los gráficos de líneas se presentan solo en los textos de 5° de Educación Primaria (T1 y T2).

Tabla 4

Presencia o ausencia de lenguaje gráfico y/o tabular en los libros de texto.

Expresiones	T1	T2	T3	T4
Listado de datos	x	x	x	x
Tabla de frecuencias	x	x	x	x
Tabla de datos	x	x	x	x
Gráfico de líneas	x	x		
Gráfico de barras simple	x	x	x	x
Gráfico circular			x	x
Gráfico de puntos			x	x

CONCLUSIONES

En lo referido con los tipos de lenguaje, los libros de texto analizados presentan los descritos en la literatura por Cobo (2003) y Mayén (2009) (expresiones cotidianas y específicas, símbolos, números, además de tablas y gráficos), con acuerdo en lo indicado en las Bases Curriculares que indican la necesidad que los estudiantes registren y comuniquen mediante diversos lenguajes la información trabajada con el propósito de realizar predicciones a partir de esta, (MINEDUC, 2018), además de obtener información a partir de datos estadísticos, permitiendo a los estudiantes ser ciudadanos críticos y capaces de utilizar la información para validar sus opiniones y decisiones valiéndose de diversos lenguajes (MINEDUC, 2015).

En cuanto al tipo de lenguaje verbal presente en los libros de texto, sea este propio de la estadística o de uso cotidiano, presentan mayor frecuencia aquellas expresiones verbales específicas o propias de la estadística. En el caso de las expresiones cotidianas, estas hacen mención principalmente al tipo de tarea que se solicita realizar, lo que se justifica por el nivel educativo al que se dirigen los libros y las habilidades propuestas en el currículo, principalmente la de argumentar y comunicar (e.g., explica, calcular, interpretar, comparen, ordena, identificamos y justifica). Lo anterior coincidiendo por lo reportado por Cobo (2003) y Mayen (2009).

En lo referido al tipo de expresiones numéricas, se identifica principalmente el uso de los números naturales, evidenciando de esta manera la importancia de este conjunto numérico en toda la trayectoria escolar en Educación Primaria. Además, con acuerdo en lo indicado en el currículo, se incorpora el conjunto de los números racionales presentados de manera gradual como decimales, fracciones o porcentajes para finalizar en séptimo año con el estudio de los números enteros. Por otra parte, se logra identificar el uso de lenguaje gráfico y/o tabular principalmente de listado de datos, tabla de frecuencia, tabla de datos y gráfico de barras simple en ambos cursos. En este sentido, resulta evidente la necesidad de incorporar diversidad de tablas y gráficos estadísticos, dado que los estudiantes, con acuerdo en el

Índice

currículo vigente, han trabajado otras representaciones dando así mayor diversidad al lenguaje, coincidiendo con Díaz-Levicoy et al. (2020) yNavarro y Morales-Garcia (2024).

Finalmente, creemos posible profundizar este estudio incorporando los libros de texto utilizados en los demás cursos de Educación Primaria, además de considerar otras editoriales, con el propósito de establecer semejanzas o diferencias en la forma de trabajar la estadística, en particular las MTC, permitiendo mejorar la evaluación y selección de los libros de texto y la forma de trabajar de los profesores en activo.

Referencias

Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *Uno, 25*, 41–58.

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Aique.

Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada].

Del Pino, G., & Estrella, S. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. *Revista de Investigación Latinoamericana, 49*(1), 53–64.

Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P., & Gea, M.M. (2016). Gráficos estadísticos en libros de texto de educación primaria: Un estudio comparativo entre España y Chile. *Boletim de Educação Matemática, 30*(55), 713–737. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a20

Díaz-Levicoy, D., Morales-Garcia, L., & Rodríguez-Alveal, F. (2020). Las medidas de tendencia central en libros de texto de educación primaria en México. *Paradigma, 40*, 706–729. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.0.p706-729.id819

Escobedo, J.M., & Mayén, S. (2018). Evolución en la comprensión de estudiantes de telebachillerato de un problema de estimación de media y mediana a partir de un gráfico. En J.D. Zacarías, H. Cruz, F. Velasco, B. Juárez, V.H. Vázquez, H. Reyes, & F. Tajonar (Eds.), *Actualidad en la Educación Estadística y Probabilística* (pp. 111–137). BUAP.

Fernández-Mosquera, E., & Mejía, M.F. (2010). Análisis de textos escolares para el diseño de situaciones de enseñanza. En G. García (Ed.), *Proceedings of the 11th Colombian Meeting of Educational Mathematics* (pp. 61–68). Colombian Association of Educational Mathematics.

Godino, J.D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM, 39*(1), 127–135.

Godino, J.D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics, 39*(1), 37–42.

Mayén, S. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos de educación secundaria y bachillerato* [Tesis doctoral, Universidad de Granada].

MINEDUC. (2018). *Bases curriculares 1° a 6° básico*. Unidad de Currículum y Evaluación.

MINEDUC. (2015). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación.

Navarro, C., & Morales-Garcia, L. (2024). Medidas de tendencia central en libros de educación secundaria de la nueva escuela mexicana. En D. Díaz-Levicoy & A. Salcedo (Eds.),

Investigaciones sobre libros de texto para el desarrollo de la cultura estadística y probabilística (pp. 281–306). Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística.

Ortiz, J.J., Albanese, V., & Serrano, L. (2017). Análisis semiótico del lenguaje de la estadística y probabilidad en libros de texto de educación secundaria obligatoria. En J.M. Contreras, P.Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone, & M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos* (pp. 1–10). Universidad de Granada.

Ortiz, J.J., Albanese, V. y Nordin, M. (2019). Análisis del lenguaje sobre estimación de la media en Libros de Texto españoles.. En J.A. Macías, A. Jimenez, J.L. González, M.T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F.J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 397–406). SEIEM

Pallauta, J.D., Barrera, S.C., Cruz, M.R.M., & Ballejo, C.C. (2023). La estadística y la probabilidad en libros de texto de educación infantil y primaria de España y Chile. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, *12*(2), 1–30. https://doi.org/10.24197/edmain.2.2023.1-30

Rodríguez-Muñiz, L.J., & Díaz, P. (2018). Las investigaciones sobre la estadística y la probabilidad en los libros de texto de bachillerato. ¿Qué se ha hecho y qué se puede hacer? *Avances de Investigación en Educación Matemática, 14*, 65–81.

Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. En F.K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 957–1009). NCTM.

Vargas, M.F., Fernández-Plaza, J.A., & Ruiz-Hidalgo, J.F. (2020). La derivada en los libros de texto de 1º de bachillerato: Un análisis a las tareas propuestas. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 18*, 87–102. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.288

Zapico, M. (2007). Interrogantes acerca de análisis de contenido y del discurso en los textos escolares. En MINEDUC (Ed.), *Primer Seminario Internacional de Textos Escolares (SITE 2006)* (pp. 149–155). MINEDUC.

Índice

INTERVALOS DE COMPRA: UNA PROPUESTA GAMIFICADA PARA LA ENSEÑANZA DE INTERVALOS DE CONFIANZA

Dilan Bravo, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Cesar Cornejo, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Sebastián Olate, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Raimundo Olfos, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Soledad Estrella, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Brahiam Ramírez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

Se presentan los resultados tras implementar un juego de mesa educativo llamado "Intervalos de Compra", orientado a la enseñanza de intervalos de confianza en estudiantes de tercero medio. El estudio, de enfoque cualitativo y basado en la Ingeniería Didáctica, incluyó pre-test y post-test para medir comprensión conceptual, y listas de cotejo para evaluar motivación en 19 estudiantes. Los puntajes aumentaron significativamente tras la intervención, especialmente en la comprensión del efecto de los parámetros sobre la amplitud del intervalo. Además, se observaron altos niveles de curiosidad, autonomía y tolerancia al error. Concluyendo que la gamificación es una estrategia eficaz para promover el aprendizaje activo y significativo de la estadística inferencial en contextos escolares.

Gamificación, intervalos de confianza, inferencia estadística, aprendizaje activo

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la estadística en educación media enfrenta una problemática persistente: suele percibirse como una disciplina centrada en la memorización de fórmulas y procedimientos, lo que genera desinterés y dificulta la comprensión conceptual (Batanero, 2001; Garfield & Ben-Zvi, 2007). Esta situación se vuelve crítica en contenidos de inferencia estadística como los intervalos de confianza, donde los estudiantes presentan dificultades para comprender cómo los parámetros afectan su amplitud o interpretar su significado (Olivo & Batanero, 2008). Además, estudios como el de Giaconi et al. (2022) evidencian que las metodologías tradicionales, centradas en clases expositivas y resolución mecánica de ejercicios, no logran despertar motivación ni desarrollar pensamiento estadístico. A ello se suma que los textos escolares suelen enfocarse en el cálculo, relegando el análisis contextual (Rodríguez-Alveal & Aguerrea, 2024).

Frente a este escenario, la gamificación ha emergido como una estrategia didáctica innovadora para transformar el aprendizaje estadístico. En este marco, la presente investigación analiza el impacto de implementar un juego educativo gamificado sobre la

Índice

comprensión de los intervalos de confianza en estudiantes de tercero y cuarto medio del electivo de estadística.

ELEMENTOS CONCEPTUALES

Gamificación como Estrategia Didáctica

La gamificación viene a ser el uso de elementos de diseño de juegos en contextos no lúdicos (Deterding et al., 2011). Su objetivo principal es motivar y aumentar la participación de los usuarios en actividades propuestas, haciendo que las tareas sean más atractivas (Zichermann & Cunningham, 2011). Werbach y Hunter (2012) estructuran los elementos de la gamificación en una pirámide de tres niveles: componentes (los elementos más concretos como puntos, insignias y rankings), mecánicas (los procesos que impulsan la acción, como los retos y las recompensas) y dinámicas (los aspectos más abstractos como la narrativa y la progresión).

La eficacia de la gamificación se apoya en teorías psicológicas consolidadas. La Teoría de la Autodeterminación (Deci & Ryan, 1985) sugiere que la motivación intrínseca se fomenta cuando se satisfacen tres necesidades psicológicas básicas: autonomía (sentir que se tiene el control), competencia (sentirse capaz de realizar la tarea) y significado (percibir que la tarea es valiosa). Por su parte, la Teoría del Flujo (Csikszentmihalyi, 1990) describe un estado de inmersión total en una actividad que ocurre cuando existe un equilibrio óptimo entre el nivel de desafío de la tarea y la habilidad del individuo. Un juego bien diseñado, como el propuesto en este estudio, busca crear esta "zona de flujo" para maximizar el compromiso y el aprendizaje.

Intervalos de Confianza como Objeto Matemático

La enseñanza de los intervalos de confianza presenta múltiples desafíos. Olivo y Batanero (2008) remarcan las dificultades que tienen los estudiantes para comprender cómo los distintos parámetros (media, nivel de confianza, tamaño de la muestra) afectan la amplitud del intervalo. El enfoque de este estudio se centra en el intervalo de confianza para la media poblacional (μ) con desviación estándar poblacional (σ) conocida. La correcta comprensión de este objeto matemático implica no solo la aplicación procedimental de la fórmula, sino también el desarrollo de lo que Garfield y Ben-Zvi (2007) denominan razonamiento estadístico y pensamiento estadístico. Esto incluye la capacidad de interpretar el significado del intervalo, justificar decisiones basadas en él y comprender la variabilidad inherente al proceso de muestreo. Por ello, resulta fundamental diseñar estrategias didácticas que

promuevan la manipulación activa de estos componentes, permitiendo al estudiante construir sentido matemático más allá del cálculo automático.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Esta investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, utilizando el marco de la Ingeniería Didáctica, entendida como una metodología de diseño e investigación que permite construir, aplicar y validar propuestas didácticas a partir de la anticipación y el análisis de fenómenos de enseñanza y aprendizaje (Artigue et al., 1995). Este diseño se articuló en cuatro fases sistemáticas: un análisis preliminar del objeto matemático y sus obstáculos de aprendizaje; un análisis a priori para diseñar la secuencia didáctica del juego anticipando las respuestas de los estudiantes; la experimentación o implementación de la propuesta en un aula real; y un análisis a posteriori para contrastar los datos recogidos con las hipótesis iniciales.

La implementación se realizó en un establecimiento particular subvencionado de Viña del Mar, con una muestra de 19 estudiantes de tercer año medio (16-17 años). La intervención se estructuró en dos sesiones: una clase teórica de 60 minutos y una clase práctica de 90 minutos para la aplicación del juego “Intervalos de Compra”.

Para la recolección de datos, se emplearon tres instrumentos principales. En primer lugar, se aplicó una Evaluación Inicial (Pre-Test) y Final (Post-Test) para medir la comprensión conceptual de los estudiantes antes y después de la intervención lúdica. En segundo lugar, se utilizó una Lista de Cotejo, aplicada por observadores participantes, para registrar de manera sistemática la presencia de factores motivacionales como la curiosidad, la autonomía y la competencia, basándose en los indicadores propuestos por Foncubierta y Rodríguez (2014). Finalmente, se realizaron registros audiovisuales, que permitieron una posterior transcripción y análisis detallado de las interacciones y discursos de los participantes durante la actividad.

RESULTADOS

Al comparar los resultados del pre-test y el post-test (antes y después del juego), se observó una mejora general en la comprensión de los estudiantes hacia los intervalos de confianza. Por ejemplo, el Grupo 1, compuesto por 5 estudiantes, pasó de un 60% a un 80% de respuestas correctas en el ítem de selección múltiple, mientras que el Grupo 2, conformado por 4 estudiantes, avanzó de un 25% a un 75%.

El principal avance se dio en la comprensión de cómo la amplitud del intervalo de confianza se ve afectada por la variación de sus parámetros. Sin embargo, el concepto de nivel de confianza y su relación con el valor crítico Z siguió siendo el aspecto más complejo para los estudiantes, mostrando una mejora menor o incluso un descenso en algunos casos.

Índice

La implementación del juego (ver Figura 1) tuvo un efecto marcadamente positivo en la motivación de los estudiantes. Las listas de cotejo registraron una alta frecuencia de indicadores positivos en los tres grupos analizados. En cuanto a la interdependencia positiva y curiosidad, los estudiantes reaccionaban a las jugadas de sus compañeros y formulaban preguntas para entender mejor la mecánica matemática; para el sentido de competencia y autonomía, mostraron un claro deseo de ganar y tomaron decisiones estratégicas de forma independiente, experimentando con distintas combinaciones de cartas. Mientras que, para la tolerancia al error, ante un cálculo fallido, los estudiantes no se frustraban, sino que ajustaban su estrategia.

Figura 1

Juego intervalo de compras



Nota. Intervalos de Compra es un juego donde los estudiantes manipulan variables estadísticas para construir intervalos de confianza y tomar decisiones de compra aplicando inferencia estadística.

CONCLUSIONES

La propuesta de juego basado en la gamificación favoreció al aprendizaje de los intervalos de confianza. Este efecto positivo se manifestó en dos dimensiones clave: una mejora en la comprensión conceptual de la dinámica del intervalo y en un incremento sustancial en la motivación y participación de los estudiantes. Esta experiencia lúdica permitió a los estudiantes manipular directamente las variables y observar sus consecuencias, transformando conceptos abstractos en herramientas para la toma de decisiones estratégicas dentro del juego. La alta motivación observada, que se puede explicar desde la Teoría de la Autodeterminación y la Teoría del Flujo, funcionó como un catalizador para el aprendizaje, creando un entorno donde los estudiantes estaban dispuestos a experimentar, colaborar y perseverar a pesar de los errores.

Agradecimientos

ANID/Exploración 13240075; ANID/Apoyo 2024 AFB240004; VINCI 039.493/2024; FONDEF IT23I0067; ANID Becas/Doctorado Nacional 21241378.

Referencias

Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (Eds.). (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Una Empresa Docente y Grupo Editorial Iberoamérica.

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Universidad de Granada.

Csikszentmihalyi, M. (1990). *Flow: The psychology of optimal experience*. Harper & Row.

Deci, E., & Ryan, R. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior*. Plenum.

Deterding, S., Dixon, D., Khaled, R., & Nacke, L. (2011). From game design elements to gamefulness: Defining "gamification". En A. Lugmayr, H. Franssila, C. Safran, & I. Hammouda (Eds.), *Proceedings of the 15th International Academic MindTrek Conference* (pp. 9–15). ACM.

Foncubierta, J. M., & Rodríguez, I. (2014). *Didáctica de las matemáticas en contextos de aprendizaje activo*. Editorial Síntesis.

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer.

Giaconi, V., Montenegro, H., & Rojas, F. (2022). Tensiones al enseñar inferencia estadística en la formación inicial docente. *Enseñanza de las Ciencias*, 40(3), 1–15. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5595

Olivo, E., & Batanero, C. (2008). Dificultades de comprensión del intervalo de confianza en estudiantes universitarios. *Educación Matemática*, 20(3), 5–32.

Rodríguez-Alveal, F., & Aguerrea, M. (2024). Inferencia estadística en los textos escolares: una aproximación al pensamiento estadístico. *Uniciencia*, 38(1). https://doi.org/10.15359/ru.38-1.19

Werbach, K., & Hunter, D. (2012). *For the win: How game thinking can revolutionize your business*. Wharton Digital Press.

Zichermann, G., & Cunningham, C. (2011). *Gamification by design: Implementing game mechanics in web and mobile apps*. O'Reilly Media.

TECNOLOGÍA, CONTEXTO Y SENTIDOS: EXPERIENCIA INMERSIVA DE EDUCACIÓN ESTADÍSTICA EN CARRERAS DE INGENIERÍA

María Cristina Kanobel, Universidad Tecnológica Nacional

Abstract:

Este artículo presenta una experiencia de enseñanza de la estadística en carreras de ingeniería, correspondiente a la segunda fase de una investigación basada en diseño. La propuesta se estructura como una experiencia inmersiva, entendida como una intervención didáctica que involucra activamente al estudiantado en todas las etapas del trabajo con datos dentro de un contexto auténtico y significativo. El diseño articula la evaluación sensorial de productos —método que utiliza los sentidos humanos para analizar características organolépticas— como recurso didáctico, integrando el uso de tecnologías digitales y de inteligencia artificial generativa en la recolección, análisis y comunicación de datos. Situada en el cruce entre educación estadística, contexto profesional y educación STEAM, la experiencia busca promover el pensamiento estadístico en estudiantes que asumen el rol de evaluadores sensoriales, analizando, comparando y valorando atributos perceptibles como sabor, textura o color para generar datos reales y analizarlos estadísticamente. La primera fase del estudio, realizada en 2024, implementada en dos cursos de Probabilidad y Estadística, permitió ajustar el diseño con base en los resultados obtenidos. La segunda fase, desarrollada en 2025, se implementó con 24 estudiantes. Posteriormente se aplicó un cuestionario semiestructurado y se analizaron las producciones escritas del estudiantado. Los resultados preliminares evidencian alta motivación, valoración del trabajo con datos reales y reconocimiento del aporte de la tecnología, aunque con opiniones diversas respecto al uso de inteligencia artificial. Actualmente se analizan los informes de cada estudiante, para analizar el desarrollo del pensamiento estadístico y de la comunicación de resultados en contextos significativos.

Educación estadística, tecnologías digitales, inteligencia artificial, educación en ingeniería, STEAM, investigación basada en diseño, evaluación sensorial

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la estadística en carreras de ingeniería suele enfrentarse al desafío de ser percibida por el alumnado como un conjunto de fórmulas descontextualizadas, sin relación directa con su práctica profesional futura (Garfield y Ben-Zvi, 2008). Este fenómeno limita el desarrollo del pensamiento estadístico y la transferencia de aprendizajes a contextos de aplicación. Frente a ello, se diseñó una experiencia inmersiva que articula tres dimensiones: tecnología, contexto y sentidos. El término inmersiva se utiliza en un sentido amplio, referido a la participación activa y multisensorial del estudiantado en situaciones auténticas de

Índice

aprendizaje, donde la interacción con datos y herramientas digitales favorece la construcción de significado. La tecnología se integró transversalmente, desde la recolección de datos mediante formularios digitales hasta el análisis con inteligencia artificial generativa (IAGen). El contexto se vinculó con la práctica ingenieril, situando a cada estudiante en el rol de profesional frente a un problema real. Los sentidos se incorporaron a través de una evaluación sensorial de productos, entendida como una práctica experimental que utiliza los sentidos humanos (en este caso, la comparación de diferentes muestras de dulce de leche) para relevar datos sobre sabor, textura y color para luego analizarlos estadísticamente. En particular, esta propuesta busca responder a la pregunta: ¿cómo incide una experiencia inmersiva con inclusión genuina de tecnología en el desarrollo del pensamiento estadístico de estudiantes de ingeniería? Su objetivo general es diseñar, implementar y analizar una experiencia didáctica situada que, mediante la evaluación sensorial y el uso crítico de tecnologías digitales, favorezca el pensamiento estadístico y la alfabetización digital del estudiantado.

MARCO TEÓRICO

La intervención pone en valor la importancia de promover una alfabetización en el estudiantado, entendida como la capacidad de interpretar, evaluar críticamente y comunicar información apoyada en datos (Gal, 2004; Garfield & Ben-Zvi, 2009; Tauber et al., 2019). Distintos autores, que señalan la importancia de diferenciar alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Estrella, 2017), reconocen las tensiones que persisten en la enseñanza de la estadística, frecuentemente reducida a prácticas algorítmicas y descontextualizadas (Batanero, 2002; Tauber, 2010). Al mismo tiempo, diversas investigaciones en educación superior destacan la necesidad de trabajar con datos reales y situados para favorecer la comprensión y el desarrollo del sentido estadístico (Moore, 1997; Campos, 2007; Terán, 2008; Batanero Bernabeu, 2013; Kanobel, 2021). Estos aportes constituyen el sustento conceptual y metodológico que orienta el diseño de la experiencia presentada. En este sentido, la investigación en la que se enmarca esta experiencia se apoya en diversas perspectivas complementarias.

En primer lugar, desde el campo disciplinar, se busca favorecer el desarrollo del pensamiento estadístico, entendido como la capacidad de comprender la variabilidad de los datos, formular inferencias y tomar decisiones informadas en contextos reales (Garfield & Ben-Zvi, 2008; Wild & Pfannkuch, 1999).

En segundo lugar, se integra el enfoque de educación STEAM, que promueve experiencias articuladas entre ciencia, tecnología, ingeniería, arte y matemática, potenciando la transferencia de conocimientos y la creatividad (Quigley et al., 2017). En esta línea, la experiencia se centró en el diseño e implementación de una intervención basada en una **experiencia inmersiva de evaluación** sensorial de productos, lo que permite situar a los estudiantes en un contexto auténtico y significativo (Severiano-Pérez, 2019).

En tercer lugar, la propuesta se inscribe dentro de una investigación basada en diseño (IBD), un enfoque que articula teoría y práctica mediante ciclos de intervención y análisis en contextos reales (Bakker, 2018), incorporando además el papel mediador de las tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje (Bates, 2019; Kanobel, 2024).

Desde una perspectiva pedagógica, la experiencia se orienta en el marco del modelo TPACK (Mishra & Koehler, 2006) y su expansión hacia IA-TPACK (Ning et al., 2024), que ofrecen criterios para la integración significativa y crítica de tecnologías digitales y de IAGen en la enseñanza universitaria. Esta experiencia se inscribe además en una perspectiva postdigital de la educación (Knocks, 2019), que reconoce la integración orgánica de lo humano y lo tecnológico en los procesos de aprendizaje.

METODOLOGÍA

La experiencia corresponde a la segunda fase de una IBD desarrollada por el Grupo de investigación INTECEN[5], cuya primera implementación se realizó en 2024 en dos cursos con 26 y 24 estudiantes de ingeniería en la Universidad Tecnológica Nacional (Facultad Regional Avellaneda), en la asignatura Probabilidad y Estadística. A partir de los resultados obtenidos en aquella etapa, se realizaron sesiones de análisis con el equipo docente, lo que permitió identificar fortalezas y aspectos a mejorar en el diseño. Los ajustes incluyeron la incorporación de instancias más explícitas de reflexión previa sobre la alfabetización estadística, sobre inferencias informales y formales, así como un mayor acompañamiento en el uso crítico de la IAGen. La segunda fase, presentada en este trabajo, se desarrolló en 2025 en la misma asignatura, en un curso de 24 estudiantes de segundo año de ingeniería de distintas especialidades en la misma institución. Se adoptó una metodología cuantitativa-cualitativa de tipo interpretativo, con enfoque de IBD.

El diseño incluyó cuatro instancias principales. En la primera, docentes y estudiantes discutieron la importancia de la alfabetización estadística en la ciudadanía y en su futura vida profesional y analizaron qué es una evaluación sensorial de productos, qué características tiene, cuál es su objetivo. En una segunda etapa, el equipo docente presentó al estudiantado la experiencia que se desarrollaría en la clase (cata de dos tipos de dulce de leche), situación que propició la discusión y el análisis sobre el tipo de variables a relevar. En la tercera instancia, el equipo docente explicó cuáles serían los pasos a seguir para realizar la experiencia sensorial como evaluadores. Durante la experiencia, y a medida que se desarrollaba la cata, los estudiantes respondían por medio de sus smartphones el formulario digital consensuado anteriormente. El cuestionario mediado por Google Forms permitió recolectar los datos y organizarlos en planillas compartidas. En la tercera fase, el equipo docente compartió la planilla generada para que el grupo participante de la experiencia

[5] Grupo de investigación sobre Innovación y Tecnología para la enseñanza (Universidad Tecnológica Nacional)

pudiera analizar la información relevada con técnicas descriptivas, contrastando sus producciones con los resultados generados por herramientas de IAGen (en este caso, un chatbot configurado por el equipo docente y basado en el LLM Claude, que fue compartido con los estudiantes). Finalmente, participaron en un foro reflexivo y elaboraron un informe escrito para comunicar sus hallazgos.

Para relevar percepciones se aplicó un cuestionario semiestructurado con siete ítems tipo Likert y dos preguntas abiertas que fue respondido por todos los estudiantes que participaron de la experiencia a través de un Google Forms.

RESULTADOS

De los estudiantes que respondieron el cuestionario, el 83% manifestó que la experiencia de evaluación sensorial fue motivadora y despertó su gran interés por la estadística, mientras que el 17% se ubicó en una posición intermedia. En relación con asumir el rol de experto, el alumnado otorgó una valoración aún más alta: el 92% estuvo de acuerdo o muy de acuerdo en que esta dinámica favoreció interpretación de conceptos de estadística en situaciones reales.

El trabajo con datos reales fue evaluado positivamente por la totalidad del grupo, con un 75% que se mostró muy de acuerdo y un 25% de acuerdo. En cuanto a la integración de tecnología, el 67% valoró de forma alta el uso de formularios, hojas de cálculo y visualización de datos, aunque un 33% lo calificó en un nivel medio, lo que sugiere que aún pueden explorarse más recursos digitales.

La inclusión de IAGen fue el aspecto con mayor diversidad de respuestas: el 42% coincidió en que permitió reflexionar de forma crítica sobre el análisis de datos, un 33% se mostró en una posición intermedia y un 25% en desacuerdo. Este resultado muestra tanto el potencial como la necesidad de acompañar pedagógicamente la apropiación de la IA en la educación estadística.

Finalmente, la satisfacción general con la experiencia fue muy alta: todo el grupo participante se manifestó conforme, con un 83% muy de acuerdo en que la actividad fue valiosa para su formación profesional y un 17% de acuerdo.

Las respuestas abiertas permiten profundizar en estas percepciones. Entre los aspectos más valorados, se mencionó “haber trabajado con datos reales y verlos graficados en el momento”, “la dinámica distinta que nos sacó de lo numérico tradicional” y “la posibilidad de discutir con la IA para ver errores y sesgos”. En cuanto a sugerencias, un estudiante señaló que “los productos sensoriales deberían tener diferencias más notorias para que los resultados se distingan mejor” (refiriéndose a los tipos de dulces utilizados para la cata), mientras que otro expresó: “no cambiaría nada, me pareció una buena forma de aprender”.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados cuantitativos y cualitativos refuerzan los supuestos. La motivación observada (83% de respuestas positivas), la apropiación del rol de experto (92%) y la valoración del trabajo con datos reales (100%) muestran que la propuesta favorece la conexión entre teoría y práctica. La integración de tecnología, si bien fue positiva, refleja un área de mejora señalada por un tercio del estudiantado, lo cual abre la posibilidad de diversificar recursos y herramientas.

Un dato que puede resultar revelador fue la percepción heterogénea sobre la inclusión de IAGen como mediadora en la experiencia: con un 42% de acuerdo y un 25% en desacuerdo podrían indicar que la IAGen no puede introducirse como una herramienta neutra ni meramente instrumental. Su inclusión propicia debates en el aula que, lejos de constituirse en obstáculos, constituyen un valor pedagógico en sí mismo, ya que movilizan la reflexión crítica sobre confiabilidad, sesgos y ética de estas herramientas generativas.

En línea con lo expuesto, en las voces del estudiantado se observa que ponen en valor la originalidad de la propuesta y el aporte de la IAGen como disparador de discusión y, a la vez, señalan la necesidad de ajustar el diseño sensorial para mejorar la calidad de los datos. Sin embargo, en todos los casos, reconocen la relevancia de la experiencia para su formación como profesionales de la ingeniería.

Un aspecto que se encuentra en desarrollo y que enriquecerá los próximos avances de esta investigación es el análisis de las producciones elaboradas por los estudiantes en sus informes a partir del relevamiento realizado. En dichas producciones se les propuso comunicar la información en un contexto significativo, a partir de la exploración de los datos y del ensayo de inferencias informales. Este análisis permitirá profundizar en la comprensión de cómo los estudiantes transitan desde la descripción inicial hacia formas más estructuradas de razonamiento estadístico, y aportará evidencias adicionales sobre el impacto de la experiencia en la construcción de competencias estadísticas y comunicativas.

Consideramos que, esta propuesta no solo contribuye al desarrollo del pensamiento estadístico, sino que también fomenta la alfabetización digital y ética. En este sentido, los datos y los testimonios indicarían que el enfoque articulado de tecnología, contexto y aprendizaje con sentido puede ser un camino fértil para renovar la enseñanza de la estadística en la educación superior

Observaciones

Como asistente para el análisis de los datos, se utilizó la herramienta Claude AI (Anthropic, 2025), que facilitó la interpretación de algunas tendencias generales a partir de los resultados numéricos obtenidos a través del instrumento. Si bien los datos fueron procesados mediante

el software estadístico Infostat[6], en una posterior instancia de análisis se utilizó Anthropic como asistente para explorar y organizar posibles relaciones y hallazgos.

Referencias

Anthropic. (2025). *Claude (versión Opus 4.1) [Modelo de lenguaje]*. https://claude.ai/new/

Bakker, A. (2018). *Design research in education: A practical guide for early career researchers*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203701010

Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. En *Jornadas Interamericanas de la Enseñanza de la Estadística. Conferencia inaugural*, Buenos Aires, Argentina. https://bit.ly/460XX75

Batanero Bernabeu, M. del C. (2013). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. *Probabilidad Condicionada: Revista de Didáctica de La Estadística,* 2, 55–61. https://bit.ly/41Kl8Ac

Bates, A.W. (2019). *Teaching in a digital age* (2nd ed.). Tony Bates Associates Ltd. https://pressbooks.bccampus.ca/teachinginadigitalagev2/

Ben-Zvi, D., & Garfield, J. B. (Eds.). (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*. Kluwer Academic Publishers. https://bit.ly/4m63wpv

Campos, C. R. (2007). *A educação estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação* [Tesis de doctorado, Universidade Estadual Paulista]. Repositorio Institucional UNESP.

Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En A. Salcedo (Ed.), *Alternativas pedagógicas para la educación matemática del siglo XXI* (pp. 173–194). Universidad Central de Venezuela.

Gal, I., & Ben-Zvi, D. (2004). Educational products of official statistics agencies: A landscape view [Ponencia]. International Conference: ICME-10, Berlín.

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8383-9

Kanobel, M. C. (2021). *Motivación, estrategias de aprendizaje y rendimiento académico en aulas extendidas del área Matemática: un estudio de cursos de Probabilidad y Estadística del nivel universitario* [Tesis de doctorado, universidad no indicada]. https://bit.ly/4nb8iDq

Kanobel, M. C. (2024). ¿Cómo impacta la inclusión de un chatbot en la dinámica del aula universitaria? Una experiencia con estudiantes de ingeniería [Ponencia]. *Primer Congreso Internacional de Inteligencia Artificial en Educación (I CIIAE)*, Universidad Nacional del Centro, Tandil, Argentina. https://drive.google.com/file/d/1EZMakxoCN4T0ZMSNU3CV6tVkFJgWQJm9/view

Knox, J. (2019). What does the 'postdigital' mean for education? Three critical perspectives on the digital, with implications for educational research and practice. *Postdigital Science and Education*, *1*, 357–370. https://doi.org/10.1007/s42438-019-00045-y

[6] Infostat, software estadístico, versión estudiantil de descarga gratuita (https://www.infostat.com.ar/)

Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, *108*(6), 1017–1054. https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x

Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review, 65*(2), 123–165. https://www.stat.purdue.edu/~dsmoore/articles/PedagogyContent.pdf

Ning, Y., Zhang, C., Xu, B., Zhou, Y., & Wijaya, T. T. (2024). Teachers' AI-TPACK: Exploring the relationship between knowledge elements. *Sustainability, 16*(3), 978. https://doi.org/10.3390/su16030978

Quigley, C. F., Herro, D., & Jamil, F. M. (2017). Developing a conceptual model of STEAM teaching practices. *School Science and Mathematics, 117*(1–2), 1–12. https://doi.org/10.1111/ssm.12201

Severiano-Pérez, P. (2019). ¿Qué es y cómo se utiliza la evaluación sensorial? *Interdisciplina*, *7*(19), 47–68. https://doi.org/10.22201/ceiich.24485705e.2019.19.70287

Tauber, L. M. (2010). Análisis de elementos básicos de alfabetización estadística en tareas de interpretación de gráficos y tablas descriptivas. *Ciencias Económicas, 1,* 53–74. https://doi.org/10.14409/ce.v1i12.1146

Tauber, L., Cravero, M., & Santellán, S. (2019). La construcción del sentido estadístico a partir de indicadores sociales. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, & E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística.* https://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

Terán, T. E. (2008). La enseñanza de la inferencia estadística en carreras donde la estadística cumple un rol instrumental. *Ciencias Económicas*, *2*, 67–76. https://doi.org/10.14409/ce.v2i9.1129

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67*(3), 223–265. https://doi.org/10.2307/1403699

Índice

UN ACERCAMIENTO A LOS NIVELES DE ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA EN EDUCACIÓN EPJA. UN ESTUDIO DE CASO

Catalina Bustos Orellana, Universidad Central de Chile

Fabián Guzmán Saavedra, Universidad Central de Chile

Nicolás Sánchez-Acevedo, Universidad Central de Chile

Abstract:

Esta investigación examina los niveles de alfabetización estadística en estudiantes que cursan un programa de Educación para Personas Jóvenes y Adultas (EPJA) en Chile. A través de un estudio de caso múltiple, se elaboró y aplicó un instrumento validado que integra el modelo de alfabetización estadística con la taxonomía SOLO. El estudio se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, de carácter descriptivo y exploratorio, con la participación de 13 estudiantes del segundo nivel de enseñanza media EPJA. Los hallazgos muestran que predominan niveles bajos y medios de desempeño, reflejados en respuestas que evidencian una comprensión limitada o parcial de los conceptos estadísticos abordados. Además, se detecta una baja presencia de razonamientos críticos y de vínculos con situaciones del entorno, lo cual confirma las dificultades que enfrentan estos estudiantes al relacionar la estadística con sus experiencias cotidianas. Estos resultados dan cuenta de la necesidad de promover una enseñanza de la estadística más contextualizada, conectada con la experiencia del estudiantado y significativa para su trayectoria formativa. Asimismo, evidencian que en la modalidad EPJA aún existen desafíos para fortalecer la alfabetización estadística, especialmente en lo que respecta a la construcción de razonamientos críticos y la toma de decisiones fundamentadas en datos para la vida.

Alfabetización estadística, educación, pensamiento estadístico, EPJA

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, participar críticamente en la sociedad implica enfrentar una gran cantidad de información presentada en forma de datos, porcentajes y gráficos. Este entorno exige que las personas desarrollen habilidades específicas para interpretar, analizar y utilizar información estadística de manera reflexiva (Camargo & Jiménez, 2020). Sin embargo, distintos estudios empíricos han evidenciado un bajo nivel de alfabetización estadística en estudiantes y docentes, lo que limita la comprensión de estos mensajes y su aplicación en la vida cotidiana (Castellanos et al., 2021; OCDE, 2016; Rodríguez-Alveal, 2017; Avilez y Zapata, 2022). Esta situación se agudiza en contextos educativos con trayectorias interrumpidas, como la Educación para Personas Jóvenes y Adultas (EPJA), donde las

Índice

brechas de aprendizaje suelen estar acompañadas de condiciones de alta vulnerabilidad (Espinoza et al., 2014; Krawczyk y Vieira, 2020).

En Chile, si bien el currículo nacional de EPJA promueve el desarrollo de habilidades estadísticas en todos sus niveles (MINEDUC, 2024), investigaciones han mostrado una falta de conexión entre los contenidos enseñados y las experiencias previas del estudiantado (Delprato, 2020; García y Rodríguez, 2020), advierten que la enseñanza suele ignorar los conocimientos cotidianos de los estudiantes adultos. A esto se suma el predominio de métodos tradicionales, centrados en la repetición mecánica, y escasamente vinculados a situaciones reales (Pillajo-Díaz et al., 2023), lo que afecta directamente la posibilidad de tomar decisiones informadas y participar activamente en la sociedad (Gerez Cuevas, 2022). Ante este panorama, la presente investigación busca dar respuesta a la siguiente interrogante: ¿Qué niveles de alfabetización estadística presenta un curso de un programa EPJA en Chile?

ELEMENTOS TEÓRICOS

El modelo de alfabetización estadística de Gal (2002) ofrece un marco fundamental para comprender las habilidades necesarias en educación estadística y permite analizar qué tan bien las personas son capaces de comprender y usar la estadística en la vida diaria. Este modelo enfatiza que la alfabetización estadística va más allá del conocimiento y de los procedimientos básicos, pues también involucra actitudes y disposiciones hacia el uso reflexivo de la información. Gal distingue entre elementos de conocimiento y elementos de disposición, que a su vez se subdividen en categorías que especifican distintos tipos de conocimientos necesarios para interactuar de manera efectiva con información estadística. La alfabetización estadística, en este sentido, requiere integrar tanto el dominio de conceptos y procedimientos como una actitud crítica frente a los datos.

Por su parte, la taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcomes) de Biggs y Collis (1982) permite evaluar de manera estructurada el desarrollo cognitivo de los estudiantes, en función de la cantidad y calidad de los conceptos que utilizan para abordar un problema. Esta taxonomía clasifica las respuestas en una jerarquía que refleja el grado de complejidad de la comprensión, desde formas superficiales hasta comprensiones profundas y abstractas. Consta de cinco niveles: preestructural, uniestructural, multiestructural, relacional y abstracto ampliado. Los tres primeros representan una fase más cuantitativa, mientras que los dos últimos corresponden a un tipo cualitativo, al centrarse en relaciones e integración de conocimientos. En el contexto de la EPJA, este enfoque resulta especialmente relevante, ya que facilita el análisis del progreso de los estudiantes desde razonamientos básicos hacia formas más complejas de interpretación y aplicación de información estadística.

En esta investigación se articulan ambos marcos teóricos: el modelo de alfabetización estadística de Gal (2002) y la taxonomía SOLO (Biggs & Collis, 1982). Esta integración permite no solo identificar los componentes de la alfabetización estadística que están presentes en las respuestas de los estudiantes, sino también evaluar el nivel de complejidad en que dichas respuestas se ubican. De este modo, se orientó tanto el diseño del instrumento de evaluación como el análisis de los resultados.

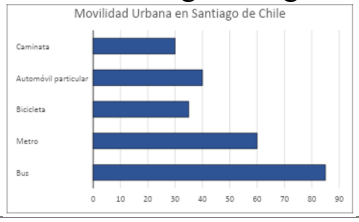
ASPECTOS METODOLÓGICOS

El estudio se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, de carácter descriptivo y exploratorio (Creswell, 2013; Hernández et al., 2014), mediante un estudio de caso múltiple con 13 estudiantes de un curso EPJA del segundo nivel de enseñanza media, ubicado en la Región Metropolitana. Se aplicó un cuestionario contextualizado, compuesto por preguntas abiertas relacionadas con situaciones de la vida cotidiana: transporte público, hábitos de estudio y desigualdades salariales.

En la Tabla 1, se muestra un ejemplo de la pregunta 3 y 6, pertenecientes a la situación 1 y 3, respectivamente.

Tabla 1

Pregunta 3 y 6 del instrumento

<table>
<tr><th>Situación 1</th><th>Situación 3</th></tr>
<tr><td>En un estudio sobre la movilidad urbana de la ciudad de Santiago de Chile realizado el año 2023, se consultó sobre las preferencias de transporte de personas adultas que trabajan y estudian. La muestra consideró a 250 personas de distintos sectores y horarios laborales. A continuación, se presenta la información en el siguiente gráfico.
 
</td><td>Un informe económico sobre ingresos en distintos sectores laborales en Chile presentó los siguientes percentiles salariales mensuales en pesos chilenos:
<table><tr><th>Percentil</th><th>Salario ($)</th></tr><tr><td>25</td><td>400.000</td></tr><tr><td>50</td><td>600.000</td></tr><tr><td>75</td><td>1.000.000</td></tr></table></td></tr>
<tr><th>Pregunta 3</th><th>Pregunta 6</th></tr>
<tr><td>Calcula la media y la mediana de las horas de estudio registradas. ¿Cuál de</td><td>Un trabajador se encuentra en el percentil 75. Explica qué significa este valor en relación con</td></tr>
</table>

Índice

estas medidas consideras más representativa en la cantidad de horas de estudios semanales del grupo? Justifica tu respuesta.	el resto de los trabajadores y cómo puede interpretarse en términos de desigualdad salarial

Nota. Elaboración propia

La Tabla 1 presenta dos ejemplos de preguntas incluidas en el instrumento de evaluación aplicado. Estas situaciones ilustran el tipo de tareas propuestas a los estudiantes, las cuales buscan evaluar su capacidad para interpretar información estadística en contextos reales. Ambos ejemplos permiten evidenciar cómo el instrumento promueve el uso de distintos tipos de representaciones y la reflexión sobre conceptos estadísticos relevantes.

El objetivo de este diseño fue favorecer que el estudiantado pudiera movilizar tanto sus conocimientos previos como su experiencia de vida al responder. Cada ítem fue diseñado para evaluar dimensiones del modelo de Gal y permitir la clasificación de las respuestas a través de la taxonomía SOLO. De este modo, se esperaba no solo constatar si el estudiante lograba dar con la respuesta correcta, sino también analizar cómo justificaba y argumentaba su respuesta. El instrumento fue validado internamente por el equipo de investigación y externamente por parte de una especialista en didáctica de la estadística, asegurando coherencia entre los objetivos del estudio y los procedimientos de análisis.

RESULTADOS

Tras la aplicación del cuestionario, los resultados revelan que la mayoría de los estudiantes se ubica en niveles de desempeño bajos. Por ejemplo, en la pregunta 1 relacionada con la representatividad de medidas como la media o la mediana, 7 estudiantes se posicionaron en el nivel preestructural (con errores o sin respuesta), 5 en el nivel uniestructural (con procedimientos incompletos o sin justificación), y solo 1 alcanzó el nivel multiestructural (respuesta correcta, pero sin reflexión crítica). En la pregunta 6 sobre percentiles, únicamente un estudiante logró una respuesta multiestructural, mientras que el resto se ubicó entre los niveles uniestructural y preestructural. En ninguna pregunta del instrumento se registraron respuestas que alcanzaran los niveles relacional ni abstracto ampliado.

El análisis cualitativo de las respuestas permitió identificar tres aspectos centrales: dificultades para transferir procedimientos básicos a contextos aplicados, escasa presencia de justificación argumentativa en las respuestas, y ausencia de razonamiento crítico que conecte los datos con experiencias cotidianas. En este sentido, aunque se evidenció conocimiento estadístico, la capacidad de reflexionar en torno a la información estadística fue muy limitada.

CONCLUSIONES

Se concluye que, en el grupo participante, existe una comprensión parcial de los elementos estadísticos básicos. Los resultados muestran que las y los estudiantes logran identificar

conceptos y aplicar procedimientos elementales, pero presentan dificultades para otorgar sentido e interpretar críticamente la información en contextos reales. Este desempeño sugiere un nivel de alfabetización estadística inicial o medio, con predominio de respuestas en los niveles preestructural y uniestructural según la taxonomía SOLO.

Si bien los hallazgos no pueden generalizarse a toda la población EPJA debido al tamaño y carácter acotado de la muestra, sí permiten evidenciar tendencias relevantes sobre las limitaciones del aprendizaje estadístico en este contexto. En particular, se observan vacíos en la comprensión y aplicación significativa de la estadística, a pesar de su presencia en el currículo nacional y las actualizaciones de las bases curriculares de la modalidad. Esto sugiere la existencia de una brecha entre las intenciones curriculares y las prácticas pedagógicas efectivas, donde el aprendizaje suele centrarse en la ejecución mecánica de procedimientos sin conexión con la realidad del estudiantado.

En términos pedagógicos, los resultados invitan a fortalecer una enseñanza de la estadística más contextualizada y vinculada con la experiencia de vida del alumnado, de modo que promueva el desarrollo del pensamiento crítico y la toma de decisiones informadas. Asimismo, se destaca la necesidad de potenciar la formación didáctica del profesorado en la enseñanza de la estadística en EPJA, pues su rol es clave en la creación de experiencias de aprendizaje significativas. Finalmente, se sugiere que futuras investigaciones amplíen el estudio a una muestra mayor o diversa y desarrollen intervenciones didácticas que permitan analizar el impacto de estrategias innovadoras sobre los niveles de alfabetización estadística en esta modalidad educativa.

Referencias

Avilez, M., & Zapata, C. (2022). Alfabetización estadística en docentes: una revisión sistemática. *Revista de Educación Matemática, 34*(2), 99–118.

Biggs, J., & Collis, K. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy (structure of the observed learning outcome)*. Academic Press.

Camargo, L., & Jiménez, C. (2020). La estadística en los medios: alfabetización crítica y pensamiento estadístico. *Revista Educación y Sociedad, 41*(1), 65–80.

Castellanos, D., Muñoz, R., & Valenzuela, A. (2021). Comprensión gráfica en estudiantes chilenos: una mirada desde la alfabetización estadística. *Estudios Pedagógicos, 47*(2), 145–162.

Creswell, J. W. (2013). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (3rd ed.). SAGE Publications.

Delprato, M. (2020). Currículo y desigualdad en la EPJA latinoamericana. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva, 14*(1), 121–138.

Espinoza, M., Loyola, R., Castillo, A., & González, C. (2014). Brechas educativas y rol de la EPJA en Chile: un análisis empírico. *Revista Chilena de Educación, 20*(1), 45–62.

Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review, 70*(1), 1–25.

Índice

García, S., & Rodríguez, L. (2020). La matemática en la educación no formal de adultos: análisis de trayectorias y aprendizajes. *Educación Matemática, 32*(2), 45–68.

Gerez Cuevas, N. (2022). Alfabetización estadística y ciudadanía: una mirada desde contextos comunitarios. *Revista de Educación Popular, 21*(1), 79–96.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª ed.). McGraw-Hill.

Krawczyk, N., & Vieira, C. (2020). Desafíos estructurales en la EPJA en América Latina. *Revista Iberoamericana de Educación, 83*(1), 55–73.

MINEDUC. (2024). *Bases curriculares para la Educación de Personas Jóvenes y Adultas (EPJA).* Ministerio de Educación de Chile.

OCDE. (2016). *Estudio PIAAC: Resultados clave en América Latina.* Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos.

Pillajo-Díaz, M., Cevallos, R., & Castro, S. (2023). Estrategias de enseñanza de la matemática en adultos: revisión sistemática. *Educación Matemática Latinoamericana, 18*(1), 33–51.

Rodríguez-Alveal, M. (2017). Alfabetización estadística en profesores en formación inicial. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, 12*(1), 33–48.

Índice

EXPLORACIÓN DEL RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO ACERCA DE LA VARIABILIDAD EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DE EDUCACIÓN MEDIA: UN ESTUDIO DE DOS CASOS

Estefani Patiño Contreras, Universidad Central de Chile

Nicolás Sánchez-Acevedo, Universidad Central de Chile

Abstract:

Comprender la variabilidad resulta esencial en la formación estadística y en la toma de decisiones basadas en datos. Diversos estudios han mostrado que tanto estudiantes como docentes tienden a presentar un razonamiento limitado sobre este concepto, privilegiando aproximaciones procedimentales por sobre comprensiones conceptuales. En este artículo se presenta un estudio de caso comparativo que analiza el razonamiento estadístico en torno a la variabilidad de dos docentes de Matemática de enseñanza media en Chile, denominados Diego y Rodrigo. El análisis se realiza a partir de las áreas de comprensión de la variabilidad propuestas por Garfield y Ben-Zvi (2005) y la Taxonomía SOLO (Biggs & Collis, 1982). Los resultados evidencian que ambos docentes presentan niveles de razonamiento entre lo uniestructural y lo relacional, con fortalezas en la identificación de aspectos básicos de dispersión, pero limitaciones en el uso de conceptos formales y generalizaciones. Estos hallazgos refuerzan la necesidad de fortalecer la formación docente en estadística desde un enfoque conceptual y didáctico.

Variabilidad, razonamiento estadístico, docentes, taxonomía SOLO

INTRODUCCIÓN

La variabilidad es un concepto central en la estadística y fundamental del razonamiento estadístico (Pfannkuch, 1997; Pfannkuch & Wild, 2004; Shaughnessy, 1997). Esto afecta la toma de decisiones en situaciones de incerteza, pero también lo que hace que la estadística sea desafiante. Considerando la variabilidad, podemos interpretar datos, construir modelos y realizar predicciones (Gould, 2004). Por esto, su presencia debe ser constante en el currículum y en la enseñanza de la estadística.

En este sentido, se debe lograr una comprensión profunda de la variabilidad, permitiendo ir más allá de la memorización de datos; lo que implica una construcción del conocimiento estructurado e integrado (Garfield y Ben-Zvi, 2005). Esto se debe evidenciar cuando los estudiantes son capaces de generar nuevos conocimientos, identificar relaciones, resolver nuevos problemas, elaborar explicaciones y extraer conclusiones. De acuerdo con Gould (2004), esto permite interpretar, modelar y hacer predicciones a partir de los datos, lo que debe enfatizarse desde los primeros grados de enseñanza hasta la enseñanza media. En esta línea, Garfield y Ben-Zvi (2005), plantean que esta comprensión debe ser profunda, sólida y

Índice

reflexiva, ya que implica reconocer lo que uno sabe y también lo que no sabe. Además, es útil, ya que permite aplicar lo aprendido para resolver problemas de la vida cotidiana en el contexto de la resolución de problemas estadísticos.

Es así como diversas investigaciones respaldan la carencia de razonamiento sobre variabilidad tanto en estudiantes como en profesores (Tauber et al. 2013 y Su y Marchant 2021) García et al. (2020) identificaron debilidades que tienen los docentes en relación con el concepto de variabilidad. A su vez, investigaciones como la de Chaphalkar y Ke Wu (2020) dan cuenta de las dificultades que enfrentan los estudiantes al interpretar medidas de variabilidad, como la desviación estándar, y al diferenciar entre diversos tipos de gráficos, resaltan la importancia de diseñar intervenciones pedagógicas que mejoren la comprensión de la variabilidad en los gráficos y promuevan un aprendizaje más sólido.

Ante esta problemática y las investigaciones mencionadas, surge la pregunta ¿Cuáles son los niveles de comprensión de razonamiento sobre variabilidad que manifiestan profesores de matemática de enseñanza media? Y con ello la necesidad de dar respuesta a cuáles son los niveles de razonamiento estadístico, específicamente en relación con el concepto de variabilidad. Esto se hace relevante dado que, de acuerdo con el MINEDUC (2015) “se espera formar alumnos críticos y alumnas críticas que puedan utilizar la información para validar sus opiniones y decisiones” (p.100).

Con base en lo anterior, se pretende indagar en los niveles de razonamiento sobre variabilidad en docentes de matemática de enseñanza media considerando la Taxonomía SOLO. En este sentido, se trabajará desde un enfoque cualitativo a través de la aplicación de un cuestionario de respuesta abierta, y los datos obtenidos en el cuestionario proporcionan información para analizar los niveles de razonamiento sobre variabilidad en los docentes.

DESCRIPCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA Y ANTECEDENTES

Comprender la variabilidad es clave en el desarrollo del pensamiento estadístico y en la toma de decisiones basadas en datos (Garfield y Ben-Zvi, 2005). Sin embargo, diversos estudios han mostrado que tanto estudiantes como docentes tienden a presentar un razonamiento limitado sobre este concepto, centrado en cálculos y en interpretaciones superficiales (Orta y Sánchez, 2018; Castro y Castro, 2022; Ramírez, 2012; García et al., 2020). En el caso de los profesores de Matemática, en formación y en ejercicio, se observa que la comprensión de la variabilidad suele ubicarse en niveles bajos de la taxonomía SOLO, lo que restringe su capacidad de interpretar y comunicar resultados estadísticos de manera fundamentada (Su y Marchant, 2021; Castro y Zabala, 2018). En Chile, esta situación adquiere especial relevancia, pues el currículo de Matemática (MINEDUC, 2019, 2021) plantea que los estudiantes deben analizar datos, extraer conclusiones y tomar decisiones en contextos de incertidumbre, objetivos en los que la variabilidad resulta central. No obstante, las

investigaciones muestran una brecha entre las demandas curriculares y las prácticas docentes, donde predomina el énfasis en la media por sobre la dispersión. En este contexto, la presente investigación tiene como objetivo analizar los niveles de razonamiento estadístico sobre la variabilidad en docentes de Matemática de enseñanza media en ejercicio, utilizando la taxonomía SOLO como marco teórico. Con ello, se busca aportar evidencia que contribuya al fortalecimiento de la enseñanza de la estadística y a la formación docente en torno a la comprensión de la variabilidad.

MARCO TEÓRICO

El razonamiento estadístico, según Garfield (2002) y Garfield y Ben-Zvi (2004, 2005), consiste en la capacidad de interpretar y otorgar significado a los datos, integrando procedimientos, inferencias y explicaciones que vinculan conceptos como tendencia central, variabilidad y azar. No se trata únicamente de aplicar fórmulas, sino de comprender los procesos detrás de los resultados y usarlos para tomar decisiones en contextos de incertidumbre. En este marco, la variabilidad se reconoce como el núcleo del pensamiento estadístico, pues es lo que otorga sentido al análisis de datos al permitir identificar patrones, explicar diferencias y generar predicciones (Garfield & Ben-Zvi, 2008).

El razonamiento sobre variabilidad implica analizar no solo valores individuales, sino también la estructura global de un conjunto de datos y las relaciones entre sus elementos. Para este fin, Garfield y Ben-Zvi (2005) proponen siete áreas de comprensión profunda, de las cuales esta investigación retoma tres: (1) desarrollar ideas intuitivas de variabilidad, entendiendo que esta está presente en todo fenómeno y surge de múltiples fuentes; (2) describir y representar la variabilidad, mediante gráficos y medidas como el rango o la desviación estándar, que permiten visualizar patrones y distinguir señal de ruido; y (3) utilizar la variabilidad para hacer comparaciones, analizando tanto diferencias dentro de un grupo como entre grupos, lo que resulta clave para el razonamiento inferencial y la toma de decisiones informadas. Estas áreas no se abordan de manera aislada, sino que se conectan con los objetivos curriculares (MINEDUC, 2019, 2020, 2023), donde se enfatiza la necesidad de interpretar datos, representar distribuciones y tomar decisiones en contextos de incerteza.

Con el fin de caracterizar cómo los docentes razonan sobre la variabilidad, se recurre a la Taxonomía SOLO (Biggs & Collis, 1982), que describe cinco niveles progresivos de comprensión. En la fase cuantitativa se sitúan los niveles preestructural, uniestructural y multiestructural, en los que el conocimiento es parcial, aislado o fragmentado. En la fase cualitativa, en cambio, se ubican los niveles relacional y abstracto extendido, donde los sujetos logran integrar los conceptos de manera coherente, realizar interpretaciones profundas y transferir el conocimiento a nuevos contextos. Este modelo ofrece un marco para evaluar el tránsito desde una comprensión superficial de la variabilidad hacia un

razonamiento estadístico avanzado, lo cual resulta esencial en la formación y práctica docente.

MARCO METODOLÓGICO

Este estudio se enmarca en un enfoque cualitativo (Cerrón, 2019), adoptando un diseño de estudio de caso instrumental (Stake, 1999), con la participación de dos docentes de enseñanza media seleccionados por su disposición a colaborar. Aunque el objetivo de esta investigación se formula en términos generales, el estudio se desarrolla desde una perspectiva interpretativa, en la que el análisis profundo de dos casos particulares aporta a una reflexión más amplia sobre la enseñanza de la estadística. En este sentido, el propósito no es generalizar los resultados a toda la población docente, sino identificar el razonamiento y las dificultades que contribuyan a la comprensión del razonamiento sobre variabilidad en la práctica docente.

El primer participante se le asignó el seudónimo Rodrigo. Este participante posee formación en Física y Matemáticas de una institución pública chilena. Cuenta con experiencia en contextos escolares, lo que enriquece el análisis de su razonamiento estadístico y su vínculo con la enseñanza. El segundo participante se le asignó el seudónimo Diego. Este participante es profesor de Matemáticas en enseñanza media y actualmente imparte clases en tercero y cuarto medio. Posee formación complementaria en didáctica y uso de tecnologías aplicadas a la educación, destacando un magíster en Didáctica de la Matemática, la certificación Google for Education Level 1, y cursos sobre inteligencia artificial y prácticas lúdicas. Además, se especializa en el uso de juegos de rol como recurso pedagógico. Su perfil resulta pertinente para esta investigación, ya que integra enfoques didácticos innovadores que permiten analizar cómo las estrategias lúdicas y metodológicas inciden en el desarrollo del razonamiento estadístico y la comprensión de la variabilidad.

La información fue recolectada mediante un cuestionario abierto (Álvarez, 2003) compuesto por tres actividades: la primera contenía seis preguntas, la segunda dos y la tercera tres. El instrumento fue diseñado y validado en distintas fases: revisión de actividades del Mineduc (2019), adecuación a los objetivos de aprendizaje, análisis según los niveles de la Taxonomía SOLO y validación interna y externa (Freire, 2015). El análisis de las respuestas se llevó a cabo considerando tanto las áreas de comprensión de la variabilidad propuestas por Garfield y Ben-Zvi (2005) como los niveles de la Taxonomía SOLO. En este estudio, ambos marcos se integraron de manera complementaria: las áreas de Garfield y Ben-Zvi permitieron identificar qué áreas de la variabilidad se movilizaron por el docente, por ejemplo: distribución, dispersión o modelos; mientras que la Taxonomía SOLO caracteriza la complejidad y profundidad del razonamiento en cada una de estas áreas. Ambos marcos aportaron una interpretación de las respuestas que integra los aspectos de la variabilidad considerados como la manera en que el docente los desarrolló. Para asegurar la rigurosidad metodológica, se siguieron los criterios de calidad propuestos por Lincoln y Guba (1985).

RESULTADOS ESPERADOS Y BREVES CONCLUSIONES

Para efectos de este reporte se muestran resultados de los niveles de razonamiento sobre variabilidad de Rodrigo y Diego, relacionados al área *desarrollar ideas intuitivas de variabilidad y al área utilizar la variabilidad para hacer comparaciones*, por ejemplo, Rodrigo en la Actividad 1, la pregunta 5 plantea: *El histograma presenta la talla de los recién nacidos en los últimos tres meses. Especule ¿Cómo se distribuye la talla de los recién nacidos en los próximos tres meses? Argumente la respuesta.* Rodrigo responde lo siguiente:

> ***Rodrigo:*** *Al ser 3 meses, no se considera un gran plazo que implique cambios en la dispersión de los datos por lo que se podría prever que seguiría una distribución simétrica.*

Rodrigo menciona un aspecto relacionado con la variabilidad: el corto plazo temporal (tres meses) y su implicancia en que la dispersión de las tallas no variaría significativamente. Asimismo, sostiene que la distribución probablemente seguiría siendo simétrica. No obstante, su argumentación no es explicativa, ya que no fundamenta por qué realiza tal inferencia ni incorpora otros elementos contextuales relevantes. Por ejemplo, no hace referencia a datos históricos ni considera factores que pudiesen incidir en la forma de la distribución. Debido a lo anterior, su respuesta se ubica en el nivel uniestructural, considerando el *área desarrollar ideas intuitivas de variabilidad*.

En el caso de Diego, en la Actividad 3, la pregunta 2 plantea: *Si el fertilizante mantiene el promedio de los tamaños, pero disminuye la dispersión, ¿podría decirse que es efectivo?* Diego responde lo siguiente:

> ***Diego:*** *Depende de cómo se defina efectividad para este caso. Si se espera tener un grupo de plantas más homogéneo, entonces sí, sería más efectivo.*

Diego vincula el concepto de dispersión con un criterio contextual de efectividad, aunque sin profundizar ni generalizar sobre la variabilidad. Menciona factores como el objetivo del experimento y la homogeneidad, pero no generaliza ni utiliza términos estadísticos como desviación estándar o variación. Por ello, su respuesta se ubica en el nivel multiestructural considerando el área de variabilidad utilizar la variabilidad para hacer comparaciones. En las preguntas 1 y 3, sus niveles de razonamiento corresponden a los niveles relacional y uniestructural, respectivamente.

A partir de los resultados de la Actividad 3, Pregunta 2, el docente muestra un razonamiento estadístico sobre la variabilidad en la fase cuantitativa, entre los niveles uniestructural y multiestructural. Su comprensión es parcial, ya que considera la homogeneidad al comparar, pero no utiliza conceptos como desviación estándar o variación. Estos resultados son similares con los observados en otras actividades del cuestionario. Se espera que estos

hallazgos, aun preliminares, permitan abrir la discusión sobre la importancia que tiene este tipo de razonamiento en contexto de profesores de matemática en ejercicio

Los resultados muestran que Rodrigo y Diego evidencian distintos niveles de razonamiento sobre la variabilidad. Rodrigo se sitúa en un nivel uniestructural, basando su respuesta en una intuición sobre el corto plazo, mientras que Diego alcanza un nivel multiestructural al relacionar dispersión y efectividad, aunque sin emplear conceptos estadísticos formales.

En conjunto, estos hallazgos muestran que los docentes pueden evidenciar niveles variados de razonamiento sobre la variabilidad, desde interpretaciones intuitivas hasta aproximaciones más estructuradas y aplicadas a contextos concretos, aunque con limitaciones conceptuales. al analizar ambos casos, permite concluir que la comprensión de la variabilidad se construye de manera progresiva, y que la integración de conceptos estadísticos formales junto con el contexto es clave para fortalecer la capacidad de tomar decisiones informadas basadas en datos. Asimismo, los resultados muestran la relevancia de promover estrategias que favorezcan la reflexión, la argumentación y el análisis contextual en la enseñanza de la estadística en profesores de matemática.

Referencias

Biggs, J., & Collis, K. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy*. Academic Press.

Castro, D., & Zabala, J. (2018). Variación estadística: Un estudio con profesores en ejercicio. *Revista Chilena de Educación Matemática, 12*(2), 55–70. https://doi.org/10.1234/rechiem.v12i2.5678

Cerrón Rojas, W. J. (2019). La investigación cualitativa en educación. *Horizonte de la Ciencia, 9*(17), 1–8. https://doi.org/10.26490/uncp.horizonteciencia.2019.17.510

García-García, J. I., Fernández Coronado, N. A., Arredondo, E. H., & Díaz-Levicoy, D. (2020). Niveles de razonamiento estadístico de profesores de matemáticas sobre variabilidad. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, 15*(2), 27–37. https://doi.org/10.54343/reiec.v15i2.273

Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, *10*(3), 1–12. https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910681

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2005a). A framework for teaching and assessment. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 17–46). Springer.

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2005b). Reasoning about variability. *Statistics Education Research Journal*, *4*(1), 92–99. https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ4%281%29_Garfield_BenZvi.pdf

Orta, J., & Sánchez, E. (2018). Niveles de razonamiento sobre variación estadística de estudiantes de nivel medio superior al resolver problemas en un contexto de riesgo. *Educación Matemática*, *30*(1)

Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de caso*. Ediciones Morata.

Álvarez, R. (2003). Las preguntas de respuesta abierta y cerrada en los cuestionarios: Análisis estadístico de la información. *Metodología de Encuestas, 5*(1), 45–54.

Freire, C. (2015). La validez interna y externa de una investigación cualitativa. *Empresarial*, *9*(33), 35–38. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6419733

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. SAGE Publications.

Índice

HISTORIA DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Sofía González-Díaz, Universidad Católica del Maule

Danilo Díaz-Levicoy, Universidad Católica del Maule

Audy Salcedo, Universidad Autónoma de Chile

Abstract:

Esta investigación busca caracterizar la presencia de elementos de la historia de la estadística y la probabilidad en los libros de texto de Matemática utilizados en la Educación Secundaria chilena. Para ello se enmarcó en un enfoque cualitativo, mediante un análisis de contenido aplicado a 11 textos escolares conforme al currículo vigente y distribuidos por el Ministerio de Educación junto con una editorial privada. El análisis consideró la vinculación de los elementos históricos con los contenidos de estadística y probabilidad y su ubicación dentro del texto. Los resultados evidencian una presencia parcial de la historia, predominantemente a través de notas de carácter biográfico o anecdótico, con escasa articulación pedagógica respecto de los contenidos. Asimismo, no se registraron aplicaciones históricas ni notas con aplicaciones, lo que limita la integración de la historia como recurso para el aprendizaje contextualizado. En contraste, emergió la categoría de problemas clásicos, cuyo potencial pedagógico puede favorecer la comprensión conceptual de la estadística y probabilidad. Estos hallazgos permiten advertir la necesidad de diversificar y fortalecer el uso pedagógico de la historia en los libros de texto, integrándola de manera más explícita en el desarrollo de los capítulos y vinculándola con actividades que promuevan la comprensión conceptual, la motivación y el pensamiento crítico del estudiantado.

Estadística, probabilidad, libros de texto, historia de la matemática, educación secundaria.

INTRODUCCIÓN

La estadística y la probabilidad cumplen un rol fundamental en diversas disciplinas, al posibilitar el análisis de datos, la identificación de patrones y la toma de decisiones en contextos tan variados como la salud, la economía, la política y la vida cotidiana (Molina-Portillo et al., 2019). En el currículo chileno, estos temas se enseñan desde Educación Primaria (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2018) y se profundizan en la Educación Secundaria, favoreciendo el análisis de fenómenos reales y el desarrollo de competencias para la resolución de problemas (MINEDUC, 2016,2019).

Índice

En este contexto, los textos escolares constituyen un recurso central para el cumplimiento de los lineamientos curriculares, ya que no solo estructuran los contenidos, sino que también orientan las prácticas pedagógicas, facilitan el aprendizaje autónomo y garantizan una educación equitativa (Fernández & Caballero, 2017). En este sentido, su relevancia radica en que, al ser distribuidos masivamente por el Estado, llegan a estudiantes de distintos contextos socioculturales, contribuyendo a la igualdad de oportunidades educativas.

Aunque las bases curriculares chilenas no mencionan de manera explícita la incorporación de la historia de la matemática, los lineamientos ministeriales sugieren avanzar hacia una enseñanza contextualizada (MINEDUC, 2009, 2012). En el caso de la estadística y probabilidad, la integración de elementos históricos permite comprender mejor los conceptos al situarlos en su contexto de origen, reconocer su construcción a lo largo del tiempo y enriquecer los aprendizajes (Oliveira Júnior et al., 2014). Además, este enfoque contribuye a superar dificultades epistemológicas frecuentes en estas áreas, al conectar los contenidos con su sentido histórico y científico (Alvarado & Retamal, 2010).

Sin embargo, investigaciones internacionales han mostrado que la inclusión de la historia en los libros de texto de Matemática es limitada, generalmente reducida a notas biográficas y con escasa articulación pedagógica. En el caso particular de la estadística y la probabilidad, los estudios coinciden en señalar una presencia poco cohesionada con los contenidos (Ceylan, 2021; Denbel, 2023; Erdoğan et al., 2015; Madrid et al., 2018). Este panorama refuerza la necesidad de examinar el caso chileno, donde aún no existen estudios al respecto.

En este marco, el presente estudio tiene como objetivo caracterizar la presencia de elementos históricos vinculados a la estadística y la probabilidad en textos escolares de Matemática de Educación Secundaria chilena, con el propósito de aportar evidencia que contribuya a fortalecer la enseñanza contextualizada y profunda de estas disciplinas.

MARCO CONCEPTUAL

El análisis se fundamenta en la propuesta de Erdoğan et al. (2015), basada en el modelo de análisis ecológico, que examina la coherencia de los elementos presentes en los libros. Este enfoque considera tanto el hábitat (ubicación en el libro: introducción, desarrollo o evaluación) como el nicho (función pedagógica). A partir de este modelo, se establecen cuatro categorías para los contenidos históricos: *Notas históricas* (información relacionada con fechas, biografías y eventos relevantes), *aplicaciones históricas* (cómo los contenidos matemáticos fueron aplicados en diferentes épocas y contextos); *notas con aplicaciones* (combina información histórica con ejemplos prácticos) y *elementos en trabajos escolares* (promueve la investigación sobre la historia de conceptos o de matemáticos). Este marco ofrece una estructura clara y coherente para examinar la presencia de la historia en libros de texto y su relación con la enseñanza de la estadística y la probabilidad.

METODOLOGÍA

La investigación se enmarcó en un enfoque cualitativo (Creswell, 2018). El diseño correspondió a un estudio de casos (Yin, 2014) con un alcance descriptivo (Hernández-Sampieri et al., 2014). La muestra estuvo compuesta por 11 textos escolares de Matemática distribuidos por el MINEDUC y una editorial privada (Savia SM), abarcan de 7.º básico a 4.º medio, niveles que, según la Clasificación Internacional Normalizada de la Educación (CINE), corresponden a la Educación Secundaria completa (UNESCO, 2012).de Educación Secundaria. Los textos fueron seleccionados por cubrir todo el ciclo de Educación Secundaria, provenir de editoriales con mayor distribución nacional y ajustarse el currículo vigente. En la Tabla 1 se mencionan los textos analizados.

El análisis se realizó a partir de las categorías de Erdoğan et al. (2015), considerando la dimensión de ubicación en el libro de texto. Cabe señalar que, al clasificar los elementos históricos identificados, una misma unidad de análisis podía vincularse simultáneamente a más de una categoría. Esto implicó que un mismo fragmento textual pudiera ser contabilizado en distintas categorías, lo que explica pequeñas variaciones en el total (22–24 menciones).

Tabla 1

Textos escolares analizados

Código	Autores (año)	Título	Editorial
T1	Iturra, Cabrera y Manosalva (2023)	7° Básico. Matemática. Texto del estudiante	SM
T2	Bravo, Iturra, Manosalva y Silva (2018)	Matemática 7° Básico. Savia	SM
T3	Torres, Caroca (2024)	8° Básico. Matemática. Texto del estudiante	Santillana
T4	García, Romante, Silva y Castro (2018)	Matemática 8° Básico. Savia	SM
T5	Fresno, Torres, Ávila (2020)	1° Medio. Matemática. Texto del estudiante	Santillana
T6	Setz, Muñoz (2018)	Matemática 1° Medio. Savia	SM
T7	Díaz, Ortiz, Norambuena, Morales, Rebolledo y Barrera (2020)	2° Medio. Matemática. Texto del estudiante	SM
T8	Díaz, Frigerio, Fuentes, Osorio, Silva (2018)	Matemática 2° Medio. Savia	SM
T9	Villalobos, Rojas, Caroca, Rencoret y Linares (2024)	3°- 4° Medio. Matemática. Texto del estudiante	Santillana
T10	Barrera, Morales, Norambuena y Ortiz (2019)	Matemática 3° Medio. Savia	SM
T11	Díaz, Morales, Norambuena y Ortiz (2020)	Matemática 4° Medio. Savia	SM

Nota. Elaboración propia

Índice

RESULTADOS

Menciones Históricas

El análisis de los once libros de texto permitió identificar un total de 24 menciones históricas, clasificadas según las categorías de Erdoğan et al. (2015). Adicionalmente, se incorporó una categoría emergente, denominada problemas clásicos, que reúne enunciados de uso recurrente en la enseñanza de la probabilidad, valorados por su aporte a la comprensión de nociones estadísticas y probabilísticas (Borovcnik & Kapadia, 2009).

Tabla 2

Frecuencia de menciones históricas según las categorías de Erdoğan et al. (2015)

Épocas	T1 n=0	T2 n=4	T3 n=0	T4 n=3	T5 n=1	T6 n=2	T7 n=2	T8 n=8	T9 n=0	T10 n=2	T11 n=2	Total n=24
Notas históricas	-	4	-	3	-	2	-	4	-	2	2	17
Aplicaciones históricas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0
Notas con aplicaciones	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0
Elementos en trabajos	-	-	-	-	-	-	-	2	-	-	-	2
Problemas clásicos	-	-	-	-	1	-	2	2	-	-	-	5

Nota. Elaboración propia

La Tabla 2 muestra que, dentro de las menciones históricas, predominan las notas históricas (70,8%), distribuidas en todos los niveles, con mayor presencia en 7.º básico (T2) y 2.º medio (T8). No se registraron aplicaciones históricas ni notas con aplicaciones, lo que evidencia una omisión en la vinculación de la historia con problemas concretos. Por otra parte, se identificaron dos elementos en trabajos escolares (8,3%), ambos en 2.º medio (T8), y cinco casos de problemas clásicos (20,8%), presentes en 1.º medio (T5) y 2.º medio (T7 y T8).

Las notas históricas presentan una narrativa biográfica de enfoque eurocéntrico, centrada en autores de la época moderna y contemporánea, como Laplace, Pascal o Gauss. Aunque predominan figuras masculinas, algunos textos incluyen a mujeres como *Florence Nightingale* y *Gertrude Mary Cox*, lo que evidencia ciertos intentos por visibilizar el aporte femenino al desarrollo de la estadística como disciplina científica en la época contemporánea. Sin embargo, al tratarse principalmente de notas biográficas, la presencia de estos recursos sigue siendo escasa y complementaria, pues suelen presentarse de manera anecdótica y sin conexión con las actividades o el desarrollo conceptual, lo que reduce su valor pedagógico.

Para ilustrar los hallazgos, en la Figura 1 se observa una nota histórica dedicada a Pierre-Simon Laplace (1749-1827), ubicada junto al contenido en que se introduce la probabilidad clásica. Aunque aparece vinculada al tema, la reseña es principalmente biográfica e

Índice

informativa, sin establecer una relación directa con las actividades ni con la aplicación de los contenidos de probabilidad.

Figura 1

Ejemplo notas históricas (T10, p. 155)



Ubicación el texto

La Tabla 3 presenta la distribución de los elementos históricos según su ubicación en el libro de texto. La cual se observa que la mayoría de las menciones (86,4%) se concentran en la sección de desarrollo, donde se utilizan principalmente para complementar la explicación de los contenidos. En menor medida, un 13,6% de las referencias se ubican en las secciones de introducción, generalmente como notas previas orientadas a contextualizar el contenido, sin que ello implique necesariamente una profundización en su relevancia histórica. No se identificaron menciones en las secciones destinadas a la evaluación.

Tabla 3

Frecuencia de la ubicación de elementos históricos

Ubicación	T1 n=0	T2 n=4	T3 n=0	T4 n=3	T5 n=1	T6 n=2	T7 n=2	T8 n=6	T9 n=0	T10 n=2	T11 n=2	Total n=22
Introducción	-	1	-	-	-	-	-	1	-	1	-	3
Desarrollo	-	3	-	3	1	2	2	5	-	1	2	19
Evaluación	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0

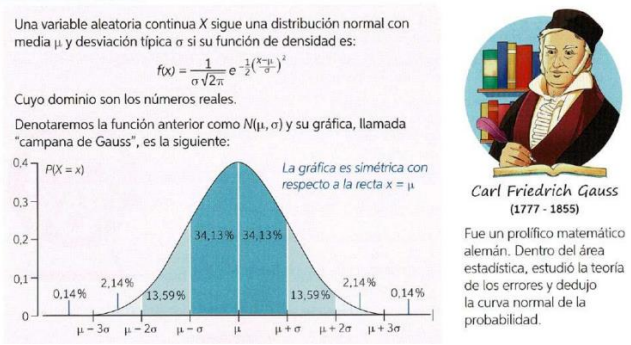
Nota. Elaboración propia

En la Figura 2 se muestra un ejemplo en la sección de desarrollo, donde la función de densidad de la distribución normal se acompaña de una nota sobre Carl Friedrich Gauss (1777-1855). La mención se relaciona directamente con el contenido al destacar sus aportes a la teoría de los errores y a la formalización de la curva normal, aunque se limita a una reseña biográfica sin articularse con actividades o aplicaciones prácticas del tema.

Índice

Figura 2

Ejemplo de una mención histórica ubicado en el desarrollo (T11, p. 104)



CONCLUSIÓN

La historia de la estadística y la probabilidad aparece de manera limitada en los libros de texto, mayoritariamente a través de notas biográficas que, si bien aportan contexto, permanecen desconectadas de las actividades vinculadas a los contenidos de estadística y probabilidad. Este hallazgo coincide con lo reportado en estudios internacionales (Denbel, 2023; Erdoğan et al., 2015; Madrid et al., 2018), donde las referencias históricas se presentan como complementos narrativos más que como recursos pedagógicos integrados. Asimismo, la ausencia de categorías como aplicaciones históricas o notas con aplicaciones refuerza la idea de un uso restringido de la historia, lo que limita su potencial para favorecer aprendizajes contextualizados. Si bien el estudio no permite establecer efectos pedagógicos directos, los hallazgos evidencian oportunidades para fortalecer la integración de la historia en los textos escolares, incorporándola en el desarrollo de los capítulos y vinculándola con actividades que favorezcan la comprensión conceptual y el pensamiento crítico del estudiantado.

Finalmente, como proyección, resulta pertinente ampliar el análisis a otros niveles educativos e incluir materiales complementarios, además de realizar estudios comparativos con textos de distintos países. Asimismo, sería valioso explorar la percepción docente e implementar intervenciones de aula que integren elementos históricos, evaluando su impacto en la motivación y en la comprensión conceptual del estudiantado.

Referencias

Alvarado, H., & Retamal, L. (2010). La aproximación binomial por la normalidad: Una experiencia de reflexión sobre la práctica. *Revista Paradigma, 31*(2), 89–108.

Borovcnik, M., & Kapadia, R. (2009). Research and developments in probability education. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 4*(3), 111–130.

Ceylan, H. (2021). An analysis of history of mathematics in secondary school mathematics textbooks in Turkey. *Journal of Educational Research and Practice, 11*(1), 100–115.

Índice

Creswell, J. W. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5.ª ed.). SAGE Publications.

Denbel, D.G. (2023). Integration of history of mathematics in Ethiopian secondary school mathematics textbooks. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences, 19*(2), 45–60.

Erdoğan, A., Özdemir, E., & Erdoğan, E. (2015). A study on the use of history of mathematics in secondary school mathematics textbooks in Turkey. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 46*(4), 594–617.

Fernández, C., & Caballero, A. (2017). Los libros de texto como recurso educativo: un análisis crítico. *Revista de Educación, 375*, 24–47.

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill.

Madrid, M. J., Maz-Machado, A., León-Mantero, C., & López-Esteban, C. (2018). La historia de las matemáticas en libros de texto de matemáticas de los primeros cursos de la ESO. En L.J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar González, P. Alonso, F.J. García-García, & A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 310–319). SEIEM.

MINEDUC. (2009). *Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios de la educación básica media*. Unidad de Currículum y Evaluación.

MINEDUC. (2012). *Estándares orientadores para carreras de pedagogía en educación básica: Estándares pedagógicos y disciplinarios*. CPEIP.

MINEDUC. (2016). *Bases curriculares 7° a 2° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación.

MINEDUC. (2018). *Bases curriculares primero a sexto básico*. Unidad de Currículum y Evaluación.

MINEDUC. (2019). *Bases curriculares 3° a 4° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación.

Molina-Portillo, E., Contreras, J. M., Godino, J. D., & Ruz, F. (2019). Statistical literacy in the information society. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa, 35*(2), 148–169.

Oliveira Júnior, A. P., Delalíbera, B. C. S., Martins, O. R., & Ribeiro, V. C. (2014). La historia de la estadística en el caso de la enseñanza y el aprendizaje de la estadística en la escuela secundaria. En G. Sanabria & F. Núñez (Eds.), *Memorias IV Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos* (pp. 1–13). TEC.

UNESCO. (2012). *International standard classification of education*. UNESCO.

Yin, R. K. (2014). *Case study research: Design and methods* (5.ª ed.). SAGE Publications.

Índice

NIVELES DE LECTURA DE GRÁFICOS EN EDUCACIÓN PREESCOLAR: APORTES DESDE LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE

Sandra Fuentes, Escuela Alemana de Paillaco

Abstract:

¿Pueden los niños extraer información de gráficos? y ¿De qué nivel es la información que pueden obtener? Estas preguntan nos llevaron a formular una actividad para averiguar si realmente la lectura de gráficos es tan compleja como la literatura lo documenta y qué podemos hacer en nuestras aulas para cambiar esto. Esta investigación indaga en los niveles de lectura que evidencian alumnos de educación preescolar en Chile. Con un grupo de 6 estudiantes de pedagogía básica, se planificaron las actividades y preguntas que se aplicarían en la sesión. Enfrentamos a la lectura de dos gráficos de datos (pictogramas), a un grupo de 25 alumnos de 4 y 5 años, les planteamos diversas preguntas sobre la información entregada en los gráficos, las cuales respondieron sin mayor dificultad. Las preguntas formuladas abarcan los niveles de lecturas propuestos por una reconocida taxonomía de comprensión gráfica.

Educación preescolar, niveles de lectura de gráficos, gráficos estadísticos, taxonomía de Curcio, formación inicial docente.

INTRODUCCIÓN

Los gráficos estadísticos forman parte de la vida cotidiana, de ellos podemos extraer información relevante para tomar decisiones informadas, la habilidad de leer datos y extraer información se debe desarrollar desde la primaria infancia para tener niños y adultos estadísticamente competentes. La enseñanza de la estadística parte en Chile desde los primeros niveles de educación básica, pero es posible trabajar actividades estadísticas con niños desde la educación preescolar, con actividades desafiantes y contextualizadas (Fuentes et al., 2014).

Los gráficos estadísticos se utilizan para representar un conjunto de datos, de manera que este tipo de representación facilite su comprensión, comparación y análisis y permita responder preguntas estadísticas. La lectura de gráficos también es parte de la educación estadística, por lo que se debe incluir en nuestras actividades diarias.

En esta experiencia, creamos una actividad de lectura de gráficos para alumnos de preescolar (4 a 5 años), los cuales son llamativos y de fácil lectura para los niños pequeños, por como presentan la información. Si bien los participantes son parte de la muestra en estudio, serán ellos mismos los analistas y constructores de las principales conclusiones generadas en la interacción de esta experiencia (Alsina, 2012).

Índice

El objetivo de esta investigación es indagar y describir los niveles de lectura de gráficos que ponen de manifiesto niños de 4 y 5 años frente a tareas creadas por futuros profesores básicos.

MARCO CONCEPTUAL Y ANTECEDENTES

A continuación, presentaremos algunas investigaciones realizadas en educación preescolar o primeros cursos de educación básica en relación con los niveles de lectura de gráficos. En la taxonomía de Curcio, se establecieron los siguientes niveles de lectura de gráficos: (a) Leer los datos: Extraer información explícita presentada en el gráfico. (b) Leer dentro de los datos: Extraer información implícita del gráfico, para encontrarla necesita hacer algún cálculo o comparación. (c) Leer más allá de los datos: Realizar inferencias con la información obtenida del gráfico. (d) Leer detrás de los datos: Cuestionarse sobre la obtención de los datos y analizar críticamente la lectura de estos. Esta taxonomía presenta los niveles de lectura de gráficos más completa y pertinente para todos los niveles escolares, ya que amplían niveles anteriormente descritos (Bertín, 1967; Curcio, 1987 y Curcio, 1989; Friel et al., 2001; Shaughnessy, 2007).

Díaz-Levicoy et al. (2016), indagan en los niveles de lecturas que presentan futuras maestras de educación preescolar, las cuales llegan a los niveles de: (a) leer entre los datos y (b) leer dentro de los datos. Esto concuerda con los niveles de lectura más utilizados en los libros de textos, donde no se formulan preguntas de nivel 3 o 4, o son muy escasas en comparación con las de otros niveles (Díaz-Levicoy et al., 2015).

Los gráficos estadísticos se utilizan para representar un conjunto de datos, de manera que este tipo de representación facilite su comprensión, comparación y análisis y permita responder preguntas estadísticas. La lectura de gráficos también es parte de la educación estadística, por lo que se debe incluir en nuestras actividades diarias.

Las tablas y gráficos estadísticos se pueden trabajar desde preescolar, es así que variados autores se han interesado en este nivel educativo (e.g. Alsina, 2012; Fuentes et al., 2014), demostrando que la inmersión de este tópico es posible desde temprana edad, inclusive, que se realiza de forma espontánea al encontrarse frente a un conjunto de elementos desordenados (Alsina, 2012).

METODOLOGÍA

Esta investigación es de carácter exploratorio y descriptivo (Hernández et al., 2010), ya que con la intervención pretendemos explorar en las respuestas de los alumnos los niveles de lectura de gráficos y hacer una descripción de estas intervenciones.

Se trabajó con un grupo combinado de 25 alumnos de prekinder (NT1) y kinder (NT2), con edades comprendidas entre los 4 y 6 años, de un colegio particular subvencionado de la

Índice

Región de los Ríos en Chile. Fueron elegidos de forma intencionada por la disponibilidad del establecimiento y de las maestras.

El diseño de las tareas estuvo a cargo de un grupo de 6 alumnos de pedagogía en educación básica, en el contexto de la asignatura de tratamiento de la información (estadística), guiados por la profesora de la asignatura y autora de este documento. En clases, con los futuros maestros, se habían trabajado los niveles de lectura de gráficos según la taxonomía de Curcio, se analizaron preguntas planteadas en los libros de textos actuales y se discutió sobre los niveles a los que apuntaban, lo cual concordaba con la literatura consultada.

Las tareas propuestas estaban en orden creciente según nuestros objetivos y la taxonomía de Curcio para la lectura de gráficos. Se diseñaron 3 tareas, cada una asociada a un gráfico distinto, (a) Tarea 1: ¿Cuál es tu mascota preferida de la película "La vida secreta de tus mascotas"?, (b) Tarea 2: ¿Qué fruta te gusta?, (c) Tarea 3: Animales favoritos de granja. Las cuales se detallan a continuación.

La primera tarea, estaba intencionada para invitar a los alumnos a construir un gráfico con sus preferencias sobre las mascotas que aparecen en la película "La vida secreta de tus mascotas", para ello se les presentó una cartulina con los rótulos y se le facilitó a cada alumno una cara en un círculo de papel, con la instrucción de colocarla en la columna de su mascota favorita en esa película. El objetivo al diseñar la Tarea 1, fue solo realizar el primer contacto con los alumnos y que se vieran enfrentados a un gráfico, por esto, se optó por construirlo en conjunto, con sus preferencias y formularle preguntas sencillas de nivel 1 y 2.

En la segunda tarea se les presentó un gráfico con datos sobre las preferencias de frutas de un grupo de niños. En esta tarea se pretendía que los alumnos obtuvieran información del gráfico y pudieran contestar preguntas como, por ejemplo, ¿De qué trata este gráfico? (ver Tabla 1). Se pretendía que los alumnos respondieran preguntas de los primeros tres niveles de la taxonomía de Curcio, aunque igualmente se les plantean preguntas de nivel 4.

El diseño de la Tarea 2, fue pensado para dar respuesta a nuestra pregunta sobre si los alumnos de educación preescolar podían extraer información de un gráfico y a qué nivel de la taxonomía de Curcio podían llegar.

La tercera tarea, era un gráfico con datos sobre animales de granja, en él queríamos explorar el nivel de inferencia sobre los datos entregados, por lo que nuestras preguntas fueron más que nada de la forma ¿Por qué crees tú que sucede esto?, ¿Dónde puede estar ubicado este colegio? (ver Tabla 1). Aquí pretendíamos llegar a los niveles más altos de la taxonomía de Curcio, aunque igualmente se les plantearon preguntas de los niveles 1 y 2. La Tarea 3, fue planteada a los alumnos buscando relacionar la información de su entorno y vivencias personales, se plantearon preguntas ambiciosas y queríamos llegar al nivel más alto de la taxonomía.

Tabla 1

Nivel de lectura de gráficos

	Tarea 2	Tarea 3
Leer los datos	¿De qué trata este gráfico? ¿Cuáles son las frutas elegidas? ¿Cuántos niños eligieron las manzanas? ¿Cuántos niños eligieron las frutillas?	¿De qué se trata el gráfico? ¿Qué título podría tener el gráfico? ¿Qué característica tienen en común los elementos presentes en el pictograma?
Leer entre los datos	¿Cuál es la fruta favorita? ¿Cuál es la fruta menos favorita? ¿Cuántos niños tenía el curso?	¿Cuál es el animal favorito de estos niños? ¿Cuál es el animal menos favorito de estos niños?
Leer más allá de los datos	¿Por qué creen que esta fruta es la favorita? ¿Por qué creen que esta fruta es la que menos personas prefieren? ¿Por qué creen que hay dos frutas con la misma cantidad de elecciones?	¿Por qué crees tú que sucede esto? ¿Por qué creen que los niños prefieren cada uno de los animales?
	Tarea 2	Tarea 3
Leer detrás de los datos	¿Ustedes habrían elegido otra fruta? ¿Qué sucede con un niño que no le gustan las frutas?	¿Dónde puede estar ubicado este colegio?

Fuente: elaboración propia. 2022.

ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

En esta oportunidad analizaremos sólo la tarea 2 y 3, que apuntan específicamente a los niveles de lectura de gráficos y no a su construcción, como lo hace la tarea 1, en la implementación en aula de 25 alumnos combinados de 4 y 5 años de un colegio particular subvencionado de la región de Los Ríos, con el fin de analizar y discutir las respuestas entregadas.

Cuando se les planteó la tarea 2, las opiniones giraron en torno a sus preferencias individuales sobre las frutas, los alumnos asumieron que el grupo encuestado eran ellos mismos. Los investigadores les explican que este gráfico fue realizado en otro colegio, al igual que ellos realizaron el gráfico de la tarea 1 y que debíamos tratar de obtener información de aquellos niños. Se les planteó como primer desafío, el saber que se les preguntó a esos niños, todos los alumnos contestaron correctamente que se les había preguntado por su fruta favorita, además, identificaron las frutas del gráfico y cuántos niños habían elegido cada una de ellas, por lo que el primer nivel de lectura fue logrado con éxito. Para indagar en el segundo nivel, se les planteó averiguar cuál era la fruta favorita y la menos favorita y al igual que en el nivel anterior, todos contestaron correctamente. Cuando se les preguntó por el total de niños que tenía el curso, al ser una cifra que está fuera de su ámbito numérico, a los alumnos les costó

un poco, sin embargo, más de la mitad de los alumnos respondieron correctamente, los demás alumnos fueron contrastando sus respuestas y revisando nuevamente los datos del gráfico, todos los alumnos lograron responder correctamente. En el tercer nivel, cuando se les pregunta por qué hay frutas favoritas y otras que no lo son, la discusión se centró en las experiencias personales, en los sabores que tienen algunas frutas o incluso en la apariencia de éstas. Por último, en las preguntas que consideramos en este nivel, orientaron la discusión a la pertinencia de las frutas escogidas, donde argumentaron que faltaban algunas frutas que a ellos les gustaban mucho y que no podrían haberlas escogido porque no eran parte de las frutas presentadas como opciones en el gráfico (ver Figura 1).

Figura 1

Niños trabajando con gráficos estadísticos.



En la tarea 3, el nivel 1 y 2 de lectura fue logrado por todos los alumnos de forma inmediata, descubriendo que se trataba de animales de granja, identificando cuáles eran los favoritos y los no tan favoritos y la cantidad de niños que había en el curso. En el nivel 3 las opiniones estuvieron repartidas en torno a la utilidad de los animales de granja, por ejemplo: la vaca da leche, queso y yogurt, por eso es la favorita, la gallina nos da huevos y el cerdo nos da carne. Así categorizaron los animales desde el que tenía mayor votación hasta el que tenía menos. Cuando se les preguntó por una posible ubicación geográfica de los niños que respondieron esta última encuesta, pensaron en los jardines y colegios cercanos a su comunidad, con una realidad similar a la de ellos.

Los futuros profesores crean situaciones problemas contextualizados que llevan a los niños a los niveles de lectura más altos según la taxonomía de Curcio. Las preguntas propuestas para la lectura de gráficos llevan a los alumnos desde las preguntas de primer nivel, de sólo obtener información del gráfico. Luego, en el segundo nivel, se evidencian preguntas que hacen que los niños vean entre los datos, hacen pensar a los niños en cómo los datos pueden interactuar para tener más información, la información no es tan evidente. En el tercer nivel, los futiros profesores plantean preguntas de inferencia y hacen que los alumnos vean más allá de los datos y que sean capaces de responder preguntas de este nivel. El último nivel fue

el más difícil al confeccionar preguntas, logran plantear preguntas que lleven a los alumnos a cuestionar cómo fue la confección del gráfico y si son razonables la información que podemos obtener de él.

El análisis que obtienen los futuros profesores sobre la valoración de su planificación e intervención en el aula es favorable, contrarrestaron la información obtenida por los alumnos con la literatura logrando resultados por sobre lo esperado, llegando a responder las preguntas de nivel 4.

CONCLUSIONES

Con respecto a nuestro objetivo de investigación, indagamos y describimos los niveles de lecturas de gráficos que ponen de manifiesto futuros profesores básicos al crear tareas para niños de 4 y 5 años. Podemos decir que nuestro objetivo se logró.

A diferencia de las investigaciones consultadas, específicamente al estudio realizado en maestras de preescolar en formación (Díaz-Levicoy et al. 2016). El grupo de futuros profesores básicos fue capaz de crear situaciones estadísticas que apuntaran a cada uno de los niveles de lectura de gráficos. Para ello fue necesario el trabajo exhaustivo con los futuros profesores, los cuales habían formulado con antelación, preguntas para generar la discusión entre los alumnos y que pudiesen extraer la información requerida, llevándolos más allá de las preguntas evidentes y comúnmente planteadas en las aulas. También se evidencia en las preguntas planteadas en los libros de textos, las cuales no son motivadoras y desafiantes para los alumnos, ya que solo plantean preguntas de los niveles más elementales (Díaz-Levicoy et al. 2015).

Las situaciones deben ser contextualizadas, así ellos obtienen datos de sus propias experiencias y las contrastan con los datos entregados en los gráficos. Es necesario el trabajo con las educadoras y profesores para que generen situaciones en el aula que desafíen y motiven a los alumnos y no quedarse solo con el libro de texto, ya que no abarca todos los niveles de lectura de gráficos.

Emerge como conclusión importante, la riqueza del trabajo con los alumnos de pedagogía básica, el contrastar in situ las investigaciones consultadas y las potencialidades del trabajo que posteriormente tendrán en sus propias clases. Se agradece el apoyo en la aplicación de la actividad en el aula y en el desarrollo del proyecto a los alumnos de Pedagogía Básica.

Planificar en grupo, con objetivos claros de investigación e implementación, enriqueció el trabajo a presentar en el aula. Esta metodología de trabajo colaborativo debe ser implementadas en los establecimientos educacionales como una práctica cotidiana.

La poca o casi nula información que encontramos en la bibliografía consultada, refuerza la idea de investigar en torno a este tema e implementar más situaciones donde se evidencien

los niveles de lecturas de gráficos y el trabajo estadístico desde los primeros niveles de escolarización.

Esta investigación no pretende generalizar sobre los niveles de lectura de gráficos, por lo acotado e intencionado de la muestra.

Referencias

Alsina, A. (2012). La estadística y la probabilidad en Educación Preescolar: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas*, (7), 4–22.

Bertin, J. (1967). *Sémiologie graphique*. Mouton et Gauthier-Villars.

Curcio, F. (1987). Comprensión de relaciones matemáticas expresadas en gráficas. *Revista de Investigación en Educación Matemática, 18*, 382–393.

Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension.* N.C.T.M.

Díaz-Levicoy, D., Morales, R., & López-Martín, M. (2015). Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de 1º y 2º año de educación primaria. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, *4*, 10–39.

Díaz-Levicoy, D., Sepulveda, A., Vásquez, C., & Opazo, M. (2016). Lectura de tablas estadísticas por futuras maestras de Educación Preescolar. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, *18*, 1099–1115.

Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, *32*(2), 124–158.

Fuentes, S., Arteaga, P., & Batanero, C. (2014). Gráficos estadísticos y tablas: una actividad exploratoria en Educación Preescolar. En F. España (Ed.), *Actas del XV Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas* (pp. 385–393). Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación* (5.ª ed.). McGraw Hill.

Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistical learning and reasoning. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 957–1009). Information Age Publishing.

EL PENSAMIENTO COMPUTACIONAL Y PROBABILÍSTICO: UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA

Jonathan Parra Muñoz, Universidad Católica del Maule

Andrea Vergara Gómez, Universidad Católica del Maules

Sebastián Gómez Rodríguez, Universidad Católica del Maule

Abstract:

El objetivo de este estudio fue analizar el estado actual de la producción científica que vincula el pensamiento computacional y el pensamiento probabilístico en contextos educativos. Para ello, se realizó una revisión sistemática de la literatura en las bases de datos Scopus y WoS, siguiendo las directrices PRISMA 2020 y considerando palabras clave del tesauro de la UNESCO. La búsqueda inicial arrojó 47 artículos publicados entre 2014 y 2024; tras aplicar los criterios de inclusión y exclusión, se seleccionaron 10 estudios que fueron objeto del análisis bibliométrico y de contenido. Los resultados muestran que la investigación en esta intersección es incipiente, aunque se observa un incremento sostenido en la última década. El pensamiento computacional aporta habilidades como la descomposición de problemas, la abstracción, el diseño de algoritmos y la simulación de escenarios, mientras que el pensamiento probabilístico enriquece los procesos de interpretación de la incertidumbre, la variabilidad y el azar, fundamentales en la toma de decisiones. La complementariedad e integración entre estos pensamientos contribuye al desarrollo de competencias transversales, fundamentales para la toma de decisiones. No obstante, se evidencia una concentración de la investigación en los niveles de secundaria y superior, con poca presencia en educación primaria. Se concluye que resulta necesario avanzar hacia propuestas didácticas integradas, sustentadas en marcos teóricos sólidos, que incluyan recursos tecnológicos accesibles y formación docente, con el fin de consolidar esta línea emergente como un eje estratégico en la formación de profesores de matemática.

Revisión sistemática, pensamiento probabilístico, pensamiento computacional

INTRODUCCIÓN

Hoy a nivel mundial, nos enfrentamos a grandes desafíos relacionados con la tecnología, dado los nuevos desarrollos técnicos, científicos y sociales que se evidencian a nivel mundial. Un concepto que ha ido adquiriendo importancia con el uso de tecnología particularmente con la programación es el pensamiento computacional, siendo un campo emergente en la educación primaria y secundaria (Kong & Abelson, 2020). Muchos países han integrado en sus planes de estudios el pensamiento computacional (Tang, Chou, & Tsai, 2019), el cual

Índice

presenta grandes desafíos que involucran a diferentes niveles y contextos educativos, desde la educación primaria donde muchos docentes se esfuerzan por incorporar el pensamiento computacional sin la formación adecuada (Ortuño & Serrano, 2024), hasta la superior, donde se busca mejorar las capacidades de resolución de problemas, la creatividad de los estudiantes (Singh & Kaunert, 2024), evidenciándose múltiples desafíos. Algunos de estos desafíos incluyen la necesidad de integrar el pensamiento computacional en los currículos (Çela, et al.,2024), falta de preparación y apoyo docente (Mills et al., 2020), entre otras. En este sentido, PISA 2022 reconoce la necesidad de que los estudiantes se acerquen a los conceptos de pensamiento computacional a través del aprendizaje de las matemáticas (OCDE, 2020). La incorporación del pensamiento computacional a nivel escolar requiere aclarar que las habilidades de programación no agotan a las habilidades de pensamiento computacional. Wing (2008) define el pensamiento como conjunto de procesos mentales que se activan a través del uso de la ciencia computacional, incluyendo la resolución de problemas, crear sistemas y entender el comportamiento del ser humano y la creación de sistemas.

Por otro lado, es de suma importancia desarrollar el pensamiento probabilístico en los estudiantes, pues este permite enfrentar problemas complejos, modelar la incertidumbre y tomar decisiones (Pfannkuck et al., 2016). En efecto, el pensamiento probabilístico se entiende como la capacidad de razonar, interpretar y tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, identificando y evaluando la variabilidad y el azar, y distinguiendo entre causalidad y aleatoriedad (Batanero & Borovcnik, 2016). A diario estamos enfrentados a muchos problemas de incertidumbre y el pensamiento probabilístico es una herramienta que provee formas de resolver este tipo de problemas y tomar decisiones informadas (Shodiqin y Sukestiyarno,2021). Por ende, este pensamiento es fundamental desarrollarlo en edades tempranas y en conexión con tareas de probabilidad (Nikiforidou & Jones, 2023).

En general, investigaciones precedentes apuntan a que estos dos pensamientos implican pensamiento crítico y habilidades de resolución de problemas (Sovey et al., 2022; Raya y Lukito 2021).Dada la relevancia de ambos tipos de pensamientos para enfrentar los problemas del siglo XXI, con especial énfasis en situaciones que involucran algún grado de incertidumbre, esta revisión sistemática espera determinar las conexiones que existen entre el pensamiento computacional y el pensamiento probabilístico y como estos interactúan para promover el desarrollo de habilidades para la toma de decisiones.

METODOLOGÍA

Este estudio ha considerado como método la revisión sistemática, siguiendo las directrices establecidas por PRISMA 2020 (Page et al., 2021), según su diagrama de flujo y lista de verificación. La revisión sistemática se llevó a cabo en las bases de datos Scopus, WoS, dado que son las de mayor prestigio a nivel internacional e iberoamericano. Para las ecuaciones de búsqueda se utilizaron palabras clave obtenidas del tesauro de Unesco y de la Enciclopedia

de Educación Matemática. Las ecuaciones de búsqueda, según base de datos, se detallan en la Tabla 1.

Tabla 1

Ecuaciones de búsqueda

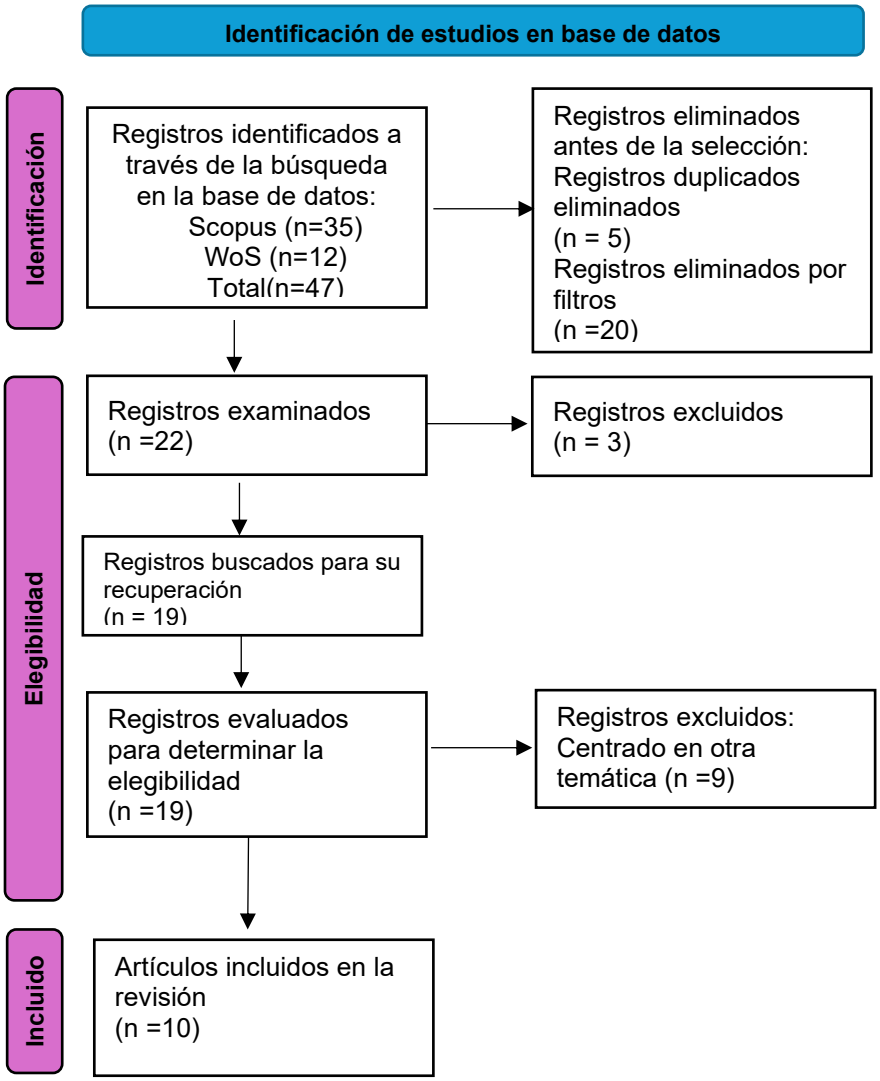
Base de datos	Ecuación
Scopus	*TITLE-ABS-KEY ("computational thinking") AND (probability OR "probabilistic thinking" OR probabilistic)*
WoS	*All fields ("computational thinking") AND ("probabilistic thinking" OR "Probabilty" OR "probabilistic ")*

Nota. Elaboración propia

La búsqueda inicial proporcionó un total de 47 artículos, 35 obtenidos de Scopus y 12 de WoS. A continuación, se aplicaron los criterios de inclusión y exclusión. Los criterios de inclusión fueron: 1) escritos publicados en los últimos 10 años entre los años 2015 y abril 2025; 2) escritos en español e inglés dado el inglés es el idioma universal y español, para incluir a países latinos 3) escritos clasificados como artículos, dejando fuera actas de congresos, conferencias, etc., Según estos criterios, quedan excluidos 20 artículos y se encontraron 5 duplicados, por lo que quedaron 22 artículos a examinar. Seguidamente, se consideran 2 fases de análisis, dando como resultado 10 artículos para analizar, lo cual se declara en las fases del diagrama de flujo de PRISMA 2020.

Figura 1

Diagrama de flujo de Prisma



RESULTADOS

A continuación, la Tabla 3, muestra el código asignado a cada artículo para facilitar el análisis, los autores, año de publicación, la base de datos de la cual se recuperó y el título. De este análisis se tienen 7 artículos (70%) de Scopus, 3 artículo de WoS (30%).

Índice

Tabla 2

Artículos seleccionados de las bases de datos.

CÓDIGO	AUTORES (AÑO)	N° AUTORES	BASE DE DATOS	TÍTULO
A1	Vera, Villalba-Condori y Cuba-Sayco, (2018).	3	Scopus	Model of a Recommendation System Based on the Context from the Analysis of Static Code for the Development of Computational Thinking: A Web Programming Case.
A2	Madden (2021)	1	Scopus	Stochastics and computational thinking: a response to Kazak and Pratt
A3	Pierson, Brady y Clark (2020).	3	WoS	Balancing the environment: Computational models as interactive participants in a STEM classroom.
A4	Christensen, Aguiar y Handelman (2024).	3	Scopus	Comparisons of Morone saxatilis catch variables from a research effort intended to bridge the scientific and angling communities: From the lens of environmental sustainability education
A5	Zapata-Ros y Palacios (2021)	2	WoS	The bayesian thinking, a pervasive computational thinking.
A6	Matsumoto y Cao (2017).	2	Scopus	The development of computational thinking in a high school chemistry course.
A7	Zieffler, Justice, delMas y Huberty (2021).	4	WoS	The use of algorithmic models to develop secondary teachers' understanding of the statistical modeling process.
A8	Oktaviani y Satanti (2024)	2	Scopus	Improving Unplugged Computational Thinking Skills Through Integrated Problem-Based and Differentiated Learning in Indonesia.
A9	Khuda, Ahmed y Ateya (2024).	3	Scopus	STEM-Based Bayesian Computational Leaning Model-BCLM for Effective Learning of Bayesian Statistics.
A10	Benakli et al., (2017).	4	Scopus	Introducing computational thinking through hands-on projects using R with applications to calculus, probability and data analysis.

Nota. Elaboración propia

Las Tecnologías utilizadas las podemos clasificar en categorías emergentes según su utilidad, como se presenta en la siguiente tabla.

Índice

Tabla 3

Tecnologías utilizadas

Categoría emergente	Descripción	Herramientas asociadas
1. **Análisis estructural y construcción de lenguajes**	Herramientas orientadas a la comprensión y creación de lenguajes, estructuras de código y simulaciones computacionales	ANTLR, Editor de programación, AST (Abstract Syntax Tree), StarLogo
2. **Exploración y modelado de datos para el razonamiento probabilísticos**	Herramientas que permiten representar, analizar e interpretar datos para fomentar el pensamiento estadístico y probabilístico.	TinkerPlots, Microsoft Excel, Google Sheets, Minitab Statistical Software.
3. **Entornos computaciones con doble propósito (PC y PP)**	Herramientas que integran capacidades de análisis estadístico con lenguajes de programación o representación simbólica-matemática.	R y RStudio, Maple, Microsoft Excel, Google Sheets

Nota. Elaboración propia

CONCLUSIONES

La presente revisión sistemática permite constatar que la articulación entre pensamiento computacional y pensamiento probabilístico constituye un campo de investigación emergente, cuya producción científica, aunque limitada en número, ha mostrado un crecimiento sostenido en la última década. Los estudios analizados evidencian que ambos tipos de pensamiento no se desarrollan de forma independiente, sino que se potencian recíprocamente: mientras el pensamiento computacional proporciona estructuras de descomposición, algoritmos, automatización y simulación, el pensamiento probabilístico aporta los marcos conceptuales necesarios para interpretar la incertidumbre, la variabilidad y el azar en la toma de decisiones. No obstante, se identifican vacíos significativos en la literatura. La mayoría de las investigaciones se sitúan en educación secundaria y superior, existiendo escasa evidencia en etapas iniciales, a pesar de la relevancia de fomentar estas habilidades desde edades tempranas (Sari et al., 2017) Asimismo, se observa una tendencia a privilegiar uno de los dos pensamientos en lugar de explorar de manera sistemática su integración didáctica, la incorporación de herramientas tecnológicas pertinentes podría ser clave para facilitar el desarrollo de estos pensamientos (Benakli et al., 2017). Estos hallazgos ponen de relieve la necesidad de avanzar hacia marcos teóricos y metodológicos más sólidos, que orienten tanto el diseño curricular como la práctica docente en distintos niveles

educativos. En síntesis, la convergencia del pensamiento computacional y probabilístico representa una oportunidad estratégica para fortalecer el desarrollo del razonamiento crítico, la modelización de fenómenos y la capacidad para tomar decisiones bien fundamentadas.

Agradecimientos

Proyecto Fondecyt de Iniciación N°11240150, Doctorado didáctica de la Matemática, UCM

Referencias

Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Brill. https://doi.org/10.1163/9789463006248

Benakli, N., Kostadinov, B., Satyanarayana, A., & Singh, S. (2017). Introducing computational thinking through hands-on projects using R with applications to calculus, probability and data analysis. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 48*(3), 393–427. https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1254296

Çela, E., Vajjhala, N. R., & Eappen, P. (2024). Foundations of computational thinking and problem solving for diverse academic fields. En M. M. Fonkam & N. R. Vajjhala (Eds.), *Revolutionizing curricula through computational thinking, logic, and problem solving* (pp. 1–16). IGI Global. https://doi.org/10.4018/979-8-3693-3013-8.ch001

Christensen, D., Aguiar, A., & Handelman, J. (2024). Comparisons of *Morone saxatilis* catch variables from a research effort intended to bridge the scientific and angling communities: From the lens of environmental sustainability education. *Sustainable Environment, 10*(1), 2391615. https://doi.org/10.1080/27658511.2024.2391615

Khuda, I. E., Ahmed, S., & Ateya, A. A. (2024). STEM-based Bayesian computational learning model (BCLM) for effective learning of Bayesian statistics. *IEEE Access, 12*, 165934–165947. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3494030

Kong, S.-C., Lai, M., & Sun, D. (2020). Teacher development in computational thinking: Design and learning outcomes of programming concepts, practices and pedagogy. *Computers & Education, 151*, 103872. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103872

Madden, S. (2021). Stochastics and computational thinking: A response to Kazak and Pratt. *Research in Mathematics Education, 23*(2), 134–141. https://doi.org/10.1080/14794802.2021.1935655

Matsumoto, P. S., & Cao, J. (2017). The development of computational thinking in a high school chemistry course. *Journal of Chemical Education, 94*(9), 1217–1224. https://doi.org/10.1021/acs.jchemed.6b00973

Mills, K., Angevine, C., & Weisgrau, J. (2020, February). Resources for computational thinking: Co-designing with teachers. En *Proceedings of the 51st ACM Technical Symposium on Computer Science Education* (pp. 1343–1343). ACM. https://doi.org/10.1145/3328778.3366927

Nikiforidou, Z., & Jones, J. (2023). Preschoolers' intuitive probabilistic thinking during outdoor play. *Statistics Education Research Journal, 22*(2), Article 2. https://doi.org/10.52041/serj.v22i2.403

OECD. (2023). *PISA 2022 mathematics framework*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en

Oktaviani, D., & Satanti, S. (2024). Improving unplugged computational thinking skills through integrated problem-based and differentiated learning in Indonesia. *Acta Paedagogica Vilnensia, 52*, 93–110. https://doi.org/10.15388/ActPaed.2024.52.7

Índice

Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., McGuinness, L. A., ... Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ*, *372*, n71. https://doi.org/10.1136/bmj.n71

Pfannkuch, M., Budgett, S., Fewster, R., Fitch, M., Pattenwise, S., Wild, C. J., & Ziedins, I. (2016). Probability modeling and thinking: What can we learn from practice? *Statistics Education Research Journal, 15*(2), 11–37.

Pierson, A. E., Brady, C. E., & Clark, D. B. (2020). Balancing the environment: Computational models as interactive participants in a STEM classroom. *Journal of Science Education and Technology, 29*(2), 268–281. https://doi.org/10.1007/s10956-019-09811-5

Raya, R., & Lukito, A. (2021). Probabilistic thinking of senior high school students with low mathematical abilities in solving probability tasks. En *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1752, Article 012073). IOP Publishing. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1752/1/012073

Sari, D. I., Budayasa, I. K., & Juniati, D. (2017). The analysis of probability task completion: Taxonomy of probabilistic thinking based across gender in elementary school students. En *AIP Conference Proceedings* (Vol. 1868, Article 050005). AIP Publishing. https://doi.org/10.1063/1.4995142

Singh, B., & Kaunert, C. (2024). Computational thinking for innovative solutions and problem-solving techniques: Transforming conventional education to futuristic interdisciplinary higher education. En *Revolutionizing curricula through computational thinking, logic, and problem solving* (pp. 60–82). IGI Global. https://doi.org/10.4018/979-8-3693-3013-8.ch004

Sovey, S., Osman, K., & Matore, M. E. E. M. (2022). Gender differential item functioning analysis in measuring computational thinking disposition among secondary school students. *Frontiers in Psychiatry, 13*, 1022304. https://doi.org/10.3389/fpsyt.2022.1022304

Tang, K.-Y., Chou, T.-L., & Tsai, C.-C. (2019). A content analysis of computational thinking research: An international publication trend and research landscape. *The Asia-Pacific Education Researcher, 29*(1), 65–79. https://doi.org/10.1007/s40299-019-00442-x

Vera, J., Villalba-Condori, K., & Castro Cuba-Sayco, S. (2018). Model of a recommendation system based on the context from the analysis of static code for the development of computational thinking: A web programming case. *Education in the Knowledge Society, 19*(2), 103–126. https://doi.org/10.14201/eks2018192103126

Wing, J. M. (2008). Computational thinking and thinking about computing. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 366*(1881), 3717–3725. https://doi.org/10.1098/rsta.2008.0118

Zapata-Ros, M., & Palacios, Y. B. (2021). *The Bayesian thinking, a pervasive computational thinking*. EdArXiv. https://doi.org/10.35542/osf.io/6vqk5

Zieffler, A., Justice, N., delMas, R., & Huberty, M. D. (2021). The use of algorithmic models to develop secondary teachers' understanding of the statistical modeling process. *Journal of Statistics and Data Science Education, 29*(1), 131–147. https://doi.org/10.1080/26939169.2021.1893868

Índice

IA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA: ACCESO COGNITIVO Y MATERIAL PARA APROVECHAR SU USO

Jorge Gaona, Universidad de Playa Ancha

Abstract:

Una de las grandes revoluciones de nuestra época es la IA generativa. Actualmente están apareciendo muchos artículos analizando sus implicancias en el aprendizaje de las matemáticas, las que en general reportan resultados positivos. En este trabajo reportamos resultados preliminares de la implementación de una plataforma de evaluación en línea, a los estudiantes se le permitía usar cualquier software en particular IA. Frente a esta libertad de elección, los resultados muestran que prácticamente no se utilizó. Se discuten algunas hipótesis y se analizan posibles caminos para profundizar en esta investigación.

Inteligencia artificial, educación secundaria, educación matemática, tecnología, artefactos digitales

INTRODUCCIÓN

A comienzos de los 80, Papert, S. (1980, p. 189) planteaba casi de manera profética: "proponemos enseñar IA a los niños para que ellos también puedan pensar de forma más concreta sobre los procesos mentales". Hoy, 45 años después, gracias a la irrupción de ChatGPT en 2022 nos enfrentamos a una tecnología que parece cambiarlo todo. Sin embargo, Cuban (1986) en la misma década realizó un estudio donde muestra todas las revoluciones tecnológicas que prometían cambiarlo todo en educación y que finalmente no lo hicieron, pasando por la radio en los años 20 hasta llegar a los computadores que estaban incorporándose en los años 80 en Estados Unidos. En todas estas revoluciones tecnológicas Cuban observó el siguiente ciclo: ilusión y promesas de cambio, desilusión y resistencia, cambios más lentos de lo esperado y renovación del ciclo con una nueva promesa tecnológica.

Actualmente, estamos en la primera parte del ciclo, con un rápido incremento de las investigaciones sobre el uso de IA generativa principalmente (Panqueban & Huincahue, 2024). La revisión que realizaron Panqueban y Huincahue muestra que aun cuando la mayoría de las investigaciones tienen una mirada positiva de la implementación de la IA como el potencial para personalizar la educación o ayudar a promover representaciones mentales de conceptos abstractos, entre otros, también hay algunos trabajos que son más cautelosos, como los que advierten sobre la necesidad de monitorear continuamente las herramientas tecnológicas para asegurar que las respuestas estén estrechamente alineadas con las necesidades de los estudiantes.

Índice

Al indagar en la reciente literatura sobre la incorporación de la IA generativa en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en educación secundaria muestran resultados positivos en el rendimiento al utilizar estas herramientas (Xing et al., 2025). En otro estudio, Li et al. (2025) mostraron que los participantes que usaron IA demostraron niveles de atención visual generalmente mayores en comparación con el grupo de control. Además, los participantes expresaron una aceptación positiva hacia la tecnología. En la misma línea, Ergene y Ergene (2025) estudiantes mostraron que tanto profesores como estudiantes mencionaron los aspectos explicativos y detallados de las soluciones, el aprendizaje sin profesor, la obtención directa y rápida de soluciones, y el apoyo al aprendizaje como ventajas de la IA conversacional.

Estos resultados nos llevan a preguntarnos por la situación en Chile. ¿Cuál es el trabajo matemático al utilizar IA para resolver problemas en matemáticas?

Para responder a esta pregunta, en el marco del proyecto Fondecyt 11230953, estudiantes de 5 liceos públicos de Valparaíso trabajaron sobre tareas abiertas en una plataforma de evaluación formativa y se les propuso trabajar con cualquier tecnología que tuvieran a disposición, entre las que se les mencionó las de IA como ChatGPT, Gemini u otra, tal como ya se ha trabajado en investigaciones previas con profesores en formación (Gaona et al., 2022; Gaona & Menares, 2021) y en educación secundaria (Palacios & Gaona, 2024).

MARCO TEÓRICO

Utilizamos como marco teórico al Espacio de Trabajo Matemático (ETM), el cual surge en el campo de la didáctica de la matemática como una propuesta teórica que busca comprender la complejidad del trabajo matemático en distintos contextos educativos. El ETM se concibe como un espacio dinámico en el que interactúan dimensiones semióticas, instrumentales y discursivas, al articular un plano epistemológico y otro cognitivo (Kuzniak et al., 2022).

Desde la dimensión semiótica, el ETM enfatiza el papel de las representaciones (gráficas, algebraicas, geométricas, simbólicas) en la organización del pensamiento matemático. La dimensión instrumental pone de relieve la mediación de artefactos materiales y digitales —como reglas, calculadoras, software dinámico o sistemas de evaluación en línea— en la construcción de significados. Por su parte, la dimensión discursiva considera los modos de conjeturar, argumentar, justificar y comunicar ideas matemáticas utilizando definiciones, propiedades, teoremas, tanto en la interacción entre pares como en la relación docente-estudiante. Estas tres dimensiones no operan de manera aislada, sino en una relación de interdependencia que configura las condiciones para que emerja el trabajo matemático.

En este marco teórico ha habido un esfuerzo por distinguir a los artefactos digitales para hacer, aprender o enseñar matemáticas de otros más generales para la educación. Un artefacto digital para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se define como una extensión

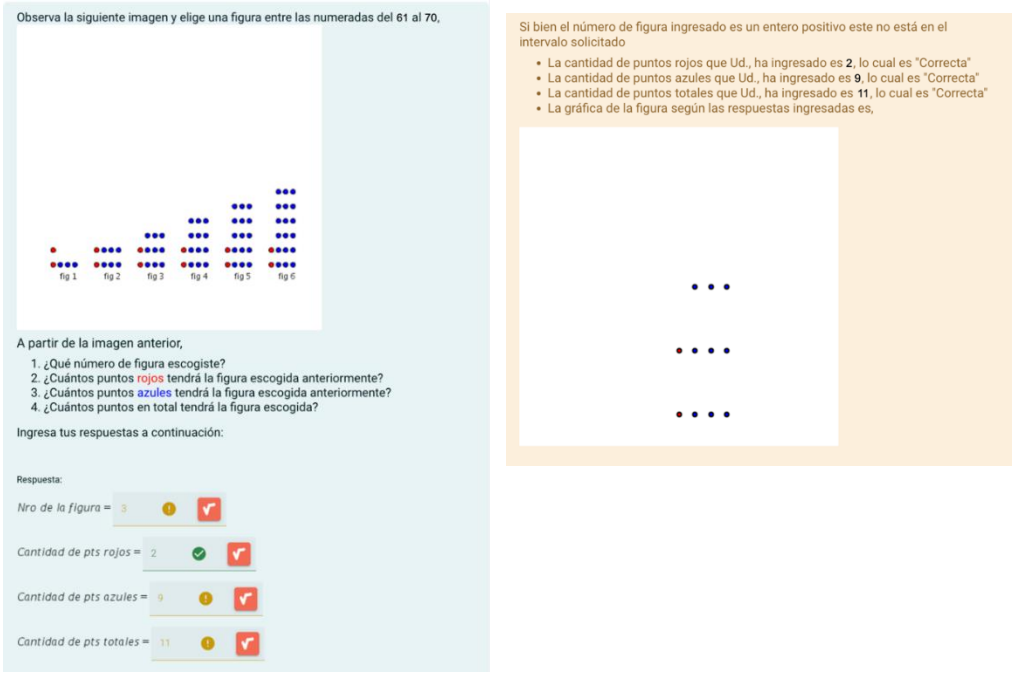
de una *máquina matemática* que es un conjunto de proposiciones caracterizadas por ser ejecutables por una máquina electrónica que posee una *inteligencia histórica* y una *validez epistemológica relativa*. Entendiendo la inteligencia histórica como el conocimiento construido por la humanidad que es puesto en juego en un comando y la *validez epistemológica relativa* como la imposibilidad general de los artefactos digitales de ser fiel al objeto matemático ideal del cual quieren dar cuenta (Flores Salazar et al., 2022). La *validez epistemológica relativa* aun cuando se pueda deber a errores de programación está más relacionada con limitaciones propias de la matemática, puesto que, en la programación de cada comando, hay una intención de quien lo diseñó de seguir una propiedad matemática determinada.

Esta definición es previa a la irrupción de la IA generativa. Si analizamos la pertenecía de la IA a la categoría de *máquina matemática*, podemos argumentar que cuenta con una *inteligencia histórica*, puesto que tanto su arquitectura como sus datos son el resultado de largo proceso de construcción de conocimiento de la humanidad. Por otro lado, no cumple con la definición de *validez epistemológica relativa*, puesto que la naturaleza estadística no está diseñada para seguir una ley matemática de forma deductiva, sino que, de forma probabilística, por lo que en el caso de la IA podemos hablar de ***validez epistemológica probable***.

METODOLOGÍA

Figura 1

Tarea T1: Patrones de puntos



Índice

La investigación se desarrolló en el marco del segundo año de implementación del proyecto Fondecyt 11230953 de un conjunto de tareas diseñadas para la enseñanza y el aprendizaje de funciones lineales, afines y cuadráticas en distintos niveles de la educación secundaria chilena. Las tareas fueron aplicadas en aulas de 8° básico, 1° medio y 2° medio, lo que permitió abarcar una progresión desde la introducción de las funciones lineales hasta el trabajo con funciones cuadráticas.

En total se implementaron 19 sesiones de clase, totalizando 278 estudiantes, distribuidas según como se muestra en la Tabla 1.

Los estudiantes se les pidió trabajar en duplas, se registraron las pantallas junto con los audios con las discusiones entre los estudiantes.

Tabla 1

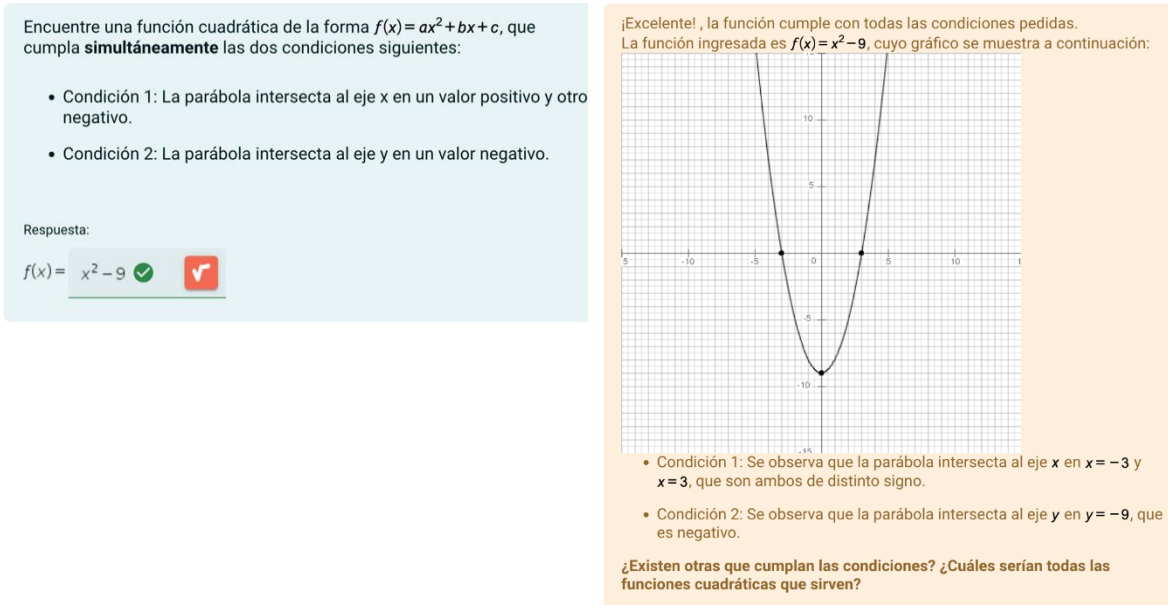
Implementación de tareas

Tarea	**Nº de implementaciones**	**Niveles educativos**
T1: Patrones de puntos	3	1M, 2M
T2: Planificación de una fiesta	2	8B, 1M
T3: Triángulo equilátero y cuadrado	5	2M
T6: Sistema de ecuaciones lineales	1	1M
T8: Área de un rectángulo dado un segmento	5	2M
T10: Función cuadrática con condiciones 1	2	2M
T11: Función cuadrática con condiciones 2	1	2M

Nota. Elaboración propia

Figura 2

Tarea T10: Función cuadrática con condiciones 1



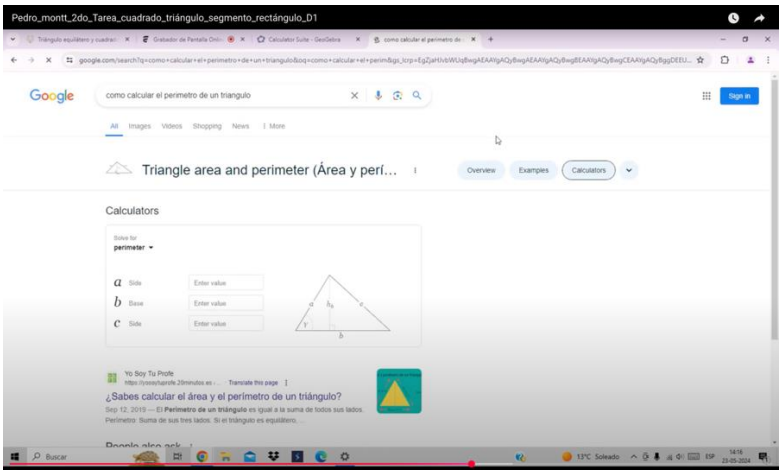
Cada tarea se diseñó en formato digital, incorporando enunciados con tareas abiertas, es decir, con infinitas soluciones; con algunos parámetros aleatorios; corrección y retroalimentación automática. En las figuras 1 y 2 se muestran las tareas T1 y T10. En la tarea T1 a cada pareja de estudiantes le aparece un intervalo de respuestas diferentes, por ejemplo, en la figura 1 se pide elegir entre la figura 61 y la figura 70, a otra pareja le pueden aparecer otros intervalos, como 41-50; 81-90; etc. En la tarea T10, en cambio, los elementos son fijos y las posibles respuestas son infinitas.

RESULTADOS PRELIMINARES Y DISCUSIÓN

Hasta el momento se han analizado 38 videos de 82 estudiantes de 4 cursos. De los cuales 2 parejas utilizaron ChatGPT. En cada una los estudiantes ingresaron la pregunta, sin la imagen que acompañaba el enunciado. La IA conversacional dio una respuesta y los estudiantes al ver la respuesta, que al parecer les pareció larga, salieron de ChatGPT.

Figura 3

Estudiantes consultan en Google: "cómo calcular el perímetro de un triángulo".



En cambio, si se observó la utilización de otras herramientas como Google. Por ejemplo, en la figura 3 se muestran dos búsquedas de estudiantes sobre Google. En las dos figuras que se muestran se observan dos tipos de búsquedas diferentes. En la primera pregunta, los estudiantes saben lo que están buscando y su búsqueda es precisa. Además, dentro de la información que les aparece, se observa que la fórmula buscada es parte de conocimientos previos, puesto que pueden seleccionar dentro de la variedad de páginas que entrega Google, aquella que les sirve. En cambio, la segunda pregunta es más vaga. Las respuestas, además, no les sirven puesto que los valores con los que se trabaja en la pregunta no son los mismos de las respuestas. Esto también está relacionado con el hecho que las funciones cuadráticas son un conocimiento nuevo para los estudiantes, por lo que no están tan claros en su búsqueda como en el caso de la otra pregunta.

Ahora la pregunta que emerge es ¿por qué los estudiantes, aun cuando tienen acceso material a la IA (está a un clic) no la utilizan? Nuestra hipótesis es que los estudiantes tienen acceso material y no cognitivo a la IA. Para poder usar la IA los estudiantes tienen que tener claridad en lo que buscan. Deben realizar una lectura crítica, logrando seleccionar de todo el discurso generado por la IA, aquello que es pertinente. Además, es necesaria una vigilancia epistémica. No está claro si los estudiantes están conscientes de los errores que cometen estos sistemas, sin embargo, al trabajar con estudiantes en formación de profesores (Gaona et al., en prensa) se observa que los estudiantes prefieren artefactos digitales más simples, pero más confiables. Frente a las recientes publicaciones sobre el tema, es necesario tomar datos de manera sistemática para no caer en el pánico de copia, quizás, el mayor pánico, debería ser la imposibilidad que al parecer tienen hoy los estudiantes para poder usar de manera pertinente las potencialidades de la IA.

Índice

Referencias

Cuban, L. (1986). *Teachers and Machines: The Classroom Use of Technology Since 1920*. Teachers College Press.

Ergene, Ö., & Ergene, B. Ç. (2025). AI ChatBots' solutions to mathematical problems in interactive e-textbooks: Affordances and constraints from the eyes of students and teachers. *Education and Information Technologies*, *30*(1), 509–545. https://doi.org/10.1007/s10639-024-13121-z

Flores Salazar, J. V, Gaona, J., & Richard, P. (2022). Mathematical work in the digital age: variety of tools and the role of geneses. In A. Kuzniak, E. Montoya, & P. Richard (Eds.), *Mathematical Work in Educational Context - the Mathematical Working Space Theory perspective* (pp. 165–209). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8_8

Gaona, J., López, S., & Montoya-Delgadillo, E. (2022). Prospective mathematics teachers learning complex numbers using technology. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–30. https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2133021

Gaona, J., & Menares, R. (2021). Argumentation of prospective mathematics teachers in fraction tasks mediated by an online assessment system with automatic feedback. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *17*, 1–18. https://doi.org/10.29333/ejmste/11425

Kuzniak, A., Richard, P., & Montoya-Delgadillo, E. (2022). *Mathematical Work in Educational Context* (A. Kuzniak, E. Montoya-Delgadillo, & P. Richard, Eds.). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8

Li, C., Xing, W., Song, Y., & Lyu, B. (2025). RICE AlgebraBot: Lessons learned from designing and developing responsible conversational AI using induction, concretization, and exemplification to support algebra learning. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, *8*. https://doi.org/10.1016/j.caeai.2024.100338

Palacios, C., & Gaona, J. (2024). Introducir el concepto de función afín y lineal a partir de una tarea abierta en un entorno tecnológico. *UCMaule*, *67*, 136–164.

Panqueban, D., & Huincahue, J. (2024). Artificial Intelligence in Mathematics Education: A Systematic Review. *Uniciencia*, *38*(1), 1–17. https://doi.org/10.15359/ru.38-1.20

Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*.

Xing, W., Song, Y., Li, C., Liu, Z., Zhu, W., & Oh, H. (2025). Development of a generative AI-powered teachable agent for middle school mathematics learning: A design-based research study. *British Journal of Educational Technology*, *56*(5), 2043–2077. https://doi.org/10.1111/bjet.13586

Índice

MANIM: UN ESPACIO ENTRE EL PENSAMIENTO COMPUTACIONAL Y LAS CONEXIONES MATEMÁTICAS

Juan Pablo Vargas Herrera, Universidad de las Américas

Vicente Tomás Insunza Villalobos, Universidad de las Américas

Kevin Abraham Faúndez Gutiérrez, Universidad de las Américas

Diego Alonso Vera Aguayo, Universidad de las Américas

Abstract:

El desarrollo del pensamiento computacional se ha posicionado como un desafío clave para la educación matemática, en tanto promueve formas de razonar, modelar y resolver problemas. El presente trabajo explora el potencial de MANIM (librería python - Mathematical Animation Engine) como un entorno que favorece la articulación entre pensamiento computacional y conexiones matemáticas. La propuesta se enmarca en la formación inicial de futuros ingenieros, considerando que el logro de conexiones matemáticas constituye un eje central de su conocimiento profesional. A partir de la construcción de animaciones en MANIM, se analiza cómo un grupo de estudiantes moviliza competencias y logra conexiones matemáticas a través de la descomposición de problemas y la traducción entre distintos registros de representación de objetos matemáticos. Los resultados preliminares muestran que el trabajo con MANIM promueve una reflexión didáctica en torno a cómo presentar objetos matemáticos en entornos digitales y la importancia de considerar sus restricciones iniciales, lo que fortalece su comprensión. Se observa evidencia del desarrollo de conexiones de tipo intramatemáticas, al movilizar distintas representaciones de un mismo objeto y articularlas en procesos de diseño. Así como de tipo extramatemático, en tanto el tránsito entre el código, el objeto matemático y la animación exige considerar restricciones propias de la disciplina y traducirlas a estructuras computacionales. En este sentido, la integración de herramientas de programación aporta a la construcción de un "espacio intermedio" donde convergen prácticas computacionales y matemáticas, generando oportunidades para la innovación en la enseñanza y el aprendizaje.

Pensamiento computacional, conexiones matemáticas, formación inicial, MANIM

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, el pensamiento computacional se ha consolidado como un elemento transversal en la formación profesional, al promover formas de razonar y resolver problemas que exceden el ámbito específico de la informática (Tariq et al., 2025). En el caso de la educación matemática, diversos estudios han señalado que su desarrollo contribuye a la estructuración de procesos de abstracción, descomposición de problemas y traducción entre

Índice

distintos lenguajes, todos ellos fundamentales para el aprendizaje de conceptos matemáticos (Mumcu et al., 2023).

Ahora bien, desde la didáctica de la matemática se ha consensuado que el aprendizaje se potencia a través del establecimiento de conexiones matemáticas, entendidas como relaciones que se construyen entre objetos tanto internos como externos a la disciplina. Dichas conexiones se denominan intramatemáticas, cuando articulan distintas representaciones, conceptos o procedimientos dentro de la propia disciplina, y extramatemáticas, cuando relacionan objetos matemáticos con otros ámbitos o contextos (Rodríguez-Nieto et al., 2021; Vargas et al., 2024). En la formación de ingenieros y futuros docentes, promover la construcción de estas conexiones resulta esencial para evitar aprendizajes fragmentados y potenciar una visión integrada de la matemática.

Sin embargo, el desarrollo de estas conexiones puede verse limitado en áreas como la geometría o el álgebra, por el hecho de que el estudio de los objetos matemáticos en la educación ha tendido históricamente a restringirse al plano bidimensional. Ello se debe, en parte, a las limitaciones materiales de las aulas y a las dificultades que enfrentan los estudiantes al trabajar con objetos abstractos en 3D. Diversas investigaciones muestran que los estudiantes presentan obstáculos significativos al traducir representaciones bidimensionales a tridimensionales, por ejemplo al interpretar redes, visualizar estructuras espaciales o calcular volúmenes, lo que evidencia limitaciones en las prácticas educativas tradicionales (Fujita et al., 2020). Asimismo, se ha documentado que muchos estudiantes carecen de habilidades de visualización y manipulación mental de formas tridimensionales, lo que afecta directamente su razonamiento (Fujita et al., 2017). A ello se suma por ejemplo que, la enseñanza de la geometría en contextos convencionales resulta especialmente desafiante: la falta de recursos y la abstracción propia de los objetos 3D dificultan su comprensión mediante medios limitados como pizarra y papel (Mangarin & Cabelles, 2024). Estas evidencias justifican la necesidad de explorar herramientas tecnológicas que permitan superar tales barreras, facilitando la transición entre distintos tipos de representaciones y dimensiones de análisis. En este escenario, MANIM ofrece nuevas posibilidades. Este motor de animación en Python permite producir representaciones dinámicas de objetos y procesos matemáticos. Más allá de su atractivo visual, el uso de MANIM demanda del estudiante la puesta en juego de competencias propias del pensamiento computacional, al tiempo que habilita un tránsito entre código, objeto matemático y animación. Dicho tránsito genera un espacio propicio para el desarrollo de conexiones matemáticas.

Pensamiento computacional en Educación Matemática

El pensamiento computacional se ha consolidado como una capacidad cognitiva estratégica más allá del ámbito informático, al involucrar habilidades como la abstracción, la descomposición, la formulación algorítmica y la resolución estructurada de problemas. Un

análisis basado en más de 50 intervenciones en educación superior STEM concluyó que este enfoque impulsa el desarrollo sostenible y fortalece estrategias innovadoras de enseñanza y aprendizaje (Tariq et al., 2025). Asimismo, un marco de trabajo holístico en educación K-12 subraya la importancia del pensamiento computacional como un conjunto de competencias técnicas, cognitivas y metacognitivas, enfatizando la gestión de datos como elemento esencial para enfrentar desafíos contemporáneos (Palop et al., 2025). En este sentido, no es sorprendente que actualmente exista un interés en el desarrollo de nuevas investigaciones que ayuden a entender las estrategias para potenciar y desarrollar este tipo de pensamiento, así como para su inclusión en las aulas de clase en diferentes niveles escolares.

Conexiones matemáticas

Las conexiones matemáticas han sido ampliamente estudiadas en educación matemática, destacando su relevancia para vincular las matemáticas con el mundo real (Businskas, 2008). Diversos actores han promovido su incorporación en los currículos, consolidándolas como un eje clave en la enseñanza. Distintos estudios han propuesto tipologías que distinguen entre conexiones intramatemáticas, establecidas entre elementos propiamente matemáticos, y extramatemáticas, que relacionan lo matemático con contextos externos (Businskas, 2008). Más recientemente, investigaciones como la de Vargas y Vanegas (2025) han profundizado en el estudio de conexiones extramatemáticas en la formación inicial docente, evidenciando cómo los objetos externos se relacionan con objetos matemáticos y cómo dichas relaciones posibilitan la construcción de conocimiento a partir de los denominados *invariantes*.

METODOLOGÍA

La presente investigación es un diseño exploratorio cualitativo orientado a experiencias universitarias, cuyo propósito fue analizar el tipo de conexiones que emergen cuando futuros ingenieros en ejecución informática utilizan la librería MANIM en la producción de animaciones digitales de objetos matemáticos. En el estudio, participaron cuatro estudiantes de dicha carrera, quienes habían cursado previamente asignaturas de programación y matemáticas, quienes fueron invitados por el investigador principal, profesor de la asignatura de Cálculo Integral. El proyecto surgió de la necesidad de contar con videos explicativos sobre fenómenos propios del cálculo integral, tales como los sólidos de revolución, las curvas de nivel y los métodos para calcular volúmenes mediante integrales, dado que hasta ese momento se recurría a recursos como GeoGebra.

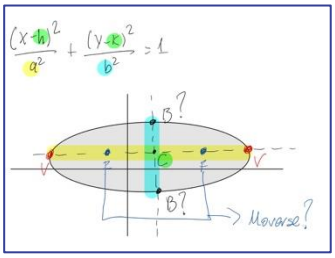
El procedimiento se estructuró en tres fases: en una primera etapa exploratoria, se constituyó un equipo de tres profesores de matemáticas y los 4 estudiantes participantes; cada uno diseñó, de manera independiente, un vídeo, conformando un primer compendio de 7 vídeos sobre diferentes temas (sólidos en revolución, curvas de nivel, integrales para el cálculo de volumen, etc.) los videos producidos en esta primera etapa fueron compartidos en reuniones

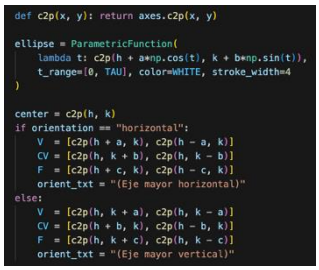
grupales donde se discutió tanto el proceso creativo como las necesidades técnicas y conceptuales implicadas en su elaboración. En una segunda etapa, el equipo completo organizó un calendario de creación de videos en torno a una asignatura (Álgebra I), que aborda los contenidos de: lógica matemática, teoría de conjuntos, cónicas, sumatorias, progresiones, números complejos y polinomios; el objetivo de los vídeos era mostrar de manera dinámica estos objetos matemáticos y constituir un repositorio digital de apoyo para futuras implementaciones de la asignatura, dicha construcción quedó a cargo de los estudiantes participantes.

Finalmente, en una tercera etapa de evaluación y validación, los estudiantes presentaron sus videos junto con una descripción detallada del proceso de creación. Por citar un ejemplo, en el caso del video sobre cónicas, mostraron los gráficos iniciales realizados a mano alzada y formularios con las propiedades de las curvas (Ver Figura 1) para luego explicar cómo trasladaron esas ideas al código en MANIM.

Figura 1

Propuesta a mano, código MANIM, resultado animado

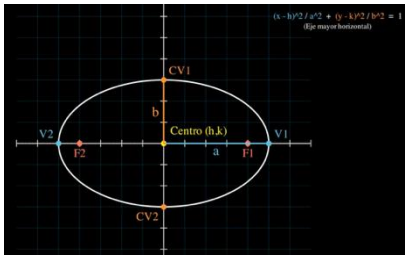




```
def c2p(x, y): return axes.c2p(x, y)

ellipse = ParametricFunction(
    lambda t: c2p(h + a*np.cos(t), k + b*np.sin(t)),
    t_range=[0, TAU], color=WHITE, stroke_width=4
)

center = c2p(h, k)
if orientation == "horizontal":
    V  = [c2p(h + a, k), c2p(h - a, k)]
    CV = [c2p(h, k + b), c2p(h, k - b)]
    F  = [c2p(h + c, k), c2p(h - c, k)]
    orient_txt = "(Eje mayor horizontal)"
else:
    V  = [c2p(h, k + a), c2p(h, k - a)]
    CV = [c2p(h + b, k), c2p(h - b, k)]
    F  = [c2p(h, k + c), c2p(h - c, k)]
    orient_txt = "(Eje mayor vertical)"
```



En las reuniones periódicas, los investigadores tomaban notas de los conocimientos y competencias matemáticas puestos en juego, identificaban los invariantes emergentes y registraban las posibles conexiones matemáticas detectadas, tanto intramatemáticas como extramatemáticas; además, se documentaron las dificultades observadas en la transición entre representaciones de los objetos. Posteriormente, en sesiones sin la participación de los estudiantes, se realizó una triangulación de los apuntes y registros de los investigadores con el fin de consensuar resultados en torno a tres elementos fundamentalmente: invariantes detectados, conocimientos expuestos y conexiones logradas.

RESULTADOS

Los resultados de la investigación pueden organizarse en torno a tres ejes principales. En primer lugar, se logró la producción de un conjunto de videos que permitió constituir un repositorio digital de recursos didácticos. En la fase inicial, el equipo elaboró 7 videos centrados en contenidos de cálculo integral, entre ellos sólidos de revolución, curvas de nivel y métodos para el cálculo de volúmenes mediante integrales. Posteriormente, en la fase

focalizada, la producción se orientó hacia la asignatura Álgebra I, donde se generaron animaciones que abordaron objetos matemáticos como cónicas, sumatorias, números complejos etc. Este repositorio constituye un producto tangible que enriquece el proceso formativo y ofrece un material susceptible de ser utilizado y compartido.

En segundo lugar, se identificaron evidencias de pensamiento computacional y de conocimientos matemáticos en las prácticas de los estudiantes. La abstracción se hizo visible cuando seleccionaban propiedades matemáticas esenciales para programar en MANIM, como la forma canónica de una ecuación o los parámetros de una cónica. La descomposición de problemas emergió en el diseño de animaciones complejas que fueron fraccionadas en pasos programables, mientras que la algoritmización se evidenció en la construcción de rutinas que reproducían comportamientos matemáticos específicos, como simetrías o patrones de crecimiento. Un caso ilustrativo se dio en la elaboración de un video sobre cónicas, donde un estudiante programó la visualización de una elipse asignando valores aleatorios a los parámetros $a, b\ y\ c$ en la ecuación $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$. Al renderizar el vídeo, no apareció la gráfica esperada, lo que inicialmente fue interpretado como un error en el código. Tras verificar que el código era correcto, la discusión grupal permitió identificar que el problema estaba en las restricciones propias de la elipse: el valor de a debía ser mayor que el de b, y la posición de este mayor en la ecuación canónica debía coincidir con la posición de la cónica (horizontal o vertical). En este caso, el error se debía a que los valores elegidos generaban una cónica degenerada. La detección de este hecho se constituyó en lo que se clasificó como un invariante matemático, que desencadenó un aprendizaje significativo: comprender la relación entre los parámetros de la elipse, construir restricciones matemáticas a partir de condiciones algebraicas y analizar una situación desde distintas representaciones. Así, un problema gráfico fue examinado desde la ecuación algebraica y validado finalmente de manera visual, evidenciando la potencia de la articulación entre representaciones y el rol del pensamiento computacional en dicho proceso.

En cuanto a las conexiones matemáticas, se identificaron evidencias de tipo intramatemático y extramatemático. El ejemplo anterior, de la elipse degenerada, permite discutir elementos en este apartado igualmente. En este caso, el "error" que se estaba detectando era de tipo visual, pues el vídeo no entregaba una gráfica de la elipse expresada en su forma canónica, la revisión del código (representación computacional) confirmó que no había errores de programación, por lo que el análisis se desplazó al plano matemático (representación algebraica), detectándose la restricción fundamental de que $a > b$ no había sido considerada.

Para el equipo investigador, este episodio constituyó una evidencia de una conexión intramatemática, pues el tránsito entre lo gráfico, lo algebraico y lo computacional fue lo que permitió identificar el problema, formular la condición matemática adecuada y comprobarla nuevamente la solución mediante el uso de una representación gráfica. Por otro lado, también

se reconocieron conexiones extramatemáticas, en este caso de tipo mediacional, ya que el código se convirtió en un "objeto puente" que, partiendo de la idea matemática de la cónica, exigió la movilización de reglas, estructuras y lenguajes propios de la programación para acceder a un producto final externo a la matemática en sí: el video animado. Este tipo de conexión mostró que el éxito de la mediación dependía del conocimiento previo de los estudiantes en programación, pero también reveló que el pensamiento computacional comparte con el pensamiento matemático una estructura propia de objetos, tales como lenguaje, procedimientos, problemas y argumentos que guían la toma de decisiones en la resolución de tareas. De este modo, el análisis permite vislumbrar la pertinencia de estudiar el pensamiento computacional desde la teoría de las conexiones matemáticas, dado que ambos comparten lógicas estructuradas que se entrelazan en la producción de recursos para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos permiten sostener que el trabajo con MANIM constituye un espacio fértil para integrar el pensamiento computacional y las conexiones matemáticas en la formación de futuros ingenieros. La producción de videos no solo generó un repositorio de materiales didácticos, sino que evidenció procesos de abstracción, descomposición y algoritmización que son propios del pensamiento computacional y que, en este caso, se articularon directamente con el análisis matemático. La detección de invariantes, como en el caso de la elipse degenerada, mostró cómo las representaciones gráficas, algebraicas y animadas pueden articularse y promover la emergencia de conexiones intramatemáticas significativas, mientras que el uso del código como mediador entre ideas matemáticas y animaciones digitales reveló conexiones extramatemáticas que amplían las posibilidades de exploración y comunicación del conocimiento matemático. Estos hallazgos refuerzan la idea de que el pensamiento computacional comparte con el matemático un conjunto de objetos primarios (lenguajes, procedimientos, problemas y argumentos) que permiten abordar tareas complejas desde una lógica estructurada. En consecuencia, la experiencia sugiere que herramientas como MANIM no solo enriquecen la enseñanza al ofrecer representaciones dinámicas, sino que también constituyen un terreno privilegiado para investigar cómo se entrelazan el pensamiento matemático y computacional en contextos educativos, aportando así nuevas perspectivas para el diseño de tareas y la formación en educación matemática.

Referencias

Businskas, A. M. (2008). *Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections* [Unpublished doctoral dissertation]. Simon Fraser University.

Fujita, T., Kondo, Y., Kumakura, H., & Kunimune, S. (2017). Students' geometric thinking with cube representations: Assessment framework and empirical evidence. *Journal of Mathematical Behavior, 46*, 96–111. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.03.003

Fujita, T., Doney, J., Wegerif, R., & Yanagimoto, T. (2020). Spatial reasoning skills about 2D representations of 3D geometrical shapes in grades 4 to 9. *Mathematics Education Research Journal, 32*(2), 235–255. https://doi.org/10.1007/s13394-020-00335-w

Mangarin, R., & Caballes, D. (2024). Difficulties in learning mathematics: A systematic review. *International Journal of Research and Scientific Innovation, 11*(9), 401–405. https://doi.org/10.51244/IJRSI.2024.1109037

Mumcu, F., Kıdıman, E., & Özdinç, F. (2023). Integrating computational thinking into mathematics education through an unplugged computer science activity. *Journal of Pedagogical Research, 7*(2), 72–92. https://doi.org/10.33902/JPR.202318528

Palop, B., Díaz, I., Rodríguez-Muñiz, L. J., *et al.* (2025). Redefining computational thinking: A holistic framework and its implications for K–12 education. *Education and Information Technologies, 30*, 13385–13410. https://doi.org/10.1007/s10639-024-13297-4

Rodríguez-Nieto, C., Rodríguez-Vásquez, F. M., Font, V., & Morales, A. (2021). Una visión desde la red de teorías TAC-EOS sobre el papel de las conexiones matemáticas en la comprensión de la derivada. *Revemop, 3*, e202115. https://doi.org/10.33532/revemop.e202115

Tariq, R., Aponte Babines, B. M., Ramírez, J., Alvarez-Icaza, I., & Naseer, F. (2025). Computational thinking in STEM education: Current state-of-the-art and future research directions. *Frontiers in Computer Science, 6*, 1480404. https://doi.org/10.3389/fcomp.2024.1480404

Vargas Herrera, J. P., Vanegas, Y., & Giménez, J. (2024). Conexiones extra-matemáticas que establecen futuros maestros de Educación Primaria al diseñar tareas escolares geométricas. *AIEM – Avances de Investigación en Educación Matemática, 25*, 57–80. https://doi.org/10.35763/aiem25.644

Vargas Herrera, J. P., & Vanegas, Y. (2025). Extramathematical connections recognized by prospective elementary school teachers. En C. Cornejo, P. Felmer, D. M. Gómez, P. Dartnell, P. Araya, A. Peri, & V. Randolph (Eds.), *Proceedings of the 48th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Research Reports* (Vol. 2, pp. 355–362). PME.

PERCEPCIÓN DE LA ROBÓTICA EDUCATIVA EN EL AULA: UN ESTUDIO SOBRE LA LATERALIDAD EN EDUCACIÓN PARVULARIA

Paulina González Valdés, Universidad Adventista de Chile

Felipe Retamal Acevedo, Universidad Adventista de Chile, Universidad del Bío-Bío

Pablo González-Albornoz, Universidad Adventista de Chile, Universidad del Bío-Bío

Yelitza Mirabal Sandoval, Universidad Adventista de Chile

Abstract:

El pensamiento computacional se ha convertido en una habilidad esencial del siglo XXI, incorporado como eje transversal en el currículo escolar. El objetivo es explorar las percepciones sobre la lateralidad y la robótica educativa en educadoras de párvulos, tras la implementación de actividades con robots Bee-Bot y K1 Pro Interstellar. El estudio es cuasi-experimental con un enfoque cualitativo y alcance exploratorio, realizando cuestionarios de preguntas abiertas antes y después de un taller, dirigido a futuros educadores de párvulos y a educadores de párvulos en ejercicio pedagógico. Los resultados de la intervención indican que se fortaleció la comprensión y valoración de la robótica educativa, favoreciendo la integración en el aula. No obstante, persisten desafíos asociados a recursos, infraestructura y capacitación docente.

lateralidad, robótica educativa, bee-bot, K-1 interstellar, educación parvularia

INTRODUCCIÓN

La incorporación de la Robótica Educativa (RE) en la formación y práctica pedagógica de educadores de párvulos representa una oportunidad clave para promover el desarrollo integral de niños y niñas desde la primera infancia. Tal como señalaba Papert (2005), la robótica constituye una vía para involucrar a los niños en nuevas formas del pensamiento, la reflexión y potencia procesos metacognitivos desde edades tempranas. La RE no solo introduce una dimensión tecnológica en el aula, sino que fomenta pensar, aprender y construir conocimiento de manera activa y significativa.

Autores como Bers (2018) y Fonden (2019), destacan que la programación permite desarrollar habilidades como el razonamiento abstracto, la resolución de problemas y el diseño creativo. Por lo cual, la programación no debe limitarse a cursos de informática, sino incorporarse al currículum en preescolar. Diversos investigadores han destacado que aprender a programar con herramientas accesibles en la infancia involucra activamente a los niños y favorece la alfabetización digital, capacidad de análisis y planificación (Wing, 2011; Barr & Stephenson, 2011; Lee et al., 2011).

La programación por bloques simplifica la integración de proceso de programación, tanto *Bee-Bot* como *K1 Interstellar Scout* son accesibles para la manipulación, tiene acciones

Índice

concretas (avanzar, girar, detectar, etc). El *Bee-bot* impacta en la educación parvularia (EP), particularmente en el desarrollo del pensamiento computacional y colaborativo, a través de la programación por bloques que requiere comprender y aplicar conceptos de lateralidad (Maluschka, 2019). Si bien, el *Bee-Bot* es una herramienta fácil de usar con niños de 3 años en adelante, es fundamental que los docentes aprendan a utilizar de forma pedagógica adecuada para maximizar sus efectos en el desarrollo de sus habilidades del proceso enseñanza-aprendizaje y lateralidad (Angeli & Valanides, 2020).

Por otro lado, el *robot K1 interstellar* permite secuenciar movimientos espaciales y controlar acciones mediante bloques en la aplicación y se puede diseñar actividades específicas de lateralidad (Robosen, 2025). A pesar de que la mayoría de las iniciativas nacionales de programación comenzaron a dirigirse a niños mayores, existen iniciativas recientes centradas en la educación preescolar. Por ejemplo, el estudio realizado por Yang (2025) señala que los educadores adquirieron nociones básicas de programación de robots apropiadas para la primera infancia y manifestaron mayor interés y confianza para integrar estas tecnologías en clases.

No obstante, las oportunidades para la enseñanza del Pensamiento Computacional y RE en los programas de formación docente de la primera infancia son escasas (Vasconcelo et al., 2025, Romero-Rodríguez et al., 2023). En consecuencia, formar a los educadores de párvulos en robótica educativa no solo representa una actualización tecnológica, sino una estrategia didáctica y de los procesos cognitivos que se esperan promover en la infancia, abriendo paso a una pedagogía más activa, creativa y orientada a la solución de problemas. Los educadores deben estar preparados para orientar la familiaridad tecnológica de los niños hacia aprendizajes significativos, como la robótica educativa y las TIC aplicadas a la matemática y al pensamiento computacional, considerando que muchos ingresan a la escuela con experiencia digital desde los 3 o 4 años (OECD, 2019). *El objetivo de la investigación explorar las percepciones sobre la lateralidad y la robótica educativa en educadoras de párvulos, tras la implementación de actividades con robots Bee-Bot y K1 Pro Interstellar.*

METODOLOGÍA

Diseño y muestra

La presente investigación adopta un diseño cuasi-experimental con enfoque cualitativo y alcance exploratorio. La muestra corresponde a 10 educadores de párvulos en ejercicio, pertenecientes a la Junta Nacional de Jardines infantiles (JUNJI) de la Región de Ñuble y 10 estudiantes de práctica profesional de la carrera de Educación Parvularia de la Universidad Adventista de Chile (UnACh). La muestra fue por conveniencia no probabilística. Los criterios de exclusión son: 1) No contestar el pre o post test, No asistir a las 3 sesiones.

Recolección de datos e instrumentos

La recolección de los datos se realizó al comienzo y final de los talleres, la técnica de recolección de datos corresponde a un cuestionario digital de preguntas abiertas, elaborado

en *QuestionPro*, el cúal se compartió a las participantes mediante código QR. El cuestionario fue confeccionado por las investigadoras. Se siguieron las normas éticas establecidas en la declaración de Helsinki (World Medical Association. 2013), ya que se obtuvo el consentimiento informado de las participantes, y contó con la aprobación del comité ético científico de la UnACh, dictamen 2025-033.

ANÁLISIS DE DATOS

Las respuestas se exportaron desde *ProQuest* al software *Atlas.ti* (v.7.5.12), se realizó codificación abierta comparativa, axial, selectiva y contraste con la literatura en RE para validar interpretaciones.

Implementación de los talleres

Las participantes fueron organizadas en dos grupos (2 grupos educadoras JUNJI y 1 grupo estudiantes de práctica profesional UnACh). La capacitación consistió en programación visual en bloques usando los robots *Bee-Bot* y *Robosen K1 Pro Interstellar Scout*, para facilitar la integración de herramientas de robótica educativa en el desarrollo de habilidades espaciales en el aula.

Tabla 1

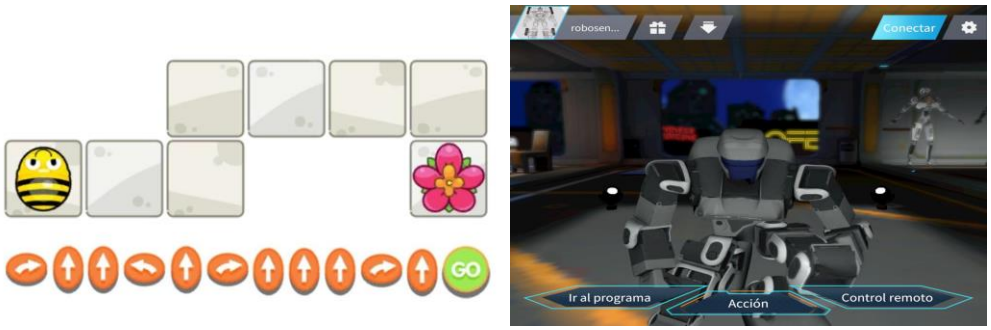
Implementación de talleres de RE para Educadoras de párvulo en ejercicio y en formación.

Sesión	Descripción
1	Aplicación pre-taller para identificar los conocimientos previos y percepciones en RE y uso en EP. Conceptos de RE y programación visual para la programación de robots educativos, y su potencial como recurso para trabajar lateralidad en niños(as).
2	Las educadoras programan los *Bee Bot* y *K-1* y aplican las nociones de lateralidad en diversos recorridos. Integran la RE en la creación de propuestas sobre actividades lúdico-pedagógicas para la enseñanza de la lateralidad en contextos del aula.
3	Socialización de actividades lúdico-pedagógicas para enseñar lateralidad, integrando objetivos de las bases curriculares de EP. Aplicación del cuestionario post-taller para la comparación de las respuestas iniciales..

Nota. Elaboración propia

Figura 1

Vista del editor para programar en bee-bot y Robosen K1



Fuente: *Bee-bot & Robosen K1*. (2024). Vista del editor para programar en Bee-bot y Robosen K1 [Captura de pantalla de aplicaciones móviles].

RESULTADOS

Percepción de la robótica

El 62% de los educadores de párvulos creen que la RE promueve el aprendizaje creatividad, el pensamiento lógico, el desarrollo de habilidades motrices y lateralidad, por ejemplo la entrevistada "***El desarrollo de habilidades tanto transversales como específicas, como lenguaje, matemáticas, orientación espacial, transversales como habilidad social, colaborativa, habilidades blandas, entre otras***. Asimismo creen que la RE puede que sea más motivador ***es un elemento motivador que activa la curiosidad e imaginación y las relaciones espaciales,*** persona 3 ***"Se potencia la creatividad, asombro, resolución"*** persona 5, a diferencia de los comentarios en el pre test donde comentan que la robótica "***Actualmente es concebida sólo como un elemento de observación y elemento de interacción entre pares por sobre un aprendizaje obtenido por la manipulación directa de algún robot".***

Logros potenciales y beneficios con robótica educativa

Las participantes manifiestan que la RE puede favorecer el pensamiento matemático y crítico, participación activa por turnos y lateralidad. La participante 7 menciona que una potencialidad es el poder ***"Desarrollar el aprendizaje psicomotor y cognitivo"*** así también ***trabajar la lateralidad, coordinación motora, pensamiento lógico-matemático y habilidades de resolución de problemas. A diferencia de las respuestas entregadas en el post test, donde las participantes mencionan cambios más amplios y no enfocados netamente en la RE.***

Desafíos y obstáculos

Se observa que los desafíos y obstáculos más destacados son falta de recursos y formación específica. El 46% hacen hincapié en los recursos, participante 4 "***desafío de los recursos para adquirirlo en los establecimientos educacionales, la deficiente preparación y conocimiento de los docentes sobre la robótica, el no querer cambiar la metodología del***

aprendizaje", participante 10 "***Contar con la capacitación adecuada, además de contar con los recursos necesarios para la cantidad de niños en aula".*** Asimismo, para un correcto abordaje de la RE es necesario intervención efectiva en las prácticas educativas. Participante 5 ***"La cantidad de párvulos por aula capacitación de los agentes educativos desinformación de familia y comunidad educativa"***

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El análisis en las respuestas del pre y post taller indican una variación en las percepciones y conocimientos del uso de la RE en educación inicial. Las respuestas en el pretaller fueron generales no se detallan en aplicaciones, estrategias y condicionadas por barreras que cada participante observa como la falta de recursos, capacitación y resistencia al cambio. Creemos que encasillan la RE desde concepto abstracto y lejano a las realidades de cada aula, y genera en los docentes una ansiedad. Según Bordbar (2010) un factor que puede reducir la ansiedad y la evitación en el uso de nuevas tecnologías es fomentar la competencia y capacitación docente.

Tras el taller, las participantes describen beneficios concretos como el desarrollo de pensamiento matemático, estimulación de la lateralidad, nociones espaciales, fortalecimiento del trabajo colaborativo y habilidades motoras. En concordancia con Winter et al., (2021) quienes indican que la intervención mejoró la comprensión y valoración de la RE, posibles cambios el uso en aula en áreas de BCEP en favor del desarrollo infantil como lateralidad, creatividad y pensamiento lógico.

Un posible cambio puede atribuirse a la experimentación con el *Bee Bot* y *K1* pues favoreció el dominio y apropiación. En relación con el trabajo con lateralidad, en el pre taller se reconoce como relevante para el desarrollo de la lectoescritura, orientación espacial y coordinación, sin asociar este desarrollo a la RE. Sin embargo en el pos taller, las participantes identifican que la RE ayuda en la consolidación de nociones de lateralidad, orientación espacial, creación de secuencias. Así como manifiesta Kucuk, et al., (2024) cuando se vincula un contenido tradicional de la EP con un recurso innovador, ampliando las posibilidades didácticas.

Pese a los avances conceptuales y actitudinales, persisten desafíos importantes: la falta de recursos materiales, la necesidad de capacitación continua, el alto costo de los equipos y las limitaciones de espacio y organización en las aulas. Papadakis et al. (2021) evidencia que los factores más repetitivos son falta de infraestructura, conocimiento y acceso a las nuevas tecnologías. A la vez Aldunate y Nussbaum (2013) y Neumann et al., (2023) mencionan que el proceso de adopción de tecnologías difiere en cuánto a la complejidad del uso y experiencia en la incorporación de nuevas tecnologías en los primeros años. Aunque, se evidencia que las participantes son más conscientes sobre obstáculos y proponen soluciones, como la introducción gradual, el apoyo de sostenedores, mejoramiento de presupuestos institucionales y postulaciones de mejora.

Limitaciones y trabajos futuros

La principal limitación del estudio fue el tamaño de la muestra. Otro aspecto a considerar fue el tiempo breve de la intervención. Referente con los trabajos futuros, se espera realizar una intervención dirigida a niños de 4 y 5 años, para explorar el impacto de la RE en el desarrollo de habilidades espaciales y lateralidad.

Agradecimientos

Proyecto con referencia al proyecto de investigación PI-237, financiado por la Dirección de investigación de la Universidad Adventista de Chile.

Referencias

Angeli, C., & Valanides, N. (2020). Developing young children's computational thinking with educational robotics: An interaction effect between gender and scaffolding strategy. *Computers & Education*, *148*, 103783. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103783

Aldunate, R., & Nussbaum, M. (2013). Teacher adoption of technology. *Computers in Human Behavior*, *29*(3), 519–524. https://doi.org/10.1016/j.chb.2012.10.017

Barr, V., & Stephenson, C. (2011). Bringing computational thinking to K–12: What is involved and what is the role of the computer science education community? *ACM Inroads*, *2*(1), 48–54. https://doi.org/10.1145/1929887.1929905

Bers, M. U. (2018). Coding and computational thinking in early childhood: The impact of ScratchJr in Europe. *European Journal of STEM Education*, *3*(3), 08. https://doi.org/10.20897/ejsteme/3868

Bordbar, F. (2010). English teachers' attitudes toward computer-assisted language learning. *International Journal of Language Studies*, *4*(3).

Fonden, J. C. (2019). Importancia del pensamiento abstracto: Su formación en el aprendizaje de la programación [Importance of abstract thinking: His training in learning programming]. *EduSol*, *20*(72), 122–135. http://scielo.sld.cu/pdf/eds/v20n72/1729-8091-eds-20-72-122.pdf

Gómez, H. (2022). Robótica educativa utilizando el mBot en estudiantes de educación básica. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo (RIDE)*, *13*(25), e389. https://doi.org/10.23913/ride.v13i25.1274

Kucuk, L., Añais, L. I., Ruíz Díaz, J. E., & Soberano, J. M. (2022). Robótica como recurso educativo: Aportes para las prácticas docentes orientadas al desarrollo de la lateralidad en niños. En XVII Congreso de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología (TE&ET). RedUNCI. https://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/139958/Documento_completo._Aportes.pdf-PDFA.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Lee, I., Martin, F., Denner, J., Coulter, B., Allan, W., & Erickson, J. (2011). Computational thinking for youth in practice. *ACM Inroads*, *2*(1), 32–37. https://doi.org/10.1145/1929887.1929902

Neumann, M. M., Calteaux, I., Reilly, D., & Neumann, D. L. (2023). Exploring teachers' perspectives on the benefits and barriers of using social robots in early childhood education. *Early Child Development and Care*, *193*(13-14), 1503–1516. https://doi.org/10.1080/03004430.2023.2257000

Maluschka, L. (2019). Innovación para la calidad educativa: Bee-Bot, el juguete pedagógico. *Revista de Educación*, (384), 60–63.

OECD. (2019). *PISA 2018 results (volume II): Where all students can succeed* [Figure 2.3, Age of first use of digital devices in the mid-2000s]. OECD Publishing. https://www.oecd.org/pisa/data

Papadakis, S., Vaiopoulou, J., Sifaki, E., Stamovlasis, D., Kalogiannakis, M., & Vassilakis, K. (2021). Factors that hinder in-service teachers from incorporating educational robotics into their daily or future teaching practice. En *Proceedings of CSEDU 2021* (Vol. 2, pp. 55-63). https://doi.org/10.5220/0010413900550063

Papert, S. (2005). You can't think about thinking without thinking about thinking about something. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, *5*(3/4), 366–367.

Pereira, J., Oliveira, R., Andrade, S., Romulo, T., Santos, S., Faria, R., & Brandão, A. (2023). Robotics as a possibility for exploring laterality in early childhood education. En *2023 Latin American Robotics Symposium (LARS), 2023 Brazilian Symposium on Robotics (SBR), and 2023 Workshop on Robotics in Education (WRE)* (pp. 678–682). IEEE. https://doi.org/10.1109/LARS/SBR/WRE59448.2023.10332990

Redondo, J. (2024). Robótica educativa en Colombia: percepciones y desafíos en los niveles de educación básica y media. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *8*(5), 6775–6788. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.14096

Robosen. (s. f.). *K1 Pro Interstellar Scout*. Robosen Robotics. Recuperado el 12 de junio de 2025, de https://us.robosen.com/products/interstellar-scout-k1pro

Romero-Rodríguez, J. M., De La Cruz-Campos, J. C., Ramos-Navas-Parejo, M., & Martínez-Domingo, J. A. (2023). Robótica educativa para el desarrollo de la competencia STEM en maestras en formación. *Bordón. Revista de Pedagogía*, *75*(4), 75–92. https://doi.org/10.13042/Bordon.2023.97174

Vasconcelos, L., Arslan-Ari, I., Miller, B., & Gonzalez-Tapia, R. (2025). Robotics in early childhood STEM education (REC-STEMEd): The impact on preservice teachers' attitudes and intentions toward computational thinking. *Education and Information Technologies*, 1–28. https://doi.org/10.1007/s10639-025-13529-1

Wing, J. (2006). Pensamiento computacional. *Comunicaciones de la ACM*, *49*, 33–35. https://doi.org/10.1145/1118178.1118215

Wing, J. (2011). Research notebook: Computational thinking—What and why. *The Link Magazine*, *6*, 20–23. https://people.cs.vt.edu/~kafura/CS6604/Papers/CT-What-And-Why.pdf

Winter, E., Costello, A., O'Brien, M., & Hickey, G. (2021). Teachers' use of technology and the impact of Covid-19. *Irish Educational Studies*, *40*(2), 235–246. https://doi.org/10.1080/03323315.2021.1916559

Yang, W. (2025). A three-phase professional development approach to improving robotics pedagogical knowledge and computational thinking attitude of early childhood teachers. *Computers & Education*, *231*, 105282. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2025.105282

Índice

UTILIZACIÓN DE UN INSTRUMENTO PARA CARACTERIZAR EL NOTICING ARGUMENTATIVO DE DOCENTES DE MATEMÁTICA

Victoria Arriagada, Universidad de Las Américas

María Victoria Martínez, Universidad de O'Higgins

Horacio Solar, Pontificia Universidad Católica de Chile

Andrés Ortiz, Universidad Católica de la Santísima Concepción

Abstract:

Este estudio aborda el noticing argumentativo como una competencia clave en la enseñanza de las matemáticas, entendida como la capacidad de identificar e interpretar eventos relevantes de argumentación en el aula. Para su caracterización, diseñamos un instrumento compuesto por videos de clases, preguntas y una rúbrica analítica con cuatro niveles progresivos (General, Incipiente, Focalizado y Focalizado Profundo), centrado en cuatro focos: gestión de la argumentación colectiva del profesor, gestión de la refutación del profesor, reacción de los estudiantes ante la refutación y contenido matemático de las respuestas de los estudiantes. La investigación se realizó con 32 docentes de primaria y secundaria participantes de un programa de desarrollo profesional orientado a promover la argumentación en el aula de matemáticas. Los resultados muestran cómo se utiliza la rúbrica para codificar las respuestas de los docentes, obtenidas con la primera aplicación. En conclusión, el instrumento permite diferenciar niveles de noticing argumentativo y constituye una herramienta valiosa para la formación docente inicial y continua, al fomentar la reflexión sobre la práctica pedagógica y fortalecer el conocimiento matemático y didáctico requerido para la orquestación de la argumentación en el aula.

Argumentación, noticing, mirada profesional, instrumento, rúbrica

INTRODUCCIÓN

Noticing es una competencia docente importante, pues fusiona dos elementos cruciales de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico del docente (Llinares et al., 2019). El noticing se ha focalizado principalmente en el pensamiento matemático del estudiante a través de 3 destrezas interrelacionadas: identificar, interpretar y decidir (Jacobs et al., 2010). Sin embargo, los últimos años el enfoque se ha diversificado. Este estudio, se centra en *noticing argumentativo*, que hemos definido cuando un docente identifica eventos relevantes sobre argumentación y los interpreta. Construimos un instrumento para caracterizar noticing argumentativo de docentes de matemática, con una doble mirada al aula matemática. Por una parte, la gestión del profesor cuando los estudiantes resuelven una tarea matemática de argumentación y, por otro,

Índice

en el aprendizaje matemático de ellos (Martínez et al., 2024). El objetivo de este reporte de investigación es presentar cómo se usa un instrumento para caracterizar noticing argumentativo de docentes de matemática.

MARCO TEÓRICO

Aunque la literatura describe varios puntos de vista de la *argumentación*, adoptamos una posición comúnmente aceptada por la comunidad de educación matemática. En este estudio, seguimos el acercamiento propuesto por Krummheuer (1995, p. 247), según el cual la argumentación "tiene como propósito principal convencerse a sí mismo, así como a otros de la validez del razonamiento" (Solar et al., 2022; Ayalon y Hershkowitz, 2018). También, nuestro estudio se ajusta a la perspectiva cognitiva-psicológica de la competencia noticing, debido a que la asociamos a los procesos cognitivos sobre qué identifica el docente en el aula y cómo interpreta lo que identifica (van Es y Sherin, 2008). Desde esta perspectiva, estudiaremos noticing de profesores de matemática que participan en un programa de desarrollo profesional para promover la argumentación en el aula. Así, entenderemos *noticing argumentativo* como la *capacidad del docente para identificar eventos críticos dentro del aula de matemáticas e interpretar estos eventos utilizando conocimientos específicos sobre la argumentación de los estudiantes y las acciones docentes para promoverla en el aula de matemáticas.*

La mayoría de los instrumentos existentes que se han utilizado para evaluar noticing de docentes de matemática, han estado centrado en el pensamiento matemático del estudiante (Weyers et al., 2023). Por lo mismo, los últimos años se ha diversificado la construcción de instrumentos incorporando otros enfoques para evaluar noticing desde diferentes perspectivas. Un ejemplo es Ayalon (2024), quien a partir de estudios previos sobre argumentación, propuso un modelo para profesores en Israel sobre argumentación en la enseñanza de las matemáticas, e incluye una rúbrica que a través de niveles presenta: a) atención a los aspectos estructurales y dialógicos de la argumentación; b) interpretación de la argumentación teniendo en cuenta los posibles factores que pueden configurarla (permitirla o inhibirla); y c) decidir cómo responder, en el sentido de lo que haría el profesor suponiendo que él fuera el profesor en esa situación, para fomentar la argumentación. Nuestro estudio muestra el uso de un instrumento construido en contexto chileno y aplicado a docentes de matemática.

METODOLOGÍA

Los participantes del estudio para la aplicación del instrumento fue un grupo de 32 docentes de aula. Son profesores de primaria y secundaria que participan de un programa de desarrollo profesional para promover argumentación en el aula de matemáticas. La aplicación del instrumento se realizó online, se le entregó una definición de lo que es argumentar y

comunicar según el curriculum en Chile, se leyeron la preguntas, se vio el video y se realizaron la preguntas una a una.

Instrumento

Construimos un instrumento compuesto por 4 videos de aula, 4 preguntas sobre identificar y 4 sobre interpretar noticing argumentativo y una rúbrica de análisis (Martínez et al., 2024) que responden a distintos focos argumentativos: gestión de la argumentación colectiva que realiza el profesor, gestión de la refutación que realiza el profesor, reacción de los estudiantes a la gestión de la refutación y contenido matemático de las respuestas de los estudiantes. La rúbrica contiene 4 niveles de identificación e interpretación (General, Incipiente, Focalizado y Focalizado profundo) que permiten clasificar las respuestas de los docentes al ver los videos de aula. Mostraremos cómo utilizamos la rúbrica del instrumento para codificar las respuestas de los docentes a través de dos preguntas del instrumento (3A y 3B).

RESULTADOS

La Tabla 1 presenta ejemplos de respuestas de docentes frente a dos preguntas del instrumento aplicado la primera vez (de un total de 4): la identificación (3A) y la interpretación (3B) en torno a la reacción de los estudiantes a la gestión de la refutación. Esta constituye un insumo clave para mostrar cómo la rúbrica permite clasificar los niveles de *noticing argumentativo*. Se incluyen respuestas que corresponden al Nivel General, caracterizadas por observaciones amplias y poco específicas. Los docentes describen aspectos generales de la dinámica en el aula, como el respeto entre estudiantes o el compromiso con la clase, sin referirse directamente al fenómeno de la refutación.

Tabla 1

Ejemplos de respuestas para los distintos niveles de identificar (3A) e interpretar (3B)

Foco: Reacción de los estudiantes a la gestión de la refutación			
3A. Se presenta un ejemplo de una refutación en cada video. ¿Qué te parece destacable de sus conversaciones?		3B. ¿Por qué crees que ocurrió esto?	
Respuesta	Nivel y justificación	Respuesta	Nivel y justificación
El intercambio entre los niños, el respeto que se tenían los grupos, entre grupos. Había un ambiente de trabajo, había orden, había una estructura clara, se dieron su espacio los niños. Y, matemáticamente, ellos argumentaban impecable y tenían vocabulario, además. Eso generó esa instancia.	Nivel General La respuesta es general. Se limita a señalar algún aspecto de la situación sin profundizar, mostrar conexiones ni evidenciar un análisis o argumento sólido. Se dan detalles aislados.	Cuando la clase tiene sentido, los niños le encuentran el valor, el significado a aprender lo que están trabajando, por eso ellos se comprometen en lo que están haciendo.	Nivel General. Habla de manera general de la clase, y realiza comentarios descriptivos de lo observado.

Índice

Las posiciones eran válidas dependiendo de la situación en que ellos se posicionaran. Destacable de las conversaciones, que claro, son válidas bajo diferentes contextos y que cambian de opinión porque utilizan la matemática en sí misma, como sus cálculos para dar cuenta cuándo funciona o cuándo no. Que utilizan ahí un poquito el contenido matemático.	Nivel Incipiente. Responden mencionado cosas generales de la conversación de los estudiantes como el hecho que eran válidas dependiendo desde donde estuvieran argumentando.	Yo creo que es como que están acostumbrados a que no se les dé la respuesta inmediata, y ellos a tratar de buscar o fundamentar, como cuando se realiza un debate. La persona con la que están debatiendo les va a responder, pero yo tengo que estar preparado para dar una contra respuesta. Y, para eso, tengo que tener argumentos.	Nivel Incipiente. Hace una descripción de la situación. Se limitan a describir de manera básica lo ocurrido en la clase o a atribuirlo a un solo factor, sin aportar evidencias claras ni realizar conexiones.
Primero, que es destacable que van creando ese modelo y bueno, en realidad es como una función y ellos van cambiando las variables que eran kilómetros, se van cuestionando "¿hasta dónde voy a llegar con esos kilómetros? Entonces, necesito, a lo mejor, más kilómetros". Y sucede porque ellos van haciendo los supuestos de los kilómetros que necesitan, y cuando se dan cuenta de que a lo mejor entre más kilómetros no te sale a cuenta la empresa A, sino que te sale a cuenta la empresa B, se produce ese cambio de respuesta.	Nivel Focalizado. Integra varios elementos de la conversación, reconociendo tanto aspectos sociales como matemáticos. Se destaca la validez de diferentes posiciones y el uso de argumentos. Se observa una mirada más amplia y articulada de la situación.	Yo creo que es por la gestión de la docente, o sea, si las docentes no hubieran hecho las preguntas que hizo quizás no se hubiera llegado a ese resultado. De que quizá este grupo que primero era la A y después la B no hubiera pasado, quizás se hubieran quedado, permanentemente, en la opción número A.	Nivel Focalizado. El análisis se centra en un aspecto particular de las conversaciones de los estudiantes. Se describen interacciones concretas como evidencia, pero el comentario sigue siendo limitado en alcance, pero es interpretativo y eso hace que suba de nivel.
Primero, me gustó que un grupo, se pusieron en distintos casos. Entonces, ahí, se podría generar inmediatamente alguna discusión de qué conviene y qué no. Y lo que más me gusta es cuando dicen: "Lo que más me sirve es la B" es que toman como situaciones reales, así como un viaje de 500 kilómetros, un viaje de 1.000 kilómetros. Es decir, como que los chicos fueron entendiendo el problema del cual se están involucrando.	Nivel Focalizado profundo. Analiza de manera detallada la situación, articulando múltiples dimensiones de la discusión. Reconoce la construcción colectiva del conocimiento y la relevancia del contenido matemático. Evidencian madurez y profundidad en la interpretación.		

Nota. Elaboración propia

En el Nivel Incipiente, las respuestas comienzan a aludir a elementos de la conversación de los estudiantes, reconociendo cierta validez en sus posiciones o la necesidad de responder a contraargumentos, aunque todavía de manera superficial y sin profundizar en el contenido

matemático. En el Nivel Focalizado, las respuestas muestran un análisis más detallado de las interacciones, vinculando los argumentos con la gestión de la docente y señalando cómo sus preguntas guían los cambios en las decisiones de los grupos. Aquí se evidencia una mayor atención a la articulación entre la actuación del profesor y las respuestas de los estudiantes. Finalmente, el Nivel Focalizado Profundo se alcanza cuando las observaciones destacan la construcción de modelos y el uso de contextos reales en las discusiones, mostrando cómo los estudiantes comprenden el problema matemático y modifican sus respuestas a partir de razonamientos sustentados. En conjunto, la tabla ejemplifica cómo los docentes transitan desde miradas generales hacia interpretaciones progresivamente más sofisticadas, lo que evidencia la utilidad del instrumento para diferenciar niveles de *noticing argumentativo*.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El presente estudio tuvo como propósito analizar la aplicación de un instrumento diseñado para caracterizar el noticing argumentativo de docentes de matemáticas. A partir de los resultados obtenidos en la primera aplicación, es posible extraer diversas reflexiones que permiten proyectar tanto la utilidad del instrumento como sus implicancias para la formación docente y la investigación en educación matemática. En primer lugar, es relevante discutir los niveles de desempeño alcanzados por los docentes participantes. La rúbrica diseñada considera cuatro niveles progresivos: General, Incipiente, Focalizado y Focalizado profundo. Los resultados muestran que los participantes se concentran en los niveles iniciales y medios, sin llegar de manera sostenida al nivel más alto. Este hallazgo no debe interpretarse como una limitación de los profesores, sino como un indicio de las dificultades que implica movilizar noticing argumentativo capaz de articular de forma profunda las dimensiones del contenido matemático, la gestión del profesor y las respuestas de los estudiantes. El hecho de que el nivel Focalizado Profundo no se alcanzara con frecuencia sugiere que los docentes aún requieren apoyos adicionales para desarrollar un análisis que trascienda la descripción general y logre integrar comprensiones más sofisticadas de la orquestación de la argumentación.

El instrumento se constituye en un aporte significativo para nuestro estudio, ya que permite distinguir con claridad las diferencias entre respuestas generales, centradas en aspectos superficiales de la clase, y respuestas que progresivamente incorporan mayor detalle y profundidad. Así, el recurso se transforma en un mecanismo no solo para evaluar el estado actual de las competencias de los docentes, sino también para orientar procesos formativos. La identificación de los niveles alcanzados brinda información valiosa para diseñar intervenciones más focalizadas, que promuevan el tránsito desde observaciones descriptivas hacia interpretaciones fundamentadas.

En términos metodológicos, la experiencia con este instrumento ofrece criterios claros y replicables para el análisis del noticing argumentativo. La combinación de videos de aula,

preguntas de identificación e interpretación y la rúbrica de análisis constituye una propuesta robusta que articula la teoría sobre noticing con una aplicación práctica en contextos de desarrollo profesional. De este modo, se aporta una herramienta que puede ser utilizada tanto en la formación inicial como en la continua, al incentivar la reflexión de los docentes sobre su propia práctica y la de otros.

El contraste con otros instrumentos de noticing argumentativo disponibles en la literatura resulta esclarecedor. Por ejemplo: trabajos como los de van Es y Sherin (2008) se han centrado fundamentalmente en cómo los profesores atienden al pensamiento matemático de los estudiantes, privilegiando la identificación de ideas relevantes y la interpretación de sus significados; trabajos como los de Ayalon (2024) si bien han construido instrumentos sobre noticing y argumentación, se han centrado en la argumentación en sí y no en las acciones específicas que realiza el profesor y las respuestas de los estudiantes a dichos estímulos. Nuestro instrumento, en cambio, introduce un matiz innovador al incluir la dimensión de la orquestación argumentativa del profesor, en especial a través de la gestión de la refutación. Esta incorporación responde a la convicción de que el desarrollo de la argumentación en el aula no depende exclusivamente de las producciones estudiantiles, sino también de la forma en que el docente conduce, provoca y regula las interacciones discursivas. En este sentido, nuestro aporte se sitúa en la intersección entre el análisis de las prácticas docentes y la atención al razonamiento matemático de los alumnos, ofreciendo un panorama más integral de la argumentación en el aula.

Es importante destacar que los hallazgos también abren preguntas para futuras investigaciones. Entre ellas, surge la necesidad de indagar en las razones que dificultan alcanzar el nivel Focalizado profundo. ¿Se trata de una limitación atribuible a la falta de experiencia en prácticas de argumentación? ¿O más bien responde a la ausencia de formación específica en torno al análisis de interacciones argumentativas? Asimismo, se vuelve pertinente examinar si modificaciones en el diseño del instrumento, como el orden o la formulación de las preguntas, podrían favorecer respuestas más elaboradas por parte de los docentes. Explorar estas posibilidades no solo permitirá perfeccionar el instrumento, sino también comprender mejor los procesos de desarrollo del noticing argumentativo.

Finalmente, este trabajo contribuye a consolidar el campo del noticing en educación matemática, extendiéndolo hacia un terreno donde la argumentación se configura como un eje central de la enseñanza y el aprendizaje. El instrumento aquí presentado ofrece un camino prometedor para seguir investigando cómo los docentes atienden, interpretan y actúan frente a situaciones argumentativas, y cómo ese noticing puede transformarse en una herramienta poderosa para mejorar la calidad de las prácticas educativas en matemáticas.

Referencias

Ayalon, M. (2024). A model for investigating and developing mathematics teachers' noticing of argumentation. *Teaching and Teacher Education*, *148*, 104683. https://doi.org/10.1016/j.tate.2024.104683

Ayalon, M., & Hershkowitz, R. (2018). Mathematics teachers' attention to potential classroom situations of argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior*, *49*, 163–173.

Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41*(2), 169–202. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.41.2.0169

Krummheuer, G. (1995). La etnografía de la argumentación. En P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *El surgimiento del significado matemático: Interacción en las culturas del aula* (pp. 229–269). Psicología Press.

Llinares, S., Ivars, P., Buforn, À., & Groenwald, C. (2019). «Mirar profesionalmente» las situaciones de enseñanza: una competencia basada en el conocimiento. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández, & M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 177–192). Ediciones Universidad Salamanca.

Martínez, M. V., Arriagada, V., & Solar, H. (2024). Building an instrument to characterize teacher noticing about argument and mathematical modeling competencies. En T. Evans, O. Marmur, J. Hunter, G. Leach, & J. Jhagroo (Eds.), *Proceedings of the 47th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1). PME.

Solar, H., Ortiz, A., Arriagada, V., & Deulofeu, J. (2022). Argumentative orchestration in the mathematical modelling cycle in the classroom. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *18*(8), em2141. https://doi.org/10.29333/ejmste/12245

Van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' «learning to notice» in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, *24*(2), 244–276. https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.11.005

COMPETENCIAS DE ACOMPAÑAMIENTO DE PROFESORES LÍDERES PARA PROMOVER EL NOTICING EN ARGUMENTACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Horacio Solar, Pontificia Universidad Católica de Chile

Florencia Gómez, Pontificia Universidad Católica de Chile

Victoria Arriagada, Universidad de las Américas, Chile

Kurt Mursell, Pontificia Universidad Católica de Chile

Sara Rivera, Universidad Católica de la Santísima Concepción

Abstract:

Este reporte de investigación examina las competencias de acompañamiento de los profesores líderes con profesores pares para promover el noticing en argumentación en el aula de matemáticas. El estudio se centra en dos competencias fundamentales de acompañamiento: el monitoreo y la retroalimentación. La investigación se enmarca en el programa de desarrollo profesional llamado "Modelo de Acompañamiento Docente Colaborativo" (MADC) para que docentes se conviertan en Profesores Líderes (PLs), para acompañar a colegas de sus establecimientos o del sector. Durante un año, trece docentes participaron en el programa, seis de los cuales estuvieron activamente acompañando a docentes. Las sesiones de acompañamiento se analizaron mediante un protocolo de observación para caracterizar las competencias de acompañamiento de los PLs y su influencia en el noticing en argumentación. Este reporte se centra en dos PLs, Andoni y Matilde, quienes demostraron enfoques distintos de acompañamiento: Matilde enfatizó monitorear el noticing de los profesores pares, promoviendo la participación reflexiva como parte de su identidad de profesora líder, mientras que Andoni se centró en brindar retroalimentación para apoyar la apropiación de la argumentación y su implementación en el aula. Estos análisis de casos contribuyen a comprender cómo los PLs respaldan el aprendizaje entre pares en actividades de desarrollo profesional, destacando las formas matizadas en que las características de los profesores líderes dan forma a sus competencias de acompañamiento.

Desarrollo profesional docente, noticing, argumentación, profesores líderes, competencias de acompañamiento

INTRODUCCIÓN

Diversas investigaciones muestran que el desarrollo profesional docente exitoso suele promover la colaboración entre docentes (Goodchild, 2014). Estos estudios incluyen, por ejemplo, la importancia de la colaboración entre docentes dentro de una escuela en torno a nuevas prácticas discutidas en instancias de desarrollo profesional (Darling-Hammond et al.,

Índice

2017). Trabajar en colaboración con colegas y formar parte de comunidades de aprendizaje es fundamental para el desarrollo de procesos reflexivos sobre las prácticas docentes propias y ajenas. Estas oportunidades de reflexión con colegas suelen surgir primero en contextos de desarrollo profesional, donde los docentes participan en interacciones estructuradas que modelan la colaboración (Prenger et al., 2017).

El rol de profesores líderes (PLs) en Programas de Desarrollo Profesional (PDP) es fundamental: cuando docentes líderes apoyan la mejora de las prácticas de sus pares, enriquecen el aprendizaje de los estudiantes (Borko, 2004). Entre las competencias de acompañamiento a otros, se encuentra el monitoreo (van Es, 2009) y la retroalimentación (Pedroza Zúñiga y García- Poyato Falcón, 2022) para desarrollar habilidades y conocimientos profesionales en los pares.

Un número cada vez mayor de PDP centrados en el noticing docente en matemáticas incorporan a PLs, dado su impacto positivo documentado en las prácticas docentes de sus colegas (Witherspoon et al., 2021). Este estudio se centra especialmente en los PDP enfocados en el noticing docente de matemáticas (van Es y Sherin, 2008; Jacobs et al., 2010), una competencia profesional que implica la aplicación de conocimientos matemáticos y pedagógicos para identificar, interpretar y responder a situaciones en el aula (Llinares et al., 2019). La investigación existente ha explorado extensamente el noticing docente con relación al pensamiento matemático de los estudiantes (Amador, 2017; Jacobs et al., 2010). Recientemente, el noticing también se ha centrado en el conocimiento y la orquestación de los debates en el aula por parte de los docentes (van Es y Sherin, 2021; Tekin- Sitrava et al., 2024). En línea con esas investigaciones, el presente estudio se focaliza en el noticing docente durante situaciones de argumentación en aulas de matemáticas (Ayalon y Nama, 2024, Solar et al., 2025).

Se adopta la perspectiva compartida por varios investigadores, de que la argumentación en el aula de matemática tiene como propósito convencerse a uno mismo y a los demás de la validez de un razonamiento (Krummheuer, 1995). Recientemente ha aumentado el interés en estudiar el noticing en argumentación (Ayalon & Nama, 2024), sin embargo, la mayoría de estos estudios identifican e interpretan eventos críticos con relación al pensamiento matemático de los estudiantes, y no consideran eventos críticos que involucran las acciones docentes para promover la argumentación. Para nuestro estudio, entendemos el noticing en argumentación como la capacidad de identificar eventos críticos en situaciones de enseñanza e interpretarlos usando un conocimiento sobre la argumentación en el aula de matemáticas (Solar et al., 2025).

El monitoreo y la retroalimentación son las dos competencias principales que se espera que usen los PLs para acompañar a otros docentes. Definimos *el monitoreo* como la competencia que un facilitador del aprendizaje profesional implementa al apoyar a docentes pares en la identificación de eventos críticos en una situación de enseñanza. Para el monitoreo se ha escogido la perspectiva de van Es (2009) que identifica cuatro estrategias de monitoreo

Índice

enfocadas en el noticing docente. La *retroalimentación* puede desempeñar un papel fundamental para que los docentes participen de forma más significativa en las actividades, profundizando en su pensamiento e interpretación de los eventos críticos del aula, en entornos donde facilitadores y participantes entablan un diálogo bidireccional, proporcionando retroalimentación inmediata y descriptiva, y fomentando la autorregulación (Pedroza Zúñiga y García- Poyato Falcón, 2022).

En este estudio pretendemos indagar de qué manera se despliegan estas dos competencias de acompañamiento con foco en el noticing docente en argumentación en el aula de matemática. Por lo tanto, nos preguntamos: ¿Cómo utilizan los profesores líderes las competencias de acompañamiento de monitorear y retroalimentar para apoyar a profesores pares en el desarrollo del noticing en argumentación en el aula de matemáticas?

METODOLOGÍA

Este estudio se enmarca en un programa para profesores de educación básica y media, basado en el "Modelo de Acompañamiento Docente Colaborativo" (MADC) diseñado para formar PLs, con foco en el desarrollo del noticing para promover la argumentación y modelación matemática. El programa incluye un componente de competencias de acompañamiento en el que los profesores líderes de matemáticas apoyan a profesores pares en su establecimiento o localidad. Participaron 13 profesores en el programa de formación en dos regiones de Chile (6 en Biobío y 7 en la región Metropolitana) que tuvo una duración de un año- agosto 2023 hasta julio 2024. En mayo de 2024 los PLs iniciaron el acompañamiento a profesores pares para ganar experiencia práctica en un proceso de acompañamiento planificado por 3 semestres, hasta fines del 2025. Seis PLs acompañan a un total de 30 profesores, y los restantes 7 no pudieron continuar por diversas razones.

Para este reporte, se han elegido dos casos de estudio: los docentes Andoni y Matilde como casos representativos de los 6 casos de PLs en total. De las 4 primeras sesiones de acompañamiento de cada caso, se han seleccionado las sesiones 1 y 4 por la riqueza de interacciones con sus compañeros docentes. Los datos de este estudio se componen de dos sesiones de coaching de dos casos de PLs, Andoni y Matilde, seleccionados por sus interacciones positivas con sus compañeros docentes. Además, esta selección consideró las respuestas al instrumento de observación de noticing en argumentación (Martínez et al., 2024) desarrollado en el marco del estudio. Estas 4 sesiones fueron grabadas y se analizaron por medio de categorías de retroalimentación y acompañamiento (ver Tabla 1).

Tabla 1

Dimensiones para el análisis del apoyo entre pares de los docentes líderes.

Dimensión	Categoría	**Descripción**
RETROALIMENTACIÓN (Pedroza Zúñiga y García-Poyato Falcón, 2022)	Facilitador catalítico	Enunciados o preguntas a través de los cuales el profesor líder anima a los profesores pares a cuestionar áreas críticas y/o aportar conocimientos e información a la discusión (Evocar ideas).
	Facilitador colaborativo	Enunciados o preguntas a través de los cuales el profesor líder busca sensibilizar a los docentes pares sobre determinados aspectos de la enseñanza o contenidos (Problematizar la práctica docente).
	Facilitador informativo	Afirmaciones en las que el profesor líder proporciona a los profesores pares información sobre el progreso de la actividad, sin hacer explícitamente una evaluación o retroalimentarle.
MONITOREAR (van Es, 2009)	Coordinador	Informar al grupo sobre la actividad que realizarán.
	Iniciador	Guiar al grupo para identificar y discutir los eventos que consideren relevantes o críticos.
	Proponente	Incentivar a los docentes a interpretar y ofrecer explicaciones sustanciales de los acontecimientos que observan.
	Constructor	Invitar a los participantes a desarrollar ideas y afirmaciones con evidencia, centrándose en los detalles de las interacciones en el aula. Profundizar en las ideas propuestas previamente, conectando o añadiendo detalles relevantes.
	Crítico	Invitar a los participantes a explorar explicaciones e interpretaciones alternativas de los eventos que han observado. Cuestionar ideas para enriquecer el análisis.

Nota. Elaboración propia

El análisis examinó las habilidades de apoyo mostradas por los TLs y su influencia en la percepción del desarrollo en la argumentación matemática de los compañeros entrenados en las cuatro sesiones mencionadas. El análisis tuvo un proceso de validación interna entre los dos codificadores (autores) y los otros 3 autores de este reporte.

La primera dimensión se desarrolló a partir de la comprensión de cómo los profesores de apoyo brindan retroalimentación a sus pares (Pedroza Zúñiga y García-Poyato Falcón, 2022; Quiroga y Aravena, 2021) e incluyó las categorías de retroalimentación facilitadora catalítica,

Índice

informativa y colaborativa. La segunda dimensión utilizó la descripción de van Es (2009) de los roles que desempeñan los facilitadores al apoyar el desarrollo del noticing docente. Esta dimensión comprendió los roles de coordinador, orientador, proponente, constructor y crítico definidos por van Es (2009), que fueron adaptados por los investigadores del estudio para ajustarse a los roles de los profesores de apoyo en los datos analizados.

RESULTADOS

Ambos casos de profesores líderes muestran un enfoque propio para acompañar a sus colegas, donde priorizan diferentes estrategias. En el caso de Andoni respecto a la dimensión de monitoreo del noticing, se observa cambio progresivo en su estilo como PL, desde un enfoque organizativo y estructurado en la sesión 1 a formas de monitoreo más complejas y reflexivas en la sesión 4. Este cambio se evidencia en la transición de un uso predominante de la estrategia de *coordinador* a un uso creciente de la estrategia de *iniciador.* Respecto a la dimensión de retroalimentación, también se aprecia un cambio progresivo, desde una retroalimentación principalmente *informativa* en la Sesión 1 a una retroalimentación más *catalizadora* en la sesión 4.

En el caso de Matilde, la dimensión de monitoreo muestra un enfoque centrado en el alumno que promueve la interpretación individual y colectiva de sus colegas docentes. Se observa una transición desde un uso predominante de la estrategia *de iniciador* en la sesión 1, a una aplicación más amplia de todas las estrategias de seguimiento en la Sesión 4, en particular *la de iniciador* y *constructor.* Respecto a la dimensión de retroalimentación, Matilde utiliza los tres tipos de retroalimentación: informativa, catalítica y colaborativa, aunque con moderación, generalmente al principio o al final de las sesiones, o para aclarar conceptos esenciales.

En cuanto a cómo se relacionan el monitoreo y la retroalimentación, se aprecian distinciones importantes en las competencias de acompañamiento de cada caso. Andoni a menudo combina el rol de monitoreo como *coordinador* con *una retroalimentación informativa.* En cambio, Matilde se basa principalmente en el uso de estrategias de monitoreo de *iniciador,* con instancias limitadas pero intencionales de retroalimentación.

Dada la limitación de espacio, en la presentación de este reporte de investigación se mostrará evidencias de los resultados descritos.

CONCLUSIONES

Los resultados del estudio permiten responder al propósito de este reporte al describir las competencias de acompañamiento para apoyar a docentes pares en el desarrollo de su noticing en argumentación en el aula de matemáticas. Ambos casos de PLs dan cuenta de competencias de acompañamiento centradas en retroalimentación y monitoreo. Andoni enfatizó la retroalimentación orientada a la apropiación de la argumentación, en cambio Matilde hizo hincapié en monitorear el noticing de los docentes.

En el caso de Andoni, su énfasis en la retroalimentación refleja un modelo de acompañamiento más vertical, que prioriza la resolución directa de las preguntas de los docentes, pero puede limitar las oportunidades de exploración colaborativa. Su enfoque, basado en dar instrucciones como forma de apoyo, puede limitar la autonomía de los compañeros para abordar dilemas docentes. Si bien el enfoque de Andoni se alinea con un estilo directivo, se distingue por su disposición a ofrecer explicaciones y sugerir acciones específicas para guiar a sus compañeros. En contraste, el enfoque de Matilde, centrado en el monitoreo del noticing docente, refleja un modelo de apoyo más horizontal, basado en pares, que prioriza la colaboración sobre la retroalimentación directiva o puramente informativa. Esta forma de acompañamiento puede ser más exigente para los docentes participantes, ya que Matilde a menudo utiliza momentos típicamente reservados para la retroalimentación para, en cambio, incitar el noticing docente. Si bien recibir retroalimentación durante el desarrollo profesional como parte del aprendizaje activo puede impactar positivamente la práctica docente (Pedroza Zúñiga y García- Poyato Falcón, 2022), el alejamiento de Matilde de la retroalimentación directa puede parecer inicialmente que limita este potencial. Sin embargo, ella redirige sus esfuerzos hacia el fomento del noticing docente, adoptando un rol constructor (van Es, 2009) que anima a los pares a profundizar en sus ideas y respaldar sus afirmaciones con evidencia, lo que puede fortalecer su visión profesional.

Actualmente se han están analizando las competencias de acompañamiento de 2 profesores líderes más, y esperamos contar pronto con una caracterización más completa de 4 casos, en que se contrasten los hallazgos aquí reportados.

Referencias

Amador, J. M. (2020). Teacher leaders' mathematical noticing: Eliciting and analyzing. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *18*(2), 295–313. https://doi.org/10.1007/s10763-019-09956-5

Amador, J. M. (2017). Preservice teachers' video simulations and subsequent noticing: A practice-based method to prepare mathematics teachers. *Research in Mathematics Education, 19*(3), 217–235. https://doi.org/10.1080/14794802.2017.1315317

Ayalon, M., & Nama, S. (2024). Secondary school mathematics teacher-perceived factors involved in argumentation: an emerging framework. *Research in Mathematics Education*, *26*(1), 193–214. https://doi.org/10.1080/14794802.2022.2156585

Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. *Educational Researcher*, *33*(8), 3–15.

Borko, H., & Potari, D. (2024). *Teachers of mathematics working and learning in collaborative groups: The 25th ICMI study*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-56488-8

Darling-Hammond, L., Hyler, M. E., & Gardner, M. (2017). *Effective teacher professional development*. Learning Policy Institute.

Índice

Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41*(2), 169–202. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.41.2.0169

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229–269). Lawrence Erlbaum.

Llinares, S., Ivars, P., Buforn, À., & Groenwald, C. (2019). "Mirar profesionalmente" las situaciones de enseñanza: una competencia basada en el conocimiento. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández, & M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 177–192). Ediciones Universidad Salamanca.

Pedroza Zúñiga, L. H., & García-Poyato Falcón, J. (2022). La retroalimentación de la práctica docente, una revisión sistemática de la literatura. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, *26*(3), 557–581. https://doi.org/10.30827/profesorado.v26i3.16925

Prenger, R., Poortman, C. L., & Handelzalts, A. (2017). Factors influencing teachers' professional development in networked professional learning communities. *Teaching and Teacher Education*, *68*, 77–90. https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.08.014

Solar, H., Gómez Zaccarelli, F., Martínez, M. V., Ortiz, A., Arriagada, V., & Mursell, K. (2025). Teacher leaders' noticing of argumentative orchestration. *Journal of Mathematics Teacher Education*. https://doi.org/10.1007/s10857-025-09690-6

Tekin-Sitrava, R., Özel, Z., Işıksal-Bostan, M., & Yemen-Karpuzcu, S. (2024). How does online professional development program enriched with collaborative discussion develop teachers' noticing skills? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1–26.

van Es, E. A. (2009). Participants' roles in the context of a video club. *The Journal of the Learning Sciences*, *18*(1), 100–137. https://doi.org/10.1080/10508400802581668

van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, *24*(2), 244–276. https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.11.005

Witherspoon, E. B., Ferrer, N. B., Correnti, R. R., Stein, M. K., & Schunn, C. D. (2021). Coaching that supports teachers' learning to enact ambitious instruction. *Instructional Science, 49*(6), 877–898. https://doi.org/10.1007/s11251-021-09536-7

ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: CONOCIMIENTOS MANIFESTADOS POR UN PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Rosa Delgado-Rebolledo, Universidad de Valparaíso

Tania Valencia-González, Universidad de Concepción

Abstract:

Los sistemas de ecuaciones lineales constituyen un eje central en el desarrollo del pensamiento algebraico, y su enseñanza presenta múltiples desafíos para los profesores de matemáticas. En este contexto, el objetivo de este estudio es caracterizar el conocimiento sobre la enseñanza y las características del aprendizaje que manifiesta un profesor de educación media al resolver una tarea formativa vinculada con este contenido. Los datos se recopilaron a partir de la respuesta escrita del profesor a la tarea y de sus intervenciones en una entrevista grupal. Los resultados evidencian que el profesor moviliza conocimientos relativos al uso de recursos didácticos, la selección de tareas, ejemplos y técnicas de enseñanza coherentes con los intereses y dificultades de sus estudiantes. Sin embargo, el conocimiento sobre teorías de enseñanza y aprendizaje no se hace explícito, pese a que la tarea y la entrevista estaban diseñadas para propiciar su manifestación. Este hallazgo sugiere la necesidad de reformular las tareas formativas con el fin de promover una articulación más efectiva entre teoría y práctica. De este modo, se podrían fortalecer las bases teóricas que sustentan las decisiones pedagógicas de los profesores y enriquecer la fundamentación de sus propuestas de enseñanza.

Profesores de matemáticas, sistemas de ecuaciones lineales, conocimiento especializado, estrategias de enseñanza, formación continua

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de los Sistemas de Ecuaciones Lineales (SEL) en la educación media no solo tiene el propósito de que los estudiantes resuelvan problemas concretos, sino que los prepara para abordar nociones avanzadas como transformaciones lineales, vectores, independencia lineal, base y dimensión, las cuales son fundamentales en el álgebra lineal universitaria, presente en disciplinas como la ingeniería, la economía y la informática. En este sentido, fortalecer el aprendizaje de los SEL en el nivel escolar no solo responde a una necesidad curricular inmediata, sino que también representa una inversión en la formación matemática de los estudiantes a largo plazo, favoreciendo habilidades analíticas, de modelación y de resolución de problemas (Rozas-Torres et al., 2024).

Pese a la importancia de los SEL, en el aprendizaje de este contenido se han identificado dificultades asociadas tanto a la ejecución de procedimientos como a la comprensión conceptual, lo cual se refleja en errores recurrentes en la manipulación algebraica, la

Índice

interpretación de coeficientes y la comprensión del papel de las variables del sistema. Lo anterior se resume en que los estudiantes presentan dificultades al aprender SEL en relación con su resolución, conceptualización y comprensión del conjunto solución (Rozas-Torres et al., 2024; Salazar et al., 2016). Tales dificultades ponen de relieve la necesidad de diseñar estrategias pedagógicas que articulen los saberes aritméticos previos que han construido los estudiantes con los nuevos conceptos algebraicos, con el propósito de promover un aprendizaje profundo de los SEL. En esta línea, la enseñanza de los SEL requiere del profesorado no solo el dominio del contenido matemático, sino también una comprensión didáctica que permita anticipar dificultades, seleccionar recursos adecuados y guiar el proceso de construcción de significados.

Considerando lo anterior, este estudio centra su atención en el conocimiento de profesores de matemáticas y en sus prácticas de enseñanza en torno a los SEL, con el propósito de responder a la pregunta: ¿Qué conocimientos sobre la enseñanza y sobre las características del aprendizaje de los SEL manifiestan profesores de matemáticas?

MARCO TEÓRICO

El modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Carrillo et al., 2018) denominado MTSK, por sus siglas del inglés Mathematics Teachers' Specialised Knowledge, se propone como una herramienta útil para comprender los conocimientos que los profesores de matemáticas poseen o movilizan en su actividad profesional. El modelo considera un dominio de conocimiento matemático y otro de conocimiento didáctico del contenido e incorpora un dominio de creencias del profesorado sobre las matemáticas y sobre su enseñanza y aprendizaje. Debido a que el objetivo de esta investigación es indagar en el conocimiento sobre la enseñanza y las características de aprendizaje de las matemáticas, ambos subdominios se describen a continuación.

El conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (Knowledge of Mathematics Teaching, KMT) describe el conocimiento del profesorado sobre *teorías de enseñanza de las matemáticas* personales o institucionales, *estrategias, técnicas, tareas y ejemplos* adecuados para la enseñanza de un contenido matemático, y *recursos didácticos* (físicos y digitales) considerando su potencialidad para la enseñanza, así como sus posibles desventajas. Por su parte, el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (Knowledge of Features of Learning Mathematics, KFLM) incluye el conocimiento de *teorías de aprendizaje de las matemáticas* personales o institucionales, *fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje* de un contenido matemático, *formas de interacción con un contenido matemático* que se refieren a los procesos y estrategias, tanto convencionales como menos frecuentes, que los estudiantes pueden emplear al resolver una tarea matemática, y *aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas* relacionados con las expectativas e intereses que los estudiantes suelen tener respecto a los contenidos matemáticos.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

En esta investigación se desarrolló un estudio de casos instrumental (Stake, 2020), considerando como casos dos profesores de matemáticas seleccionados intencionalmente bajo los siguientes criterios: haber enseñado sistemas de ecuaciones lineales en el último año, ser reconocidos por sus pares como profesores comprometidos con el aprendizaje de sus estudiantes y mostrar disposición para reflexionar sobre sus prácticas de enseñanza. La participación fue voluntaria y los profesores firmaron un consentimiento informado, resguardando su confidencialidad mediante el uso de seudónimos.

Los datos del estudio se recolectaron a partir de las respuestas de los profesores a una tarea formativa, es decir, una tarea que presenta situaciones que permiten a profesores (en formación inicial o continua) reflexionar sobre lo que puede ocurrir en la sala de clases y sobre cómo aprenden los estudiantes (Ribeiro et al., 2018). En la tarea se presenta información sobre el contexto de una clase, un ejercicio tomado del texto del estudiante (Ministerio de Educación, 2021) y una serie de preguntas diseñadas buscando la manifestación de conocimientos respecto a *teorías de enseñanza y de aprendizaje*, *estrategias, técnicas, tareas y ejemplos* para la enseñanza, *fortalezas y dificultades en el aprendizaje* y *aspectos emocionales del aprendizaje*, todas categorías de los subdominios KMT y KFLM y enfocadas en los SEL. El diseño de la tarea formativa se fundamentó en literatura previa y fue revisado por un experto en Didáctica de la Matemática. Adicionalmente, se realizó una entrevista semiestructurada a través de la plataforma Google Meet (aproximadamente 60 minutos). En ella se retomaron las preguntas de la tarea formativa y se solicitó a los profesores ejemplificar situaciones de enseñanza de los SEL, así como compartir experiencias y reflexiones sobre la enseñanza de este contenido. La entrevista fue grabada y posteriormente transcrita para su análisis. Lo anterior permitió que la entrevista funcionara como un espacio de profundización y reflexión sobre las respuestas escritas.

Para este estudio nos centraremos en un caso, Álvaro, un profesor con dos años de experiencia de un colegio de la región del Bío Bío. El análisis de los datos se realizó de manera conjunta por ambas investigadoras de este estudio, siguiendo un proceso de análisis de contenido (Krippendorff, 2013), contrastando las interpretaciones de los datos y consensuando la asignación de categorías de los subdominios KMT y KFLM.

RESULTADOS

En la figura 1 se presenta la tarea propuesta al profesor de matemáticas.

Figura 1

Tarea formativa sobre sistemas de ecuaciones lineales

Usted tiene que enseñar sistemas de ecuaciones lineales en el curso 1 medio (estudiantes de 14 años), incluyendo el siguiente ejercicio: "Una alumna rindió una prueba de 100 preguntas. Por cada respuesta correcta, el profesor asignó 5 puntos, y por cada incorrecta, descontó 1. Si contestó 59 preguntas y obtuvo 169 puntos, ¿cuántas preguntas respondió correctamente?"

Considere que el curso está conformado por 45 estudiantes, nueve de ellos con necesidades educativas especiales. Los estudiantes no han utilizado ningún software en sus clases de matemáticas y además requieren de actividades atractivas y lúdicas pues en general presentan poca motivación hacia las matemáticas.

- Modifique el ejercicio presentado considerando el contexto descrito. Justifique sus decisiones.
- ¿Qué recursos de enseñanza físicos y/o digitales utilizaría y cómo los aplicaría para apoyar a los estudiantes en el desarrollo de esta nueva tarea? Explique cuáles son las ventajas y desventajas de utilizar estos recursos.
- Identifique un error o una dificultad que puedan presentar los estudiantes al realizar la nueva tarea. Al respecto, ¿Qué haría usted para favorecer la comprensión de los estudiantes?
- ¿Qué ejemplos utilizaría para destacar aspectos importantes del contenido de sistemas de ecuaciones lineales?

Como respuesta a la primera pregunta de la tarea formativa, el profesor modifica el ejercicio presentado en el contexto de un videojuego, donde se pueden ganar cinco puntos al derrotar a un enemigo y perder un punto al caer en una trampa. Para conservar el mismo sistema de ecuaciones que en la tarea original, el profesor propone:

> Álvaro: Al final de la partida, enfrentó un total de 59 enemigos y trampas juntos, y su puntuación final muestra que tiene 169 puntos. ¿Cuántos enemigos derrotó y en cuántas trampas cayó?

En la entrevista, el profesor profundiza en las razones por las cuales modifica la tarea.

> Álvaro: Para llamar más la atención y subsanar el problema vinculado a la falta de motivación y falta de interés por estas tareas, pienso que sería una buena opción modificar el contexto del problema a un videojuego […] podríamos llegar a un sistema de ecuaciones lineales de las mismas características, pero al ser una situación contextualizada un poco más atractiva para ellos, puede mejorar la motivación y compromiso de los estudiantes.

De acuerdo con las intervenciones anteriores, Álvaro muestra su conocimiento sobre *tareas* (KMT) para la enseñanza de los SEL, modificando la tarea inicialmente propuesta con el objetivo de otorgar contextos que se vinculen con los SEL y a su vez sean motivadores y de interés para los estudiantes como son los videojuegos, así el profesor muestra un conocimiento de *aspectos emocionales del aprendizaje* (KFLM).

En relación con los recursos de enseñanza que utilizaría, el profesor señala lo siguiente:

Álvaro: Para apoyar a los estudiantes, utilizaría tarjetas verdes que representen los puntos ganados por cada enemigo derrotado y tarjetas rojas que representen el punto perdido al caer en una trampa. Así, los estudiantes seleccionarían la cantidad adecuada de tarjetas verdes y rojas que deben ser usadas para que los puntajes sumen 169 y en total tengan 59 tarjetas. Al utilizar este recurso, se les permite a los estudiantes visualizar con material concreto el comportamiento de las variables y entender que la cantidad de tarjetas rojas y verdes debe satisfacer ambas condiciones.

De acuerdo con lo anterior, Álvaro muestra su conocimiento de un *recurso* (KMT) físico que tiene el potencial para aportar a la comprensión de las variables en un SEL y facilitar la comprensión de la simultaneidad en la solución del sistema. Profundizando en el uso del recurso, el profesor afirma en la entrevista:

Álvaro: Principalmente creo que sería un buen mecanismo partir con la representación un poco más concreta […] en el fondo, determinando que la cantidad de ganancia o de pérdida también se vincula con la cantidad de tarjetas verdes y rojas que ellos pueden tener les permite identificar las variables de una manera más concreta porque uno de los errores frecuentes que suelen observarse corresponde a dificultades para identificar las variables y [los estudiantes] suelen confundirse [confundir las variables al momento de plantear las ecuaciones] utilizando una de las variables en un orden en una ecuación y en el orden contrario la siguiente ecuación, por lo tanto, tenerlas de una manera más concreta les permitiría a ellos visualizarlas para ambas ecuaciones.

En su intervención, Álvaro muestra su conocimiento de las *dificultades de los estudiantes* (KFLM) para identificar las variables, trabajar con ellas de manera ordenada y encontrar la solución del SEL. Además, el uso del recurso didáctico de las tarjetas busca abordar la dificultad para identificar variables. De esta manera, el profesor da respuesta a una parte de la tercera pregunta de la tarea, respecto a los errores de los estudiantes, lo cual amplía al expresar:

Álvaro: Un error que puede presentarse es el planteamiento del SEL. Para favorecer su comprensión es favorable establecer pasos que permitan a los estudiantes ordenar sus datos para una mejor comprensión y manipulación de ellos. Por ello, es clave conocer claramente cuál es el significado de x e y, como las incógnitas vinculadas. Además, para construir el SEL es necesario diferenciar el significado de cada ecuación, identificándolas como "la ecuación de las cantidades de trampas" y "la ecuación del puntaje".

De acuerdo con lo anterior, el profesor menciona que abordaría las *dificultades de los estudiantes* (KFLM) para plantear un SEL estableciendo pasos que pueden seguir, mostrando así su conocimiento de una *técnica de enseñanza* (KMT).

Finalmente, como respuesta a la última pregunta, donde se solicitan ejemplos de la enseñanza de SEL, el profesor expone lo siguiente:

> Álvaro: Creo que nos serviría bastante un ejemplo vinculado al dinero, a la ganancia y a la pérdida de dinero, que es algo que ellos manejan habitualmente […] cuándo se construyen sistemas de ecuaciones con diferencias de edades también ayuda bastante, son problemas clásicos, que se suelen utilizar mucho.

En la intervención anterior, Álvaro manifiesta su conocimiento de *ejemplos* (KMT) usuales en la enseñanza de los SEL, como las pérdidas y ganancias de dinero y las diferencias de edades.

CONCLUSIONES

Este estudio permitió caracterizar el conocimiento de la enseñanza y de las características del aprendizaje que manifiesta un profesor de matemáticas en relación con los SEL. La respuesta de Álvaro a la tarea formativa sobre SEL consistió en adaptar el ejercicio presentado a un contexto de videojuego, que podría desarrollarse en la sala de clases mediante el uso de material concreto. Su propuesta evidencia conocimiento de los intereses de sus estudiantes y de las dificultades asociadas al aprendizaje de los SEL, lo cual se refleja en la técnica de enseñanza sugerida, los ejemplos mencionados y la selección de recursos didácticos. Considerando lo anterior, resaltamos como la tarea formativa fue dispositivo clave para la movilización del conocimiento especializado de Álvaro.

Por otra parte, los resultamos evidencian la movilización de conocimiento en la mayoría de las categorías promovidas por la tarea formativa, exceptuando el conocimiento de teorías personales o formales de enseñanza que no fue identificado explícitamente en el discurso del profesor. Esta ausencia no necesariamente implica una carencia de conocimiento, sino que podría deberse a la percepción del profesor de que no era relevante el uso de un referente teórico para la resolución de la tarea, privilegiando en cambio consideraciones derivadas de su experiencia docente y del contexto de aula presentado. En este sentido, la formulación misma de la tarea pudo haber limitado la movilización de dicho conocimiento.

En consonancia con lo anterior, una proyección de este trabajo consiste en rediseñar la tarea formativa para fomentar la explicitación del conocimiento de teorías de enseñanza de las matemáticas, especialmente considerando una futura aplicación de la tarea en contextos de formación inicial de profesores de matemáticas. Consideramos que promover oportunidades sistemáticas de este tipo se vuelve esencial para que los futuros profesores puedan desarrollar un conocimiento especializado que les permita articular referentes teóricos en sus prácticas de enseñanza. De esta manera, el profesorado podría fortalecer la fundamentación de sus decisiones pedagógicas y enriquecer sus propuestas de enseñanza.

Índice

Referencias

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores, E., Escudero, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar, A., Ribeiro, M., & Muñoz, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Krippendorff, K. (2013). *Content analysis: An introduction to its methodology* (3rd ed.). Sage Publications.

Ministerio de Educación de Chile. (2021). *Texto del estudiante matemática 1° medio.* Santillana.

Ribeiro, M., Monteiro, A., & Mamoré, J. (2018). Planejamento e construção de tarefas para a formação de professores que ensinam matemática: discutindo uma experiencia. *V Encontro de Educação Matemática nos Anos Iniciais e IV Colóquio de Práticas, 1,*1–8.

Rozas-Torres, E., Cárcamo, A., & Fortuny, J. (2024). Concepciones previas sobre sistemas de ecuaciones lineales: un estudio exploratorio con estudiantes universitarios. *Bolema, 38,*1–22. https://doi.org/10.1590/1980-4415v38a230153

Salazar, C., Fuentes, N., Ñanco, M., & Agurto, M. (2016). Propuesta de enseñanza del álgebra escolar. *Revista Educación Las Américas*, *3*, 29–36. https://revistas.udla.cl/index.php/rea/article/view/43

Stake, R. (2020). *Investigación con estudio de casos (6.ª ed.)*. Ediciones Morata.

DEBATE ENTRE GRUPOS COMO ACTIVIDAD TRANSFORMATIVA: HACIA UN APRENDIZAJE COLECTIVO CON FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Juan Luis Prieto-González, Universidad de Los Lagos

Rafael Enrique Gutiérrez-Araujo, Asociación Aprender en Red

Adriana Lasprilla-Herrera, Secretaría de Educación – Bogotá/DC

Abstract:

Este trabajo explora condiciones pedagógicas que posibiliten un aprendizaje colectivo genuino en la formación inicial de profesores de matemáticas. Específicamente, discutimos cómo el debate entre grupos sobre principios teóricos clave –en tanto objetos de aprendizaje– se constituye en una actividad transformativa que promueve dicho aprendizaje. Como formadores de profesores, nos interesa promover el encuentro de futuros profesores de matemáticas (FPMs) con saberes disciplinares y pedagógicos a través de espacios de discusión crítica. El análisis de las interacciones de los FPMs en estos espacios pone de relieve la coexistencia y tensión entre racionalidades formativas distintas, las cuales configuran modos contrapuestos de ser profesor de matemáticas y de relacionarse con los demás. Los resultados subrayan el potencial del debate entre grupos no solo para provocar la apropiación de los principios teóricos tratados, sino también la producción de subjetividades éticamente responsables y comprometidas con la actividad. Nuestro trabajo invita a repensar las estrategias formativas que integren la discrepancia como motor para el desarrollo profesional y el aprendizaje colectivo.

Formación inicial docente, ética comunitaria, subjetividades, debates entre grupos

INTRODUCCIÓN

Asumir que la educación no solo es un acto político, sino también ético y liberador (Freire, 2020), implica reconocer que la formación inicial de profesores de matemáticas (FIPM) ocurre en contextos de tensiones estructurales y disputas entre racionalidades formativas coexistentes. en estos contextos, los futuros profesores de matemáticas (FPMs) se apropian de los saberes disciplinarios y pedagógicos declarados en los programas de formación, así como también de formas de ser un profesor de matemáticas (PM) y de relacionarse con el otro, las cuales no necesariamente favorecen un aprendizaje genuinamente colectivo (Gutiérrez-Araujo et al., 2024; Prieto-González et al., 2025).

En sistemas educativos subordinados a intereses de mercado (Connell, 2022; Fraser, 2019), las formas de ser un profesor de matemáticas (PM) —y los modos de relacionarse con los pares— giran alrededor de un personaje que se autorregula y se autocontrola para volverse

Índice

productivo y competente (Montecino, 2019; Montecino & Valero, 2017). Este trabajo discute el potencial transformativo de las actividades de FIPM, en el sentido de producir otras formas de ser PM y de relacionarse con el otro, distintas de aquellas de carácter individualista y meritocrático que dominan en la cultura universitaria occidental, y particularmente en Chile. Mediante el diálogo sobre principios teóricos clave, buscamos indagar en las condiciones que hacen posible la emergencia de formas éticas de relación con el otro que son el resultado no de esfuerzos aislados, sino de un trabajo colectivo.

ACTIVIDAD DE FORMACIÓN INICIAL COMO EVENTO TRANSFORMATIVO

Para avanzar en este estudio, nos apoyamos en el principio de *aprendizaje* de la Teoría de la Objetivación (TO) (Radford, 2023a), entendido como un proceso colectivo que surge de la actividad práctica de estudiantes y profesores en el espacio del aula, donde estos individuos "interactúan colectivamente en un fuerte sentido social" (Radford, 2023a, p. 36), al tiempo que se inscriben en el mundo del que hacen parte.

La actividad colectiva se define por dos condiciones centrales. Por un lado, está orientada a la satisfacción de una necesidad compartida: alcanzar un objeto de aprendizaje común que se revela progresivamente a la consciencia de los estudiantes mediante un trabajo conjunto con el profesor. Por otro lado, las interacciones entre estudiantes, y entre estudiantes y profesor, ponen en marcha relaciones sociales sustentadas en una ética comunitaria basada en el compromiso, el cuidado del otro y la responsabilidad. Una ética comunitaria implica concebir al yo y al otro como individuos que se coproducen dialécticamente con intencionalidad, concreción y distintividad en medio de relaciones sociales que se transforman constantemente (Radford, 2024).

Frente a un sistema educativo chileno influenciado por lógicas neoliberales que promueven la autonomía individual, la competencia y el rendimiento —desplazando el horizonte colectivo y ético que podría nutrir una formación inicial verdaderamente transformadora—, la TO ofrece un marco ético alternativo que abre para el encuentro solidario, el diálogo y la producción conjunta del saber en el aula. A partir de estos referentes teóricos, indagamos en las formas de relación con el otro que configuran distintos modos de ser PM y de estar con los demás. Para ello, partimos de la descripción de un episodio de debates entre FPM a través de la cual es posible la emergencia de tales modos de ser y estar en nuestros contextos de formación.

CONDICIONES PARA LA TRANSFORMACIÓN DESDE LA ACTIVIDAD DE DEBATES

El episodio analizado proviene de un curso de didáctica de las matemáticas impartido por el primer autor a ocho FPMs. Este curso buscaba desarrollar competencias para la planificación de la enseñanza y el aprendizaje de contenidos matemáticos, utilizando debates como

estrategia formativa para promover la reflexión crítica y el trabajo colaborativo, alejándonos de enfoques individualistas. Los debates se configuran como instancias que permiten "interpretar de manera crítica el trabajo de otros y ver cómo otros compañeros consideran su propio trabajo" (Radford, 2012, p. 112).

Los debates se organizaron con dos grupos de cuatro FPM cada uno (G1 y G2), que respondían a dos tipos de preguntas: inicial e *in situ*. Por un lado, las preguntas iniciales, elaboradas previamente por el equipo de investigación, tenían el propósito de orientar la discusión hacia los distintos ejes temáticos. Las preguntas de un debate eran entregadas con anterioridad, de manera que cada grupo generara respuestas que sirvieran de base para la discusión. Por otro lado, las preguntas in situ eran formuladas por los propios grupos durante el desarrollo del debate, con el fin de solicitar aclaraciones o profundizar en las respuestas derivadas de las preguntas iniciales.

Cada debate seguía cuatro momentos. En el momento de *respuesta inicial* (M1), un grupo respondía la pregunta inicial. En el momento de *cuestionamiento* (M2), el otro grupo formulaba preguntas in situ para desafiar la respuesta. En el momento de *réplica* (M3), el primer grupo defendía o aclaraba su postura. En el momento del *posicionamiento* (M4), el segundo grupo asignaba una puntuación (1-3 puntos) y fijaba su posición final sobre la réplica del oponente.

Un líder rotativo coordinaba cada grupo, reuniendo a sus compañeros para decidir la estrategia de acción más adecuada en cada momento. Tras completar los momentos del debate, el formador intervenía para sintetizar ideas, resolver desacuerdos y profundizar en los argumentos, abordando aspectos no tratados en las respuestas expuestas.

LA DINÁMICA DEL CUESTIONAMIENTO EN LOS DEBATES

El siguiente episodio, extraído del tercer debate en torno a la pregunta inicial Q15 —referida al concepto de ética en Radford y su carácter ineludible—, ilustra la compleja dinámica de significación y posicionamientos que caracterizó la actividad. Tras la puesta inicial de G1, el grupo G2 —compuesto por Carter, Sally y Violet— inició la preparación del cuestionamiento.

La interacción de G2 revela que Sally y Violet hicieron presencia en la actividad de modos particularmente interesantes para nuestro análisis, compartiendo ideas que sirvieran de sustento a la formulación de las preguntas *in situ*:

98 Sally: ¡Ya! Eh […] Yo encuentro, más que nada, [que los integrantes de G1] mencionaron estos elementos [señala algunas notas en su cuaderno], pero de forma más acotada. Me interesa saber qué onda con esta definición de la ética de la liberación [señala el fragmento "Esta ética —concebida como una ética de la liberación", de la página 254 del material de lectura].

¿Por qué el autor también entiende por ética a esto? [señala un fragmento del material]. ¿Cachay?

99 Violet: Mmm-jum [afirmando].

100 Sally: Que […] la ética no debe ser [concebida] como un [mero] encuentro entre yo y el otro, sino como una fuerza liberadora que nos lleve a "enfrentarnos a las fuentes y estructuras históricas, políticas y económicas de la opresión, la violencia y la desigualdad" [leyendo un fragmento de la página 254 del material], que es como […], que tiene que ver con lo esencial o ineludible. ¡Eso!

Vemos que Sally sugirió a sus compañeros formular una pregunta *in situ* sobre el significado de "la ética como liberación" (líneas 98 y 100), buscando ampliar la perspectiva de la ética que comenzaba a movilizarse en el debate. Sally fue acompañada por Violet —la líder de G2 en el debate— mediante un gesto de asentimiento ("Mmm-jum", línea 99). Esta dinámica entre Sally y Violet pronto se vio afectada por las tensiones que provocaban en los FPMs el escuchar el punto de vista del otro y tenerlo en cuenta. Para ilustrar esta idea, presentamos el siguiente diálogo entre Carter y Violet:

101 Carter: Hay algo que de repente […] Acá, respecto a la pregunta [procede a leer Q15]. De repente, no sé si será necesario, al menos yo lo veo así, de repente mencionar que, indiferente de la teoría que uno tome, siempre hay dos bases de dos ejes, y esos dos ejes [Penny] no los menciona.

102 Violet: Mmm-jum [afirmando lo dicho por Carter].

103 Carter: […] está el tema [del] eje próximo al saber, que […] estamos trabajando con labor conjunta, que estamos interactuando. Que, de hecho, ella [Penny] sí menciona el ejemplo que ponen ellos en esta parte que es el de la ética de la obediencia, cuando el estudiante [sucumbe] ante lo que el docente dice. No mencionan lo de la colaboración humana, la validación del conocimiento, de que hay que validarlo, de que hay que decir "ya, este conocimiento es válido o no es válido, cómo lo ves tú, cómo lo veo yo". Es que la ética, en el fondo […] es inevitable, porque no importa desde qué enfoque lo estemos viendo. […] No es solamente algo de la TO. Yo encuentro que, de repente, [Penny] se encerró mucho en la TO.

En este relato, notamos que Carter intervino para cambiar el foco de la discusión, expresando su preocupación sobre lo que percibía como una visión reducida de la ética —su comprensión— al ámbito de la TO (línea 103). Violet no solo acompañó la postura de Carter (línea 102), sino también intervino de una manera distinta en la discusión, afectando sensiblemente el trabajo que ella y sus compañeros venían realizando hasta ese momento, como se muestra en el siguiente diálogo:

104 Violet: Yo siento que [Penny] dio una definición como general, pero no enlazó con la pregunta en verdad. Como que dio una definición de "ineludible", una de "ética", pero no las enlazó como tal.

105 Sally: Ummm […] Sí, sí.

106 Violet: Eso siento yo.

107 Carter: ¿Puedes repetir, por favor?

108 Violet: Jajaja. Que [Penny] dio una definición de "ineludible" y una de "ética" pero que no las juntó. No dijo cómo trabajaban en conjunto.

109 Carter: Claro. O sea, no dijo […] porque dijo bien la ética. Todo esto de acá [señala los apuntes tomados por él durante la intervención de Penny] y labor conjunta, esto [es] importante, pero no terminó de juntar la idea.

La intervención de Violet, quien señaló la desconexión entre los conceptos de "ineludible" y "ética" en la respuesta de Penny (líneas 104, 106 y 108), fue recibida con aprobación del grupo, pero afectó de forma diferenciada a Sally y Carter. Sally respondió con una expresión de empatía y acuerdo ("Ummm […] Sí, sí", línea 105), en señal de aprobación y empatía con Violet, con quien compartía la necesidad de solicitar precisiones. Carter, en cambio, mostró interés en la voz de Violet ("¿puedes repetir, por favor?", línea 107), contrastando con su previa desestimación de Sally. Esta receptividad selectiva posiblemente se debió a la correspondencia entre su inquietud en la línea 103 y la de su compañera. Al final de cuentas, Carter reconoció que Penny "dijo bien la ética", pero que "no terminó de juntar la idea" (línea 109), en señal de estar de acuerdo con Violet.

CONFIGURACIONES TENSIONADAS DE SUBJETIVIDAD

En el episodio anterior, observamos las interacciones durante el cuestionamiento de G2 al grupo G1. Nuestro análisis nos permitió identificar un aspecto del carácter transformativo del debate relacionado con la producción de subjetividades —de ser PM— que, como sabemos, está condicionada culturalmente. Lo interesante del episodio es que la producción de subjetividades estuvo marcada por la coexistencia —y la tensión— de dos racionalidades formativas: una de carácter individualista, propia de la cultura universitaria chilena, y otra, de orientación comunitaria, que tratamos de fomentar.

Desde una perspectiva dialéctica, esta coexistencia da lugar a formas de ser PM inestables y ambivalentes, que denominamos *configuraciones tensionadas de subjetividad*. Lejos de ser estables o coherentes, ellas resultan de las tensiones entre las racionalidades mencionadas y cambian continuamente en la actividad. Es precisamente en esa tensión donde la actividad posibilita que las formas de relación entre los FPMs surjan y se transformen.

En el episodio, esta tensión se encarna en la confrontación de Carter —quien desde episodios anteriores se posicionaba como "el buen estudiante" — y las intervenciones de Violet y Sally.

La subjetividad de Carter refleja la racionalidad individualista al adoptar una posición de superioridad epistémica, monopolizar la palabra y dirigir el cuestionamiento desde sus intereses personales. Este modo de ser un PM es comprensible en un sistema que promueve el rendimiento individual y la competencia.

Frente a esto, Violet y Sally encarnan una subjetividad alternativa, orientada al reconocimiento mutuo y la ética comunitaria. Sally, desde su propuesta inicial de profundizar en la "ética como liberación", y Violet, mediante su intervención sintetizadora y su liderazgo, reclaman su derecho a ser reconocidas como sujetos con voz legítima. Este reconocimiento —o la falta de él— opera como un desencadenante para la emergencia de un modo de ser PM como presencia auténtica, en términos de Radford (2020). Ser-con-otros, desde esta perspectiva comunitaria, requiere de la constitución de "la sensibilidad de la atención y el reconocimiento del Otro y sus necesidades materiales y espirituales" (Radford, 2023a, p. 277).

La subjetividad comentada anteriormente —y otras que no podemos analizar por razones de espacio— configura un campo de tensiones que impulsa —y también obstaculiza— la transformación de las formas de relacionarse con el otro hacia una ética comunitaria. La fricción entre modos de concebir el espacio de formación crea condiciones para la emergencia de nuevas posibilidades de subjetivación, orientadas por una ética de encuentro y de apertura a lo diferente.

A MODO DE CIERRE

Este trabajo discute el carácter transformativo de los debates entre grupos en la formación inicial de profesores de matemáticas, analizando específicamente las formas de relación entre los FPMs que emergen alrededor de la ética comunitaria de la TO. Como mostramos, la actividad se desarrolla en un campo de tensiones entre lógicas formativas contradictorias. Por un lado, se tiene la cultura universitaria chilena centrada en el rendimiento, la autoeficacia y la competencia. Por otro lado, se tiene la posibilidad de romper este orden para abrir espacio a la producción conjunta y la disonancia.

En este escenario, las configuraciones tensionadas de subjetividad que observamos —inestables e inacabadas— revelan el potencial de los debates para reconfigurar las condiciones de relación con el saber y con los demás. Si bien, esta actividad no constituye una realización plena del aprendizaje colectivo en los términos de la TO, sí vislumbra un camino posible hacia ese horizonte; un trayecto que oscila entre la defensa de la norma y la apertura a lo distinto, entre la agencia individual y la producción de significados compartidos. Lo colectivo, así, no se presenta como un punto de llegada garantizado, sino como un acontecimiento frágil, situado y siempre por hacer.

Reconocimiento

Este trabajo fue financiado parcialmente por el Proyecto Fondecyt de Iniciación en Investigación No. 11250276, de la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile.

Referencias

Connell, R. (2022). *The good university: What universities actually do and why it's time for radical change*. Bloomsbury Publishing.

Fraser, N. (2019). *The old is dying and the new cannot be born: From progressive neoliberalism to Trump and beyond*. Verso Books.

Freire, P. (2020). *Pedagogía del oprimido (2.a ed.; 6.a reimp.)*. Siglo XXI de España Editores.

Gutiérrez-Araujo, R. E., Prieto-González, J. L., & Lasprilla-Herrera, A. (2024). La ética comunitaria y su coexistencia con otras éticas en una actividad de formación inicial de profesores de matemáticas. *Revista Linhas*, *25*(59), 209–238. https://doi.org/10.5965/1984723825592024209

Montecino, A. (2019). The professional mathematics teacher: Fabricating and governing the becoming of the teacher. *Educação Unisinos*, *23*(1), 141–154.

Montecino, A., & Valero, P. (2017). Mathematics teachers as products and agents: To be and not to be. That's the point! En H. Straehler-Pohl, N. Bohlmann, & A. Pais (Eds.), *The disorder of mathematics education* (pp. 135–152). Springer.

Prieto-González, J. L., Gutiérrez-Araujo, R. E., Arredondo, E.-H., & Montecino, A. (2025). Contradictions in the learning of Euclidean constructions with GeoGebra by pre-service mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *28*, 749–773. https://doi.org/10.1007/s10857-023-09606-2

Radford, L. (2012). Education and the illusions of emancipation. *Educational Studies in Mathematics*, *80*, 101–118. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9380-8

Radford, L. (2020). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. En S. T. Gobara & L. Radford (Eds.), *Teoria da objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de Ciências e Matemática* (pp. 15–42). Livraria da Física.

Radford, L. (2023a). *La teoría de la objetivación: Una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Una empresa docente.

Radford, L. (2023b). ¿Qué significa aprendizaje colectivo? ¿Cómo lograrlo en la clase de matemáticas? *Revista Μαθηματικά: epistemologia e educação*, 1–19.

Radford, L. (2024). Self and other. En P. Ernest (Ed.), *Ethics and mathematics education. Advances in mathematics education* (pp. 35–53). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-58683-5_3

Índice

DISEÑO DE UN INSTRUMENTO PARA EL ANÁLISIS DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR CUANDO GENERA DE TAREAS SOBRE EL CONCEPTO DE FUNCIÓN

Juan Gauna-Caqueo, Universidad Alberto Hurtado

Gonzalo Espinoza-Vásquez, Universidad Alberto Hurtado

Abstract:

El estudio del conocimiento del profesor resulta fundamental al momento de comprender los procesos de enseñanza junto con las dificultades que en ellos se presentan. En este trabajo se expone el diseño de un instrumento para analizar las tareas matemáticas que el profesor propone, a la luz del conocimiento que este pone en juego. Se trata de una fase de un proyecto de investigación más amplio y en desarrollo que aborda el conocimiento sobre el concepto de función y el análisis de tareas propuestas para su enseñanza. El proyecto contempla el estudio de un caso para caracterizar el conocimiento movilizado por el profesor y los significados que incluye en las tareas propuestas. El instrumento se presenta como una herramienta profesional que apoya al docente en tal proceso de diseño y como herramienta para estudiar el conocimiento movilizado por el profesor. Como resultados, se espera contar con relaciones entre diferentes conocimientos y la identificación y estudio de la relación entre los significados para la función y los conocimientos especializados.

Función, diseño de tareas, conocimiento especializado, diseño de instrumento

INTRODUCCIÓN

El concepto de función ha tenido un proceso de evolución histórico-epistemológico en el cual ha adquirido diversos significados (Ruiz-Higueras, 1994). Tal evolución muestra varios grados de abstracción sobre su comprensión y da cuenta de un concepto que resulta complejo de enseñar y de aprender (Díaz-Gómez, 2013). En su evolución y comprensión se puede observar distintos acercamientos al concepto, por ejemplo, la relación entre magnitudes, las expresiones analíticas y su definición basada en la teoría de conjuntos. Todo esto avanza hacia un carácter más abstracto, rígido y estructuralista para comprenderla (Ruiz-Higueras, 1994; Ugalde, 2013). Hoy en día, la función se muestra de manera transversal en la Matemática y en otras disciplinas, actuando como herramienta para modelar y comprender distintos fenómenos (Ugalde, 2013) y construir conocimiento matemático.

En el estudio de las funciones se reportan dificultades en la comprensión de los estudiantes en diversos niveles educativos. Como señalan Prada-Núñez et al. (2017), el enfoque tradicional de enseñanza de la función, centrado en un aprendizaje de algoritmos, se traduce en una comprensión parcial de su concepto, limitando su aplicación. Dicho enfoque enfatiza lo procedimental por sobre lo conceptual, concentrando el trabajo en un tipo de

Índice

representación, sin promover el tránsito entre representaciones, elemento esencial para la comprensión de la función (Aparicio-Landa et al., 2023; González-Polo y Castañeda, 2023; Duval, 2006).

De acuerdo con Figueiredo et al. (2015), el rol del profesor resulta fundamental en la comprensión del concepto de función en los estudiantes, siendo sus diseños didácticos un medio de tal comprensión. En este sentido, Aparicio-Landa et al. (2023) señalan que un indicador de la calidad del conocimiento del profesor se expresa en el tipo de experiencias y oportunidades de aprendizaje que entrega a sus estudiantes. De este modo, este trabajo atiende a las tareas de enseñanza que el profesor diseña y cómo se propone la comprensión de la función en ellas.

A partir de lo anterior, nos preguntamos ¿qué conocimiento debe movilizar el profesor al diseñar tareas de enseñanza que atiendan a diferentes formas de comprender el concepto de función? Esta interrogante motiva el desarrollo de un proyecto de investigación mayor, que se encuentra en ejecución, cuyo objetivo general es *describir el conocimiento especializado del profesor de matemática que moviliza al analizar tareas matemáticas para la enseñanza del concepto de función y sus significados*. Este proyecto contempla la elaboración de un instrumento que sirva de apoyo al docente para el análisis y diseño de tareas para la enseñanza a partir del sistema de categorías que ofrece el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK, por sus siglas del inglés *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*. Carrillo et al., 2018), del cual se muestra parte de él en este reporte. Así, se busca promover la utilización de este modelo como una herramienta de uso y desarrollo profesional para los profesores de matemática.

ELEMENTOS TEÓRICOS

Para atender a nuestra pregunta y objetivo, en esta investigación se adoptó el modelo MTSK como conceptualización del conocimiento que se demanda al profesor de matemática para realizar su labor (Carrillo et al., 2018). El modelo MTSK se concibe como una herramienta analítica y metodológica que permite interpretar la práctica docente, articulando los aspectos didácticos de los contenidos con el propio contenido disciplinar (Carrillo et al., 2018; Espinoza, 2020). Así, el MTSK se utiliza para el diseño de tareas para la enseñanza del concepto de función, en la elaboración de instrumentos de recolección de datos y para el análisis del conocimiento especializado que el profesor moviliza al analizar tareas de enseñanza de la función.

El MTSK se articula en tres dominios: el Conocimiento Matemático (MK), el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK) y las Creencias del Profesor (*Beliefs*) sobre la Matemática, su Enseñanza y su Aprendizaje. Particularmente, los dominios de conocimiento se componen de subdominios y un sistema de categorías que permiten analizar el conocimiento que puede

o debe tener el profesor. En esta investigación se han considerado los dominios MK y PCK, los que se describen brevemente a partir de las definiciones de Carrillo et al. (2018) y Espinoza (2020).

El dominio MK agrupa el conocimiento sobre la Matemática como disciplina científica. Este dominio se refiere a la comprensión de los objetos matemáticos insertos en una estructura conceptual y relacional que determinará las condiciones para su tratamiento didáctico. Este dominio permite describir qué y cómo conoce el profesor los temas de Matemática. El MK se compone de los subdominios: Conocimiento de los Temas (KoT) para el conocimiento de definiciones, propiedades, procedimientos, representaciones y fenómenos asociados a un tema; Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM) para el conocimiento de conexiones inter conceptuales de diferentes temas; y el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) que incluye la comprensión de la actividad matemática en cuanto a cómo se produce conocimiento matemático. Esto incluye las formas de conocer, crear y producir en matemática, así como las formas de comunicar, de razonamiento y prueba en esta actividad.

Por su parte, el PCK agrupa los conocimientos relacionados directamente con la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Por tanto, el PCK no incluye conocimientos pedagógicos de carácter general, sino aquellos en los cuales el contenido matemático condiciona la enseñanza y el aprendizaje. El PCK considera los subdominios: Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT) para el conocimiento sobre las teorías de enseñanza, la potencialidad de los recursos materiales o virtuales y las estrategias, tareas y ejemplos que se proponen en la enseñanza de un tema; Características del Aprendizaje Matemático (KFLM) para el conocimiento sobre teorías de aprendizaje, las fortalezas dificultades y obstáculos de los estudiantes en un tema y los aspectos emocionales del aprendizaje; y Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje en Matemáticas (KMLS) para el conocimiento de lo que se espera aprendan los estudiantes en un nivel escolar y la profundidad de este conocimiento.

Adicionalmente, consideramos la definición de tarea que utilizan Henríquez-Rivas et al., (2021) para referirnos a aquella “experiencia planificada para los estudiantes, que puede ser una acción o secuencia de acciones” (p.127) y que motiva la actividad matemática. Así, las tareas que establece el profesor forman la base del trabajo que desarrollarán los estudiantes y determinan la forma en que se construirá el concepto de función, junto con las posibles dificultades y obstáculos, planteando una demanda cognitiva estructurada a los estudiantes (Pinzón & Gómez, 2025).

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

La presente investigación y el proyecto que la alberga se desarrollan bajo un enfoque cualitativo e interpretativo (Hernández-Sampieri, 2018), dado que se interpretarán los

elementos que evidencien conocimiento del profesor al diseñar tareas de aprendizaje. Este estudio busca aportar en la comprensión de los conocimientos movilizados por el profesor al analizar tareas para promover el aprendizaje del concepto de función. El diseño que se utiliza en el proyecto es un estudio de caso de tipo instrumental que, según Bisquerra (2009), permite obtener mayor claridad de algún aspecto teórico mediante el estudio en profundidad del caso seleccionado. Por tanto, el docente y su conocimiento son un instrumento para profundizar la comprensión del conocimiento especializado que el profesor pone en juego cuando analiza tareas.

Para realizar esta investigación se proponen cinco fases: 1) revisión bibliográfica sobre la función, propuestas de enseñanza y el conocimiento del profesor, 2) diseño y validación del instrumento, 3) recolección de datos, 4) tratamiento y análisis de los datos y 5) elaboración del reporte. En este momento, la investigación se encuentra en su segunda fase. El instrumento está basado en el modelo MTSK y su propósito es, por una parte, levantar evidencias del conocimiento especializado involucrado en el diseño, selección y análisis de tareas y, por otra parte, busca constituirse como una herramienta orientadora para el profesorado en tales procesos de diseño y análisis de tareas. Una vez finalizado el instrumento se someterá al juicio de expertos para su validación.

Para las siguientes fases, el principal instrumento de recolección de datos es aquel diseñado en la fase 2. La fase 3 considera un protocolo para observar el proceso de diseño y análisis de tareas que efectúe el profesor. Este protocolo instará al profesor a que verbalice sus observaciones, juicios y justificaciones de su toma de decisiones, para que sea registrado como parte de los datos. Adicionalmente, se propone una entrevista semiestructurada (Hernández-Samperi, 2018) para profundizar en datos relativos al conocimiento movilizado por el profesor que diseña tareas, la cual se desarrollará a partir de la aplicación del instrumento. Finalmente, se realizará el análisis de contenido sobre los datos recolectados utilizando el sistema de categorías del MTSK (Carrillo et al., 2018) y los significados de la función evidenciados por Espinoza (2020).

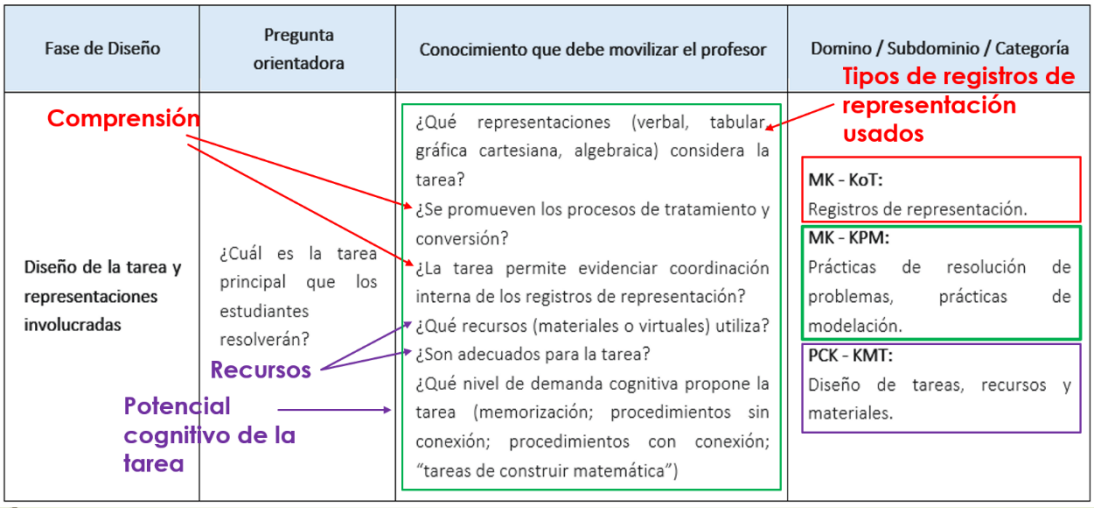
RESULTADOS PRELIMINARES Y ESPERADOS

A partir de las fases 1 y 2 se tiene la primera versión del instrumento para analizar el diseño de tareas e indagar en el conocimiento especializado involucrado. Este instrumento considera cinco etapas para el diseño: 1) Definición del objetivo de aprendizaje y contenido, donde se espera identificar principalmente conocimiento del tema (KoT) y de los estándares de aprendizaje (KMLS); 2) Definición del contexto, donde se espera identificar conocimiento del tema (KoT), de conexiones con otros temas (KSM) y sobre las características del aprendizaje (KFLM); 3) Selección de representaciones y significados, donde se espera identificar conocimiento sobre el tema (KoT) y de la enseñanza (KMT); 4) Anticipación al rol y actividad cognitiva del estudiante, en la que se espera reconocer conocimiento sobre el

aprendizaje de los estudiantes (KFLM) y 5) Planificación de la implementación, donde se espera reconocer conocimiento de la enseñanza (KMT). Cada fase cuenta con preguntas que orientan el diseño de las tareas y la identificación de elementos del MTSK. La Figura 1 muestra una sección del instrumento correspondiente a la fase 3, junto con la forma en que se analiza y construye el instrumento.

Figura 1

Ejemplo del instrumento para el análisis del MTSK en el diseño de una tarea.



Los recuadros y líneas de colores en la Figura 1 identifican la orientación de las preguntas sobre el diseño y los elementos del MTSK. En esta fase se pone atención sobre el foco de la tarea desde los aspectos semióticos. Se espera que las respuestas del profesor muestren la articulación entre el uso de la función y sus representaciones. A partir de ello, se pretende reconocer algunos de los significados del tema, evidenciando a la vez relaciones entre conocimientos del subdominio de Conocimiento de los Temas (KoT). Esto refleja el supuesto del modelo MTSK respecto de la presentación integrada de los conocimientos del profesor en su práctica (Carrillo et al., 2018).

Se espera que los análisis en esta etapa muestren la articulación de distintos conocimientos del profesor respecto de la función y sobre su enseñanza y su aprendizaje. Las otras secciones del instrumento se diseñaron siguiendo la misma estructura y orientación sobre el levantamiento de evidencias de diferentes subdominios del MTSK.

A partir de la implementación del instrumento, se espera que el estudio del KoT permita describir qué y cómo conoce el profesor los temas que enseña. En particular, se busca describir los conocimientos que evidencian la atribución de significados para el concepto de función, entre ellos, la capacidad de coordinar los registros de representación de la función adecuados para cada tarea (Duval, 2006). A su vez, se pretende caracterizar el KMT a partir

de las tareas propuestas, reflejando la forma de comprender la enseñanza y cómo en ello incide la selección de los recursos disponibles y la configuración de estrategias para la enseñanza del tema.

CONCLUSIONES

Esta investigación aborda el conocimiento del profesor en el proceso de enseñanza, con foco en el diseño y análisis de las tareas a la luz de la especialización de ese conocimiento. Consideramos la importancia de sus diseños de tareas para el aula y su influencia en la construcción del concepto de función (Figueiredo et al., 2015; Pinzón y Gómez, 2025) como un contexto que motiva la exploración sobre aquello que el profesor utiliza para realizar su práctica. En ese sentido, disponer de instrumentos que permitan identificar los conocimientos puestos en juego y, a la vez, orientar al docente en su proceso de diseño, constituye uno de los principales aportes de este trabajo.

Esperamos que el instrumento diseñado proporcione datos sobre la práctica de un profesor y que sirva como una herramienta para el profesorado al momento de diseñar tareas de enseñanza. Esto permitirá generar conciencia sobre el conocimiento involucrado en las propuestas y sobre los significados que se privilegian durante la enseñanza, contemplando aspectos matemáticos de la tarea y la demanda cognitiva que impone a sus estudiantes.

En esa línea, esta propuesta investigativa permitiría evidenciar en el modelo MTSK un nuevo uso: como una herramienta profesional, que apoya al docente en su labor, el cual mantiene el espíritu dual analítico-metodológico con que se formuló inicialmente. Esta perspectiva de uso del MTSK puede contribuir a generar nuevas reflexiones en los profesores en la línea de su formación y ejercicio, impactando la calidad de la enseñanza de la matemática en el aula. En este sentido, el instrumento propuesto en esta investigación permite al profesor reflexionar sobre qué elementos del conocimiento especializado requiere construir (Carrillo et al., 2022) para fortalecer sus labores profesionales.

Referencias

Aparicio-Landa, E., Sosa-Moguel, L., Ávila-Vales, E., & Morales-Carballo, A. (2023). Teachers' reflection on their knowledge and practice of teaching high school functions. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education, 12*(2), 110–126. https://doi.org/10.17583/redimat.11772

Bisquerra, R. (2009). *Metodología de la investigación educativa*. La Muralla.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Carrillo Yáñez, J., Climent Rodríguez, N., Montes Navarro, M., & Muñoz-Catalán, M. (2022). Una trayectoria de investigación sobre el conocimiento del profesor de matemáticas: del grupo SIDM

a la Red Iberoamericana MTSK. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, *2*(2), 1–26. https://doi.org/10.54541/reviem.v2i2.41

Díaz-Gómez, J. (2013). El concepto de función: Ideas pedagógicas a partir de su historia e investigaciones. *El Cálculo y su Enseñanza, 4*, 11–20. https://doi.org/10.61174/recacym.v4i1.154

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME, 9*(1), 143–168.

Espinoza, G. (2020). *Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de educación media sobre el concepto de función* [Tesis doctoral, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso]. Repositorio institucional de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. http://opac.pucv.cl/pucv_txt/txt-0000/UCB0313_01.pdf

Figueiredo, C., Contreras-González, L., & Blanco, L. (2015). Concepto de función: definición, representación y ejemplificación en la enseñanza y aprendizaje. En C. Azcárate, M. Camacho-Machín, M. T. González, & M. Moreno (Eds.), *Didáctica del análisis matemático: Una revisión de las investigaciones sobre su enseñanza y aprendizaje en el contexto de la SEIEM* (pp. 67–80). Servicio de Publicaciones, Universidad de la Laguna.

González-Polo, R., & Castañeda, A. (2023). Aprender funciones como un proceso de matematización progresiva: estudiantes de secundaria enfrentado una secuencia didáctica de caída libre. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *26*(2), 147–175. https://doi.org/10.12802/relime.23.2621

Henríquez Rivas, C., Ponce, R., Carrillo Yáñez, J., Climent, N., & Espinoza-Vásquez, G. (2021). Trabajo matemático de un profesor basado en tareas y ejemplos propuestos para la enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias, 39*(2), 123–142. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3210

Hernández-Sampieri, R. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill Education.

Pinzón, A., & Gómez, P. (2025). Criterios de selección de tareas para el aula de profesorado de matemáticas. *PNA: Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, *19*(3), 255–273. https://doi.org/10.30827/pna.v19i3.30387

Prada-Núñez, R., Hernández-Suarez, C., & Jaimes, L. (2017). Representación semiótica de la noción de función: concepciones de los estudiantes que transitan del colegio a la universidad. *Panorama, 11*(20), 33–44. https://doi.org/10.15765/pnrm.v11i20.1008

Ruiz-Higueras, L., 1994. *Concepciones de los alumnos de secundaria sobre la noción de función. Análisis epistemológico y didáctico*. [Tesis doctoral]. Universidad de Granada.

Ugalde, W. (2013). Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet, 14*(1), 1–48. https://doi.org/10.18845/rdmei.v14i1.1564

Índice

CONOCIMIENTO DOCENTE SOBRE LA DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES: UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA

Mario Novoa-Andrades, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Elisabeth Ramos-Rodríguez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

Se presenta una síntesis de una revisión sistemática de la investigación sobre el conocimiento que manifiestan docentes en formación y en ejercicio respecto de la división de números decimales en educación primaria y secundaria. La búsqueda se realizó en Web of Science y Scopus (mayo de 2025) siguiendo las directrices PRISMA 2020. Se identificaron 22 estudios que se analizaron mediante síntesis descriptiva y temática. Los resultados iniciales muestra que la mayoría de los trabajos se centra en docentes en formación de primaria y proviene de Estados Unidos, Turquía, Corea del Sur y Portugal. Predomina un conocimiento procedimental basado en algoritmos convencionales, con menor desarrollo de la comprensión conceptual y limitada flexibilidad estratégica. Los errores más frecuentes destacan la ubicación incorrecta de la coma decimal, dificultades con el valor posicional y la omisión de la interpretación contextual del resto. Estos hallazgos iniciales apuntan a la necesidad de fortalecer la formación inicial y continua en la comprensión conceptual, la interpretación contextual del resto y el uso adaptativo de estrategias, así como ampliar las investigaciones sobre prácticas reales y la evolución del conocimiento docente.

División de números decimales, conocimiento docente, resto contextualizado, valor posicional, educación primaria y secundaria.

INTRODUCCIÓN

El conocimiento que manifiestan docentes de educación primaria, en formación o en ejercicio, sobre la división de números decimales es crítico para la enseñanza de la matemática escolar (Novoa-Andrades, 2025; Zorrilla et al., 2021), pues requiere no solo dominio de algoritmos, sino también comprensión conceptual para interpretar resultados en contexto (Chen et al., 2011; Verschaffel et al., 2009). Sin embargo, investigaciones recientes muestran que docentes en ejercicio y en formación manifiestan una comprensión principalmente procedimental de la división con decimales, con dificultades para justificar los procesos o vincularlos con contextos reales (Joung & Kim, 2022; Ortiz-Laso & Diego-Mantecón, 2020; Ramírez et al., 2019; Schulz, 2024). Esta limitación conceptual restringe una enseñanza significativa y favorece prácticas centradas en la repetición algorítmica, lo que constituye un problema formativo y didáctico que impacta la calidad del aprendizaje matemático escolar.

Índice

Entre los errores frecuentes destaca la interpretación del resto como parte decimal, observada en 38% de una muestra de futuros docentes chilenos (Martínez-Artero & Nortes, 2018). La correcta interpretación del resto depende del contexto (Lee, 2021) y la extensión de algoritmos como el de Euclides a decimales fomenta competencias flexibles (Llinares, 2006). Sin embargo, parece no existir una revisión sistemática que organice la literatura sobre este conocimiento docente, lo que limita la identificación de vacíos y oportunidades de mejora. Surge así la necesidad de contar con dicha búsqueda literaria, estableciendo como propósito de investigación de esta revisión sistemática caracterizar los estudios sobre el tema, describir sus enfoques conceptuales y resultados, y detectar brechas para orientar la formación inicial y continua.

En el marco de los estudios sobre el conocimiento que manifiestan docentes en formación y en ejercicio respecto de la división de números decimales en educación primaria y secundaria, esta revisión se orienta por las siguientes preguntas de investigación ¿En qué etapa profesional se encuentran los docentes investigados (formación o ejercicio) respecto del conocimiento sobre la división de números decimales? ¿En qué nivel educativo enseñan los profesores en ejercicio o para cuál nivel se están formando los docentes en formación: educación primaria o secundaria? ¿De qué años y zonas geográficas provienen los estudios incluidos? ¿Qué marcos de referencia o conceptuales se utilizan para estudiar el conocimiento docente? ¿Qué aspectos específicos de la división de números decimales se investigan? ¿Qué resultados y conclusiones reportan los estudios respecto del conocimiento docente sobre la división de números decimales?

METODOLOGÍA

Esta revisión sistemática se desarrolló siguiendo las directrices PRISMA 2020 (Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses), lo que garantizó una organización clara y trazable de los procedimientos (Page et al., 2021).

Se incluyeron estudios empíricos centrados en docentes de primaria o secundaria, en formación o en ejercicio, que abordaran la división de números decimales o, en casos pertinentes, la división de números racionales. La búsqueda se realizó en mayo de 2025 en Web of Science y Scopus, combinando tres categorías mediante operadores booleanos: contenido matemático [(divis* OR divid*) AND (decimal* OR rational*)], población objetivo [(teacher* OR professor* OR “student teacher*” OR preservice OR prospective) AND (elementary OR primary OR “middle school” OR childhood OR secondary)] y conocimiento [(know* OR understand* OR comprehens*)]. Se restringió por áreas de educación y ciencias sociales. Los registros se gestionaron en una herramienta de cribado (Rayyan), eliminando duplicados y aplicando criterios de inclusión mediante revisión independiente por dos evaluadores. Para cada estudio seleccionado se extrajo información sobre país, nivel educativo, etapa profesional, marco teórico y principales resultados. La

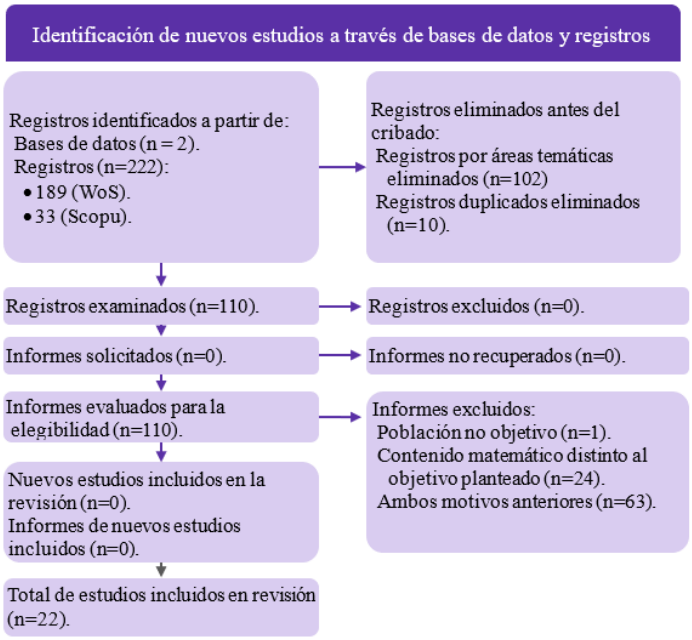
síntesis se realizó de forma descriptiva y temática, identificando patrones y vacíos, sin cálculo de medidas de efecto debido a la heterogeneidad de los diseños y enfoques.

RESULTADOS

La búsqueda en WoS y Scopus arrojó 222 registros. Tras eliminar duplicados y aplicar los criterios de inclusión, se seleccionaron 22 estudios para la síntesis final. El proceso completo de identificación, cribado y selección se presenta en la Figura 1.

Figura 1

Diagrama de flujo PRISMA 2020



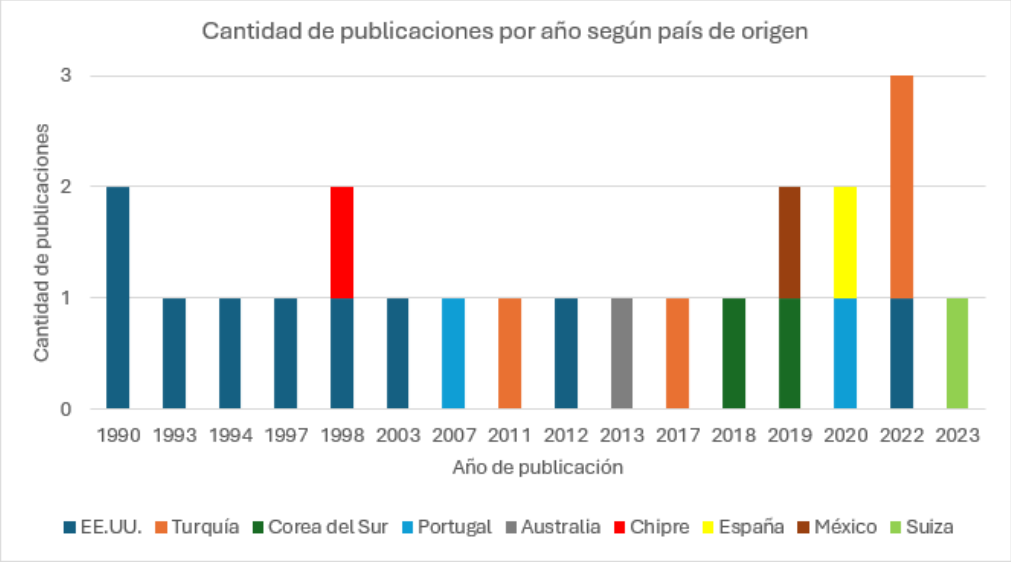
Nota. Elaboración propia (adaptado de Page et al., 2021, p. 5).

Los hallazgos se muestran de acuerdo con las preguntas que orientaron el estudio.

Distribución temporal y geográfica. La Figura 2 muestra la distribución de los estudios por año y país. Predominan los trabajos realizados en Estados Unidos durante las décadas de 1990 y 2000, reflejando una producción temprana y sostenida. A partir de 2007 se observa una mayor diversificación geográfica, con aportes de Turquía, Corea del Sur, Portugal y Suiza, así como contribuciones puntuales de Chipre, México y Australia. El aumento de publicaciones en 2022 evidencia un renovado interés en el conocimiento docente sobre la división de números decimales.

Figura 2

Distribución temporal y geográfica de las publicaciones

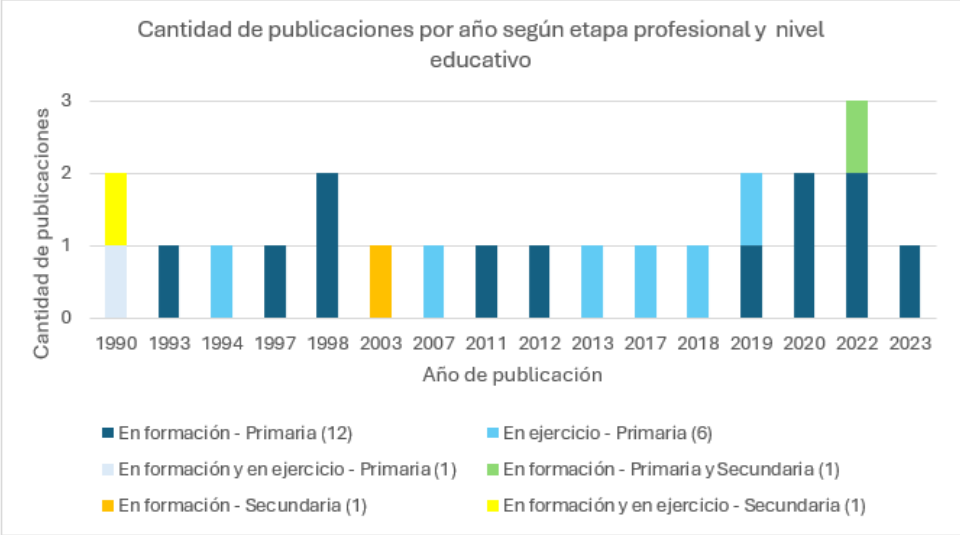


Nota. Elaboración propia.

Distribución temporal según etapa profesional y nivel educativo. La mayoría de los estudios se centra en docentes en formación de primaria, con pocos trabajos en docentes en ejercicio y una escasa atención a secundaria (Figura 3), evidenciando la brecha en este nivel educativo.

Figura 3

Distribución temporal y etapa profesional



Nota. Elaboración propia.

Índice

Enfoque teórico o conceptual para el estudio del conocimiento del docente. En cuanto a marcos conceptuales utilizados, se observan tres enfoques recurrentes:

1. Modelo del conocimiento docente en matemáticas, como el Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) y el conocimiento pedagógico del contenido (PCK) (Ball, Thames & Phelps, 2008; Shulman, 1986), que distinguen entre conocimiento matemático general, especializado, curricular y para la enseñanza.
2. Teoría del cambio conceptual, que explica los errores como producto de concepciones previas erróneas (Posner et al., 1982) y propone su reemplazo mediante estrategias de instrucción, destacando el papel del pensamiento naturalista en los errores sobre decimales (Vosniadou, 1994; Vamvakoussi y Vosniadou, 2004).
3. Estudios sobre estrategias y modelos de división, que analizan el uso flexible de algoritmos y métodos alternativos en función del contexto del problema (Fischbein et al., 1985).

Resultados que reportan los estudios. Los que se incluye reportan diversas dificultades y prácticas de docentes en formación y en ejercicio respecto a la división de números decimales. Se observa que los futuros docentes presentan problemas conceptuales, confundiendo el significado de la división y mecanizando algoritmos sin comprensión (Cho et al., 2019; Nowlin, 1990; Schulz, 2024). Predomina el uso de procedimientos estándar, aunque algunos progresan hacia estrategias reflexivas o no convencionales (Kim, 2018; Nowlin, 1990; Ortiz-Laso y Diego-Mantecon, 2020; Ramírez et al., 2019; Schulz, 2024; Sigmuang, 2003). Son frecuentes errores al interpretar o calcular el cociente, especialmente en la ubicación de la coma decimal y su magnitud (Cho et al., 2019; Joung y Kim, 2022; Nowlin, 1990; Sigmuang, 2003). Además, se evidencia un conocimiento incompleto del valor posicional (Cho et al., 2019; Joung, y Kim, 2022) y dificultades para contextualizar o interpretar el resto en problemas (Ortiz-Laso y Diego-Mantecon, 2020).

CONCLUSIONES

La revisión sistemática permitió establecer un panorama más claro sobre el estado del conocimiento docente respecto de la división de números decimales. Los estudios muestran que, aunque se han identificado avances en la caracterización de procedimientos y errores recurrentes sobre el tema, su conocimiento sigue siendo predominantemente algorítmico y con escasa articulación conceptual. Este balance evidencia que las dificultades observadas no son solo hechos aislados, sino indicadores de una brecha más amplia entre la formación matemática esperada y la realmente lograda.

A partir de estos hallazgos, se evidencia la necesidad de fortalecer tanto la formación inicial como la continua, incorporando de manera explícita la comprensión conceptual de la división con decimales, la interpretación contextual del resto y el uso flexible de estrategias.

Asimismo, se recomienda impulsar investigaciones que incluyan observación de prácticas reales de aula, enfoques longitudinales y análisis de docentes en distintos niveles educativos, con el fin de enriquecer la formación docente y orientar políticas educativas coherentes con las demandas actuales de la enseñanza de las matemáticas.

Referencias

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Chen, L., Van Dooren, W., Chen, Q., & Verschaffel, L. (2011). An investigation on Chinese teachers' realistic problem posing and problem-solving ability and beliefs. *International Journal of Science and Mathematics Education, 9*(4), 919–948.

Cho, J., Kim, S., & Lee, D. (2019). Preservice teachers' perceptions and improvements on the teaching sequence of multiplication and division of fractions and decimals. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea, 23*(1), 1–17.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*, 3–17. https://doi.org/10.2307/748969

Joung, E., & Kim, Y. R. (2022). Identifying preservice teachers' concept-based and procedure-based error patterns in multiplying and dividing decimals. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology, 10*(3), 549–567. https://doi.org/10.46328/ijemst.2227

Kim, S. (2018). Estudio de caso sobre la reflexión y práctica de una profesora de primaria en la planificación, ejecución y crítica de clases sobre la división con decimales. *Journal of the Korean Society of Mathematical Education Series C: Education of Primary School Mathematics, 21*(3), 309–327.

Lee, H. (2021). Exploring the issues and improvements of the quotient and the reminder of the decimal division. *Education of Primary School Mathematics, 24*(2), 103–114. https://doi.org/10.7468/JKSMEC.2021.24.2.103

Llinares, S. (2006). Matemáticas escolares y competencia matemática. En M. Chamorro (Ed.), *Didáctica de las matemáticas* (pp. 3–29). Pearson Educación.

Martínez-Artero, R., & Nortes, A. (2018). Conocimientos matemáticos de futuros maestros en resolución de problemas de 6° de primaria. *Educación Siglo XXI, 36*(3), 201–230.

Nowlin, D. W. (1991). *The development and validation of an instrument to assess preservice and inservice teachers' cognitive domain mastery state of division of rational numbers* [Tesis doctoral, University of Oklahoma]. ProQuest Dissertations Publishing.

Novoa-Andrades, M. (2025). *Diseño y validación de un instrumento para caracterizar el conocimiento especializado del futuro docente de educación básica sobre el concepto del resto de la división en números decimales* [Tesis de magister no publicada]. Universidad Alberto Hurtado.

Ortiz-Laso, Z., & Diego-Mantecón, J. (2020). Strategies of pre-service early childhood teachers for solving multi-digit division problems. *Sustainability*, *12*, 1–20.

Índice

Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., McGuinness, L. A., ... Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ*, *372*, n71. https://doi.org/10.1136/bmj.n71

Posner, G., & Geortzog, W. (1982). The clinical interview and the measurement of conceptual change. *Science Education*, *66*, 195–209.

Ramírez, M., Páez, D., Eudave, D., & Martínez, F. (2019). El aprendizaje autónomo, favorecedor de la experiencia adaptativa en alumnos y docentes: la división con números decimales. *Educación Matemática, 31*(1), 37–66. https://doi.org/10.24844/EM3101.02

Schulz, A. (2024). Assessing student teachers' procedural fluency and strategic competence in operating and mathematizing with natural and rational numbers. *International Journal of Science and Mathematics Education, 27, 981–1008. https://doi.org/10.1007/s10857-023-09590-7*

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004

Sigmuang, C. (2003). *Thai preservice middle school mathematics teachers' subject matter knowledge and knowledge of students' conceptions of division of rational numbers with respect to their classroom practices* [Tesis doctoral, University of Georgia]. ProQuest Dissertations Publishing.

Vamvakoussi, X., & Vosniadou, S. (2004). Understanding the structure of the set of rational numbers: A conceptual change approach. *Learning and Instruction, 14*, 453–467.

Vosniadou, S. (1994). Capturing and modeling the process of conceptual change. *Learning and Instruction, 4*(1), 45–69. https://doi.org/10.1016/0959-4752(94)90018-3

Verschaffel, L., Van Dooren, W., Chen, L., & Stessens, K. (2009). The relationship between posing and solving division-with-remainder problems among Flemish upper elementary school children. En L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren, & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 143–160). Sense Publishers.

Zorrilla, C., Ivars, P., & Fernández, C. (2021). Problemas realistas de división con resto: Un estudio sobre las estrategias en educación primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, *26*(91), 1313–1339.

Índice

EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA, UN ANÁLISIS DE LAS PERCEPCIONES DOCENTES

Shainy Lipin Corrotea, Universidad Central de Chile

Dariel Pizarro González, Universidad Central de Chile

Rocío Suárez López, Universidad Central de Chile

Tania Andrade Vega, Universidad Central de Chile

Abstract:

Este estudio busca caracterizar las percepciones de docentes de segundo ciclo de enseñanza básica sobre el uso del juego como estrategia didáctica en la enseñanza de la Matemática. La investigación se fundamenta en la problematización de que, en la actualidad, el juego no se visibiliza como una estrategia real y efectiva para la enseñanza de esta disciplina, permaneciendo relegado frente a metodologías tradicionales centradas en la transmisión de contenidos. La investigación se desarrolla desde un enfoque cualitativo-interpretativo y un diseño descriptivo, mediante entrevistas semiestructuradas a docentes. Se concluye que, pese a las limitaciones percibidas, los docentes consideran el juego como una herramienta con alto potencial para transformar la enseñanza de las matemáticas dado que favorece la motivación, la creatividad y el desarrollo integral del estudiante.

Percepciones docentes, juego, estrategia de enseñanza, aprendizaje de matemáticas, educación básica.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas es fundamental para el desarrollo del pensamiento lógico, aunque muchos estudiantes la perciben como difícil, generando ansiedad y bajo rendimiento académico (Acevedo, 2020). En Chile, los resultados PISA 2022 muestran un desempeño bajo, con un promedio de 412 puntos y solo un 44% del estudiantado alcanzando el nivel mínimo (UNESCO, 2024), situación vinculada a metodologías tradicionales que limitan la creatividad y el pensamiento crítico (Galván & Siado, 2021).

Investigaciones recientes destacan la necesidad de estrategias activas y significativas, como el uso del juego, que mejora la motivación, la resolución de problemas y el aprendizaje integral (Castro & Rivadeneira, 2022). Sin embargo, en Chile el juego aún no se reconoce como metodología formal (MINEDUC, 2020).

El rol del docente es clave, requiriendo profesionales críticos y creativos capaces de innovar y generar ambientes de aprendizaje activos (Muñoz et al., 2023). Este estudio busca

Índice

caracterizar sus percepciones sobre el uso del juego en matemáticas, para resignificarlo como recurso didáctico legítimo que favorezca la motivación, creatividad y desarrollo integral del estudiantado (Diéguez, 2024).

La percepción docente y su influencia en educación

La percepción es un proceso mental complejo que permite seleccionar e interpretar la información del entorno, dotándola de significado a partir de la atención, la experiencia y factores internos como motivación, emociones y memoria (Rosales, 2015). Se configura mediante la interacción de lo sensorial, cognitivo y cultural, generando representaciones diversas de la realidad, favoreciendo en educación la construcción de nuevos saberes y desarrollo de aprendizajes significativos (Salcedo et al., 2022)

En el ámbito docente, las percepciones actúan como marcos interpretativos ligados a creencias pedagógicas que inciden en la práctica de enseñanza y evaluación (Cárdenas, 2018). Estas creencias pueden favorecer o limitar la innovación, por lo que su transformación requiere resignificar saberes previos (Domínguez et al., 2023). Así, la percepción docente influye en la calidad educativa e identificarla ayuda a impulsar una enseñanza más reflexiva.

El juego como estrategia de enseñanza y aprendizaje

El juego constituye una experiencia vital y un medio de aprendizaje, especialmente en la infancia, al permitir la exploración, la comunicación y la integración de conocimientos del entorno y de sí mismos (Fröbel, 1826 en Moya, 2024) Más allá de la diversión, actúa como herramienta pedagógica que favorece el desarrollo físico, cognitivo, emocional y social, promoviendo la creatividad, la cooperación y la reflexión. En el contexto educativo chileno, su uso se reconoce en la educación inicial, pero es limitado en la educación básica, lo que restringe la posibilidad de una enseñanza inclusiva y significativa (MINEDUC, 2020). El juego, como estrategia de enseñanza-aprendizaje, fomenta la motivación, la participación activa y la comprensión profunda de contenidos, fortaleciendo habilidades cognitivas y socioemocionales. En matemáticas, facilita experimentar, resolver problemas y desarrollar pensamiento crítico, promoviendo un aprendizaje activo y colaborativo. Así, su integración contribuye al desarrollo integral, inclusivo y equitativo de los estudiantes, consolidándose como un recurso esencial en la educación básica (Párraga, 2021).

Enseñanza de las matemáticas

La enseñanza de las matemáticas en la educación básica enfrenta importantes desafíos, debido a métodos tradicionales centrados en la memorización y el trabajo algorítmico, que limitan la participación activa y el desarrollo del pensamiento lógico-matemático (Acosta, 2022). Esta metodología genera desinterés, frustración y bajo rendimiento, afectando incluso procesos cerebrales asociados al aprendizaje matemático (Acevedo, 2020). Ante esto, el juego se presenta como una estrategia pedagógica eficaz, capaz de estimular la creatividad,

la motivación y la construcción de conocimiento significativo, vinculando los contenidos con la experiencia cotidiana de los estudiantes (Celi, 2021). Permite a los estudiantes experimentar, resolver problemas y desarrollar habilidades cognitivas, sociales y emocionales. Además, fomenta la comprensión de conceptos abstractos, la cooperación y el pensamiento crítico. Así, integrar el juego contribuye al desarrollo integral de los estudiantes y a una educación significativa, inclusiva y equitativa.

MARCO METODOLÓGICO

La presente investigación adopta un enfoque cualitativo-interpretativo, orientado a comprender la realidad educativa desde las experiencias y percepciones de los docentes sobre el juego como estrategia de enseñanza y aprendizaje en Matemática en el segundo ciclo de educación básica. Este enfoque permite analizar actitudes, opiniones y creencias, proporcionando información subjetiva y contextualizada sin intervenir en la realidad estudiada (Guzmán, 2021). Se emplea un diseño descriptivo, que busca especificar las características y perfiles de los participantes, recolectando información detallada sobre sus experiencias, actitudes y prácticas pedagógicas sin establecer relaciones causales (Hernández et al., 2010)

Para la recolección de datos se utilizarán entrevistas semiestructuradas, que facilitan la comunicación directa y reflexiva con los docentes, permitiendo acceder a información relevante sobre sus percepciones y experiencias (Abad, 2018). La muestra será no probabilística e intencional, seleccionando docentes titulados en ejercicio, que impartan Matemática en 5° a 8° básico en establecimientos municipales o particular subvencionados de la Región Metropolitana, garantizando la pertinencia de la información recopilada (Hernández & Carpio, 2019). El procedimiento contempla la validación y pilotaje del instrumento, la obtención del consentimiento informado y la realización de entrevistas grabadas, transcritas y organizadas mediante software especializado. El análisis de contenido permitirá codificar y categorizar las respuestas, identificando ideas, conceptos y experiencias, para reconstruir el sentido global de las percepciones docentes sobre el uso del juego en Matemática (Piñuel, 2002). Finalmente, se garantizarán principios éticos fundamentales, asegurando voluntariedad, confidencialidad, anonimato y resguardo de la información, con aprobación del comité ético correspondiente.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

El análisis de las entrevistas permitió identificar tres grandes categorías en torno a las percepciones docentes sobre el uso del juego en la enseñanza de las matemáticas: valoración pedagógica del juego, limitaciones y desafíos para su implementación, y proyecciones hacia una enseñanza innovadora. Este enfoque buscó comprender los significados que los docentes atribuyen al juego en su práctica pedagógica. Para garantizar la validez de los resultados, se

Índice

compararon las respuestas entre participantes, se revisaron los hallazgos de manera crítica y se compartieron interpretaciones parciales con los docentes, asegurando que los resultados reflejaran fielmente sus percepciones.

Tabla 1

Valoración pedagógica del juego en la enseñanza de matemáticas

Categorías	Aspectos principales
Valoración pedagógica del juego	El juego potencia la motivación, la participación y la comprensión de conceptos, además de desarrollar habilidades socioemocionales como cooperación y tolerancia a la frustración.
Limitaciones y desafíos	Se percibe como actividad secundaria, limitado por falta de tiempo curricular, presión de evaluaciones estandarizadas y poca formación docente para planificar juegos alineados a los objetivos de aprendizaje.
Proyecciones hacia una enseñanza innovadora	El juego tiene potencial para transformar la enseñanza y se recomienda legitimarlo como estrategia pedagógica, fomentar la colaboración docente y usar juegos digitales para promover interés, creatividad e inclusión.

Nota. Elaboración propia

Tabla 2

Resultados principales

Categoría	Descripción
Actitud hacia el juego	Predomina una actitud positiva, aunque existe tensión entre la valoración teórica y la aplicación práctica
Conciencia sobre innovación	Los docentes reconocen la necesidad de innovar y superar el modelo tradicional memorístico.
Obstáculos estructurales	Rigidez curricular, escasa formación inicial en didáctica lúdica y falta de materiales adecuados.
Propuestas emergentes	Capacitación docente, diseño de guías metodológicas y creación de bancos de juegos matemáticos adaptados al currículum chileno.

Nota. Elaboración propia

A partir del análisis, se observa que las percepciones docentes reflejan una tensión entre la valoración del juego como estrategia significativa y las limitaciones estructurales del sistema

educativo. Este contraste evidencia la necesidad de políticas institucionales que respalden la innovación didáctica y la formación docente en metodologías lúdicas. Asimismo, se reconoce un discurso pedagógico en transición, donde los profesores manifiestan intenciones de cambio, pero aún enfrentan barreras culturales y curriculares para concretarlo.

CONCLUSIÓN

El estudio permitió evidenciar que los docentes de segundo ciclo de educación básica reconocen el alto potencial del juego como estrategia pedagógica en la enseñanza de las matemáticas, destacando sus aportes a la motivación, la comprensión conceptual y el desarrollo socioemocional de los estudiantes. Sin embargo, también se identificaron barreras significativas que dificultan su implementación sistemática, entre ellas la percepción de que el juego constituye una actividad secundaria, la falta de tiempo curricular, las exigencias de las evaluaciones estandarizadas y la escasa formación docente en metodologías lúdicas.

Los hallazgos sugieren la necesidad de resignificar el juego como un recurso legítimo y formal de enseñanza, capaz de transformar las prácticas tradicionales centradas en la memorización hacia propuestas más activas, inclusivas y significativas. Asimismo, se destaca la importancia de instancias de formación y acompañamiento docente, junto con la generación de espacios colaborativos que permitan diseñar, adaptar y compartir experiencias lúdicas contextualizadas a la realidad escolar. En consecuencia, se concluye que integrar el juego en la enseñanza de la matemática no solo fortalece el aprendizaje académico, sino que también contribuye al desarrollo integral del estudiantado, consolidándose como una estrategia que promueve la equidad, la motivación y la innovación educativa.

Referencias

Abad, P. (2018). *La entrevista semiestructurada reflexiva: Una técnica cualitativa alternativa para explorar la contribución del liderazgo a los equipos de trabajo en el campo de la educación*. Universidad Tecnológica Indoamérica. https://www.pedagogia.edu.ec/public/docs/fdf4d41b689533bcaf864f848e0cbf13.pdf

Acevedo, G. (2020). Relación entre ansiedad matemática y rendimiento académico en matemáticas en estudiantes de secundaria. *Ciencias Psicológicas, 14*(1), e2208. https://doi.org/10.22235/cp.v14i1.2208

Acosta, T. (2022). Beneficios del juego en la acción pedagógica. *Conocimiento, Investigación y Educación (CIE), 2*, 28–40.

Castro, M., & Rivadeneira, F. (2022). Posibles causas del bajo rendimiento en las matemáticas: Una revisión de la literatura. *Polo del Conocimiento, 7*(67), 1089–1098. https://doi.org/10.23857/pc.v7i2.3675

Domínguez, R., & Aguiar, R. (2023). Percepción de profesores y directivos sobre el buen docente de educación superior. *Ciencia y Educación, 7*(1), 7–23. https://doi.org/10.22206/cyed.2023.v7i1.pp7-23

Galván, A., & Siado, E. (2021). Educación tradicional: Un modelo de enseñanza centrado en el estudiante. *Revista Interdisciplinaria de Humanidades, Educación, Ciencia y Tecnología, 7*(12), 962–975.

Guzmán, V. (2021). El método cualitativo y su aporte a la investigación en las ciencias sociales. *Gestionar: Revista de Empresa y Gobierno, 1*(1), 19–31. https://doi.org/10.35622/j.rg.2021.01.002

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la investigación* (5.ª ed.). McGraw-Hill.

Hernández, C., & Carpio, N. (2019). Introducción a los tipos de muestreo. *ALERTA, Revista Científica del Instituto Nacional de Salud, 2*(1), 75–79. https://doi.org/10.5377/alerta.v2i1.7535

Ministerio de Educación de Chile. (2020). *Importancia del juego en el aprendizaje de educación básica*. Ministerio de Educación de Chile.

Moya, B. (2024). El juego como estrategia lúdica en el proceso enseñanza-aprendizaje. *Neuronum, 10*(2), 275–294.

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2024). *PISA 2022: El panorama de los países de América Latina y el Caribe*. UNESCO. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000390611

Piñuel Raigada, J. L. (2002). Epistemología, metodología y técnicas del análisis de contenido. *Estudios de Sociolingüística, 3*(1), 1–42.

Rosales, J. (2015). Percepción y experiencia. *Episteme NS, 35*(2), 21–36.

TEMAS CONTROVERSIALES, MUNDO REAL Y JUSTICIA EN LA CLASE DE MATEMÁTICA: PERCEPCIONES DE PROFESORADO EN FORMACIÓN

Alicia Zamorano-Vargas, Universidad de Chile

Noemí Pizarro, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Abstract:

La educación chilena está regulada por diversas leyes que impactan a la formación de niños, niñas y jóvenes. También existen algunas que direccionan la formación inicial docente y la labor en la sala de clases. En este reporte nos referiremos especialmente a la formación del profesorado de matemáticas y sus percepciones sobre la enseñanza escolar de la asignatura. En particular, nos centraremos en cómo se puede incluir la educación democrática en el escenario nacional, anteriormente caracterizado, para describir perspectivas sobre enseñanza que posee el futuro profesorado que enseñará matemáticas en tres aspectos: contexto del mundo real, la controversia y la injusticia. Aquí presentamos una primera aproximación a través de la aplicación de un cuestionario que nos permitirá investigar más profundamente cómo incluir la educación matemática democrática en la formación inicial docente. Para ello, desde un enfoque cualitativo, encuestamos a futuro profesorado de dos universidades públicas de Santiago de Chile, donde a través de respuestas entregadas en una escala Likert, indican su posición en los aspectos mencionados. Observamos que hay contradicciones entre lo que se declara sobre enseñanza de matemáticas centradas en valores democráticos y lo que se considera adecuado para realizar en la sala de clases. Por ello, discutimos sobre la formación docente y los ejemplos sobre el uso de matemáticas en un mundo real que tiene controversias e injusticias.

Educación matemática democrática, formación inicial, mundo real, temas controversiales, injusticia

INTRODUCCIÓN

La formación de profesores en Chile está regulada. En el año 2016 con la Ley 20.903 se crea el Sistema de Desarrollo Profesional Docente que, entre otros, reglamenta el ingreso a la carrera de pedagogía, entrega indicaciones con características específicas para los tipos de prácticas que deben realizar los futuros profesores y crea un sistema de evaluación a aplicar por cada universidad durante el año de ingreso, además de una evaluación estandarizada a todas las carreras de pedagogía denominada evaluación nacional diagnóstica (END) que se aplica un año antes de ingresar al mundo laboral. Ya en ejercicio, durante la carrera docente, el profesorado debe rendir una evaluación de desempeño docente.

Índice

Por otro lado, la enseñanza que se realiza en los centros educativos también se encuentra regulada por la Ley General de Educación (Ley 20.370). En su artículo 10 indica que los profesores y profesoras deben, entre otras tareas, investigar, exponer y enseñar los contenidos curriculares correspondientes a cada nivel educativo establecidos por las Bases Curriculares y los planes y programas de estudio. La elaboración de las Bases Curriculares es responsabilidad del Ministerio de Educación, con aprobación del Consejo Nacional de Educación. Las Bases Curriculares definen los objetivos de aprendizaje para los niños, las niñas y los jóvenes que estudian en Chile. En complemento, la Ley General de Educación (LGE de aquí en adelante, 2009) enfatiza que la educación contribuye a la formación integral, indicando que debemos aportar a que los estudiantes expandan y profundicen en conocimientos, habilidades y actitudes para una ciudadanía activa e integrada a la sociedad, apreciando los fundamentos de la vida democrática, los derechos humanos y respetando la diversidad de ideas, formas de vida e intereses.

Por lo demás, la ley 20.911 establece que las planificaciones curriculares deben reforzar, explícitamente, el desarrollo de la ciudadanía, la ética y una cultura democrática en las distintas asignaturas del currículum escolar. Es por esto que consideramos que la escuela es una institución privilegiada para aprender a vivir democráticamente. De acuerdo con esto, el rol del profesorado es clave para propiciar escenarios de formación democrática, donde la escuela es un territorio formalmente destinado a la formación integral de los ciudadanos. Como se puede desprender de los párrafos anteriores, la educación en Chile está altamente regulada a través de diversas directrices curriculares y evaluaciones estandarizadas que tensionan cómo las universidades realizan la formación de profesores.

Con este contexto de regulación, se producen espacios para la incorporación de nuevos enfoques de la formación inicial docente que responden a lo anteriormente expuesto. En este trabajo, queremos dar cuenta de la posibilidad de incluir un enfoque desde la educación democrática para la formación de los docentes que enseñarán matemáticas en diferentes niveles educativos del país. Comenzamos con la aplicación de un cuestionario para conocer las perspectivas que poseen estos futuros docentes acerca de situaciones de enseñanza en la vida real, la inclusión de temas controversiales y problemas de injusticia en la clase de matemáticas, siguiendo las ideas de Simic-Muller et al. (2015). Estas últimas ideas se enmarcan en lo que entendemos por Educación Democrática. Según Sant (2019), existen diferentes concepciones de democracia que transfieren características a cómo podría entenderse una educación democrática. Con estas ideas y relacionándolo con importantes investigadores e investigadoras en educación matemática, es fundamental que en la clase de matemáticas se incluya ideas de una democracia que se ponga al servicio de visibilizar la desigualdad social, la falta de equidad social y económica y ayudar al diálogo para aportar al desarrollo de una democracia amplia (Skovsmose, 2023, Skovsmose y Valero, 2012;

Skovsmose y Godoy, 2016). Por ello, el objetivo de este documento es describir las perspectivas sobre enseñanza de matemáticas que posee el futuro profesorado que enseñará matemáticas que considere tanto el contexto del mundo real, la controversia y la injusticia, como un primer diagnóstico para investigar más profundamente en una educación matemática democrática.

MARCO CONCEPTUAL

Simic-Muller et al. (2015) estudiaron creencias sobre profesorado de primaria para la integración de temas controvertidos en la enseñanza de las matemáticas, observando, entre otras cosas, que el profesorado consideraba que los temas controversiales se podían tratar sólo con grupos específicos de estudiantes y que al enseñar la controversia se podía desalentar u ofender a las personas. Por su parte, Sun et al. (2025) amplía el trabajo de Simic-Muller et al. (2015) estudiando las perspectivas sobre la controversia al enseñar matemáticas con futuros profesores de matemáticas de secundaria. Sun et al. (2025) observaron que el futuro profesorado de secundaria veía más beneficios al enseñar la controversia que el profesorado de primaria del estudio de 2015; posiblemente porque ellos trabajan con estudiantes mayores o bien, porque en diez años se le ha dado espacio al trabajo con justicia social. Sin embargo, se ha observado que hay cierta resistencia por parte del profesorado de matemática en trabajar con temas de justicia social, porque podría crear un clima de aprendizaje hostil que podría aislar a un grupo de estudiantes o, contrariamente, podría permitir un clima de respeto, por lo que hay resultados ambivalentes al uso de estos temas (Sun et al., 2025).

Para Skovsmose (1990) hay tres argumentos que explican la relación entre educación matemática y democracia: el uso de las matemáticas en ámbitos sociales, el rol de las matemáticas en el desarrollo y organización social y la comprensión de los modelos matemáticos que aportan a las decisiones políticas y sociales de la sociedad.

Sant (2019) promueve una educación democrática que trate procesos deliberativos para que el estudiantado tome decisiones sobre situaciones de su interés. En este enfoque se promueve el análisis de la controversia por medio de metodologías participativas, donde la escuela se convierte en un territorio seguro para comprender y reflexionar, desde enfoques críticos, sobre las culturas y las relaciones de poder que habitan dentro y fuera de ella. En estos aspectos políticos o sensibles, el profesorado puede rehuir o ser ambivalentes (Simic-Muller et al., 2015; Sun et al., 2025).

En esta línea, para Sun et al. (2025) hay razones clave para enseñar la controversia en el aula, porque hay problemas contemporáneos que se deben analizar por sobre observar, en miras a la justicia social, con el fin de que se desarrollen sus propias opiniones (Tannebaum, 2020). Por otro lado, Gutiérrez (2013) explica que hay profesores que consideran que las

matemáticas y su enseñanza son políticamente neutrales; por ello, no hay espacios para la controversia.

METODOLOGÍA Y PRIMEROS RESULTADOS

Considerando los referentes anteriores, se realiza un estudio cualitativo bajo el paradigma interpretativo porque nos interesa comprender la realidad social por medio de los sujetos del estudio y la percepción que tienen de su propio contexto (Sánchez Molina y Murillo Garza, 2021). Para este estudio se utilizó el instrumento construido y utilizado en la investigación de Simic-Muller et al. en 2015. Como es un trabajo en inglés, se realizó una traducción al español y se contextualizaron afirmaciones para adecuarlas al actual contexto chileno y mundial. El cuestionario está organizado en torno a 25 afirmaciones: seis de ellas sobre situaciones de la vida real, siete sobre temas controversiales y el resto sobre problemas de injusticia. Para la utilización del cuestionario se solicitó la autorización a los autores del artículo mencionado y ellos asintieron el permiso de uso.

El cuestionario fue aplicado a futuro profesorado de dos de las tres universidades públicas de Santiago de Chile que enseñará matemáticas en educación básica o en educación media. Para la aplicación del cuestionario se utilizó la Plataforma Formulario de Google. Este formulario fue trabajado en el contexto de cursos de enseñanza de la matemática en estudiantes de tercer año en el caso de Pedagogía en Educación Básica, que previamente habían aprobado tres cursos de enseñanza de la matemática. En el caso de los estudiantes de Pedagogía en Educación Media, están en proceso de aprobación del último curso de enseñanza de la matemática de la carrera. El formulario presentó el cuestionario en una escala *likert* con cinco alternativas: *totalmente de acuerdo, de acuerdo, indiferente, en desacuerdo y totalmente en desacuerdo* en las 25 afirmaciones descritas anteriormente, entre las cuales solo debían elegir una.

Para realizar un primer análisis de los resultados se puso atención a las respuestas que entregaron los estudiantes donde se pudo observar que hay dos tipos y que a partir de ellas, las afirmaciones se pueden agrupar en:

- Las referidas al ser docentes, donde los propósitos de enseñanza descansan en intereses pedagógicos como, por ejemplo, “Una ventaja de enseñar matemática con temas controversiales pueden distraer del aprendizaje de conceptos matemáticos importantes” o “estoy interesado/a en aprender cómo hacer conexiones con problemas de injusticia”. En este bloque de preguntas, todas las respuestas del futuro profesorado fueron las opciones “Totalmente de acuerdo” y “de acuerdo”.
- Las referidas al hacer docencia, donde los propósitos del ser docente se aplican en la práctica de la enseñanza de la matemática, hubo respuestas variadas. Hay contradicciones entre el hacer matemáticas con el mundo real y la profundización de

los contenidos. Cuando se les pide que se posicionen sobre problemas de injusticia al enseñar matemáticas, algunos son indiferentes o indican que están en desacuerdo o totalmente en desacuerdo tratar estos temas en clases, dado que se pueden distraer de conceptos matemáticos importantes. Tampoco están de acuerdo o totalmente de acuerdo con hacer conexiones con temas controversiales. En general, se interpreta que priman los contenidos matemáticos como numeración, geometría o álgebra, por sobre su uso con el mundo real, la injusticia y la controversia.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para el análisis de las respuestas hemos puesto especial atención a las ambivalencias que presentan los futuros profesores respecto a su relación con una enseñanza con foco en los problemas del mundo real, la controversia y la injusticia. Cuando en las respuestas a las afirmaciones del cuestionario se manifiestan con estar totalmente de acuerdo o de acuerdo con afirmaciones como "cuando enseñe matemáticas hará conexiones con el mundo real" o "tengo interés por aprender cómo hacer conexiones con problemas de injusticia" y con respuestas que varían en las cinco posiciones de la escala *Likert,* al indicar que "al enseñar situaciones de la vida real y con problemas de injusticia los estudiantes se pueden distraer del aprendizaje de conceptos matemáticos importantes" o "me centraré en conceptos matemáticos y no me preocuparé por temas controversiales" nos muestra que el futuro profesorado muestra una aparente contradicción. Esta contradicción radica que por un lado tiene el interés en un tipo de enseñanza que incluya problemáticas del mundo real y de injusticia, pero cuando se piensa realizando docencia en matemáticas se concentran especialmente en los conceptos matemáticos.

Estos resultados están en línea con las conclusiones de otras investigaciones previas donde el profesorado o futuro profesorado, por un lado, declara intenciones que se contradicen con sus propias declaraciones sobre su quehacer en el aula, al referirse a situaciones conflictivas en el mundo real, la controversia o la injusticia (Simic-Muller et al., 2015; Sun et al., 2025). Esto quiere decir que por un lado el futuro profesorado tiene interés en trabajar temas controversiales en matemáticas y por otro lado cuando piensa en la docencia de matemáticas sigue centrándose en elementos matemáticos disciplinares. Lo que nos lleva a seguir indagando en el por qué de estas respuestas ambivalentes respecto a la inclusión de temas controversiales en la enseñanza de la matemática.

DISCUSIÓN

Con base en el análisis de estos resultados, como formadoras de profesores vislumbramos la necesidad de que el futuro profesorado de matemáticas sea formado tanto en problemáticas asociadas a la vida real, como también con foco en lo controversial y en temas de justicia, sobre todo en valores democráticos como son los derechos humanos, la diversidad sexual y

la ética social, entre muchos otros temas. Por supuesto, con matemáticas que no tienen por qué ser superficiales o poco rigurosas, sino, por el contrario, dado que han realizado trabajos que relacionan matemáticas con comunidad, identidad cultural y conciencia crítica para trabajar las injusticias sociales; en todos ellos se destaca la motivación que promueve el contexto en los estudiantes de nivel medio. Además, en mayor o menor medida, se pudo apreciar una profundización en los contenidos matemáticos a raíz de dicha motivación (Molfino & Ochoviet, 2019).

Compartimos con Sun et al. (2025), que se necesita que los formadores de formadores demos ejemplos concretos de cómo el contenido matemático está relacionado con la justicia social, donde no sea solo con contenidos estadísticos sino también en otros ejes de contenido matemático. Por ejemplo, durante ese mes de octubre de 2019 subió el pasaje del transporte público y las explicaciones para el alza estuvieron dadas por el uso del 'polinomio de cálculo' que mostraba la necesidad de esa alza. En ese caso el uso de la matemática fue adecuado, pero la matemática por sí misma no pudo prever que se desataría un movimiento social -iniciado por jóvenes secundarios- que permitió que millones de personas en el país protestaran.

Simic-Muller et al. (2015) y Sun et al. (2025) destacan la complejidad para el futuro profesorado enseñar con foco en la justicia y por tanto la necesidad de que los formadores de profesores podamos apoyar su formación con temas controversiales y de justicia para ser transferidos a la enseñanza de niños, niñas y jóvenes.

Esta investigación se proyecta con nuevas recogidas de datos que incluyen profundización por medio de entrevistas y grupos focales, tanto a profesorado en formación como a profesorado en ejercicio.

Referencias

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*(1), 37–68. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.44.1.0037

Ley N.º 20.370. *Establece la Ley General de Educación*. Diario Oficial de la República de Chile, 12 de septiembre de 2009. Biblioteca del Congreso Nacional de Chile. https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1006043

Ley N.º 20.903. *Crea el Sistema de Desarrollo Profesional Docente y modifica otras normas*. Diario Oficial de la República de Chile, 1 de abril de 2016. Biblioteca del Congreso Nacional de Chile. https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1087343

Ley N.º 20.911. *Crea el Plan de Formación Ciudadana para los establecimientos educacionales reconocidos por el Estado*. Diario Oficial de la República de Chile, 2 de abril de 2016. Biblioteca del Congreso Nacional de Chile. https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1088963

Molfino, V., & Ochoviet, C. (2019). Enseñanza de la matemática para la justicia social en cursos de postgraduación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 22*(2), 139–162. https://doi.org/10.12802/relime.19.2221

Sánchez Molina, A., & Murillo Garza, A. (2021). Enfoques metodológicos en la investigación histórica: Cuantitativa, cualitativa y comparativa. *Debates por la Historia, 9*(2), 147–181. https://doi.org/10.54167/debates-por-la-historia.v9i2.792

Sant, E. (2019). Democratic education: A theoretical review (2006–2017). *Review of Educational Research, 89*(5), 655–696. https://doi.org/10.3102/0034654319862493

Simic-Muller, K., Fernandes, A., & Felton-Koestler, M. D. (2015). "Just wouldn't want to get as deep into it": Preservice teachers' beliefs about the role of controversial topics in mathematics education. *Journal of Urban Mathematics Education, 8*(2), 7–34. https://doi.org/10.21423/jume-v8i2a259

Skovsmose, O. (1990). Mathematical education and democracy. *Educational Studies in Mathematics, 21*(2), 109–128. https://doi.org/10.1007/BF00315911

Skovsmose, O. (2023). Democracy and erosions. En O. Skovsmose (Ed.), *Critical mathematics education* (pp. 33–45). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-26242-5_3

Skovsmose, O., & Godoy, M. (2016). Mathematics education and democracy: An open landscape of tensions, uncertainties, and challenges. En L. D. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed., pp. 359–373). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203448946

Skovsmose, O., & Valero, P. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: El compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En P. Valero & O. Skovsmose (Eds.), *Educación matemática crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 31–52). Ediciones Uniandes.

Sun, K. L., Waller, P. P., Id-Deen, L., & Baldinger, E. E. (2025). Examining secondary preservice mathematics teachers' perspectives on whether discussing controversial issues supports student learning. *Mathematics Teacher Educator, 13*(3), 161–176. https://doi.org/10.5951/MTE.2023-0018

Tannebaum, R. P. (2020). Exploring teachers' thoughts and perceptions. *Teacher Education Quarterly, 47*(1), 7–26. https://www.jstor.org/stable/26876429

Índice

INTEGRACIÓN CURRICULAR Y CONTINUIDAD DOCENTE: UN ESTUDIO SOBRE LA PERCEPCIÓN DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA

Marco Antonio Rosales Riady, Universidad del Bío Bío

Abstract:

El presente estudio aborda la problemática de la formación fragmentada de futuros profesores de matemática, la cual se perpetúa por la falta de continuidad docente. El objetivo fue evaluar el impacto de un modelo de integración curricular —caracterizado por la continuidad docente— en la percepción de los estudiantes sobre la coherencia de su formación y el desarrollo de su pensamiento pedagógico del contenido (PCK). Se realizó un estudio preliminar con un diseño cuasiexperimental, comparando un grupo de estudio (n=14) que experimentó el modelo, con un grupo de control (n=12) con una formación tradicional. Se aplicó un cuestionario mixto que incluyó una escala Likert y preguntas abiertas. Los resultados cuantitativos revelaron que el modelo de integración es más efectivo y consistente para generar una percepción positiva y uniforme en la mayoría de las afirmaciones. Por su parte, el análisis cualitativo evidenció que los estudiantes del grupo de estudio desarrollan una comprensión más profunda y pedagógica de la integración curricular, a diferencia del grupo de control, cuya percepción es más superficial e instrumental. Se concluye que el modelo de continuidad docente es una estrategia prometedora para mejorar la formación de futuros profesores.

Integración curricular, continuidad docente, pensamiento pedagógico del contenido, coherencia curricular, formación de profesores

INTRODUCCIÓN

La formación de profesores de matemática en muchas instituciones se caracteriza por un currículo fragmentado, donde los futuros docentes interactúan con numerosos académicos que les imparten una sola asignatura a lo largo de su carrera. Esta estructura, si bien ofrece una diversidad de perspectivas, impone una carga considerable sobre los estudiantes, ya que son ellos quienes deben articular y dar coherencia a los saberes dispersos. En la Universidad del Bío-Bío, la carrera de Pedagogía en Educación Matemática, acreditada por 6 años, aborda esta problemática mediante un modelo de continuidad docente donde un mismo académico imparte cuatro asignaturas clave diseminadas en los tres primeros años de formación: Didáctica de la Geometría, Didáctica del Álgebra y las Funciones, Errores y Obstáculos, y Razonamiento en Matemática. Este enfoque contrasta con el modelo tradicional, y el presente estudio busca analizar su impacto.

Índice

En este contexto, la pregunta de investigación que guía este estudio es: ¿Cuál es el impacto de un modelo de integración curricular —caracterizado por la continuidad docente y la articulación de asignaturas— en el desarrollo del pensamiento pedagógico del contenido (PCK) y la coherencia curricular percibida por los futuros profesores de matemática?

Se postula la siguiente hipótesis: Los futuros profesores de matemática que participan en el modelo de integración curricular, guiado por la continuidad docente, exhibirán un mayor desarrollo del pensamiento pedagógico del contenido (PCK) y una percepción de mayor coherencia curricular en comparación con aquellos formados bajo un currículo tradicional y fragmentado. El objetivo de este estudio es determinar la efectividad de este modelo en la mejora del pensamiento pedagógico del contenido y en la percepción de coherencia curricular de los futuros profesores de matemática.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

Este estudio preliminar se sustenta en un marco teórico que integra tres enfoques clave para el análisis de las percepciones. El concepto central es el Conocimiento del Contenido Pedagógico (PCK) de Shulman (1986), entendido como la capacidad del profesor de transformar la materia en algo comprensible. Para fortalecer este concepto en el contexto de la integración, se incorpora la visión de Ball, Thames y Phelps (2008) sobre el Conocimiento Especializado del Contenido (SCK), esencial para articular saberes y detectar errores, lo que ofrece un lente más robusto para interpretar los resultados de coherencia curricular. Esta articulación de saberes se fundamenta en la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud (1990), la cual permite analizar si los estudiantes, gracias a la continuidad docente, perciben la matemática como una red de conceptos interconectados y no como temas aislados. Finalmente, la filosofía del Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), influenciada por Dewey (1938), se utiliza para evaluar la percepción de la formación como una experiencia unificada y contextualizada, que prepara a los futuros docentes para aplicar metodologías activas y coherentes en el aula, cerrando así la brecha entre la universidad y la práctica escolar.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

El estudio preliminar adoptó un enfoque mixto concurrente (QUAN-QUAL), tal como lo define Creswell (2014), utilizando un diseño cuasiexperimental para comparar el impacto del modelo en dos grupos ya existentes. La muestra estuvo compuesta por un grupo de estudio ($n = 14$, tercer año) que experimentó la continuidad docente en cuatro asignaturas clave, y un grupo de control ($n = 12$, cuarto año) que cursó las mismas asignaturas con distintos académicos. El instrumento fue un cuestionario mixto, validado por juicio de experto, con 10 afirmaciones en escala Likert con puntuaciones de 1 a 5 donde 1 es muy en desacuerdo y 5 es muy de acuerdo, y 5 preguntas abiertas de reflexión. Se administró de forma virtual mediante Google Forms, garantizando el consentimiento informado y un tiempo estimado de

respuesta de 15 minutos, en el contexto de las asignaturas finales del ciclo didáctico de estas cuatro asignaturas. El análisis cuantitativo se centró en la comparación de las percepciones entre los grupos. Para cada afirmación Likert, se calculó la diferencia de medias ($\Delta\bar{x}$), definida por la expresión $\Delta\bar{x} = \bar{x}_{Estudio} - \bar{x}_{Control}$. De igual manera, se calculó la diferencia de desviaciones estándar ($\Delta\sigma = \sigma_{Estudio} - \sigma_{Control}$) para evaluar la consistencia de las percepciones. Los datos cualitativos se abordaron con codificación temática para identificar patrones. Finalmente, se empleó la triangulación de datos, según el modelo concurrente, para comparar y validar los hallazgos de ambos sets de datos, permitiendo una interpretación profunda de las percepciones.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL INSTRUMENTO

El análisis se estructura en la triangulación de resultados para validar los hallazgos. Los datos cuantitativos, analizados mediante la comparación de la media ($\bar{x}$) y la desviación estándar (σ) entre grupos, revelaron una efectividad cuantificada del modelo. Específicamente, en ocho de las diez afirmaciones Likert, la diferencia de medias ($\bar{x}_{Estudio} - \bar{x}_{Control}$) fue positiva, indicando una percepción promedio más alta de coherencia y conexión en el grupo de estudio. Más notablemente, en seis de estas diez afirmaciones, la desviación estándar del grupo de estudio fue menor ($\sigma_{Estudio} < \sigma_{Control}$), lo que prueba que el modelo generó un entendimiento más consistente y uniforme.

Se incluyeron afirmaciones como:

- Percibo que esta integración me ha ayudado a comprender la matemática como una disciplina interconectada, y no como un conjunto de temas separados.
- Creo que mi capacidad para diseñar actividades que promuevan el razonamiento ha mejorado gracias a las discusiones sobre errores y obstáculos en ambas didácticas (geometría y álgebra).

A modo de ejemplo de entender el análisis, para la primera afirmación señalada anteriormente, se obtuvo una diferencia de medias $\Delta\bar{x} = +0.27$ y una diferencia de desviaciones estándar $\Delta\sigma = -0.26$, lo que se interpretó de la siguiente manera:

- Diferencia de Medias Positiva ($\Delta\bar{x} = +0.27$): Este resultado indica que el promedio de percepción del grupo de estudio es significativamente más alto que el del grupo de control. En otras palabras, la afirmación "Percibo que esta integración me ha ayudado a comprender la matemática como una disciplina interconectada" resonó de manera mucho más fuerte y positiva en los estudiantes que experimentaron el modelo de continuidad docente. Esto demuestra que el modelo es más efectivo que el tradicional para fomentar una visión holística y conectada de la matemática.

- Diferencia de Desviaciones Estándar Negativa ($\Delta\sigma = -0.26$): Este hallazgo es igual de importante. Significa que las respuestas del grupo de estudio fueron más homogéneas y consistentes entre sí. A pesar de que las percepciones fueron más altas, no hubo una gran dispersión de opiniones. Esto contrasta con el grupo de control, donde las percepciones fueron más variadas. El modelo no solo elevó la percepción, sino que también generó un consenso en la forma en que los estudiantes ven la matemática.

La combinación de estos dos resultados permite concluir que el modelo de continuidad docente es superior al currículo tradicional en dos aspectos clave:

- Efectividad: Eleva la percepción de los estudiantes sobre la interconexión de la matemática.
- Consistencia: Genera una comprensión más uniforme y compartida entre los estudiantes.

Realizando el análisis por afirmación permitió establecer que el modelo de continuidad docente generó una percepción de mayor coherencia curricular y, de igual forma, si dicha percepción fue más consistente y uniforme entre los estudiantes de este grupo.

Por su parte, la fase cualitativa se centró en las respuestas abiertas del cuestionario, que fueron sometidas a un proceso de codificación temática. Se incluyeron preguntas de reflexión como:

- Describe con tus propias palabras lo que significa para ti la integración curricular en el contexto de tu formación como profesor de matemática.
- Identifica una dificultad que te impida llevar a cabo la integración curricular en el aula. ¿De qué manera tu formación te ha ayudado a superarla?

De igual manera, un ejemplo de análisis cualitativo para la primera pregunta señalada anteriormente, se analizaron las respuestas de los estudiantes conectándolas con los conceptos clave de la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, el aprendizaje experiencial de Dewey y el pensamiento pedagógico del contenido (PCK) de Shulman.

Análisis a través de la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud

La teoría de Vergnaud se centra en cómo los conceptos se interconectan a través de una red de situaciones, teoremas y conceptos. Varias de las respuestas reflejan directamente esta idea de construir una red de conocimiento en lugar de casillas aisladas.

- Las respuestas 6, 11 y 13 son excelentes ejemplos.
    - La respuesta 6 utiliza la metáfora de un "gran árbol" con raíces y ramas, que es un paralelo perfecto a un campo conceptual. El estudiante rechaza explícitamente

ver la matemática como "casillas separadas" y menciona la creación de un "mapa de ruta" en su mente, lo que demuestra una comprensión profunda de la naturaleza interconectada de los conceptos matemáticos.

- La respuesta 11 es otro ejemplo contundente, donde el estudiante afirma que tenía una "visión limitada" y ahora entiende la matemática como un "conocimiento interconectado". Esto demuestra un claro cambio conceptual, que es un resultado clave en la construcción exitosa de campos conceptuales.
- La respuesta 13 habla explícitamente de conectar los diferentes "ejes" de la matemática para mostrar que forman un "todo coherente". Esto apoya directamente la idea de construir un campo conceptual robusto, yendo más allá de temas aislados.

Análisis a través del Aprendizaje Experiencial de Dewey

La filosofía de Dewey enfatiza que el aprendizaje es más significativo cuando se conecta con la experiencia del mundo real y se aplica de manera activa. Varias respuestas aluden a esto al destacar el vínculo entre la teoría y la práctica.

- Las respuestas 4, 8, 9 y 12 encajan en este marco.
  - La respuesta 4 utiliza la frase "conectada con la realidad", que es un principio fundamental del trabajo de Dewey.
  - Las respuestas 8 y 12 hablan de conectar la matemática con la "experiencia personal", la "vida" y las "situaciones reales" del estudiante para que vean la "utilidad de lo que aprenden". Este es el pensamiento clásico de Dewey, donde el aprendizaje no es solo para la escuela, sino para la vida.

Análisis a través del Pensamiento Pedagógico del Contenido (PCK) de Shulman

El PCK de Shulman trata de transformar el conocimiento disciplinar en algo enseñable. Esto incluye comprender las ideas erróneas de los estudiantes y encontrar formas efectivas de representar el contenido. Algunos estudiantes muestran una incipiente conciencia de este conocimiento profesional.

- Las respuestas 6, 10 y 14 se alinean con este marco.
  - La respuesta 6 menciona que esta nueva comprensión es "clave para analizar la forma de enseñanza". Esto demuestra que el estudiante está pasando de solo saber el contenido a pensar en cómo enseñarlo, que es la esencia del PCK.
  - La respuesta 10 define la integración como una "estrategia que como profesores usamos" para presentar el contenido con "continuidad", enmarcando explícitamente su definición desde la perspectiva del docente.

- La respuesta 14, al enfocarse en el "conocimiento del currículum" como la clave de la integración, demuestra una conciencia del conocimiento profesional que se necesita para implementar un currículo, un componente clave del modelo de PCK de Shulman.

Resumen de los Hallazgos

En general, las respuestas indican una fuerte alineación con los marcos teóricos. Los estudiantes no solo ven la integración como un concepto académico, sino como un cambio fundamental en su comprensión de la matemática (Vergnaud), su conexión con el mundo real (Dewey) y sus implicaciones para su futura práctica profesional (Shulman). Las respuestas más poderosas (6, 11, 13) van más allá de una simple definición y muestran una clara transformación en su modelo cognitivo, lo que es un resultado significativo.

Finalmente, se realizó una contrastación cruzada de los datos. Esta triangulación permitió que los resultados cuantitativos y cualitativos se complementaran mutuamente: las cifras estadísticas proporcionaron la evidencia de la magnitud del impacto, mientras que las respuestas de los estudiantes ofrecieron las razones y el contexto para explicar el porqué de esos resultados, enriqueciendo la discusión y las conclusiones del estudio.

El análisis de los datos cuantitativos se realizó mediante el cálculo de la media ($\bar{x}$), la desviación estándar (σ) y sus respectivas diferencias ($\Delta\bar{x}$ y $\Delta\sigma$) utilizando el programa Microsoft Excel. Este *software* fue empleado para procesar las respuestas de la escala Likert y facilitar la comparación estadística entre el grupo de estudio y el grupo de control.

El análisis de los datos cuantitativos se realizó con la asistencia de un modelo de lenguaje de inteligencia artificial, que proporcionó interpretaciones de las medias y las desviaciones estándar (Google, comunicación personal, 2025).

El análisis de las respuestas cualitativas se realizó en colaboración con un modelo de lenguaje de inteligencia artificial, que facilitó la identificación de patrones temáticos y la interpretación de las percepciones de los estudiantes a la luz del marco teórico (Google, comunicación personal, 2025).

CONCLUSIONES

Este estudio preliminar valida la hipótesis de que un modelo de continuidad docente impacta positivamente la formación de futuros profesores de matemática. Los resultados cuantitativos muestran que el grupo de estudio no solo percibió una mayor coherencia y conexión entre las asignaturas, sino que también desarrolló una comprensión más uniforme y consistente, evidenciada por una menor dispersión en las respuestas.

El análisis cualitativo complementa estos hallazgos, revelando que los estudiantes del grupo de estudio internalizaron la integración como un principio fundamental para su rol

profesional, desarrollando un claro Pensamiento Pedagógico del Contenido (PCK). Esto contrasta con las percepciones más superficiales del grupo de control. Los resultados sugieren que la continuidad docente es una variable clave para mejorar la calidad de la formación didáctica, sentando las bases para futuras investigaciones que puedan confirmar el impacto de este enfoque en el desarrollo de las competencias profesionales de los futuros docentes.

Referencias

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407.

Dewey, J. (1938). *Experience and education*. Macmillan.

Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record, 108*(6), 1017–1054.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques, 10(2-3), 133–170.*

EXPLORACIÓN DEL NOTICING DOCENTE EN REFLEXIONES SOBRE VIDEOS DE SUS PRÁCTICAS

Nicole Fuenzalida Díaz, Centro de Investigación Avanzada en Educación y el Instituto de Educación de la Universidad de Chile.

Farzaneh Saadati, Centro de Investigación Avanzada en Educación y el Instituto de Educación de la Universidad de Chile.

Abstract:

Este estudio explora cómo se manifiesta el noticing docente al reflexionar sobre videos de su propia práctica. Se analizó el caso de una docente de enseñanza media con amplia experiencia profesional, pero con trayectoria reciente en la enseñanza de las matemáticas. El análisis combinó múltiples fuentes de información, planificaciones, videos de clase, reflexiones escritas y entrevistas semiestructuradas centradas en segmentos de instrucción seleccionados, para reconstruir el razonamiento profesional de la docente. Los resultados muestran que, al reflexionar sobre momentos específicos de su práctica, la docente percibe eventos relevantes del aprendizaje, interpreta la dinámica del aula y toma decisiones pedagógicas situadas, evidenciando la articulación de las competencias de noticing en práctica. La reflexión sobre sus propios practicas favoreció la toma de conciencia sobre sus decisiones, la adaptación de estrategias de enseñanza y la mediación frente a diversas respuestas estudiantiles. Estos hallazgos aportan evidencia sobre cómo la reflexión guiada sobre la práctica puede potenciar el desarrollo profesional, ofreciendo implicancias para el diseño de procesos formativos y evaluativos orientados a fortalecer el noticing docente.

Noticing, educación matemática, desarrollo profesional, práctica pedagógica, reflexión docente

INTRODUCCIÓN

El Sistema Nacional de Reconocimiento Docente (Decreto N° 339 de 2018) es un mecanismo de evaluación que busca medir y fortalecer las competencias profesionales del profesorado a través del Portafolio de evidencias, la Evaluación de Conocimientos Específicos y Pedagógicos y los años de experiencia, determinando tramos de avance en la Carrera Docente que se relacionan directamente con la remuneración de los docentes de establecimientos de administración pública (DocenteMás, 2025). En este marco, los docentes deben grabar una clase como parte de su portafolio profesional. En esta se evalúan competencias pedagógicas vinculadas a la interacción con los estudiantes, la claridad de las explicaciones, el acompañamiento en los aprendizajes, la enseñanza de nuevos contenidos y la promoción de interacciones significativas en el aula (DocenteMás, 2025).

Índice

En 2025, por primera vez, los docentes tuvieron la opción de descargar esos vídeos y revisar sus propias clases. Estas grabaciones ofrecen una oportunidad única para la reflexión sobre la práctica, ya que los vídeos pueden convertirse en una herramienta poderosa para el aprendizaje profesional, al permitir que los docentes interpreten y analicen su propia enseñanza (Hollingsworth & Clarke, 2017).

Comprendiendo que los docentes se ven enfrentados a la evaluación de sus competencias, Blömeke et al., (2015) sostiene un modelo de competencias en donde el desempeño en el aula se concibe como una articulación entre las disposiciones (conocimientos, creencias y motivaciones) y el comportamiento observado situado en los procesos propios de la práctica. En esta concepción del desempeño, el *noticing* docente ocupa un papel clave, ya que actúa como el puente que conecta lo que el docente sabe y cree con lo que efectivamente hace en el aula.

En este sentido, comprender cómo los docentes perciben e interpretan sus propias prácticas a través de la reflexión sobre sus clases grabadas nos permite acercarnos a este proceso intermedio. Así, el análisis guiado y las reflexiones sobre sus videos bajo la perspectiva del *noticing* docente pueden contribuir a fortalecer las prácticas reflexivas y favorecer la mejora continua de la enseñanza. Una posibilidad es a través las evaluaciones del marco del Sistema Nacional de Reconocimiento Docente como herramientas de aprendizaje. Considerando lo anterior, surge la pregunta que guía este trabajo ¿Cómo emergen el del *noticing* docente mediante la reflexión guiada sobre grabaciones de sus clases?

MARCO TEÓRICO

Existen diversos marcos teóricos y enfoques tanto en la investigación sobre *noticing* como en la investigación sobre el desempeño de los docentes en el aula. No obstante, ambos temas suelen abordarse por separado y presentan cierta vaguedad conceptual que dificulta la comprensión del fenómeno como una articulación dinámica (Weyers et al., 2023; Hirsch & Buchholtz, 2023).

En este contexto, el *noticing* docente, entendido como un proceso situado y compuesto por tres dimensiones interrelacionadas que comprenden la percepción de eventos relevantes en el aula, la interpretación de su significado pedagógico y la toma de decisiones, ofrece una vía teórica para analizar cómo los profesores atienden, comprenden y responden a la complejidad de la enseñanza (Jacobs et al., 2010). Además, la observación de videos de clases favorece el desarrollo del *noticing*, ya que permite a los docentes focalizar su atención en las interacciones discursivas y en el pensamiento de los estudiantes (van Es, et al., 2024).

Por otra parte, si se considera la enseñanza como un proceso complejo en el que las disposiciones docentes se relacionan con el desempeño en situaciones específicas (Blömeke et al., 2015), el *noticing* ofrece un marco pertinente para explorar el espacio intermedio en el

que se configura la práctica profesional. En esta línea, Hirsch y Buchholtz (2023) proponen un modelo de conceptualización de la práctica que integra el modelo de competencias profesionales, mientras que Brungs et al. (2025) avanzan hacia un modelo de reconstrucción de la práctica docente que combina evidencias autoinformadas, observaciones de aula y análisis interpretativos. Este enfoque integrado permite identificar cómo las tres dimensiones del *noticing* se manifiestan en las decisiones pedagógicas situadas, articulando así las competencias docentes con la práctica en contextos reales de enseñanza.

METODOLOGÍA

Este estudio adopta un diseño exploratorio de estudio de caso y forma parte de un proyecto más amplio con 12 docentes de distintos perfiles. Se seleccionó un caso particular de una docente con menos experiencia en matemáticas, pero con un desempeño destacado en la enseñanza general, que lo hace interesante para explorar cómo se manifiesta el noticing, cuando reflexiona sobre su práctica y toma decisiones pedagógicas. A los participantes se les solicitó planificar y grabar dos clases, completar una reflexión escrita sobre ellas y participar en una entrevista semiestructurada, basada en segmentos de sus videos. El protocolo se centró en los momentos clave de su clase, animando a los docentes a articular sus interpretaciones y decisiones pedagógicas.

El caso del estudio

El caso de este estudio es una docente de matemática que realiza clases en enseñanza media en un Liceo Técnico Agrícola de administración pública, en una comuna en la zona sur de Santiago. La participante tiene doce años de experiencia enseñando en enseñanza básica y media, pero solo dos enseñando matemáticas en la enseñanza media. El curso participante de las clases granadas fue un 1° medio y en su clase había aproximadamente 30 estudiantes.

ANÁLISIS DE LOS DATOS

El análisis se desarrolló en tres etapas principales. La primera de ellas incluyó tres pasos fundamentales: 1) Revisión de las planificaciones de cada clase grabada, lo que permitió identificar episodios en los que las observaciones del docente se relacionaban directamente con las dificultades de los estudiantes en matemáticas y que surgieron en el momento, en lugar de estar planificados previamente. (2) Asimismo, para fortalecer este enfoque, se llevó a cabo un análisis detallado de los videos (Schoenfeld et al., 1993). Este análisis consistió en observar cada segmento en múltiples ocasiones y elaborar una transcripción enriquecida que incluyó no solo las intervenciones verbales de la profesora, sino también las interacciones con los estudiantes. De esta manera, se registraron las preguntas que formulaba, las respuestas de los estudiantes, las microdecisiones tomadas en el momento (por ejemplo, retomar una respuesta, cambiar la estrategia o dar una pista) y las secuencias de instrucción desarrolladas. (3) Con base en los análisis anteriores se seleccionó un segmento de una de las

clases grabadas que representó una situación específicamente. El segmento tuvo duración aproximada de cinco minutos y estuvo antecedido por una contextualización entregada por la entrevistadora sobre una situación particular con una estudiante. Esta delimitación buscó facilitar la atención del docente durante las entrevistas posteriores y minimizar distracciones o posibles lapsos de memoria (Coles, 2012). La segunda etapa se centra en la entrevista semiestructuradas. Los segmentos seleccionados se utilizaron en entrevistas semiestructuradas con la docente. Para fundamentar su estructura, primero se revisaron las respuestas del formulario de reflexión completado al final de cada clase. A partir de esa revisión y de los fragmentos de video elegidos, se diseñaron preguntas específicas para cada entrevista. Durante la entrevista, la docente visualizó fragmentos de su propia instrucción y se le solicitó explicar lo que estaba ocurriendo en esos momentos. Este procedimiento permitió explorar sus interpretaciones y decisiones pedagógicas de manera situada. La tercera etapa del análisis se centra en la triangulación de datos. El diseño multimetódico posibilitó integrar y triangular los hallazgos provenientes de tres fuentes: los videos de clase, las reflexiones escritas de la docente, y la entrevista semiestructurada.

RESULTADOS

El análisis muestra cómo la docente, al reflexionar sobre un segmento seleccionado de su propia clase grabada, profundiza en tres dimensiones del *noticing*: percibir eventos relevantes dentro del segmento, interpretar la situación y tomar decisiones pedagógicas, evidenciando la relación entre su *noticing* y su practica en el aula.

Percibir eventos relevantes

Dentro del segmento presentado, la docente reflexiona situaciones significativas de aprendizaje. En este caso, la docente evoca cómo identificó una dificultad de los estudiantes y cómo conecta eso con otras situaciones ocurridas en su aula:

> 1 Docente: La Victoria fue una, que fue como más evidente. Pero había otros que estaban más silenciados, más calladitos. Cuando me empecé a mover por la sala, me di cuenta que no podían, que estaban súper confundidos … Y los chiquillos como que estaban perdidos, (*Imita a los estudiantes*) "¿de dónde salió ese dos? ¿dónde salió el uno?", "¿Por qué el cero?" y "¿por qué profe…?". Claro que después se dieron cuenta que los van cambiando por la X. Cómo influye la X…. Ya entonces les dije que recordaran que cada vez que tienen la X tienen que reemplazar el número.

Y posteriormente la profesora continua con profundizando en las dificultades de los estudiantes señalando otras situaciones similares:

> 1 Docente: (*Sobre clase de vectores posterior a la grabación*) A veces habla algo de una N, habla de una U, habla de una W. Entonces (*imitando a sus estudiantes*) "ya como que la X o la incógnita", "profe ¿y esa U de dónde salió?" … Entonces, ahora es como más habitual con el tema de las incógnitas, se puede llamar X, que se

puede llamar Y, e puede llamar U, W, la letra que se me ocurra. Pero que va a ser una incógnita y que entiendan eso que va a ser una incógnita. Es como lo constantemente que vamos reforzando.

Interpretación de la situación

La docente reflexiona sobre las causas de ciertos comportamientos o dificultades afecta la dinámica del aula. Cuando identifica:

1 Docente: Los chicos cuando ya ven que en algo no pueden, dejan la atención derechamente y se ponen a hacer otras cosas que no corresponden a la clase. Entonces volver a sentarlos, volver a encontrarlos, es terrible.

Toma de decisiones pedagógicas

La docente también reflexionó sobre el proceso que le llevó a ajustar su instrucción en tiempo real frente a la diversidad de estrategias y niveles de comprensión de los estudiantes. Por ejemplo, comienza el proceso observando cómo diferentes estudiantes resuelven un mismo problema de distintas maneras. Luego, frente a una estrategia diferente de uno de los estudiantes que sale a la pizarra, la docente reconoce su dificultad y adapta los resultados esperados de su clase:

1 Docente: Teníamos tanta diversidad dentro de la sala para representar uno, el estudiante me muestra su forma… yo no entendía a nada. Yo decía "¿Qué está haciendo? Se equivocó en todo, yo me equivoqué, no sé, me pasé muchas películas. Y cuando finalmente logro entender… con todo ese estrés mío, más el de él, y al final estaba haciendo el proceso al revés. Él estaba de atrás para adelante y ahí como que me di cuenta dije "ahora te entendí para dónde vas", Y le dije textualmente, "ahora entiendo para dónde vas". "Bien Juan, pero creo que tienes algunos errores de cálculo, pero bien tu pensamiento porque fuiste como de atrás para adelante"

La docente no corrigió al estudiante y decidió validar la estrategia pese a no ser la que ella había previsto.

1 Docente: Él me dijo, ‘sí, profesora, eso es lo que yo quería hacer’

DISCUSIÓN

La conceptualización de las competencias profesionales ha evolucionado y se entiende actualmente como un proceso complejo manifestado en la práctica, sensible al contexto y situado (Blömeke et al., 2015; Brungs et al., 2025; Hirsch & Buchholtz, 2023; Van Es et al., 2024). Este estudio permitió mostrar la complejidad de ese proceso en una situación seleccionada y observar cómo la reflexión guiada sobre momentos específicos facilita la atención a las dificultades de los estudiantes, la interpretación de su comportamiento y la adaptación de la enseñanza en tiempo real.

Según el modelo de *noticing* (Jacob et al., 2010, Blomeke et al., 2015), de esta reflexión emergen las tres dimensiones del modelo: percibir, interpretar y tomar decisiones. Estos resultados revelan que ninguno de los procesos se da por sí solo, sino que más bien están

interconectados o abren espacios para estarlo. A partir de los segmentos de clase seleccionados, la docente reflexionó sobre elementos críticos de su enseñanza y de la comprensión de los estudiantes, reflejando cómo su atención a situaciones concretas permite interpretar situaciones de aprendizaje de los estudiantes. A su vez, la interpretación sobre la relación entre la dificultad de la actividad y la atención de los estudiantes resulta es un elemento significativo para la dinámica de sus clases y el aprendizaje de sus estudiantes. Esto permite destacar la relevancia que tiene la comprensión e interpretación del pensamiento del estudiante y las interacciones entre docente y estudiante en los procesos de toma de decisiones pedagógicas y por ende en la práctica (Blömeke et al., 2015; Brungs et al., 2025; Hirsch & Buchholtz, 2023; van Es, et al., 2024).

Finalmente, el proceso culmina en la toma de decisiones pedagógicas en tiempo real, en la que la docente ajustó su instrucción frente a la diversidad de respuestas y estrategias de los estudiantes. Los resultados muestran que el modelo conceptual de práctica docente (Brungs et al., 2025; Hirsch & Buchholtz, 2023) permite que la docente, a través de la observación guiada de su práctica, reconstruya su experiencia y posibilite la articulación sus competencias profesionales, creando oportunidades para su propio aprendizaje y transferirlos activamente a la práctica (Brungs et al., 2025). De este modo, la reflexión guiada sobre segmentos específicos de la clase permitió a la docente reconstruir su experiencia y hacer explícitas las competencias de *noticing*, facilitando la comprensión de la interacción entre atención, interpretación y acción en su práctica pedagógica.

Prácticas como estas podrían integrarse en evaluaciones docentes formativas, complementando sistemas como el Sistema Nacional de Reconocimiento Docente. Si bien el estudio se centra en un único caso con dos videos, lo que limita la generalización de los hallazgos, permite un análisis profundo del proceso de *noticing* en un contexto específico. Sumado a lo anterior, este estudio también resulta limitado en cuanto al impacto de la reflexión en la práctica docente, en investigaciones futuras es necesario indagar en un modelo donde evaluar el impacto de la reflexión sea posible. Investigaciones futuras, también podrían incorporar más casos para comprender de manera más amplia los procesos complejos de *noticing* y la práctica docente en matemáticas. En conclusión, el *noticing* docente se evidencia en su capacidad de identificar a partir de la reflexión eventos significativos, interpretar la dinámica del aula y tomar decisiones pedagógicas fundamentadas, lo que demuestra que la observación y reflexión sobre sus propios videos son herramientas clave para el desarrollo profesional y la mejora de su práctica docente. En este sentido, el estudio también pone de relieve el potencial formativo del Sistema Nacional de Reconocimiento Docente, al mostrar que los materiales generados para la evaluación, como los videos del portafolio, pueden convertirse en recursos valiosos para la mejora continua, promoviendo una cultura de reflexión profesional y desarrollo docente sostenible.

Agradecimientos

A FONDECYT Iniciación No. 11220514 y a financiamiento otorgado por ANID/PIA/Fondos Basales para Centros de Excelencia FB0003 y por ANID/ **Apoyo 2024 AFB240004**.

Referencias

Blömeke, S., Gustafsson, J.-E., & Shavelson, R. J. (2015). Beyond dichotomies: Competence viewed as a continuum. *Zeitschrift für Psychologie*, *223*(1), 3–13. https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000194

Brungs, C. L., Buchholtz, N., Streit, H., Theile, Y., & Rott, B. (2025, May). Empirical reconstruction of mathematics teaching practices in problem-solving lessons: a multi-method case study. In *Frontiers in Education* (Vol. 10, p. 1555763). Frontiers Media SA. https://doi: 10.3389/feduc.2025.1555763

Decreto N° 339, 2018. Aprueba reglamento sobre sistema de desarrollo profesional docente. 26 de octubre de 2018. Diario Oficial, No 43.196.

Coles, A. (2013). Using video for professional development: the role of the discussion facilitator. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 165–184. https://doi.org/10.1007/s10857-012-9225-0

DocenteMÁS. (2025). *Unificación del Sistema Evaluativo – Ley 21.625*. https://www.docentemas.cl/sistema-unico-evaluacion/ley-21625/

Hirsch, C. L., & Buchholtz, N. (2023). The concept of practices in mathematics teachers' competence: A theoretical exploration. In *Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)* (No. 14). Alfréd Rényi Institute of Mathematics; ERME.

Hollingsworth, H., & Clarke, D. (2017). Video as a tool for focusing teacher self-reflection: Supporting and provoking teacher learning. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20*(5), 457–475. https://doi.org/10.1007/s10857-017-9380-4

Schoenfeld, A. H., Smith, J. P., & Arcavi, A. (1993). Learning: The microgenetic analysis of one student's evolving understanding of a complex subject matter domain. En R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology* (pp. 55–175). Hillsdale, NJ: Erlbaum. https://doi.org/10.4324/9781315864341

van Es, E. A., Luna, M., & Tekkumru-Kisa, M. (2024). An exploration of noticing discourse as a mechanism of teacher learning. In *Teacher Professional Vision: Empirical Perspectives* (pp. 13–30). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003370604

Weyers, J., König, J., Santagata, R., Scheiner, T., & Kaiser, G. (2023). Measuring teacher noticing: A scoping review of standardized instruments. *Teaching and Teacher Education, 122*, 103970. https://doi.org/10.1007/978-3-658-46018-1_12

Índice

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DE LOS PROFESORES DE BÁSICA PRIMARIA EN EL DESARROLLO DE PROYECTOS TRANSVERSALES

Eudys Esther Ballesteros-Palmett, Universidad de Antioquia

Luz Stella Mejía-Aristizabal, Universidad de Antioquia

Carlos Mario Jaramillo-López, Universidad de Antioquia

Abstract:

Esta investigación busca analizar el conocimiento matemático que los docentes de básica primaria ponen en juego en la integración de las matemáticas mediante proyectos transversales en el aula, con el fin de generar directrices que fortalezcan el diseño curricular en este nivel educativo. El estudio cualitativo se realiza mediante un estudio de caso con ocho docentes de la Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño de Medellín, Colombia. La metodología combina la observación participante, las entrevistas semiestructuradas, las comunidades de aprendizaje y el análisis documental, con el procesamiento de datos en Atlas.ti (25) mediante codificación abierta y técnicas de categorización axial. Los hallazgos preliminares muestran que los profesores enfrentan múltiples desafíos: vincular las matemáticas con contextos significativos de la vida real, construir redes conceptuales entre las áreas abordadas en los proyectos, fomentar la motivación de los estudiantes y coordinar el contenido con otras disciplinas. La aritmética y la comprensión lectora, junto con el dominio de los cinco estilos de pensamiento matemático por parte de los docentes, se identifican como aspectos prioritarios. Además, existe la necesidad de fortalecer el conocimiento didáctico y curricular, articulado con el contexto social y educativo en el que se desarrollan las prácticas pedagógicas. Se concluye que es necesario fortalecer la formación docente tanto en el área de matemáticas como en el diseño e implementación de proyectos transversales en el aula. Esta formación contribuye a generar un aprendizaje matemático relevante, significativo y transferible, lo que impacta positivamente en la transformación curricular de la educación primaria.

Conocimiento matemático, proyectos transversales, enseñanza de las matemáticas, formación de profesores

INTRODUCCIÓN

La formación de competencias del siglo XXI se ha consolidado como un eje central en los procesos educativos, impulsando reformas curriculares orientadas a prácticas pedagógicas contextualizadas e integradoras (Banco Iberoamericano, 2022). En este marco, en América Latina y el Caribe han adquirido relevancia metodologías como la Resolución de Problemas, STEAM, el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) y los Proyectos Transversales, todas

ellas caracterizadas por su enfoque interdisciplinar y su capacidad para vincular el aprendizaje escolar con problemáticas reales. En el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, estas estrategias buscan fortalecer el pensamiento crítico, la comprensión de los conceptos y la transferencia del conocimiento a diversas situaciones en contexto.

No obstante, la efectividad de estas metodologías depende en gran medida del conocimiento matemático que el profesorado ponga en juego en su práctica. Dicho conocimiento abarca la comprensión especializada de los contenidos, la capacidad de articularlos con otras áreas y el manejo curricular que posibilita su integración en diferentes contextos. Estudios recientes (Arias, et al., 2023; ICFES, 2023) evidencian que, en la región, persisten bajos niveles de rendimiento en matemáticas, como lo reflejan las pruebas nacionales ICFES, lo que señala una brecha entre las propuestas metodológicas innovadoras y su implementación efectiva en el aula. Estas limitaciones han sido reconocidas en las orientaciones recientes del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2023), que enfatizan la necesidad de fortalecer la enseñanza de las matemáticas desde enfoques contextualizados y articulados con el currículo. Entre las causas identificadas se incluyen carencias en la formación específica para desarrollar proyectos transversales, la limitada colaboración entre pares y la escasa formación continua de docentes.

En este contexto, se ha desarrollado la investigación, que tiene como pregunta ¿Qué conocimientos matemáticos ponen en juego los profesores de la básica primaria cuando desarrollan proyectos transversales en el aula?, bajo el objetivo general de analizar el conocimiento matemático que movilizan los docentes de básica primaria en la integración de las matemáticas a través de proyectos transversales, con el propósito de aportar a la comprensión de sus prácticas pedagógicas y contribuir al fortalecimiento de propuestas formativas más contextualizadas, colaborativas y pertinentes.

MARCO TEÓRICO

La enseñanza de las matemáticas en básica primaria enfrenta el desafío de vincular los contenidos con contextos significativos y de articularlos con otras áreas del saber. En este marco, los proyectos transversales (Leikin & Zazkis, 2015) emergen como una estrategia pedagógica que no solo integra disciplinas, sino que transforma el rol del conocimiento matemático del docente, desplazando su concepción tradicional hacia una visión dinámica y contextualizada.

Desde el enfoque de Shulman (1986), el conocimiento profesional docente incluye el contenido disciplinar, el conocimiento pedagógico general y el conocimiento didáctico del contenido (PCK). Ponte (1994, 2012) amplía esta perspectiva al proponer cuatro dimensiones clave del conocimiento matemático del profesor: enseñanza, aprendizaje, currículo y práctica

educativa, todas esenciales para implementar proyectos transversales. Esta visión resulta especialmente pertinente en contextos interdisciplinarios, donde el conocimiento matemático del profesor se ve interpelado por las tensiones entre el saber disciplinar y las exigencias del trabajo colaborativo.

Investigaciones recientes (Gutiérrez et al., 2019; Capraro y Slough, 2019; Moretti et al., 2021; Boaler y Staples, 2020) evidencian que esta metodología favorece el pensamiento crítico, la colaboración y la transferencia de aprendizajes. Desde una pedagogía crítica, Gutstein (2006) y Freudenthal (1983) destacan el potencial de las matemáticas para interpretar y transformar realidades sociales.

En el contexto colombiano, la transversalidad se respalda normativamente (MEN, 2014; Decreto 1860) y se vincula con competencias ciudadanas (García et al., 2003), aunque su implementación exige formación docente específica y coordinación curricular (Harden, 2000; Torres y Sala, 2011). Este estudio se inscribe en una perspectiva crítico-constructivista, asumiendo que el conocimiento matemático del docente es una construcción situada, negociada y significativa, especialmente cuando se integra en proyectos que dialogan con la realidad y otras disciplinas.

METODOLOGÍA

La investigación cualitativa (Denzin & Lincoln, 2011; Smith, 2010), basada en un estudio de casos, analiza la integración de las matemáticas en proyectos transversales en la educación primaria. Se seleccionaron 8 docentes, de un grupo de 23 maestros de la Institución Educativa Gilberto Alzate Avendaño en Medellín, asegurando su participación en el estudio de manera voluntaria. La recolección de datos incluye observación participante, entrevistas semiestructuradas, comunidades de aprendizaje (Elboj et al.,2000) y análisis documental. La observación recoge dinámicas pedagógicas en el aula (Denzin, 2017), las entrevistas permiten explorar las percepciones docentes (Marshall & Rossman, 2016), la comunidad de aprendizaje nos permite construir conocimiento en equipo (Elboj et al.,2000) y el análisis documental contextualiza los hallazgos (Bowen, 2009). Se está empleando el software Atlas.ti, Versión 25, para la organización y codificación de datos, facilitando una comprensión estructurada del fenómeno. El análisis seguirá un proceso de codificación abierta, identificando patrones y categorías emergentes (Strauss & Corbin, 2002). Además, en las comunidades de aprendizaje, se viene implementando un programa de formación docente, con el fin de promover estrategias efectivas para la enseñanza interdisciplinaria de las matemáticas.

RESULTADOS DEL ESTUDIO

Los docentes participantes conciben el conocimiento matemático como un conjunto amplio de saberes que trasciende las operaciones básicas, incluyendo pensamiento lógico,

razonamiento, resolución de problemas, análisis de datos y comprensión de sistemas numéricos, espaciales y variacionales. Esta perspectiva revela una visión funcional y contextualizada de las matemáticas como herramienta para interpretar y transformar la realidad.

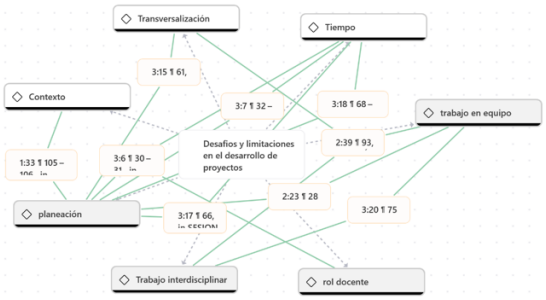
Se evidencian referencias a los cinco pensamientos matemáticos definidos por el MEN (2006), aunque su aplicación varía según la formación y experiencia de cada docente. Metodologías activas como el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), la gamificación, el trabajo colaborativo, el aula invertida y el uso de material concreto han favorecido la integración de contenidos matemáticos en situaciones reales.

Los proyectos desarrollados abordaron temáticas diversas —como el cuerpo humano, la historia escolar, la mitología, la convivencia y el medio ambiente— incorporando saberes matemáticos mediante conteo, geometría, estadística, medición y operaciones básicas. Aunque algunos docentes aún no integran explícitamente estos contenidos, se observa una clara intención de transversalización. Estos hallazgos se relacionan con el modelo didáctico transversal propuesto por Londoño Vélez (2024), que plantea la integración de las matemáticas como eje articulador de saberes en contextos reales.

Entre las fortalezas destacan la motivación, la innovación y la contextualización pedagógica. Los principales desafíos incluyen la falta de tiempo, el escaso acompañamiento familiar, dificultades en la autorregulación estudiantil y la necesidad de mayor formación y recursos para el diseño de proyectos con enfoque matemático (Ver figura 1).

Figura 1

Desafíos y limitaciones en el desarrollo de proyectos transversales.



Nota. Red de análisis de categoría, realizada con Atlas.ti.25, donde se logran evidenciar las relaciones entre diferentes códigos identificados en los datos recolectados en las comunidades de aprendizaje con profesores de primaria.

Según lo evidenciado, en el desarrollo de proyectos transversales factores como la transversalización, el tiempo, el trabajo en equipo y el rol docente convergen con la

Índice

planificación, el contexto y la interdisciplinariedad para convertirse en retos y desafíos. Esta articulación revela que las dificultades no operan de forma aislada, sino que se potencian mutuamente, exigiendo enfoques integrales y colaborativos para superarlas y avanzar hacia una transformación curricular.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los resultados evidencian que los docentes de básica primaria movilizan un conocimiento matemático que va más allá del dominio técnico, incorporando razonamiento lógico, resolución de problemas y análisis de datos en contextos reales. Esta visión se alinea con el enfoque crítico-constructivista (Ponte, 2012; Medina Castañeda, 2015), que concibe el conocimiento docente como una construcción dinámica y contextual, articulada con otras áreas del saber.

Los maestros activan las cuatro dimensiones del conocimiento matemático propuestas por Ponte: enseñanza adaptada a situaciones reales, comprensión del alumnado, integración curricular de los cinco pensamientos matemáticos (MEN, 2006) y aplicación de metodologías activas como ABP, gamificación y trabajo colaborativo. La efectividad de estas prácticas depende de factores como el contexto escolar, la formación docente, los recursos disponibles y el enfoque pedagógico.

La transversalización de las matemáticas implica una transformación profunda de la práctica docente, donde el conocimiento matemático se convierte en herramienta para comprender y transformar el entorno educativo. No obstante, persisten desafíos estructurales como la falta de tiempo, la escasa formación específica y la limitada disponibilidad de recursos, que dificultan la sostenibilidad de estas prácticas.

Este análisis preliminar orienta futuras acciones formativas y abre nuevas líneas de investigación sobre el papel de las matemáticas en proyectos transversales pertinentes para la educación primaria, con miras a convertir la transversalidad en una experiencia pedagógica transformadora.

CONCLUSIÓN

La investigación evidencia que integrar las matemáticas en proyectos transversales requiere más que el dominio de contenidos: demanda una visión pedagógica que articule saberes, contextos y propósitos formativos. Aunque los docentes muestran apertura hacia enfoques interdisciplinarios, persisten vacíos en la planificación y en la conexión con situaciones reales que movilicen el pensamiento matemático de forma significativa.

Uno de los aportes centrales del estudio es la identificación de tensiones entre el currículo formal y las exigencias de una enseñanza contextualizada. La aritmética y la comprensión lectora se consolidan como pilares transversales, por su capacidad de facilitar el acceso a

problemas complejos y fomentar el razonamiento. En este marco, el conocimiento matemático del docente se redefine como una práctica situada, en diálogo con otras disciplinas.

Las evidencias sugieren que fortalecer la formación docente implica desarrollar competencias para diseñar, implementar y evaluar proyectos contextualizados, repensar los espacios de formación continua, fomentar comunidades de práctica y generar materiales pedagógicos innovadores. En consonancia con las orientaciones del MEN (2023) y los aportes de Gutiérrez et al. (2023), se reafirma la importancia de diseñar programas de formación que reconozcan el carácter situado del conocimiento matemático y su potencial transformador en la educación primaria.

Como proyección, se propone ampliar el estudio a otros niveles educativos y territorios, analizar el impacto en los estudiantes, especialmente en su conocimiento matemático, y explorar el potencial de las tecnologías para articular contenidos y construir entornos de aprendizaje dinámicos. Estos caminos apuntan hacia una transformación curricular que reconozca la complejidad del saber matemático y lo potencie como herramienta para formar ciudadanos críticos, creativos y comprometidos con su entorno.

Referencias

Abrantes, P. (1994). *El trabajo por proyectos y la relación de los alumnos con la matemática: La experiencia del proyecto MAT789* [Tesis doctoral no publicada]. Universidad de Lisboa, Portugal.

Beane, J. A. (1997). *La integración curricular: Diseñando el núcleo de una educación democrática*. Teachers College Press.

Benjumeda, C., Moreno, M., & Pérez, M. (2015). Proyectos interdisciplinarios en educación primaria: Una mirada desde la práctica docente. *Revista Iberoamericana de Educación*, *69*(1), 45–62.

Boaler, J., & Staples, M. (2020). *Matemáticas y democracia: El caso de la alfabetización cuantitativa*. Teachers College Press.

Bowen, G. A. (2009). El análisis documental como método de investigación cualitativa. *Qualitative Research Journal*, *9*(2), 27–40. https://doi.org/10.3316/QRJ0902027

Capraro, R. M., & Slough, S. W. (2019). *Aprendizaje basado en proyectos: Un enfoque integrado en ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM)*. Springer. https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-6209-143-6

Denzin, N. K. (2017). *El acto de investigar: Una introducción teórica a los métodos sociológicos* (4.ª ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315134543

Freudenthal, H. (1983). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. Reidel Publishing Company.

Índice

García, M., Carballo, R., & Fernández, J. (2003). La transversalidad como estrategia para la formación ciudadana. *Revista de Educación*, *331*, 45–62.

Gutiérrez, A., Molina, M., & Rico, L. (2019). Proyectos interdisciplinarios en la enseñanza de las matemáticas: Una revisión crítica. *Educación Matemática*, *31*(2), 7–30.

Gutstein, E. (2006). *Leer y escribir el mundo con matemáticas: Hacia una pedagogía para la justicia social*. Routledge.

Harden, R. M. (2000). La escalera de integración: Una herramienta para la planificación y evaluación curricular. *Medical Education*, *34*(7), 551–557. https://doi.org/10.1046/j.1365-2923.2000.00697.x

Leikin, R., & Zazkis, R. (2015). *Desafíos matemáticos en el aula: Desarrollar la creatividad a través de la resolución de problemas*. Springer.

Londoño Vargas, F. (2024). *Modelo didáctico transversal para fortalecer la praxis docente: La integración de las matemáticas en contextos reales*. Universidad de La Rioja.

Marshall, C., & Rossman, G. B. (2016). *Diseñando la investigación cualitativa* (6.ª ed.). SAGE Publications.

Medina Castañeda, Y. (2015). *El constructivismo y la realidad matemática*. Etnomatemática.org. https://www.etnomatematica.org/publica/articulos/ARTICULO%20-EL%20CONSTRUCTIVISMO%20Y%20LA%20REALIDAD%20%20MATEMATICA-2015-YAMILE-%20-%20copia.pdf

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. MEN.

Ministerio de Educación Nacional (2023). *Orientaciones para el fortalecimiento de la enseñanza de las matemáticas en la educación básica.* MEN.

Moreno, L., & Waldegg, G. (1992). Constructivismo y educación matemática: El papel de la epistemología en la práctica educativa. *Educación Matemática*, *4*(2), 1–18. https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol4/vol4-2/vol4-2-1.pdf

Moretti, G., Sánchez, L., & Ríos, P. (2021). Aprendizaje basado en proyectos: Una estrategia para la enseñanza de las matemáticas en contextos reales. *Revista Educación y Desarrollo*, *55*, 89–104.

Ortiz, J. (2006). La transversalidad como principio pedagógico. *Revista Pedagogía y Saberes*, *25*, 15–28.

Ponte, J. P. (1994). *Conocimiento profesional del profesor de matemáticas*. Universidad de Lisboa.

Ponte, J. P. (2012). El conocimiento del profesor de matemáticas: Perspectivas de investigación. *Revista Educación Matemática*, *24*(2), 5–32.

Índice

Shulman, L. S. (1986). Aquellos que entienden: El crecimiento del conocimiento en la enseñanza. *Educational Researcher*, *15*(2), 4–14. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004

Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Fundamentos de la investigación cualitativa: Técnicas y procedimientos para desarrollar teoría fundamentada* (2.ª ed.). SAGE Publications.

Torres, J., & Sala, J. (2011). La transversalidad en la práctica educativa: Retos y posibilidades. *Revista de Investigación Educativa*, *29*(1), 101–120.

Tytler, R., Symington, D., & Smith, C. (2021). Educación STEM: Una estrategia nacional para el aprendizaje interdisciplinario. *International Journal of STEM Education*, *8*(1), 1–15. https://doi.org/10.1186/s40594-021-00270-3

PROPUESTA DE UNA PAUTA DE OBSERVACIÓN DEL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA ESPECIALIZADA EN LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN

Jocelyn Andrea Celedón Montiel, Universidad Alberto Hurtado

Paula Sinttia Verdugo-Hernández, Universidad de Talca

Gonzalo Isaac Espinoza-Vásquez, Universidad Alberto Hurtado

Abstract:

El avance de este proyecto de investigación presenta una versión preliminar del diseño de una pauta de observación orientada a identificar el tipo de conocimiento de los docentes de matemática que manifiestan en la enseñanza del concepto de función. De este modo, se articula la dimensión disciplinar y didáctico-disciplinar de los docentes de matemática, con el propósito de observar el conocimiento especializado en la función, un objeto matemático complejo y central en la educación matemática. La investigación adopta un enfoque cualitativo de carácter descriptivo y, en esta etapa, contempla dos fases: una revisión documental de antecedentes normativos y estudios previos sobre instrumentos de observación y enseñanza de funciones, y la definición de indicadores y descriptores organizados según categorías del conocimiento matemático y didáctico del contenido. Como resultado parcial, se presenta el avance de una categoría de la dimensión disciplinar, lo que da cuenta de la aplicabilidad de la pauta para observar la práctica docente. Se espera que este instrumento se constituya en un aporte contextualizado para la observación y retroalimentación profesional, con proyección hacia otros contenidos y niveles de la educación matemática.

Observación de clase, profesor de matemática, conocimiento de los temas, concepto de función, enseñanza matemática

ANTECEDENTES

Desde la década de 1990, las reformas educativas en Chile han impulsado la profesionalización docente mediante políticas orientadas a mejorar la calidad educativa. En esta línea, iniciativas como el Programa de Mejoramiento de la Calidad y Equidad de la Educación (MECE – Ministerio de Educación [MINEDUC], 1992) y la Ley N.º 20.903 centrado en la práctica pedagógica y en procesos de formación situada, colaborativa y reflexiva. Asimismo, el programa *Visitas al Aula*, impulsado por el CPEIP (2021b), enfatiza la observación de clases como herramienta clave, articulada con procesos de retroalimentación formativa para fortalecer la práctica docente.

Índice

Por su parte, diversos estudios coinciden en la necesidad de contar con instrumentos que permitan observar y retroalimentar la práctica (Milicic et al., 2008; Sepúlveda-Irribarra, 2023). De manera complementaria, la Agencia de Calidad de la Educación ha subrayado la importancia de centrar la observación en los conocimientos que movilizan los profesores de matemática (Martínez et al., 2018; Preiss et al., 2014). Un foco especial se encuentra en la observación de conocimientos disciplinares y didáctico-disciplinares, en coherencia con los estándares de desempeño docente (CPEIP, 2021a).

En la enseñanza de la matemática se han desarrollado diversos instrumentos de observación con propósitos específicos. Por ejemplo, el *Manual ProMate* (Barriendos et al., 2018) fue diseñado para observar clases de profesores principiantes en Chile y México, mientras que la pauta *POEMat.ES* (Joglar et al., 2021) se aplicó en secundaria en España con foco en la calidad didáctica. Por su parte, en Chile, la pauta IOPP-FPM (Alarcón y Henríquez-Rivas, 2025) fue validada para observar la práctica preprofesional de futuros docentes, estructurada en tres dimensiones: pedagógica, disciplinar y didáctico-disciplinar.

No obstante, en Chile la aplicación de instrumentos centrados en el conocimiento disciplinar y didáctico-disciplinar sigue siendo limitada (Ramos-Rodríguez et al., 2024). Las pautas promovidas por el MINEDUC (CPEIP, 2021b) se enfocan en la gestión de aula y el rigor académico, sin considerar de manera específica la dimensión didáctico-disciplinar propia de la educación matemática.

En este escenario, es pertinente centrar la observación en un objeto matemático cuya enseñanza exige un conocimiento disciplinar especializado del profesor de matemática. La noción de función, como señalan Parra y Pino-Fan (2017), implica la articulación de significados parciales y el manejo de múltiples registros de representación, lo que le confiere un carácter unificador dentro de la disciplina. Por otro lado, en su recorrido epistemológico, Farfán (2005) caracteriza la función como un objeto central en la matemática, dada la diversidad de interpretaciones que ha recibido en la historia y su papel estructurante en el discurso matemático moderno

En el ámbito escolar, la enseñanza de la función requiere conocimientos de naturaleza didáctico-disciplinar. En esta línea, la Evaluación Nacional Diagnóstica (CPEIP, 2022) muestra que apenas un 53,9 % de los futuros profesores de matemática logra conducir adecuadamente el aprendizaje de este concepto, lo que evidencia vacíos en el conocimiento didáctico-disciplinar y refuerza la necesidad de instrumentos de observación que permitan analizar cómo dicho conocimiento se moviliza en la práctica docente.

MARCO TEÓRICO

Esta investigación adopta el modelo *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK)* (Carrillo et al., 2018), concebido como herramienta conceptual para describir e interpretar el

conocimiento especializado del profesor de matemática en situaciones reales de aula. Este modelo integra dimensiones disciplinares y didáctico-disciplinarias, ofreciendo un marco analítico para el estudio del conocimiento especializado del docente de matemática (Carrillo et al., 2013)

El MTSK se organiza en tres dominios: Conocimiento Matemático (MK), Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK) y Creencias. En este trabajo se consideran los dos primeros. El MK se estructura en: Conocimiento de los Temas (KoT), que abarca el dominio del objeto matemático, sus propiedades y formas de representación; Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM), referido a las conexiones entre conceptos y definiciones; y Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM), relativo a los modos de argumentar, justificar y resolver problemas de manera propia de la disciplina. Por su parte, el PCK incluye: Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT), relacionado con la selección de estrategias, ejemplos y representaciones ajustadas al nivel educativo; Conocimiento de las Características del Aprendizaje Matemático (KFLM), referido a dificultades, errores comunes y procesos cognitivos de los estudiantes; y Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje en Matemáticas (KMLS), relativo a objetivos curriculares y progresiones de contenido.

En esta investigación, el MTSK cumple una doble función: orientar el diseño de la pauta de observación mediante categorías y descriptores alineados a sus dominios y subdominios, y sustentar la observación del conocimiento del profesor de matemática en su ejercicio docente, favoreciendo procesos de retroalimentación desde una mirada disciplinar y didáctico-disciplinar.

ENFOQUE METODOLÓGICO

Este proyecto de investigación, enmarcado en el trabajo de grado del Magíster en Didáctica de la Matemática, adopta un enfoque cualitativo con alcance descriptivo (Flick, 2015), pertinente para analizar la práctica docente en contextos reales de aula y focalizarse en el conocimiento del tema que los profesores de matemática movilizan al enseñar funciones. En esta etapa del proyecto se ha definido avanzar en dos fases iniciales. La primera corresponde a una revisión de literatura especializada sobre instrumentos de observación de clases, estudios sobre conocimiento docente y enfoques de enseñanza del concepto de función. La segunda contempla la definición de indicadores y descriptores para la pauta de observación, los cuales se organizan a partir de los dominios *Conocimiento Matemático* (MK) y *Conocimiento Didáctico del Contenido* (PCK) del modelo *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK), estructurados en categorías específicas del objeto matemático en estudio, con el fin de diseñar un instrumento fundamentado y aplicable a la enseñanza de la función.

Índice

Para el avance del proyecto se delimitó un extracto del subdominio *Conocimiento de los Temas* (KoT), correspondiente al *Conocimiento Matemático* (MK) del MTSK, orientado a observar el conocimiento del tema que el profesorado manifiesta al desarrollar la noción de función. En particular, se trabajó la categoría *Definiciones, propiedades y fundamentos*, que reúne descriptores y tipos de conocimiento para guiar la observación e interpretación de distintos modos de comprender la definición de función. Este subdominio permite describir la comprensión que los docentes poseen sobre un objeto matemático en sus diferentes dimensiones: definiciones, representaciones, procedimientos, fenomenología y significados (Carrillo et al., 2012; Espinoza-Vásquez et al., 2018).

La elaboración de la pauta se realizó mediante un proceso sistemático de revisión y síntesis de fuentes teóricas y empíricas que orientaron la identificación de criterios observables del conocimiento matemático del profesorado. Este proceso se guio por los aportes de Carrillo et al. (2018), Espinoza-Vásquez et al. (2018) y Delgado-Rebolledo y Espinoza-Vásquez (2021), quienes proponen descripciones sobre cómo se manifiestan los componentes del KoT en la práctica docente. A partir de estos referentes, se definieron descriptores e indicadores que reflejan posibles manifestaciones del conocimiento del tema en la enseñanza del concepto de función. Cada descriptor incorpora un conjunto de tipos de conocimiento susceptibles de ser observados y un sistema de codificación que clasifica la evidencia como presente (P), parcialmente evidenciada (PE) o ausente (A). Asimismo, se añadieron ejemplos empíricos orientadores que ilustran el tipo de conocimiento esperado y preguntas destinadas a una entrevista posterior, cuyo propósito es indagar en aspectos conceptuales que no pudieron observarse directamente en la clase, contribuyendo a una comprensión más completa del conocimiento docente (Flick, 2015; Ruiz Sáez, 2024).

RESULTADOS PARCIALES

Los resultados corresponden al avance en la construcción de una parte de la pauta de observación orientada al subdominio *Conocimiento de los Temas* (KoT) del modelo MTSK. La Figura 1 muestra un extracto de la categoría *Definiciones, propiedades y fundamentos*, en el que se ejemplifica cómo el instrumento permite identificar el conocimiento del tema que el profesorado moviliza al enseñar el concepto de función, sin pretender abarcar la totalidad del conocimiento disciplinar.

Cada descriptor considera los tipos de conocimiento que pueden observarse. Por ejemplo, el uso de definiciones estructuradas, en lenguaje natural, simbólico o histórico-epistemológico. También se espera utilizar un sistema de codificación que clasifica la evidencia como presente (P), parcialmente evidenciada (PE) o ausente (A), con el propósito de registrar con claridad los niveles de manifestación del conocimiento del tema del profesor de matemática y sistematizar la información recogida durante la clase.

Figura 1

Extracto de ítems descriptores e indicadores del tipo de conocimientos preliminares, asociadas al subdominio KoT del Conocimiento Matemático del MTSK

Categorías	Descriptores	Tipos de Conocimientos Matemático	Ejemplo relativo a las funciones	Preguntas orientadoras para entrevista
Definiciones, propiedades y fundamentos	Conoce la definición de función	( ) Estructurada ( ) Lenguaje natural ( ) Simbólico ( ) Histórico - epistemológico	Sea A y B dos conjuntos. Una función f de A en B es un subconjunto de A×B tal que para todo a∈A existe un único b∈B con (a,b)∈f	¿Qué otras definiciones conoce? ¿Por qué utiliza esa definición?
		( ) Conjuntista ( ) Como relación ( ) Como correspondencia		
	Conoce definiciones de otros conceptos asociados a la función	( ) Dominio ( ) Codominio ( ) Recorrido ( ) Preimagen ( ) Imagen	si f: A → B, entonces : • Dom(f)= {x∈A/ f(x)∈B} • Si y∈B , se llama **preimagen de y** al (o a los) elemento(s) x∈A tales que: **f(x) = y**	¿Cómo se relacionan el dominio y recorrido? ¿Qué diferencias hay entre imagen, recorrido y codominio?

La pauta se aplica durante el desarrollo de la noción de función, que puede abordarse en más de una clase, permitiendo observar la evolución del conocimiento del tema en distintos momentos. Los ejemplos relativos a las funciones sirven como guía para reconocer posibles manifestaciones de los descriptores, sin constituir respuestas únicas. Asimismo, las preguntas orientadoras asociadas a cada descriptor se utilizarán en una entrevista posterior, destinada a indagar en otros tipos de conocimientos de las funciones que no pudieron hacerse explícitos en la clase.

Se espera que la aplicación de esta pauta sea realizada por profesionales de la educación matemática con conocimientos en didáctica de la disciplina, de modo de evitar interpretaciones erróneas de los indicadores y descriptores. Finalmente, este proceso de triangulación busca profundizar en la comprensión del conocimiento del tema y fortalecer la validez interpretativa del instrumento (Carrillo et al., 2018; Flick, 2015).

CONCLUSIONES

Una pauta para la observación de la práctica docente es un aporte tanto a la mejora de la enseñanza como para los propios conocimientos profesionales. Los resultados esperados de su aplicación podrán aportar insumos para que los profesores puedan analizar sus prácticas y determinar mejoras en ellas desde lo disciplinar y lo didáctico-disciplinar. De este modo, la pauta pretende consolidarse como una herramienta útil para investigadores y profesores, contextualizada para observar los conocimientos del profesor de matemática especializados en la enseñanza de la función, pero que puede extenderse a otros temas matemáticos. Así mismo, busca ofrecer criterios útiles para la retroalimentación y la mejora de la práctica

docente para la enseñanza de la función. Finalmente, el avance de proyecto de investigación busca aportar a la didáctica de la matemática al proponer un instrumento que articula el conocimiento disciplinar y didáctico-disciplinar en torno a la enseñanza de un objeto matemático complejo como la función, y se proyecta hacia otros contenidos matemáticos y niveles educativos.

Referencias

Alarcón Godoy, S. A., & Henríquez-Rivas, C. (2025). Diseño y validación de un instrumento para la observación de las prácticas preprofesionales del futuro profesor de matemática. *Cuaderno de Pedagogía Universitaria*, *22*(44), 29–50. https://doi.org/10.29197/cpu.v22i44.682

Barriendos, A. L., Martínez Videla, M. V., Domínguez-Bravo, E., & Berger-Correa, B. (2018). *Manual ProMate: Pauta de observación de clases de matemáticas impartidas por profesores principiantes*. Centro de Investigación Avanzada en Educación. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.11835.08488

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores, P., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, F., Flores-Medrano, E., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. En J. Carrillo & N. Climent (Eds.), *The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) project* (pp. 3–20). Routledge.

Carrillo, J., Flores, P., & Contreras, L. C. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.), *Investigación en didáctica de la matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 193–210). Comares.

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP). (2021a). *Estándares de la profesión docente: Transformemos la enseñanza*. Ministerio de Educación de Chile. https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2021/09/PPT-LANZAMIENTO-ESTANDARES-DE-LA-PROFESION-DOCENTE.pdf

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP). (2021b). *Visitas al aula. Serie: Retroalimentación de prácticas pedagógicas*. Ministerio de Educación de Chile.

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP). (2022). *Evaluación nacional diagnóstica de la formación inicial docente: Informe nacional de resultados.* Ministerio de Educación de Chile.

Delgado-Rebolledo, R., & Espinoza-Vásquez, G. (2021). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas: un estudio sobre la noción de función. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 35*(69), 1048–1071.

Escobar-Pérez, J., & Cuervo-Martínez, Á. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. *Avances en Medición*, *6*, 27–36.

Espinoza-Vásquez, G., Zakaryan, D., & Carrillo-Yáñez, J. (2018). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas en el uso de la analogía en la enseñanza del concepto de función. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 79*, 67–74.

Farfán, R. M. (2005). El concepto de función: Un breve recorrido epistemológico. *Educación Matemática, 17*(2), 5–28.

Flick, U. (2015). *Introducción a la investigación cualitativa* (5.ª ed.). Morata.

Godoy, F., Varas, L., Martínez, M. V., Treviño, E., & Meyer, A. (2016). Interacciones pedagógicas y percepción de los estudiantes en escuelas chilenas que mejoran: una aproximación exploratoria. *Calidad en la Educación*, *44*, 129–162.

Ley N. º 20.903, que crea el Sistema de Desarrollo Profesional Docente. (1 de Abril de 2016). Biblioteca del Congreso Nacional de Chile.

Joglar, N., Sánchez, M., Carrillo, J., Rojas, F. y Montes, M. (2021). POEMat.ES: Pauta de observación de la enseñanza de matemáticas en educación secundaria en España. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *19*, 5–24. https://doi.org/10.35763/aiem20.4004

Martínez, M. V., Godoy, F., Treviño, E., Varas, L. y Fajardo, G. (2018). ¿Qué nos revelan los instrumentos de observación de aula sobre clases de matemática en escuelas con trayectoria de mejoramiento? *Estudios Pedagógicos, 44(2),* 101–120.

Milicic, N., Rosas, R., Scharager, J., García, M. R. y Godoy, C. (2008). Diseño, construcción y evaluación de una pauta de observación de videos para evaluar calidad del desempeño docente. *Psykhe, 17(2),* 29–41. https://doi.org/10.4067/S0718-22282008000200003

Ministerio de Educación de Chile. (1992). *Programa de Mejoramiento de la Calidad y Equidad de la Educación (MECE)*. Ministerio de Educación de Chile.

Parra, Y. y Pino-Fan, L. (2017). Complejidad epistemológica y didáctica del concepto de función. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 31(58),* 325–344. *https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n58a16*

Preiss, D. D., Calcagni, E., Espinoza, A. M., Gómez, D., Grau, V., Guzmán, V., Müller, M., Ramírez, F. y Volante, P. (2014). Buenas prácticas pedagógicas observadas en el aula de segundo ciclo básico en Chile. *Psicoperspectivas, 13(3),* 27–40.

Ramos-Rodríguez, E., Vásquez, C., Valenzuela, M. y Ruz, F. (2024). Un modelo para observar la práctica educativa del profesor de matemática. *Revista Chilena de Educación Matemática, 12(1),* 15–39.

Ruiz Sáez, C. (2024). *El feedback como herramienta de los líderes en el acompañamiento docente a través de la observación de clases con foco en el núcleo pedagógico* [Tesis de magíster]. Universidad del Desarrollo https://hdl.handle.net/11447/9372

Sepúlveda-Irribarra, C. (2023). Prácticas pedagógicas basadas en el análisis didáctico y el pensamiento complejo: una propuesta de registro de observación. *Educación Matemática, 35(2),* 75–99. *https://doi.org/10.24844/em3502.04*

Índice

EL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR UNIVERSITARIO EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

Nicolás Sánchez Acevedo, Universidad Central de Chile

Javiera Herrera Pérez, Universidad Central de Chile

Leticia Sosa Guerrero, Universidad Autónoma de Zacatecas

Luis Carlos Contreras, Universidad de Huelva

Abstract:

En este trabajo se analiza el Conocimiento Especializado que moviliza un profesor universitario en la enseñanza de la noción de estimación de parámetros estadísticos y la evaluación de su calidad a través de la idea de insesgamiento. A partir de un estudio de caso instrumental se examina la enseñanza de un profesor que imparte el curso de Inferencia Estadística en un programa de formación de profesores en Chile, a partir de videograbaciones y entrevistas semiestructuradas. El análisis permitió identificar evidencias de distintos subdominios del modelo MTSK (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge), particularmente vinculados al Conocimiento de los Temas (KoT), de la Práctica Matemática (KPM), del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) y de los Estándares de Aprendizaje (KMLS). Los resultados muestran cómo el profesor conecta definiciones formales, lenguaje simbólico y representaciones gráficas para construir la noción de insesgamiento, anticipando posibles dificultades conceptuales de los futuros profesores de matemática. Además, se evidencia un conocimiento didáctico que conecta los aspectos teóricos del insesgamiento con su enseñanza, promoviendo la comprensión del estimador en el contexto de variables aleatorias y no solo como resultado numérico. Estas relaciones revelan la integración entre dominios del MTSK y aportan a la discusión sobre cómo el conocimiento especializado del profesor universitario se manifiesta en la enseñanza de contenidos estadísticos, abriendo líneas para la discusión del diseño de tareas formativas y una matización de los subdominios y categorías del MTSK.

MTSK, profesor universitario, inferencia estadística, estimación de parámetros.

INTRODUCCIÓN

La estadística ha sido reconocida como un área de estudio independiente de las matemáticas (Moore & Cobb, 1997), aunque diversos currículos (MINEDUC, 2021; NCTM, 2000) continúan situándola dentro de ellas (Weiland, 2019). Si bien existen investigaciones que abordan libros de texto, análisis curricular, uso de gráficos o formación docente (e.g., Arteaga et al., 2012; de Vetten et al., 2018), los estudios sobre el conocimiento estadístico del profesor

Índice

universitario siguen siendo escasos, especialmente en torno a la inferencia formal (Peñaherrera et al., 2021). La inferencia estadística es un ámbito complejo, pues tanto estudiantes como investigadores presentan concepciones erróneas (Borges et al., 2001; Krauss y Wassner, 2002) asociadas a una enseñanza mecanicista, centrada en fórmulas más que en la comprensión conceptual y contextual (Batanero, 2013). Esto conduce a decisiones deterministas sin cuestionar, por ejemplo, la calidad de un estimador, la significancia estadística o la diferencia entre estimador y parámetro, lo que refuerza la necesidad de profundizar en el conocimiento especializado del profesor de matemáticas universitario en relación con estimadores, parámetros poblacionales y criterios para discriminar entre mejores estimadores.

FUNDAMENTO TEÓRICO

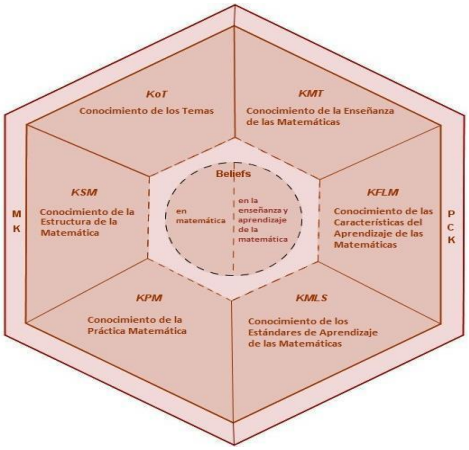
El conocimiento especializado del profesor de matemáticas

Nos acercamos al Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas a través del modelo analítico MTSK (Carrillo et al., 2018), el cual dota de una especificidad al conocimiento del profesor para la enseñanza, relevando a la matemática como objeto de enseñanza y de aprendizaje. Carrillo et al. (2018) consideran la especialización del conocimiento como eje central y articulador entre la matemática y la didáctica como con foco en la enseñanza (Acevedo Rincón y Flórez Pabón, 2023).

El MTSK (Carrillo et al., 2018) se organiza en tres dominios: El Conocimiento Matemático (Matematical Knowledge [MK]), el Didáctico del Contenido (Pedagogical Content Knowledge [PCK]), y el de las Creencias de las Matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, las que permean la forma en cómo se construye el conocimiento y los mecanismos para ponerlos en práctica.

Figura 1

Modelo MTSK



Índice

El Dominio Matemático se subdivide en los subdominios: Conocimiento de los temas, Conocimiento de la estructura de las matemáticas, y Conocimiento de la práctica matemática. Por su parte, el Dominio Didáctico Matemático se subdivide en los subdominios: Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, Conocimiento de las características el aprendizaje de las matemáticas, y el Conocimiento de los estándares del aprendizaje de las matemáticas. En todos los subdominios se presentan categorías definidas que permiten identificar y caracterizar el conocimiento del profesor de matemáticas (Carrillo et al., 2018). Además, Contreras et al. (2017) plantean que el conocimiento del profesor es integrado, por lo tanto, la diferenciación que hacen en dominios y subdominios sólo es para efectos analíticos.

METODOLOGÍA

De acuerdo con el objetivo de investigación, nos posicionamos en una perspectiva cualitativa (Cohen & Manion, 2002), bajo un caso instrumental (Stake, 1999) que permite aproximarnos a la práctica de un profesor universitario en la formación de futuros docentes de matemáticas. El proceso metodológico combina enfoques top-down y bottom-up (Grbich, 2003), desde la revisión de antecedentes hasta la comprensión contextual de la información (Holton, 2007), lo que otorga una sensibilidad teórica respecto del objeto de estudio. El informante, identificado como Rolando, posee más de diez años de experiencia, formación inicial en estadística, titulación en docencia secundaria y posgrado en didáctica de la matemática. La selección se fundamenta en criterios de acceso (Loughran et al., 2008) y conveniencia (Creswell, 2014), constituyéndose en una fuente rica para comprender su MTSK en la enseñanza de la estadística.

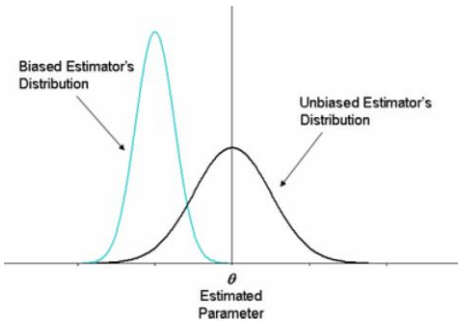
La recolección de datos incluyó 11 videograbaciones de clases observadas de manera no participante (Flick, 2007), de las cuales seis se centraron en estimación puntual y las restantes en métodos de estimación e intervalos de confianza. Estas se transcribieron íntegramente, buscando indicios de MTSK (Escudero, 2015), complementados con entrevistas semiestructuradas para validar evidencias. El análisis se organizó en episodios y unidades específicas que permitieron la emergencia preliminar de categorías (Strauss & Corbin, 1998). La validez se garantizó mediante criterios de credibilidad, transferibilidad, dependencia y confirmabilidad (Dorio et al., 2004), junto con la triangulación de consenso de expertos (Flick, 2007).

RESULTADOS

A partir de un trabajo mayor, sobre propiedades de estimadores puntuales, mostramos en este manuscrito, un episodio relacionado con ideas sobre la propiedad de insesgamiento de un estimador. Rolando, a partir de la idea de variable aleatoria (vista en el curso de probabilidades) plantea.

Rolando: Sobre los estimadores de parámetros debemos responder ¿cuál es el mejor estimador de un parámetro poblacional?, lo que se responde con algunas propiedades deseables de los estimadores, por ejemplo, insesgamiento. Esta y otras propiedades las veremos o visualizaremos (Figura 1) para que ustedes tengan una idea de cómo decidir sobre elegir cierto estimador. Para ello partimos con la definición: Sea $X_1, X_2, \dots, X_n$ una m.a.s de $X \sim f_{X,\theta}$ con θ desconocido. Se dice que un estimador puntual $\hat{\theta} = T(X_1, X_2, \dots, X_n)$ es insesgado si $E(\hat{\theta}) = \theta$. Entonces $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado de θ. Esto se puede ilustrar con la figura siguiente. Cuidado, esos $X_1, X_2, \dots, X_n$ no son observaciones, son sucesiones de v.as que tiene una distribución que es conocida, y al conocer dicha distribución, nosotros conocemos, tenemos conciencia de su parámetro, pero es desconocido y eso es lo que queremos estimar.

Figura 1
Representación de estimador insesgado



El fragmento nos entrega indicios de que Rolando conoce, la propiedad de insesgamiento **(propiedades-KoT)**, como otras relacionadas para seleccionar un estimador de parámetro en relación con otro, considerando la elección de un estimador deseable. Luego de esto, Rolando menciona a los FPM que revisarán las propiedades y su visualización para seleccionar un estimador en función de otro. En la entrevista preguntamos:

I: ¿Por qué es importante que los FPM conozcan y sepan sobre la elección de un buen estimador?

R: ellos [FPM] van a enseñar estadística a nivel escolar, pero deben saber que por ejemplo la media, como estimador no es la única, puede haber otras, como la mediana o moda, y las propiedades, que en lo teórico entregan la posibilidad de elegir. Además, es un estándar disciplinar que se debe promover en la formación inicial de los futuros profesores de matemática para enseñar estadística.

La respuesta de Rolando no da evidencia de su conocimiento sobre **expectativas de aprendizaje (KFLM)**, dado que enfatiza en la importancia del conocimiento que deben desarrollar los FPM para la enseñanza. Este conocimiento se relaciona con su **KMT (ejemplos)**, dado que particulariza en la estimación de la media muestral como candidata para estimar el centro (μ) de una población y que conoce que se encuentra explícito en las directrices curriculares (KMLS-expectativas del aprendizaje) para futuros profesores de matemáticas.

Rolando conoce la definición de estimador insesgado de un parámetro poblacional **(KoT-definiciones)**, lo que se relaciona con su conocimiento del **papel de los símbolos y uso de lenguaje formal (KPM)**, dado que presenta y explica la definición de la propiedad de

insesgamiento de los FPM y la simbología asociada a sucesión de variables aleatorias, parámetro, la notación de estimador y parámetro (en genérico). En la explicación que hace Rolando de la definición de estimador insesgado, observamos indicios de conocimiento de Rolando de *Fortalezas y dificultades (KMLS)* cuando les dice a los estudiantes que las $X_1, X_2, \ldots, X_n$ no son observaciones, sino que son una sucesión de v.a$_s$ (referida a la realización de cada una de ellas), considerando que puede saber sobre las dificultades en la comprensión del concepto de variable aleatoria por los FPM; el que asocia con una distribución de probabilidad (que debe ser conocida), y que sobre esta distribución se tiene conciencia sobre el parámetro desconocido, y que se desea estimar *(KPM-procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas)*.

CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS

Al observar el MTSK movilizado por el profesor durante la selección y uso de ejemplos, evidenciamos que en ambas instancias se relacionan conocimientos de los dos dominios del modelo, lo que coincide con lo planteado por Sosa et al. (2016), quienes sostienen que la ejemplificación hace aflorar distintos subdominios. Aunque ambos casos permiten profundizar en el conocimiento especializado del profesor, el ejemplo activo se muestra como un escenario más propicio para estudiar el PCK, pues en él se movilizan y relacionan los tres subdominios de este dominio.

Asimismo, identificamos que el momento más apropiado para profundizar en el estudio del MTSK es la selección del ejemplo, donde se generaron más relaciones entre conocimientos, aspecto ya señalado como relevante por Zakaryan et al. (2018). Además, se evidencia el rol de las concepciones sobre matemáticas, enseñanza y aprendizaje, que condicionan qué subdominios se activan y cómo se vinculan entre sí (Carrillo et al., 2018). Cabe destacar que la aparición de concepciones en ejemplos pasivos y solo conocimientos en activos es una coincidencia, pues la investigación mostró casos en que ocurre lo contrario.

Referencias

Acevedo Rincón, J., & Flórez Pabón, C. E. (2023). Formación de profesores de educación básica primaria: tareas formativas para el desarrollo del pensamiento espacial y métrico. En R. Delgado-Rebolledo & D. Zakaryan (Eds.), *Actas del VI Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 103–110). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J. M., & Cañadas, G. R. (2012). Understanding statistical graphs: A research survey. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa, 28*(3), 261–277.

Batanero, C. (2013). Del análisis de datos a la inferencia: Reflexiones sobre la formación del razonamiento estadístico. *Cuadernos, 8*(11), 277–291.

Borges, A., San Luis, C., Sánchez, J. A., & Cañadas, I. (2001). El juicio contra la hipótesis nula: muchos testigos y una sentencia virtuosa. *Psicothema, 13*(1), 174–178.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., González, L. C. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, C. M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Castro-Sotos, A. E., Vanhoof, S., Van den Noortgate, W., & Onghena, P. (2007). Students' misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review, 2*(2), 98–113. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2007.04.001

Contreras, L. C., Montes, M., Climent, N., & Carrillo, J. (2017). Introducción al modelo MTSK: origen e investigaciones realizadas. *Revista For-Mate, 3*, 7–15.

Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ed.). Sage.

de Vetten, A., Schoonenboom, J., Keijzer, R., & Van Oers, B. (2018). Pre-service primary school teachers' knowledge of informal statistical inference. *Journal of Mathematics Teacher Education.* https://doi.org/10.1007/s10857-018-9403-9

Dorio, I., Sabariego, M., & Massot, I. (2004). Características generales de la metodología cualitativa. En A. R. Bisquerra (Coord.), *Metodología de la investigación educativa* (pp. 329–365). La Muralla.

Escudero, D. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria* [Tesis doctoral inédita]. Universidad de Huelva, España.

Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa.* Morata.

Giaconi, V., Montenegro, H., Rojas, F., Catalán, M., & Guíñez, F. (2022). Tensiones al enseñar inferencia estadística en la formación inicial docente. *Enseñanza de las Ciencias, 40*(3), 71–86. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5595

Grbich, C. (2003). *New approaches in social research.* SAGE.

Holton, J. A. (2007). The coding process and its challenges. En M. Hardy & A. Bryman (Eds.), *The handbook of data analysis* (pp. 265–289). SAGE.

Krauss, S., & Wassner, K. (2002). How significance tests should be presented to avoid the typical misinterpretations. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics.* International Association for Statistics Education.

Loughran, J., Mulhall, P., & Berry, A. (2008). Exploring pedagogical content knowledge in science teacher education. *International Journal of Science Education, 30*(10), 1301–1320. https://doi.org/10.1080/09500690802187009

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Author.

Peñaherrera, C., Segovia, V., Vasco, D., & Climent, N. (2021). Conocimiento especializado de un profesor universitario sobre medidas de centralización y de dispersión, aplicando el modelo MTSK. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 108*, 99–117.

Índice

Sánchez-Acevedo, N., & Ruiz, B. (2024). Acercamiento a la concordancia entre programas de estudio y libros de texto en estadística en Chile: aproximación desde inferencia informal. En D. Díaz-Levicoy & A. Salcedo (Eds.), *Investigaciones sobre libros de texto para el desarrollo de la cultura estadística y probabilística* (pp. 205–237). Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística, Universidad Católica del Maule.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de caso.* Morata.

Strauss, A. L., & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques* (2nd ed.). SAGE.

Índice

PENSAMIENTO CRÍTICO EN LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE: TENSIONES CONCEPTUALES Y METODOLÓGICAS EN EL CONTEXTO CHILENO

Yazna Cisternas-Rojas, Pontifica Universidad Católica de Valparaíso

Marcela Jarpa Azagra, Pontifica Universidad Católica de Valparaíso

Francisca Coiro Díaz, Pontifica Universidad Católica de Valparaíso

Yasna Salgado Astudillo, Pontifica Universidad Católica de Valparaíso

Damaris Collao Donoso, Pontifica Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

El pensamiento crítico (CT) es reconocido como una competencia esencial en la formación docente del siglo XXI, aunque aún existen vacíos en su conceptualización, implementación y evaluación en los programas de pedagogía. Este estudio explora cómo se concibe y promueve el CT en un programa de formación de profesores desde la perspectiva de 120 estudiantes y 19 académicos, mediante un enfoque mixto con diseño ex post facto descriptivo-exploratorio, triangulando información obtenida a través de cuestionarios y grupos de discusión. Los hallazgos muestran discrepancias conceptuales: los estudiantes entienden el PC como una capacidad, mientras que los académicos lo conciben como una competencia. Los estudiantes perciben un desarrollo desigual en contraste con la valoración más positiva de los académicos. Asimismo, variables como la edad y el año de ingreso al programa influyen en la valoración estudiantil, a diferencia de la experiencia docente. Se concluye que urge clarificar marcos conceptuales, definir con mayor precisión las habilidades críticas a fomentar y alinear estrategias pedagógicas coherentes. La principal contribución radica en ofrecer una base empírica sólida para orientar políticas formativas más consistentes, contextualizadas y sensibles a la voz estudiantil, promoviendo una formación reflexiva y comprometida con los retos contemporáneos.

Pensamiento crítico; formación de profesores; enseñanza superior

INTRODUCCIÓN

El pensamiento crítico (CT) se ha consolidado como una competencia transversal clave en la formación docente, vinculada al juicio informado, la resolución de problemas y la ciudadanía democrática (Facione, 1990, 2007; OCDE, 2018). En la formación inicial permite cuestionar creencias y tomar decisiones pedagógicas fundamentadas (Quintero, 2017; Brookfield, 2012). Saiz (2024) lo concibe como la integración de procesos cognitivos -análisis, inferencia y evaluación- junto con disposiciones no cognitivas necesarias para la resolución de problemas (Aydin, 2022; Guamanga et al., 2023; Rivas & Saiz, 2023). A pesar del consenso

Índice

sobre su relevancia, el CT es un constructo polisémico. Existen dos corrientes principales: la cognitivista, enfocada en habilidades y disposiciones (Ennis, 2018; Facione, 2020; Paul & Elder, 2002), y la sociocrítica, que resalta la reflexión ética y el análisis contextual (Brookfield, 2012; Bailin & Battersby, 2016). Esta pluralidad genera tensiones entre discursos institucionales y prácticas reales (Chrobak, 2017).

En América Latina la producción académica sigue siendo escasa (Varela, 2018), lo que refuerza la necesidad de estudios empíricos situados (Valencia & Puente, 2018). En Chile, aunque la Ley N.º 20.903 y el CNED (2021) reconocen el CT como competencia clave, persiste una brecha entre su presencia curricular y el desarrollo efectivo en las aulas universitarias.

Este estudio busca caracterizar cómo se concibe, valora y fomenta el CT en la formación inicial docente, mediante tres objetivos: analizar conceptualizaciones, identificar estrategias didácticas y explorar variables contextuales, aportando evidencia situada y dialogando con el debate internacional.

MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio adoptó un diseño mixto, descriptivo-exploratorio, enmarcado en el paradigma interpretativo y con enfoque ex post facto retrospectivo, lo que aportó validez ecológica (Bisquerra, 2019). La integración de datos cuantitativos y cualitativos permitió triangular perspectivas y profundizar en la comprensión del pensamiento crítico (CT) (Denzin & Lincoln, 2018).

La muestra estuvo compuesta por 19 académicos y 120 estudiantes de Pedagogía en Educación Básica de una universidad chilena, seleccionados mediante muestreo intencionado para garantizar heterogeneidad y saturación teórica. Se aplicó un cuestionario adaptado de Bezanilla et al. (2018), estructurado en cuatro dimensiones: datos sociodemográficos, conceptualización, valoración y estrategias didácticas, con versiones diferenciadas para estudiantes y académicos. La validez de contenido fue confirmada por seis expertos y se realizaron grupos de discusión semiestructurados (60-90 minutos) para profundizar en percepciones y experiencias. El procedimiento incluyó cuestionario digital, discusión grupal y análisis de datos. Se aplicó codificación abierta y categorización temática en el análisis cualitativo, mientras los datos cuantitativos fueron procesados en R v4.2.2 con análisis descriptivos, Chi-cuadrado, correlaciones de Spearman y t de Student ($p < .05$). La triangulación metodológica y la validación fortalecen la rigurosidad del estudio.

RESULTADOS

Los resultados evidencian diferencias significativas en la forma en que académicos y estudiantes conciben el CT. Mientras que los académicos tendieron a definir el CT como una

"competencia" (42.11% ítem de respuesta cerrada), los estudiantes lo asociaron más a una "capacidad" (32.36% ítem de respuesta cerrada) (Ver Tabla 1).

Tabla 1

Conceptualización del CT académicos y estudiantes

Respuestas de académicos y estudiantes									
Respuesta abierta	Frecuencia		Porcentaje		Respuesta cerrada	Frecuencia		Porcentaje	
	ACAD	ESTU	ACAD	ESTU		ACAD	ESTU	ACAD	ESTU
Capacidad	8	21	40	33,33	Capacidad	2	22	10,53	32,36
Habilidad	4	6	20	9,53	Habilidad	6	18	31,58	26,48
Competencia	1	2	5	3,18	Competencia	8	17	42,11	25
Otro	7	34	35	53,97	Otro	3	11	15,79	16,18

Nota. Respuesta abierta se trata de un ítem que permite expresarse por escrito y de forma libre; respuesta cerrada se trata de un ítem con opciones limitadas de respuesta. "ACAD" es relativo a académicos y "ESTU" a estudiantes.

En los estudiantes se aprecia mayor consistencia entre respuestas abiertas y cerradas, destacando concepciones situadas como "pensar por mí misma y cuestionar lo que me enseñan". En contraste, entre académicos aparecen visiones vinculadas al juicio profesional y a la reflexión docente. Ambos grupos coincidieron en que el desarrollo del CT no depende del área disciplinar específica, lo que refuerza su carácter transversal.

En cuanto a la valoración aplicada, los académicos reportan altos niveles de confianza respecto al desarrollo del CT en asignaturas y programas formativos (media ≈ 9,2/10), mientras que los estudiantes expresan percepciones más bajas (media ≈ 7,2/10), con diferencias estadísticamente significativas ($p < 0,001$). Esta brecha evidencia la necesidad de alinear las expectativas docentes con la experiencia estudiantil.

Por otra parte, los académicos recurren principalmente al aprendizaje basado en problemas (22,2%), complementado con aula invertida y acciones diversas (ver Tabla 2). Predomina además el análisis de casos reales (55,5%) frente a casos simulados, lo que refleja un interés por situar la formación en experiencias auténticas. Sin embargo, muchas de estas prácticas carecen de sistematización metodológica.

Tabla 2

Estrategias y tipología de casos utilizados por académicos

Estrategia / Caso	Frecuencia	Porcentaje
Aprendizaje basado en problemas	4	22,2
Aula invertida / Investigación-acción	3	16,6
Otras acciones	11	61,1
Casos reales	10	55,5
Casos simulados	4	22,2

Nota. Elaboración propia

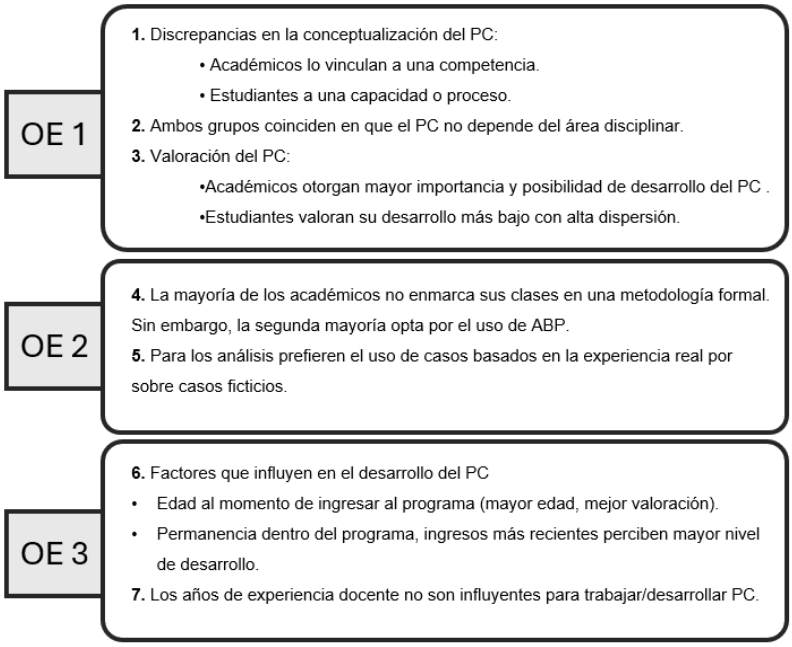
Estas prácticas coinciden con hallazgos recientes sobre la efectividad de metodologías activas en el fomento del CT (Casado Fernández, 2022; Sarnoko et al., 2024).

Además, acerca de variables de influencia en el desarrollo CT, se identificó una **correlación positiva moderada** entre la edad del estudiante y su valoración del desarrollo del CT ($\rho = 0,45$; $p = 0,0028$), así como entre el año de ingreso y la percepción de su desarrollo ($\rho = 0,36$; $p = 0,0027$). En cambio, la experiencia docente de los académicos no mostró relación significativa con la confianza para fomentar esta competencia.

En síntesis (ver Figura 1) los resultados confirman que el CT es altamente valorado, aunque conceptualizado de forma distinta por estudiantes y académicos. Si bien las estrategias activas, particularmente los casos reales, favorecen su desarrollo, se requiere mayor coherencia metodológica e institucional. Además, variables como la edad y la cohorte influyen en la percepción estudiantil, mientras que la experiencia docente no parece ser un factor determinante. Esto plantea el desafío de articular mejor las expectativas formativas con la experiencia real de los futuros profesores.

Figura 1

Síntesis de los hallazgos más relevantes de los resultados presentados



CONCLUSIONES

Este estudio examinó cómo se configura el desarrollo del pensamiento crítico (CT) en la formación inicial docente a partir de las valoraciones de académicos y estudiantes en una universidad chilena. Los hallazgos destacan tres aspectos centrales: primero, ambos grupos valoran el CT, reconociéndolo como una competencia esencial; segundo, persisten tensiones conceptuales, metodológicas y experienciales que dificultan su integración efectiva en el currículo; y tercero, existe diversidad de comprensiones y ausencia de un enfoque institucional articulado que lo posicione de manera transversal. Si bien el carácter contextual limita la generalización, se plantea la necesidad de estudios comparativos, longitudinales y socioculturales que profundicen en su apropiación en América Latina. Se subraya además la urgencia de avanzar hacia estrategias sostenidas con definiciones compartidas, prácticas pedagógicas contextualizadas y mecanismos de evaluación pertinentes.

En suma, este trabajo refuerza la importancia de instalar el CT como eje estructurante en la formación docente, aportando evidencia situada y dialogando con el debate internacional.

Referencias

Aiken, L. R. (1985). Three coefficients for analyzing the reliability and validity of ratings. *Educational and Psychological Measurement, 45*(1), 131–142. https://doi.org/10.1177/0013164485451012

Aktoprak, A., & Hürsen, Ç. (2022). A bibliometric and content analysis of critical thinking in primary education. *Thinking Skills and Creativity, 44*, 101029. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2022.101029

Aydın, S. (2022). State of prediction of the critical thinking dispositions of primary school teacher candidates through their self-efficacy for STEM practices. *Participatory Educational Research, 9*(3), 62–81. https://doi.org/10.17275/per.22.54.9.3

Bailin, S., & Battersby, M. (2016). *Reason in the balance: An inquiry approach to critical thinking* (2nd ed.). Hackett Publishing.

Bezanilla-Albisua, M. J., Poblete-Ruiz, M., Fernández-Nogueira, D., Arranz-Turnes, S., & Campo-Carrasco, L. (2018). El pensamiento crítico desde la perspectiva del profesorado universitario. *Estudios Pedagógicos, 44*(1), 89–113. https://doi.org/10.4067/S0718-07052018000100089

Bisquerra, R. (2019). *Metodología de la investigación educativa* (6.ª ed.). La Muralla.

Brookfield, S. D. (2012). *Teaching for critical thinking: Tools and techniques to help students question their assumptions*. Jossey-Bass.

Casado Fernández, R., & Checa-Romero, M. (2023). Creatividad, pensamiento crítico y trabajo en equipo en educación primaria: Un enfoque interdisciplinar a través de proyectos STEAM. *Revista Complutense de Educación, 34*(3), 629–640. https://doi.org/10.5209/rced.79861

Chen, S.-K., Yang, Y.-T. C., Lin, C.-P., & Lin, S. S. J. (2023). Dispositions of 21st-century skills in STEM programs and their changes over time. *International Journal of Science and Mathematics Education, 21*(4), 1363–1380. https://doi.org/10.1007/s10763-022-10288-0

Chrobak, R. (2017). El aprendizaje significativo para fomentar el pensamiento crítico. *Archivos de Ciencias de la Educación, 11*(12), e031. https://doi.org/10.24215/23468866e031

Consejo Nacional de Educación. (2021). *Orientaciones para la formación inicial docente en Chile*. https://www.cned.cl/

Drayton, B. E. (2014). Book review: *Teaching for critical thinking: Tools and techniques to help students question their assumptions*. *Adult Learning, 25*(4), 169–170. https://doi.org/10.1177/1045159514546210

Ennis, R. H. (2018). Critical thinking across the curriculum: A vision. *Topoi, 37*(1), 165–184. https://doi.org/10.1007/s11245-016-9401-4

Facione, P. A. (1990). *Critical thinking: A statement of expert consensus for purposes of educational assessment and instruction*. California Academic Press.

Facione, P. A. (2007). *Pensamiento crítico: ¿Qué es y por qué es importante?* Measured Reasons LLC. http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/PensamientoCriticoFacione.pdf

Facione, P. A. (2020). *Critical thinking: What it is and why it counts*. Measured Reasons LLC.

Giroux, H. A., & McLaren, P. (1989). *Critical pedagogy, the state, and cultural struggle*. State University of New York Press.

Guamanga, M. H., González, F. A., Saiz, C., & Rivas, S. (2023). Pensamiento crítico: El programa ARDESOS-DIAPROVE en diálogo con la inferencia a la mejor y única explicación. *Journal of Intelligence, 11*(12), 226. https://doi.org/10.3390/jintelligence11120226

Índice

Hurrell, D. (2021). Conceptual knowledge or procedural knowledge or conceptual knowledge and procedural knowledge: Why the conjunction is important to teachers. *Australian Journal of Teacher Education, 46*(2), 57–71. https://doi.org/10.14221/ajte.2021v46n2.4

Leibovitch, Y. M., Brown, D. J., Pearson, S., Mazzola, C., Ellerton, P. J., & Watt, G. (2024). Investigating the impact of critical thinking instruction on writing performance: A multilevel modelling analysis of relative gain data in the Australian National Assessment Program. *Thinking Skills and Creativity, 53*, 101546. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2024.101546

Loaiza, Y. E., Zona, J. R., & Ríos, M. F. (2025). Critical thinking and teacher training in secondary education. *Journal of Intelligence, 13*(3), 37. https://doi.org/10.3390/jintelligence13030037

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2018). *The future of education and skills: Education 2030*. https://www.oecd.org/education/2030-project/

Paul, R., & Elder, L. (2002). *Critical thinking: Tools for taking charge of your learning and your life*. Prentice Hall.

Quintero, V., Palet, J., & Olivares, D. (2017). Desenvolvimento do pensamento crítico mediante a aplicação da aprendizagem baseada em problemas. *Psicologia Escolar e Educacional, 21*(1), 65–77. https://doi.org/10.1590/2175-3539201702111072

Rivas, S. F., & Saiz, C. (2023). Evaluation of the effectiveness of the ARDESOS-DIAPROVE critical thinking training programme. *Thinking Skills and Creativity, 48*, 101306. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2023.101306

Ross, E. W., & Gautreaux, M. (2018). Pensando de manera crítica sobre el pensamiento crítico. *Aula Abierta, 47*(4), 383–386. https://doi.org/10.17811/rifie.47.4.2018.383-386

Saiz, C., & Rivas, S. (2023). Critical thinking, formation, and change. *Journal of Intelligence, 11*(12), 219. https://doi.org/10.3390/jintelligence11120219

Sarnoko, S., Asrowi, A., Gunarhadi, G., & Usodo, B. (2024). Analysis of the implementation of the problem-based learning model in mathematics for elementary school students. *Jurnal Ilmiah Ilmu Terapan Universitas Jambi, 8*(1), 188–202. https://doi.org/10.22437/jiituj.v8i1.32057

Valencia, G. A., & Puente, S. M. (2018). Representaciones sobre el desarrollo del pensamiento crítico en maestros en formación. *Revista Brasileira de Educação, 23*, e230086. https://doi.org/10.1590/S1413-24782018230086

Varela, M. (2019). El pensamiento crítico en la educación universitaria. *Revista Economía, 66*(104), 51–59. https://doi.org/10.29166/economia.v66i104.1976

OpenAI. (2023). *ChatGPT* (versión del 14 de marzo) [Modelo de lenguaje]. https://chat.openai.com/

ARTICULACIÓN DEL DESARROLLO PSICOMOTOR Y LAS HABILIDADES LÓGICO-MATEMÁTICAS EN LA PRIMERA INFANCIA

Rocío Beatriz Godoy Bastidas, Universidad de Los Lagos, Chile

Bertita Paulina Rodríguez Vargas, Universidad de Los Lagos, Chile

Ana Milena Mujica-Stach, Universidad de Los Lagos, Chile

Abstract:

La primera infancia constituye una etapa clave para el desarrollo integral, donde el cuerpo y el movimiento actúan como mediadores para la construcción de aprendizajes. En este contexto, la psicomotricidad no solo favorece la coordinación y el control corporal, sino que también facilita la adquisición de nociones lógico-matemáticas. El objetivo de este estudio fue analizar las prácticas pedagógicas implementadas por educadoras de párvulos para articular el desarrollo psicomotor y las habilidades lógico-matemáticas. Los sujetos de estudio estuvieron conformados por seis educadoras de escuelas municipales y subvencionadas de la comuna de Osorno, seleccionadas por conveniencia. Se aplicaron entrevistas semiestructuradas y observaciones, registrando experiencias motrices y matemáticas desarrolladas en contextos cotidianos. Los resultados evidencian que las educadoras reconocen la importancia del movimiento como parte del aprendizaje integral, aunque la integración explícita con la matemática no siempre se realiza de manera consciente. En la práctica, predominan metodologías tradicionales, centradas en el trabajo de mesa con material concreto, mientras que las actividades motrices se conciben principalmente como apoyo al desarrollo físico. Sin embargo, se identificaron experiencias significativas de articulación, como el uso de circuitos psicomotrices para reforzar conteo y seriación, o juegos motores que incorporan clasificación y ubicación espacial. El estudio concluye que potenciar la relación entre psicomotricidad y pensamiento matemático exige avanzar en formación docente y diseñar propuestas que reconozcan al cuerpo como soporte del aprendizaje. De este modo, es posible favorecer aprendizajes más significativos y motivadores.

Psicomotricidad, pensamiento lógico-matemático, primera infancia, prácticas pedagógicas, educación parvularia

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la matemática en la primera infancia se enmarca en procesos de exploración activa y construcción de significados a partir de experiencias concretas. El Ministerio de Educación (2018) ha señalado que el juego, el movimiento y la manipulación son ejes fundamentales para lograr aprendizajes significativos en esta etapa. Diversos estudios (López

Índice

& Ortega, 2020) han demostrado que la psicomotricidad contribuye al desarrollo de funciones cognitivas superiores, entre ellas la atención, la memoria y la resolución de problemas, que resultan esenciales para el pensamiento lógico-matemático.

No obstante, las prácticas pedagógicas en aula suelen mantener enfoques tradicionales, privilegiando actividades de lápiz y papel por sobre propuestas que integren el cuerpo y el movimiento. En este escenario, surge la necesidad de investigar cómo las educadoras de párvulos articulan en su práctica cotidiana el desarrollo psicomotor con las habilidades matemáticas iniciales.

ELEMENTOS TEÓRICOS

La literatura especializada señala que la psicomotricidad permite vincular el cuerpo con el pensamiento, favoreciendo aprendizajes vinculados a la clasificación, la seriación y la noción de número (Fernández & Morales, 2021; González & Rodríguez, 2022). A través de la motricidad fina y gruesa, los párvulos desarrollan coordinación, lateralidad y esquema corporal, habilidades que se transforman en soportes para la construcción del pensamiento matemático (Flores et al., 2023).

Desde un enfoque socio-constructivista, el pensamiento lógico-matemático se concibe como un proceso que emerge de la interacción con el entorno y la mediación del adulto (Alarcón & Lizama, 2021). De ahí que el rol de la educadora sea clave para generar experiencias que integren juego, movimiento y exploración activa.

METODOLOGÍA

El estudio adoptó un enfoque cualitativo de carácter descriptivo. Los sujetos de estudios estuvieron conformados por seis educadoras de párvulos de escuelas municipales y subvencionadas de la comuna de Osorno. La selección se realizó por conveniencia entre quienes expresaron voluntariamente su disposición a participar.

Se aplicaron entrevistas semiestructuradas y observaciones en aula, registrando prácticas vinculadas tanto al ámbito de psicomotricidad como al de pensamiento matemático. El análisis se realizó a través de codificación temática, organizando la información en tres categorías principales: (a) actividades motrices planificadas, (b) integración explícita de habilidades lógico-matemáticas y (c) desafíos y limitaciones en la articulación.

RESULTADOS

El análisis de la información permitió constatar que, en general, las educadoras reconocen la importancia de la psicomotricidad como parte del desarrollo integral de los párvulos, aunque su relación con el aprendizaje matemático no siempre se aborda de manera explícita ni sistemática. En la práctica cotidiana, se observa una tendencia a mantener metodologías de corte tradicional, centradas en el uso de fichas impresas, material gráfico y ejercicios de mesa.

En este contexto, las actividades motrices se entienden, más bien, como una estrategia de apoyo vinculada al desarrollo físico y no como un recurso pedagógico que pueda potenciar el pensamiento lógico-matemático.

No obstante, durante las observaciones se registraron experiencias que muestran un potencial de articulación más consciente. Por ejemplo, en el trabajo con circuitos psicomotrices, las educadoras promovieron el conteo de pasos o saltos, reforzando así el número y la seriación. Del mismo modo, en algunos juegos de desplazamiento se incorporaron nociones espaciales como "arriba/abajo", "dentro/fuera" o "cerca/lejos", lo que permitió que los niños y niñas conectaran el movimiento corporal con conceptos espaciales básicos que son centrales en la geometría inicial. También se observaron actividades de motricidad fina, tales como ensartar cuentas, armar torres con bloques o clasificar objetos por color y tamaño, donde se trabajó de manera indirecta la clasificación, los patrones y la comparación de cantidades.

Las entrevistas con las docentes complementaron estas evidencias. Varias de ellas señalaron que "intentan integrar el movimiento en sus clases", pero reconocieron que muchas veces lo hacen de forma intuitiva, sin una planificación intencionada. Asimismo, manifestaron que suelen sentirse más cómodas trabajando con material gráfico o cuadernos de trabajo, en parte por la falta de formación en enfoques que integren psicomotricidad y matemática, y en parte por las demandas institucionales de mostrar evidencias escritas del aprendizaje. Esta situación genera una tensión entre lo que reconocen como valioso —el aprendizaje activo a través del cuerpo— y lo que efectivamente implementan en la práctica diaria.

Otro aspecto que emergió fue la percepción de limitaciones de recursos. Las educadoras mencionaron la ausencia de espacios adecuados o materiales suficientes para implementar propuestas motrices de mayor complejidad. En consecuencia, muchas veces las actividades se reducen a rutinas simples de movimiento en patios o salas, sin la posibilidad de profundizar en experiencias que combinen movimiento y nociones matemáticas de forma más elaborada.

Es importante resaltar que, los hallazgos muestran una doble realidad: por un lado, una valoración general del movimiento como parte del desarrollo infantil, y por otro, una escasa sistematización en su integración con el aprendizaje matemático. Esto pone de relieve la necesidad de avanzar hacia una práctica docente que conciba la psicomotricidad no solo como ejercicio físico, sino como una vía concreta para la construcción de nociones matemáticas desde la primera infancia.

CONCLUSIONES

El estudio confirma que el desarrollo psicomotor constituye un soporte clave para la construcción de habilidades lógico-matemáticas en la primera infancia. No obstante, su integración en la práctica docente sigue siendo parcial y dependiente de la iniciativa individual de las educadoras.

Para fortalecer esta articulación, se requiere avanzar en formación inicial y continua que entregue herramientas para diseñar experiencias integradas, así como en la disponibilidad de materiales y espacios adecuados. Reconocer al cuerpo como mediador del aprendizaje matemático no solo enriquece las prácticas pedagógicas, sino que también favorece aprendizajes más significativos y motivadores para niñas y niños.

Referencias

Alarcón, P., & Lizama, P. (2021). Desarrollo del pensamiento matemático en la primera infancia: Desafíos desde la educación parvularia. *Revista Electrónica de Educación Inicial*, *10*(1), 22–34.

Fernández, A., & Soto, J. (2022). Esquema corporal y orientación espacial en el desarrollo de habilidades lógico matemáticas en niños de educación inicial. *Revista de Psicopedagogía y Educación Infantil*, *29*(1), 55–68.

González, M., & Rodríguez, P. (2022). Desarrollo psicomotor y su influencia en el aprendizaje matemático en la primera infancia. *Revista Chilena de Educación*, *30*(2), 45–60. https://doi.org/10.1234/rce.v30i2.2022

López, M., & Ortega, J. (2020). Relación entre motricidad y desarrollo cognitivo en la infancia temprana: Una mirada desde la neuroeducación. *Revista Latinoamericana de Psicología del Desarrollo*, *12*(2), 45–58.

Ministerio de Educación de Chile. (2018). *Bases curriculares de la educación parvularia*. MINEDUC.

ANÁLISIS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE UN ABP SEGÚN ESTÁNDARES DE ORO, RELACIONANDO LA GEOMETRÍA CON EL VESTUARIO

Iván Muñoz Barrera, Universidad Central de Chile

José Galaz Arraño, Universidad Central de Chile

Abstract:

Existe un desafío en las aulas actuales, repensar las formas de enseñanza para desarrollar las competencias del siglo XXI, basadas en experiencias y loma de decisiones de manera asertiva. La presente investigación analiza el proceso de implementación de una experiencia basada en un Aprendizaje Basado en Proyectos que relaciona los elementos geométricos presentes en el diseño de vestuario, esto en contexto de Educación Técnico Profesional, de acuerdo con los estándares de oro de un ABP y las competencias del siglo XXI. El estudio es de carácter cualitativo, donde se realizan entrevistas semiestructuradas a 3 profesores, uno de especialidad, uno de plan general y uno de matemática, así como también la visión de los estudiantes, de modo de caracterizar este contexto. Se detectaron algunos puntos críticos de esta implementación como: la planificación oportuna, el tiempo como factor crítico, una articulación sólida y la cultura ABP.

Metodologías activas, habilidades matemáticas, ABP, educación técnico profesional, competencias del siglo XXI

INTRODUCCIÓN

El Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) entrega algunas propuestas para realizar ABP en la asignatura de matemática en distintos niveles educativos. No obstante, del total de recursos que dispone, solamente tres se relacionan con una especialidad Técnico Profesional (TP). Asimismo, es escasa la investigación que trate la implementación de un ABP en el contexto TP, por ejemplo, investigaciones de la metodología, una de ellas es la de Domínguez et. al. (2011) que estudia el uso con tecnología móvil para mejorar la resolución de problemas con números enteros negativos, pero en estudiantes universitarios.

Esta investigación, busca analizar la implementación de un proyecto entre Matemática, particularmente Geometría 3D y la especialidad Vestuario de acuerdo con sus estándares de oro, mediante las respuestas de los dos profesores involucrados en el proyecto junto a la planificación de este y dos profesores no involucrados en el proyecto para caracterizar el contexto TP, logrando determinar los factores que contribuyen o ponen en riesgo la ejecución de este tipo de proyectos.

Índice

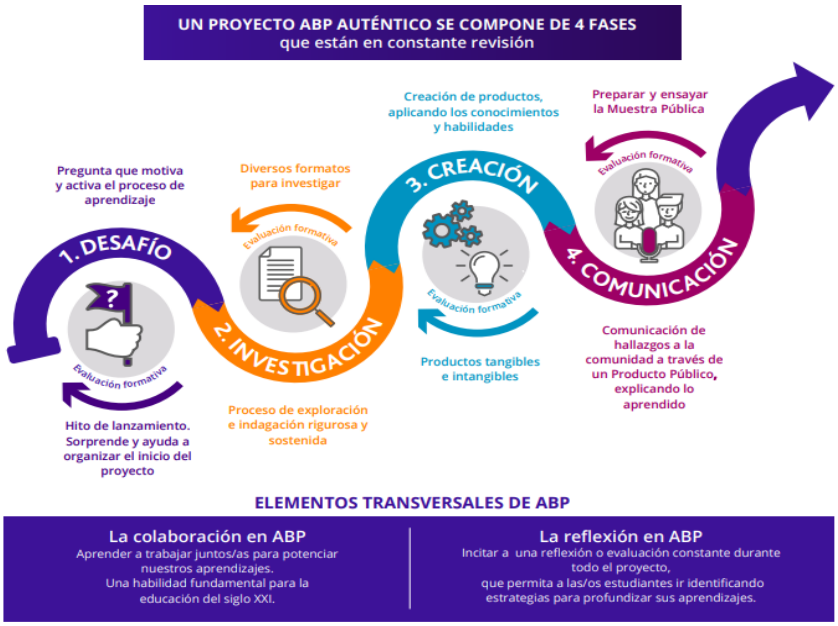
El proyecto, consiste a grandes rasgos, a la combinación entre cuerpos geométricos y la confección de prendas de vestuario con accesorios utilizando la misma consigna, para eso, por un lado, los estudiantes junto al profesor investigan, averiguan y comprenden los distintos cuerpos geométricos, cómo funcionan desde la base matemática para luego relacionar estos aspectos de una construcción matemática a una confección textil.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

Se entenderá un ABP de acuerdo con lo propuesto de forma conjunta entre Fundación Chile y MINEDUC (2024), donde se plantea que un ABP tiene 4 fases: Desafío, Investigación, Creación y Comunicación como se muestra en la siguiente figura.

Figura 1

Fases del ABP



Fuente: elaboración propia

Para llevar a cabo esta investigación se considerarán los siete estándares orientadores para medir los niveles de cumplimiento, denominados "Estándares de oro del ABP" por Fundación Chile y MINEDUC (2024), que consideran la Autenticidad, Reflexión, Producto Público, Gestión de Proyecto, Colaboración, Retroalimentación Continua, Desafío y Logro Intelectual.

Índice

Figura 2

Estándares de oro del ABP



Niveles de Cumplimiento

Los niveles de cumplimiento de la implementación como medición para las respuestas entregadas en las entrevistas realizadas a los profesores con el fin de evaluar, considerando el contexto junto con las experiencias de estos profesores, si estas respuestas y la implementación están bajo, acercándose o cumple con el estándar confeccionados por el investigador. Los siete estándares tienen esta categorización de bajo, acercándose o cumple y a modo de ejemplo se describen las características de cada nivel para el estándar Autenticidad.

Tabla 1

Descripción de los niveles de cumplimiento del estándar Autenticidad

ESTÁNDAR	Bajo	Acercándose	Cumple
Autenticidad	El proyecto no es significativo para las vidas de los estudiantes, carece de conexión con sus intereses, su contexto o su futuro.	El proyecto es parcialmente significativo, tiene aspectos que involucran su contexto o intereses, pero no son totalmente profundos o no conectan claramente con su futuro.	El proyecto es altamente significativo para los estudiantes, conectando directamente con sus vidas, intereses, su contexto real y preparando habilidades relevantes para su futuro.

Nota. Elaboración propia

Índice

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

La investigación es de carácter cualitativo, basándose en un estudio de caso instrumental, donde el caso se examina para profundizar en un tema o afinar una teoría, de tal modo que el caso juega un papel secundario, de apoyo, para llegar a la formulación de afirmaciones sobre el objeto de estudio, de acuerdo con lo planteado por Stake (2005).

Respecto a la muestra, esta investigación cuenta con una muestra por conveniencia como lo indica Hernández (2014), compuesta por 4 profesores que trabajan la metodología ABP: un Profesor de Especialidad (PE), un Profesor de Matemática (PM) involucrados en el proyecto estudiado, un Profesor de Plan General (PPG) y una Profesora de Plan General en Especialidad (PPGE), es decir, imparte clases en cursos de Especialidad, pero asignaturas como Filosofía, Formación Ciudadana, etc. Todos ellos pertenecientes a un colegio de la comuna de Santiago donde el colegio postula en sus directrices la utilización de esta metodología.

A los profesores, se les aplica una entrevista semiestructurada, para determinar el cumplimiento de los estándares de oro en la implementación de un ABP en el contexto Técnico Profesional entre las asignaturas Matemática y Vestuario, en el cual los estudiantes realizan diseños de vestuario para sus proyectos, utilizando las características y propiedades de distintos elementos y cuerpos geométricos. En la investigación se analizan los resultados de las entrevistas a los profesores involucrados en el ABP y las planificaciones de este, las cuales se contrastan con los estándares de oro del ABP, por otra parte, se examinan las respuestas de los profesores involucrados en el ABP entre Matemática y Vestuario junto con la perspectiva y consideraciones de los profesores en plan común y plan común en especialidad respecto a las características del contexto TP, de lo que se desprenden, además algunos factores más bien transversales a considerar a parte de los estándares de oro en la implementación de un proyecto.

RESULTADOS

Dadas las respuestas obtenidas revisadas y analizadas, bajo la lente del referente teórico escogido, los estándares de oro para un proyecto de alta calidad, a partir del cumplimiento de los estándares de oro con los niveles anteriormente mencionados (Bajo el estándar, Acercándose al estándar o Cumple el estándar) en base a las respuestas de las entrevistas a los profesores involucrados en el proyecto entre Matemática y Vestuario obtuvimos, como ejemplo, contrastando las respuestas obtenidas en la entrevista y la examinación de las planificaciones se obtuvo el siguiente resultado que se describe en la siguiente tabla.

Tabla 2

Respuestas PM-PE - Planificaciones - Estándar AUTENTICIDAD

Profesor	Citas	Nivel de Cumplimiento
PM	"Relacionamos lo técnico con la materia y con aplicaciones reales"	Cumple
PE	"El ABP permitió a los estudiantes proyectarse en la confección de artículos diversos como bolsos o paraguas"	Cumple

Nota. Elaboración propia

Se observa que los proyectos están diseñados para conectar directamente con el contexto laboral y profesional de los estudiantes. El PM enfatiza la importancia de aplicar habilidades técnicas en contextos reales, lo que motiva a los estudiantes al ver la relevancia práctica de su trabajo. Por su parte, el PE subraya la necesidad de alinear los objetivos del proyecto con las expectativas del cliente, asegurando que los productos finales tengan un valor estético y funcional en contextos textiles reales. Las planificaciones reflejan esta autenticidad al incluir actividades que simulan situaciones laborales, permitiendo a los estudiantes desarrollar competencias directamente aplicables a su futura profesión las cuales desarrollan así las competencias del siglo XXI.

Por otro lado, para determinar el cumplimiento de los estándares y las características del contexto Técnico Profesional se consideró también la visión y experiencia de un profesor de plan común (PPC) y una profesora de plan común en especialidades (PPCE), respecto a la implementación de sus respectivos proyectos ABP donde con algunos matices se logra observar Estándares cumplidos de manera intuitiva y otros son considerados y cumplidos desde la génesis del proyecto debido a la relación que tienen con las fases y subfases de la implementación misma, por ejemplo, en el Estándar Autenticidad obtuvo lo siguiente.

Tabla 3

Respuestas PPC-PPCE - Estándar AUTENTICIDAD

Profesor	Cita	Nivel de Cumplimiento
PPC	"Trato de vincular un ABP con un contexto relevante [...] pero siento que no lo logro completamente"	Acercándose

Índice

PPCE	"Trato de conciliar las habilidades que van a utilizar en la actualidad, pero también tratando de proyectarlas hacia esa meta que ellos quieren."	Cumple

Nota. Elaboración propia

El análisis de las entrevistas con el PPC y la PPCE revela que los proyectos están diseñados para conectar directamente con el contexto laboral y profesional de los estudiantes. El PPC indica que intenta vincular los proyectos con contextos relevantes para los estudiantes, aunque reconoce que no siempre logra una conexión significativa. Por su parte, la PPCE destaca la importancia de conciliar las habilidades actuales con las metas futuras de los estudiantes, asegurando que los proyectos sean significativos y relevantes para su formación técnico-profesional como la manera de trabajar y pensar apuntando también a las competencias del siglo XXI.

A su vez, surgieron algunos factores directamente de las respuestas de los profesores, que permiten comprender la complejidad y los desafíos que enfrentan los docentes y estudiantes en la implementación del ABP en el contexto TP. Su análisis aporta insumos valiosos para el diseño de estrategias de mejora y el fortalecimiento de la cultura institucional, y destaca la necesidad de reconocer y gestionar estos elementos para avanzar hacia una educación más inclusiva, significativa y orientada a los desafíos del siglo XXI.

A manera de ejemplo, uno de estos factores fue el tiempo disponible, este fue señalado como el principal desafío por todos los docentes, quienes coincidieron en que la falta de tiempo limita la profundidad y calidad de los proyectos, afectando tanto la planificación como la ejecución de las distintas etapas del ABP.

Tabla 4

Factores clave a partir de las respuestas de los cuatro profesores

Factor	PM	PE	PPC	PPCE
El tiempo como factor crítico	"El tiempo que uno dispone [...] ese tiempo no es suficiente."	"La dificultad siempre para nosotros va a ser el tiempo."	"Siempre falta tiempo para terminar todo lo que uno quiere con los estudiantes."	"Ese es un desafío grande en el ABP [...] considerando que la mayoría de los cursos en Chile son como pasados los 30 estudiantes"

Nota. Elaboración propia

Índice

CONCLUSIONES

A partir de las respuestas obtenidas y las experiencias de la implementación del ABP, dan cuenta de lo retador de este contexto y el potencial del desarrollo para los estudiantes involucrados, mejorando su autopercepción, una mejora en el desempeño y un ambiente nutritivo para el aprendizaje de las competencias que se requieren tanto en el mundo laboral como personal en el siglo XXI.

El estudio confirma que la implementación del ABP favorece el desarrollo de competencias del siglo XXI, tales como la colaboración, la autenticidad, la gestión de proyectos y el pensamiento crítico. Los docentes entrevistados evidencian una evolución en sus prácticas pedagógicas, transitando desde enfoques tradicionales hacia una enseñanza más experiencial y significativa.

La integración de contenidos matemáticos con especialidades técnicas, como vestuario y electrónica, ha permitido que los estudiantes se enfrenten a situaciones reales, resuelvan problemas complejos y desarrollen productos públicos que trascienden el aula. Este proceso no solo fortalece el aprendizaje disciplinar, sino que también potencia habilidades transversales esenciales para la futura inserción laboral de los estudiantes.

En cuanto a los estándares de oro del ABP, el estudio evidencia un cumplimiento satisfactorio en dimensiones como la autenticidad, la colaboración y la gestión de proyectos. Los docentes logran diseñar experiencias de aprendizaje que conectan con los intereses y contextos de los estudiantes, promoviendo la aplicación de conocimientos en situaciones reales y relevantes.

La presentación pública de los productos, a través de ferias, desfiles y conversatorios, permite que los estudiantes reciban retroalimentación directa y desarrollen habilidades comunicativas y críticas. No obstante, se identifica debilidad en el estándar de reflexión: aunque existen instancias de reflexión, estas no siempre son sistemáticas ni profundas, lo que limita la metacognición y la mejora continua del aprendizaje.

En síntesis, el ABP se consolida como una metodología potente para el desarrollo de competencias del siglo XXI y la formación integral de los estudiantes en el contexto técnico profesional. Su implementación aporta aprendizajes significativos y relevantes para la futura inserción laboral, promoviendo la autonomía, la creatividad y la capacidad de resolver problemas complejos.

Sin embargo, para alcanzar una implementación más consistente y profunda, es necesario fortalecer la cultura ABP en los establecimientos, ampliar los espacios de reflexión y mejorar la articulación entre los distintos actores educativos, incluyendo a las familias. Asimismo, se requiere perfeccionar los instrumentos de recolección de datos y avanzar en la investigación sobre el impacto del ABP en distintos niveles y especialidades.

Índice

Referencias

Domínguez Merlano, E., Matos Navas, R. E., Castro Flores, I. del C., Molina Padrón, C., & Gómez Zúñiga, I. E. (2011). El ABP mediado con tecnología móvil como estrategia pedagógica para el desarrollo de la competencia matemática en resolución de problemas: Un caso con la adición de números enteros negativos. *Revista del Instituto de Estudios en Educación Universidad del Norte*, *14*(1), 12–27.

Ministerio de Educación de Chile. (2022). *Estándares de oro del aprendizaje basado en proyectos: Recursos educativos*. Ministerio de Educación de Chile.

Ministerio de Educación de Chile. (2019). *Metodología de aprendizaje basado en proyectos*. Unidad de Currículum y Evaluación del Ministerio de Educación, 8.

Stake, R. E. (2005). *Investigación con estudio de casos*. Morata.

Hernández Sampieri, R. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill.

PERSPECTIVA DE MAESTROS EN EL DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CURRÍCULO INTEGRADO STEAM

Eblin Martínez–Martínez, Universidad de Antioquia
René Alejandro Londoño–Cano, Universidad de Antioquia
Carlos Mario Jaramillo–López, Universidad de Antioquia

Abstract:

This article contributes to the analysis - from a qualitative approach - of the contributions of an interdisciplinary team of teachers (ITT), from an official educational institution in the city of Medellín, in the design and implementation of a proposal for an integrated STEAM curriculum (ISC) for the correlated teaching of mathematics and science in school, in order to mitigate the fragmentation of its teaching, favor the application of these disciplines to real-world problems and increase the possibilities that students can project themselves towards STEAM careers (Uzuriaga and Martínez, 2006 and García-Mejía and García-Vera, 2020). In this way, based on a proposal for professional teacher development (Ponte, 2012) and after carrying out a first iterative phase within the design-based methodology (IBD), it was possible to carry out the open and axial coding process, supported by the ATLAS.ti software (25), where the findings reveal significant progress in ways of structuring an integrated STEAM curriculum in schools, with initiatives framed within the challenges of education for the 21st century. In addition, the results reflect the difficulties and challenges faced by teachers in regular schools and in specific contexts in achieving interrelated teaching of mathematics and science under an integrated STEAM approach in which technology, active methodologies, interdisciplinary work, and co-teaching play an important role.

Enfoque integrado STEAM, currículo integrado STEAM, desarrollo profesional docente, fragmentación de la enseñanza, innovación curricular.

INTRODUCCIÓN

Las indagaciones realizadas hasta el momento -y luego de los encuentros preliminares con el colectivo de maestros de la institución participante- permitieron apreciar la carencia de "enseñanza interdisciplinar" de las matemáticas y las ciencias, lo que origina un recurrente desarrollo de "conocimientos fragmentados" con relación a su aprendizaje por parte de estudiantes (Morín, 2002; Uzuriaga y Martínez, 2006; Araya, 2016; García Mejía y García Vera, 2020; Silva et al., 2022). En este sentido, estos autores argumentan que es común observar en las escuelas la poca o nula correlación de los aprendizajes de las matemáticas con los de otras áreas. A esto se suma que, aun siendo partícipes de una sociedad del

Índice

conocimiento y de los desarrollos tecnológicos, los estudiantes escasamente logran correlacionar los conceptos y habilidades matemáticas como ejes principales o como lenguajes que posibilitan el desarrollo de proyectos en otras áreas.

Es así como el interés de la presente investigación se enfoca en las posibilidades de integrar áreas como las matemáticas y las ciencias con otros saberes del currículum, tomando como base, en este caso, las oportunidades que ofrece el enfoque curricular integrado STEAM. Por tanto, el problema de investigación centra su interés sobre cómo estructurar un currículo para la enseñanza de las matemáticas y las ciencias basado en este enfoque integrado, mediante la consolidación de equipos interdisciplinarios de maestros (EIM) que trabajen de manera colaborativa para tal fin.

MARCO TEÓRICO

Para efectos del presente estudio se tienen en cuenta fundamentos relacionados a: Currículo Fragmentado (Morín, 2002; Prensky, 2015; Díaz Barriga, 2020); Currículo integrado (Vars, 1991); Desarrollo profesional de maestros (Da Ponte, 2012); Enfoque STEAM (Yakman, 2008) y Currículo integrado STEAM (Al-Mutawah et al., 2022).

De manera que, se considera, que un currículo fragmentado conlleva a un aprendizaje desconectado de contenidos que se desarrollan de manera aislada teniendo en cuenta los estándares de competencia de cada una de las áreas de forma particular. En contraste, concepciones como la de Vars (1991) aportan que un currículo integrado es aquel en el cual los educadores buscan formas de ayudar a sus estudiantes a dar sentido a la multitud de experiencias de la vida y a los fragmentos de conocimiento que se enseñan en un típico currículo escolar y excesivamente fragmentado o segmentado.

Sobre el enfoque STEAM, se considera, principalmente, el modelo de la pirámide propuesto por Yakman (2008). Este modelo de educación integradora demuestra cómo cinco áreas académicas tradicionales: *ciencias (S), la tecnología (T), la ingeniería (E), las artes (A) y las matemáticas (M)* pueden estructurarse en un marco de planificación dónde dichas disciplinas conversan y se entrelazan para lograr los aprendizajes y habilidades deseadas. De manera que, el currículo integrado STEAM, correspondería a diseños curriculares interdisciplinarios para impartir la enseñanza de las cinco áreas en mención de manera correlacionada en las escuelas.

Estudios preliminares como el de Tytler et al. (2019) y Yang y Ball (2024), aseguran que el enfoque STEAM/STEM fortalece los currículos escolares gracias a que promueve prácticas interdisciplinarias construidas a partir de problemas reales que pueden resolverse mediante los métodos o técnicas de algunas o varias de estas disciplinas. Los autores refieren que esto ha permitido, a su vez, la promoción del pensamiento crítico y la creatividad, gracias a que mediante este enfoque pueden experimentar nuevas formas de aprender permeadas por

procesos como la indagación y la modelación en el campo científico y tecnológico. Es en este sentido en el cual las matemáticas se convierten en ese lenguaje que apoya el abordaje de situaciones y producción de nuevos conocimientos en el campo del enfoque STEAM. Los estudios de Yang y Ball (2024), en particular, aseguran que las matemáticas enriquecen el *conocimiento STEM multidisciplinario* (p. 195). De igual manera, los autores resaltan que, dentro de las investigaciones o trabajos analizados, se encontró una correlación de esta área con al menos una de las otras disciplinas STEM. Por lo tanto, se hace necesario fortalecer la implementación de enfoques que permitan a los profesores de matemáticas y de otras ciencias en general, establecer conexiones dentro de prácticas STEM o STEAM para avanzar en el desarrollo de las competencias necesarias a partir de las cuales los estudiantes puedan participar activamente en la sociedad actual y superar así los desafíos del siglo XXI.

METODOLOGÍA

Según el objetivo y la pregunta de investigación planteadas, se consideró conveniente abordar el problema mediante un enfoque cualitativo (Guba & Lincoln, 2002), para analizar y configurar los aportes de maestros en la estructuración de una propuesta de currículo integrado STEAM (Al-Mutawah et al., 2022). El proceso de codificación abierta y axial de los datos cualitativos se lleva a cabo mediante el uso del Software ATLAS.ti (versión 25); todo esto tomando como base para el análisis, los niveles de integración aportados por Yakman (2008) en su pirámide STEAM. Consecuentemente, el método seleccionado corresponde a la *Investigación Basada en Diseño IBD* (Brown, 1992; Collins, 1992), acompañada de una propuesta de desarrollo profesional docente (Ponte, 2012), debido a que se pretende incursionar tanto en un proceso de innovación curricular como de prácticas de enseñanza por parte de los maestros.

El equipo interdisciplinario de maestros (*EIM*) inicialmente convocado -como equipo líder- está compuesto por un grupo de once maestros de áreas STEAM. De los docentes en mención, diez de ellos se encuentran adscritos a los niveles de básica secundaria, media académica y/o media técnica y una maestra perteneciente al nivel de primaria, quienes han manifestado su deseo de participar de manera libre y voluntaria en la estrategia investigativa. A este grupo de maestros se han sumado eventualmente, en cinco de las nueve reuniones de CDA desarrolladas, los docentes de las demás áreas e incluso de la primaria (54 maestros en total), por su deseo de obtener cualificación en STEAM y en temas relacionados con la educación del siglo XXI.

Así mismo, se desarrollan los siguientes ciclos dentro del plan investigativo para recabar la información necesaria correspondiente a la fase de análisis:

Figura 1

Ciclos del plan investigativo



Nota. Elaboración propia basado en Wang y Hannafin (2005).

La función del investigador en la implementación de la *Investigación Basada en Diseño* es la de intervenir de manera sistemática a partir del desarrollo y aplicación de innovaciones relacionadas con una teoría y de prácticas mediante la colaboración de los participantes. Los investigadores de diseño pueden emplear expertos, valoraciones, pruebas de campo y diversidad de fuentes de datos para refinar los resultados de investigación y así poder establecer afirmaciones empíricamente fundamentadas (Cobb et al., 2003, p. 12). En este sentido, se genera la oportunidad de hacer uso de múltiples fuentes de datos cualitativos, para analizarlos, categorizarlos y clasificarlos, con el propósito de realizar una prueba piloto -luego de un diseño previo del equipo de maestros- de una unidad o módulo de currículo STEAM integrado.

En el estudio, se cuenta con la experiencia directa de la investigadora, como líder de las propuestas y reflexiones emergidas en la interacción del colectivo de maestros participantes, de manera que su acompañamiento permanente y su compromiso a largo plazo, permiten cerrar esa brecha entre lo que se estudia mediante la investigación y lo que experimenta realmente el *EIM* (Di Biase, 2020). Es así como se tiene a favor, tanto la observación directa como la participación activa de la docente investigadora en el contexto de la práctica docente con todo y las dinámicas que puedan surgir en el proceso, reconociendo así el campo de acción de primera mano.

De otro lado, es imperante resaltar el lugar que ocupa en este estudio el desarrollo profesional docente en STEAM y sus temas asociados, basado en espacios de reflexión e interacción de maestros, denominados comunidades de aprendizaje o CDAs (Elboj et al., 2000, p.6). En la medida que se desarrollan dichos espacios y formaciones, se expone la posibilidad de que los maestros se encuentren en la capacidad de diseñar una propuesta de integración curricular de las áreas mediada por el enfoque STEAM y que puedan llegar a una implementación piloto

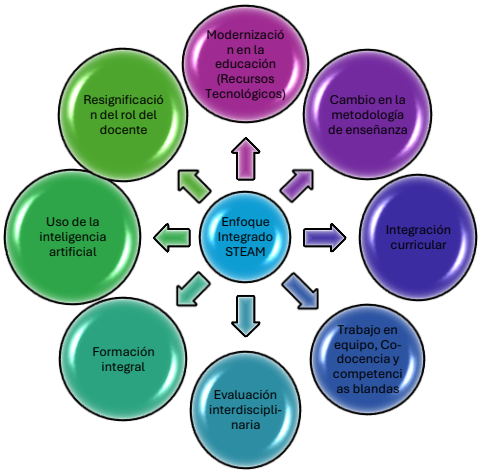
de unidades o guías integradas que harán parte de una estructura macro de currículo integrado STEAM, basado en el contexto institucional y local.

RESULTADOS DEL ESTUDIO

El desarrollo de los espacios de comunidades de aprendizaje CDAs (Elboj et al., 2000, p.6), dentro de la primera fase de iteración, favorecieron la recolección y el análisis sistemático de los aportes que relacionan -desde sus perspectivas curriculares- los maestros del EIM con relación a las posibles barreras en la implementación del enfoque integrado STEAM en el aula. De manera que, durante el proceso surgieron las siguientes categorías emergentes que dan cuenta de perspectivas y desafíos ante el diseño de un currículo STEAM para la enseñanza correlacionada de las matemáticas y las ciencias en la escuela bajo un enfoque integrado en el cual la tecnología, las metodologías activas, el trabajo interdisciplinar y la co-docencia toman un importante protagonismo.

Figura 2

Desafíos e implicaciones de un enfoque integrado STEAM desde la perspectiva de los maestros



Nota: Aportaciones realizadas desde el equipo interdisciplinario de maestros que participan en la estrategia investigativa.

Por lo anterior, el equipo considera que es esencial que la educación no solo prepare a los estudiantes para enfrentar desafíos tecnológicos, sino que también les brinde una base sólida de competencias y habilidades para la vida.

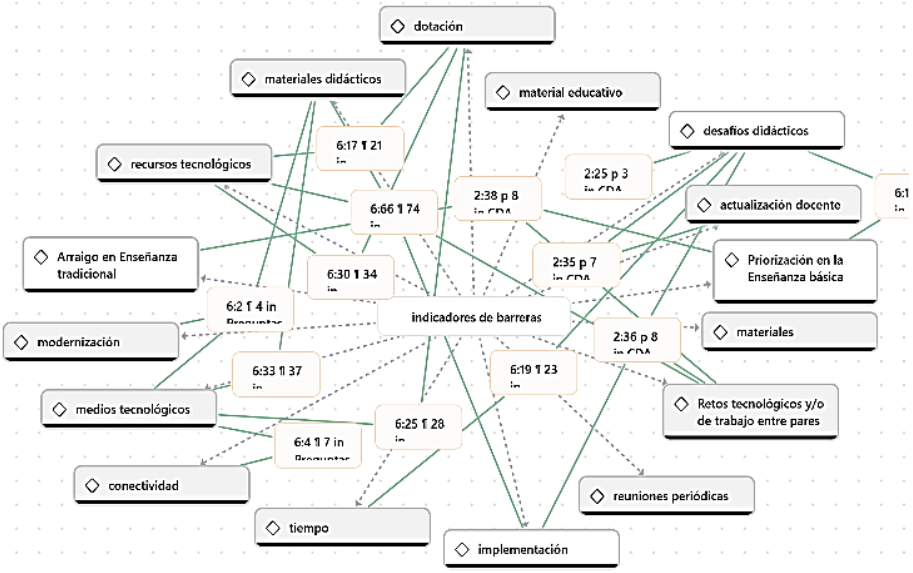
Seguidamente se han logrado detectar en el equipo de maestros, cuáles son -los que consideran- los principales obstáculos o barreras para la implementación de STEAM como enfoque integrado (Ver figura 3) y son las relacionadas a:

Índice

- Falta de formación docente en STEAM
- Tiempos y espacios para la capacitación docente y comunidades de aprendizaje.
- Dotación de materiales didácticos y recursos tecnológicos.
- Planificación adecuada de los tiempos y recursos teniendo en cuenta los objetivos institucionales.
- La reorganización de los planes de estudio o mallas curriculares ya existentes.
- Arraigo en la enseñanza tradicional.
- Retos en el manejo de la tecnología
- Trabajo en equipo
- Brechas en la conectividad de muchas instituciones educativas oficiales, entre otros.

Figura 3

Red de análisis de la categoría "Indicadores de Barreras" en la implementación del enfoque STEAM



Nota. Red de análisis de la categoría "Indicadores de Barreras", realizado en ATLAS.ti 25, donde se muestra la interconexión de los aportes del equipo interdisciplinario de maestros que participan en la estrategia investigativa.

A pesar de las barreras, el *EIM* -luego de los espacios de aprendizaje desarrollados en *CDA*- ha logrado avanzar en iniciativas curriculares STEAM para la integración de las áreas que se estructuran en elementos tales como:

- ✓ La metodología de aprendizaje basado en Proyectos ABP.
- ✓ La formación docente en los espacios de comunidades de aprendizaje.

Índice

- ✓ El trabajo inter y transdisciplinar que ya se inicia desde cada una de las áreas con el apoyo de equipos de docentes.
- ✓ La definición de ejes articuladores en los proyectos investigativos por periodos o semestres.
- ✓ El trabajo teórico que se lleva a la práctica.
- ✓ La flexibilidad para integrar las metodologías activas como ABP, trabajo colaborativo y gamificación.
- ✓ Que se propone un cambio de rol del docente como orientador, guía que acompaña el proceso, facilitador e investigador.
- ✓ La integración curricular según el contexto de la comunidad para generar aprendizajes significativos.

CONCLUSIONES

Haciendo énfasis en la implementación del enfoque STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Artes y Matemáticas) en las instituciones educativas, el *EIM* (Vars, 1991) resalta la necesidad de fortalecer procesos pedagógicos potentes y fundamentales como la formación integral y la resignificación de la evaluación, que actualmente fomenta la competencia individual en lugar del trabajo colaborativo. Dentro del equipo de maestros surgen de igual manera afirmaciones en cuanto a STEAM desde sus tensiones como que hay que tener cuidado con la dependencia excesiva de la tecnología, sugiriendo que no siempre es la solución a los problemas educativos.

Así mismo, de acuerdo con los resultados preliminares y la revisión previa de literatura se encontró que el aprendizaje de las matemáticas y de las ciencias articuladas con otras áreas bajo un enfoque integrativo de enseñanza permite el desarrollo del pensamiento crítico y la resolución de problemas, generando, además, en los estudiantes, iniciativas para inclinarse hacia vocaciones STEAM. La Educación STEAM favorece la comprensión del mundo real, la aplicación del conocimiento científico en el desarrollo de soluciones, el fomento de la creatividad, la innovación, y la adquisición de herramientas para el análisis de situaciones reales.

Referencias

Ali Al-Mutawah, M., Thomas, R., Preji, N., Alghazo, Y. M., & Yousef Mahmoud, E. (2022). Theoretical and conceptual framework for a STEAM-based integrated curriculum. *Journal of Positive School Psychology*, *2022*(5). http://journalppw.com

Araya, R. (2016). STEM y modelamiento matemático. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *11*(15), 291–317. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/23838

Brown, A. (1992). Design experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *The Journal of the Learning Sciences*, *2*(2), 141–178.

Índice

Cobb, P., Confrey, J., DiSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher, 32*(1), 9–13.

Collins, A. (1992). *Design issues for learning environments*. Office of Educational Research and Improvement, Educational Resources Information Center (ERIC).

Díaz Barriga, Á. (2020). De la integración curricular a las políticas de innovación en la educación superior mexicana. *Perfiles Educativos*, *42*(169), 160–179. https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2020.169.59478

Di Biase, R. (2020). Using design-based research to explore the influence of context in promoting pedagogical reform. *EDeR - Educational Design Research*, *4*(2), 1–27. https://journals.sub.uni-hamburg.de/EDeR/article/view/1427

Elboj, C., Valls, R., & Fort, M. (2000). Comunidades de aprendizaje. Una práctica educativa para la sociedad de la información. *Cultura y Educación*, *12*(1-2), 129–141.

García-Mejía, R. O., & García-Vera, C. E. (2020). Metodología STEAM y su uso en matemáticas para estudiantes de bachillerato en tiempos de pandemia Covid-19. *Revista Dominio de las Ciencias*, *6*(2), 163–180. https://doi.org/10.23857/dc.v6i3.1212

Guba, E. G., & Lincoln, I. S. (2002). *Paradigmas en competencia en la investigación cualitativa* (C. Denman & J. A. Haro, Eds.). Colegio de Sonora.

Morín, E., & Mahler, P. (2002). *La cabeza bien puesta: Repensar la reforma, reformar el pensamiento*. Nueva Visión.

Nasiru Hassan, M., Abdullah, A. H., Ismail, N., Suhud, S. N. A., & Hamzah, M. H. (2019). Mathematics curriculum framework for early childhood education based on science, technology, engineering and mathematics (STEM). *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *14*(1). https://doi.org/10.12973/iejme/3960

Olvera Martínez, M. del C., Reyes, R. A. V., Campos Nava, M., Torres Rodríguez, A., & Soto Campos, C. A. (2022). El enfoque STEM y el aprendizaje de las matemáticas A abordagem STEM e a aprendizagem da matemática.

Ponte, J. P. (2012). A practice-oriented professional development programme to support the introduction of a new mathematics curriculum in Portugal. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *15*(4), 317–327. https://doi.org/10.1007/s10857-012-9219-y

Prasad, B., Chandra, B., & Mani, I. (2020). Incorporating STEAM pedagogy in teaching mathematics. https://www.researchgate.net/publication/338343451

Prensky, M. (2015). *El mundo necesita un nuevo currículo: Habilidades para pensar, crear, relacionarse y actuar*. Editorial SM.

Reiss, K., & Filtzinger, B. (2023). *STEMplus: Base para la educación del siglo XXI*. https://doi.org/10.15496/publikation-84173

Silva-Hormazábal, M., Rodrigues-Silva, J., Alsina, Á., & Salgado, M. (2022). Integrando matemáticas y ciencias: una actividad STEAM en Educación Primaria Integrando matemática e ciências: uma atividade STEAM no Ensino Fundamental.

Tytler, R., Williams, G., Hobbs, L., & Anderson, J. (2019). Challenges and opportunities for a STEM interdisciplinary agenda. *Interdisciplinary mathematics education: The state of the art and beyond*, 51–81.

Uzuriaga, V., & Martínez, A. (2006). Retos de la enseñanza de las matemáticas en el nuevo milenio. *Scientia et Technica*, *31*, 265–270.

Vars, G. (1991). *Integrated curriculum in historical perspective*. https://middlegradescurriculum.yolasite.com/resources/Int.%20Curr.%20VARS.pdf

Vilorio, D. (2014). STEM 101: intro to tomorrow's jobs. *Occupational Outlook Quarterly*. https://www.bls.gov/careeroutlook/2014/spring/art01.pdf

Índice

Wang, F., & Hannafin, M. J. (2005). Design-based research and technology-enhanced learning environments. *Educational Technology Research and Development*, *53*(4), 5–23. http://www.jstor.org/stable/30221206

Yang, K. L., & Ball, L. (2024). STEM teacher education programs for preservice and in-service secondary mathematics teachers: A review study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *27*(2), 185–207. https://doi.org/10.1007/s10857-022-09557-0

Yakman, G. (2008). STEAM education: An overview of creating a model of integrative education. https://www.researchgate.net/publication/327351326

EL PENSAMIENTO CRÍTICO EN MATEMÁTICAS: UN ENFOQUE DIALÓGICO-TRANSFORMADOR

Francisca Davis Fredes, Universidad de Valparaíso

Matías Romo Núñez, Universidad de Valparaíso

Lianggi Espinoza Ramírez, Universidad de Valparaíso

Abstract:

La educación actual posiciona al pensamiento crítico como una habilidad necesaria para formar a la ciudadanía para enfrentar los desafíos sociales, económicos y culturales del siglo XXI. Sin embargo, en las bases curriculares chilenas, si bien se menciona al pensamiento crítico, no se plantea algún tipo de caracterización que oriente su desarrollo pedagógico. Por esto, surge la pregunta: ¿Cómo se entrelaza la teoría con la experiencia docente para conformar una caracterización del pensamiento crítico para el aula de matemáticas en Chile? Con base en esto, el objetivo de esta investigación es construir una caracterización del pensamiento crítico en matemáticas a partir de la interacción de la pedagogía freireana y la experiencia profesional docente, contextualizada en el aula de educación secundaria en Chile. El método empleado, de carácter cualitativo, articula dos estrategias complementarias: un análisis documental, el cual evidencia los enfoques teóricos sobre el pensamiento crítico en la literatura académica, y un análisis cualitativo de entrevistas, aplicadas a profesores de matemática, con el fin de recoger información sobre sus apreciaciones, a partir de elementos levantados en el análisis documental. Como resultado, se presenta la propuesta de una comprensión del pensamiento crítico en matemáticas desde un enfoque dialógico-transformador, que pone en relieve al cuestionamiento, a la problematización, a la escucha y al diálogo como sus principios fundamentales. Esto contribuye a entender en matemáticas el pensamiento crítico desde una perspectiva humanista.

Pensamiento crítico, escucha, diálogo, problematización, cuestionamiento

INTRODUCCIÓN

Organismos nacionales e internacionales posicionan al pensamiento crítico como un elemento esencial para la formación ciudadana. En esta línea, consideran al pensamiento crítico como una habilidad fundamental en la formación de sujetos críticos de la realidad social (UNICEF, 2024; OCDE, 2019). Al respecto, se busca particularmente que los aprendices guíen su actuar a partir de valores humanistas, en pos de la dignidad humana, el respeto a la diversidad y la búsqueda de un mundo en armonía (UNESCO, 2015). A su vez, las bases curriculares vigentes en Chile declaran que el aprendizaje del estudiantado debe estar orientado desde el desarrollo del pensamiento crítico a través de un conjunto de habilidades, actitudes y conocimientos propios de cada disciplina (MINEDUC, 2016). Además, el Marco para la Buena Enseñanza de Chile indica cuáles son los estándares que

Índice

deben cumplir las y los docentes dentro de su práctica para promover el pensamiento crítico a partir de diversas estrategias (CPEIP, 2021).

Al revisar la literatura en educación matemática, se identifica que la matemática tiene un rol fundamental en la educación del siglo XXI al desarrollar competencias necesarias, entre ellas el pensamiento crítico, para enfrentar los desafíos de la sociedad actual (OCDE, 2025). También, Jablonka (2018) indica que existen por lo menos dos enfoques a través de los cuales se promueve el desarrollo del pensamiento crítico en matemáticas. El primero, está enfocado en el desarrollo de habilidades cognitivas de orden superior, en el cual la resolución de problemas matemáticos permite llegar a conclusiones lógicas y tomar decisiones pertinentes (Sachdeva y Eggen, 2021; Ordoñez y Rodríguez, 2024). El segundo, inspirado en las pedagogías críticas, busca desarrollar en las y los estudiantes la capacidad de leer críticamente la realidad a través de las matemáticas, desde contextos sociopolíticos y culturales, pertinentes y propios a ellos para promover la justicia social (Jablonka, 2018; Sachdeva y Eggen, 2021; Skovsmose, 1999).

Considerando lo anterior, llama la atención que en las bases curriculares chilenas de Matemática, podemos notar que el concepto de "pensamiento crítico" sólo se menciona en la descripción de la habilidad de resolver problemas, sin agregar ninguna definición o caracterización (MINEDUC, 2016). Esto evidencia la carencia de una caracterización del pensamiento crítico que le permita a las y los docentes promover efectivamente su desarrollo dentro de las aulas de matemáticas en Chile. Esto evidencia la carencia de una caracterización del pensamiento crítico que le permita a las y los docentes promover efectivamente su desarrollo dentro de las aulas de matemáticas en Chile. Con base en esto, nuestra investigación busca comprender cómo se configura el pensamiento crítico a partir del diálogo entre la teoría y los saberes docentes. En esta línea, nos preguntaremos ¿Qué elementos de la pedagogía de Paulo Freire contribuyen a comprender el pensamiento crítico? ¿Qué saberes y experiencias de las y los docentes de matemática contribuyen para construir una comprensión del pensamiento crítico en matemáticas? y ¿Cómo se entrelaza la teoría con la experiencia docente para conformar una caracterización del pensamiento crítico para el aula de matemáticas en Chile?

Por consiguiente, el objetivo de esta investigación es construir una caracterización del pensamiento crítico en matemáticas a partir de la interacción de la pedagogía Freireana y la experiencia profesional docente, contextualizada en el aula de educación secundaria en Chile.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

El presente trabajo se enmarca en la pedagogía de Paulo Freire, cuyas ideas han sido utilizadas en diversas investigaciones relacionadas con la enseñanza de la matemática (Ortega-Álvarez, 2025; Castro-Hernández, 2020; Espinoza, 2014). Aunque Freire no elaboró una obra específica que caracterice el concepto de pensamiento crítico, su propuesta educativa tiene fundamentos que permiten comprender y promover dicho pensamiento (Shih, 2018). Particularmente esto se encuentra en su enfoque de educación problematizadora y su

visión humanizadora de la práctica pedagógica (Freiré, 1967; 1996). Freire (1970) sostiene que la práctica educativa tiene un carácter intrínsecamente político e ideológico, el cual se evidencia en la forma en que se ejerce autoridad, se construyen significados y se valora la experiencia del otro (Espinoza, 2014). En consonancia con esta idea, se rechaza la existencia de una práctica pedagógica neutral, debido que "enseñar y aprender no son acciones técnicas o asépticas, sino profundamente éticas y transformadoras" (Brito, 2008).

Un primer aspecto de la pedagogía de Paulo Freire para ser usado en esta investigación es su visión respecto a la importancia del diálogo en la educación. Al respecto, sostiene que uno de los principales problemas procedentes del posicionamiento político son las dinámicas de poder que suceden en el aula (Freire, 1996). Tradicionalmente, dicho poder se evidencia en formas de comunicación unidireccional, donde el educando toma una posición pasiva y sumisa ante los procesos de enseñanza-aprendizaje, mientras que el educador "ejerce su autoridad del saber como autoridad funcional" (Freire, 1967, p. 53). De esta forma, el diálogo actúa en contraposición de dichas dinámicas, reconociendo el conocimiento del educando y humanizando al educador.

Un segundo aspecto se refiere a la construcción desde y con el otro. Al respecto, Freire (1970) plantea que la construcción del conocimiento debe situarse en la experiencia concreta de las personas, reconociendo el aula como un espacio de encuentro, donde el saber emerja a partir de la experiencia del educador y la realidad del educando (Cantoral, 2013). Este encuentro es el espacio para el surgimiento de la crítica en educación. Al respecto, Freire (1996) sostiene que la crítica nace de una inquietud ingenua, anclada al sentido común. No obstante, dicha inquietud debe ser transformada a una curiosidad epistemológica, la cual se caracteriza por ser crítica, rigurosa y orientada hacia una comprensión profunda del conocimiento y el mundo.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Esta investigación se sustenta en una metodología de carácter cualitativo, cuyo propósito es situar al pensamiento crítico en matemáticas desde la perspectiva de la pedagogía freireana y la propia experiencia docente. Para ello, se articula un análisis documental (Marcelino, Martínez & Camacho, 2024) y un análisis cualitativo de entrevistas (González-Vega et al., 2022), organizado en tres fases. En la primera, se desarrolló un análisis documental en el que se estudió cómo se caracteriza el pensamiento crítico en la literatura vinculada a la pedagogía freireana y a la educación matemática. Para esto, se seleccionaron doce textos siguiendo los criterios de accesibilidad y pertinencia temática. Para el análisis se elaboraron categorías iniciales derivadas del marco teórico, como el diálogo y la problematización, las cuales se complementaron posteriormente con nuevas categorías emergentes en el transcurso de la revisión. Esta fase nos permitió reconocer enfoques del pensamiento crítico, tensiones conceptuales entre ellos y vacíos dentro del campo de la educación matemática.

En la segunda fase se realizó un análisis cualitativo de entrevistas semiestructuradas (Hernandez-Sampieri, 2003) a cinco docentes de matemáticas de enseñanza media, con el fin

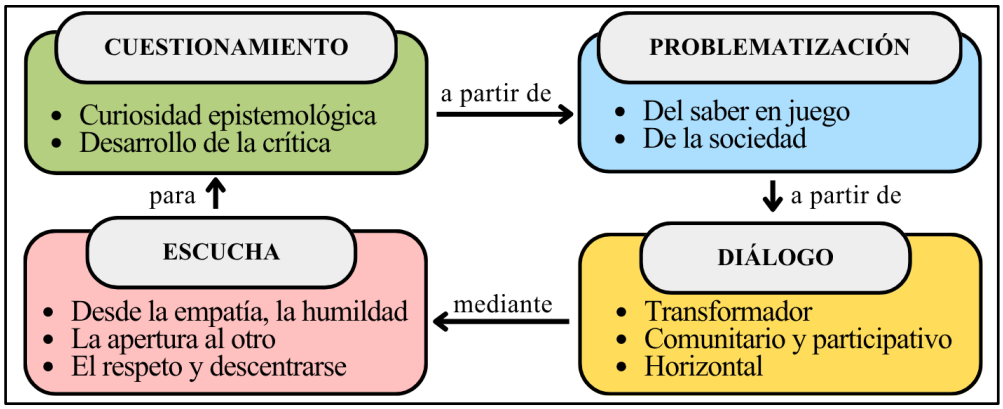
de explorar cómo comprenden y articulan el pensamiento crítico en sus prácticas pedagógicas. El muestreo fue intencionado bajo los siguientes criterios: 1) contar con al menos 10 años de experiencia en aula y 2) tener afinidad con enfoques críticos de la educación, con el fin de contrastar o robustecer nuestros hallazgos teóricos. Adicionalmente, las entrevistas fueron registradas en audio y posteriormente transcritas para su análisis basado en las categorías propuestas en el análisis documental, pero permitiendo la aparición de nuevas categorías según el relato de sus experiencias. Con esto, se logró robustecer nuestra comprensión del pensamiento crítico en educación matemática. Finalmente, en la tercera fase se formuló nuestra caracterización del pensamiento crítico para matemáticas desde un dialógico-transformador, articulando teoría y práctica.

RESULTADOS

Con base en lo analizado tanto en el análisis documental como en las entrevistas realizadas, se propone la siguiente caracterización para el pensamiento crítico en matemáticas, elaborada desde y para el aula de enseñanza media de Chile. A partir de lo anterior, se levanta el enfoque dialógico-transformador para el pensamiento crítico, el cual se basa en cuatro principios: cuestionamiento, problematización, escucha y diálogo (Figura 1). Estos principios se comprenden como procesos inmersos en praxis freireana, donde el proceso de acción se ve representado en el diálogo y la escucha, mientras que la reflexión se puede observar en el cuestionamiento y la problematización.

Figura 1

El pensamiento crítico desde un enfoque dialógico problematizador



Nota. Elaboración propia.

El cuestionamiento constituye el punto de partida para el pensamiento crítico. Representa el momento donde la actitud indagadora o curiosidad del educando le permite aventurarse al mundo del conocimiento (Freire, 1996). Como señala Freire (1996) el sentido común y la experiencia son la base para la construcción del saber, pero la falta de rigurosidad metódica impide alcanzar una comprensión profunda de un objeto de conocimiento o del mundo. De

esta manera, se busca superar la curiosidad ingenua, transformándola en epistemológica, con la finalidad de profundizar en la comprensión de algún objeto cognoscible.

El principio de problematización da continuidad al proceso, invitando a realizar interrogaciones tanto del saber cómo de la sociedad. La primera acción problematiza contextos socio histórico-culturales que dieron el origen al conocimiento, su desarrollo, práctica cotidiana y educativa (Espinoza, 2014; Soto y Cantoral, 2014). La segunda acción se orienta a la problematización de la sociedad, es decir, cuestionar las estructuras, prácticas, valores y creencias que componen el cotidiano de las personas (Freire, 1970; Hooks, 1994).

La escucha se fundamenta como un principio ético que posibilita el diálogo, marcado por el respeto, la humildad, la empatía y la apertura al otro (Freire, 1996). Escuchar implica disponerse a intercambiar ideas, a reflexionar, a reconocer la diferencia y la posibilidad de disentir. Dicho acto, permite construir un posicionamiento propio de la realidad, nutrido por la interacción con otras perspectivas (Freire 1996; Hooks, 1994).

Finalmente, el diálogo se enmarca como un encuentro genuino y horizontal entre sujetos que buscan comprender y transformar el mundo a partir de reflexionar colectivamente (Freire, 1970). El acto de dialogar debe romper con los esquemas jerárquicos del aula tradicional, donde la búsqueda del conocimiento actúe como mediador de los saberes del educando y la experiencia del educador (Freire, 1970; Corona, 2019). Así, el proceso dialógico se concibe como liberador y transformador.

CONCLUSIONES

A modo de conclusión, es habitual en matemáticas considerar al pensamiento crítico desde un enfoque cognitivo-instrumental, en el que el pensamiento crítico se desarrolla como una habilidad cognitiva a través de la resolución de problemas (Monteleone, 2023; Jerez y Prieto-González, 2025). También, se suele pensar el pensamiento crítico desde el enfoque de la crítica social, donde se busca evidenciar y cuestionar injusticias sociales usando la matemática (Skovsmose, 2023; Jiménez & Vesga, 2022). Al respecto, nuestra propuesta, sostenemos, amplía la visión del pensamiento crítico en matemáticas, al considerarla desde un enfoque dialógico-transformador sustentado en la pedagogía de Paulo Freire. Al poner en relieve el cuestionamiento, la problematización, el diálogo y la escucha, este enfoque permite posicionar al pensamiento crítico, siguiendo a la Unesco (2015), desde una perspectiva humanista, en pos de la dignidad humana, el respeto a la diversidad y la búsqueda de un mundo en armonía.

Referencias

Brito, Z. (2008). Educación popular, cultura e identidad desde la perspectiva de Paulo Freire. En M. Gadotti, M. V. Gómez, J. Mafra, & A. Fernandes (Eds.), *Paulo Freire: Contribuciones para la pedagogía* (pp. 29–45). Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales (CLACSO).

Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa: Estudios sobre la construcción social del conocimiento*. Gedisa.

Índice

Castro-Hernández, J. (2020). Los intereses de los estudiantes en un proceso democrático de alfabetización matemática. *Paulo Freire. Revista de Pedagogía Crítica, 18*(23), 108–133. https://doi.org/10.25074/07195532.23.1710

Corona Berkin, S. (2019). *Producción horizontal del conocimiento*. CALAS. https://doi.org/10.14361/9783839449745

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas. (2021). *Estándares de la profesión docente: Marco para la Buena Enseñanza*. Ministerio de Educación de Chile. https://hdl.handle.net/20.500.12365/17596

Espinoza, L. (2014). *La desescolarización del saber: Su construcción social desde el malabarismo y las artes circenses* [Tesis doctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional].

Freire, P. (1967). *La educación como práctica de la libertad*. Siglo XXI Editores.

Freire, P. (1970). *Pedagogía del oprimido*. Siglo XXI Editores.

Freire, P. (1996). *Pedagogía de la autonomía: Saberes necesarios para la práctica educativa*. Siglo XXI Editores.

González-Vega, A. M. del C., Molina, R., López, A., & López, G. (2022). La entrevista cualitativa como técnica de investigación en el estudio de las organizaciones. *New Trends in Qualitative Research, 14*, e571. https://doi.org/10.36367/ntqr.14.2022.e571

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2003). *Metodología de la investigación* (3.ª ed.). McGraw-Hill Interamericana.

hooks, b. (2021). *Enseñar a transgredir: La educación como práctica de la libertad*. Capitán Swing.

Jablonka, E. (2018). Critical thinking in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd ed., pp. 1–5). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_100016

Jerez, G. V., & Prieto-González, J. L. (2025). Una revisión sistemática del pensamiento crítico en clases de matemáticas de educación media. *Ducere: Revista de Investigación Educativa, 4*(1), e202504. https://doi.org/10.61303/2735668X.v4i1.75

Jiménez-Cortés, Y., & Vesga-Bravo, G. (2022). Fortalecimiento del pensamiento crítico en el aula de matemáticas: Una experiencia en pandemia. *Educación y Ciencia, 26*, e13538. https://doi.org/10.19053/0120-7105.eyc.2022.26.e13538

Marcelino, M., Martínez, M. del C., & Camacho, A. D. (2024). Análisis documental: Un proceso de apropiación del conocimiento. *Revista Digital Universitaria, 25*(6). https://doi.org/10.22201/ceide.16076079e.2024.25.6.1

Ministerio de Educación. (2016). *Bases curriculares: 7.° básico a 2.° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-37136_bases.pdf

Monteleone, C., Miller, J., & Warren, E. (2023). Conceptualising critical mathematical thinking in young students. *Mathematics Education Research Journal, 35*(2), 339–359.

Índice

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2019). *OECD skills strategy 2019: Skills to shape a better future*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/9789264313835-en

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2025). *Future-focused mathematics curricula: Empowering learners for the 21st century*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/18036510-en

Ortega-Alvarez, L. (2025). *Paulo Freire en las matemáticas: Propuesta de un método de alfabetización para el sistema educativo chileno* [Tesis de licenciatura, Universidad de Valparaíso].

Sachdeva, S., & Eggen, P. (2021). Learners' critical thinking about learning mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 16*, em0644. https://doi.org/10.29333/iejme/11003

Shih, Y. (2018). Some critical thinking on Paulo Freire's critical pedagogy and its educational implications. *International Education Studies, 11*(9), 64–70. https://doi.org/10.5539/ies.v11n9p64

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Una Empresa Docente.

Soto, D., & Cantoral, R. (2014). Discurso matemático escolar y exclusión: Una visión socioepistemológica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 28*(50), 1525–1544. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a25

UNESCO. (2015). *Replantear la educación: ¿Hacia un bien común mundial?* UNESCO Publishing. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000232697

UNICEF. (2024). *Manual de pensamiento crítico*. https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2025/01/Manual-pensamiento-critico.pdf

Índice

FORMACIÓN PARA LA DEMOCRACIA DESDE VISIONES CRÍTICAS Y SOCIOPOLÍTICAS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA

Lesly Tatiana Galvis Bejarano, Universidad Pedagógica Nacional

Abstract:

Este reporte presenta avances de un proceso doctoral en el marco del Doctorado Interinstitucional en Educación (DIE) de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN). El estudio analiza cómo se ha abordado la formación para la democracia en el contexto colombiano desde las visiones críticas y sociopolíticas de la Educación Matemática (EM), a partir del Análisis Crítico del Discurso (ACD) (Fairclough, 1993, 2023). Para ello, se rastrearon investigaciones desarrolladas entre 2008 y 2023 que declaran prácticas orientadas al desarrollo de la competencia democrática y ciudadana, así como de valores democráticos en estudiantes de secundaria, y se conformó un corpus documental de 40 trabajos. El análisis preliminar evidencia una tendencia a privilegiar la modelación de situaciones de la vida real en escenarios de investigación (Skovsmose, 2012), en particular aquellas situaciones críticas consideradas ejemplares, que se presentan como vía predominante de formación para la democracia. También se reconocen otras experiencias que aportan de manera significativa, lo que muestra que en la clase de matemáticas es posible abrir distintos caminos en otros escenarios.

Democracia, educación matemática crítica, escenarios de investigación, discurso, valores.

INTRODUCCIÓN

En la última década, la EM ha discutido su papel en la sociedad y en la formación matemática de estudiantes y profesores, al indagar la relación entre matemáticas y estructuras sociales, culturales y políticas (Valero, 2012; Skovsmose y Valero, 2012). Desde esta mirada, se plantea la necesidad de pensar el vínculo entre educación, sociedad y política, y de reconocer que tanto las matemáticas como su enseñanza no son neutras, sino prácticas permeadas por valores, intereses e intenciones, que participan en la configuración de determinadas formas de ciudadanía y de orden social.

En Colombia, estas discusiones se han reflejado en investigaciones de EM que declaran intencionalidades orientadas al desarrollo de la competencia democrática y ciudadana (Fresneda y Sarmiento, 2018; Amaya y Espinosa, 2020; Álvarez et al., 2017; Hernández, 2016), y de valores democráticos en estudiantes de secundaria (García, Navarrete y Samboni, 2018; Páez, 2023). Estos trabajos muestran maneras de comprender la democracia y situarla en las prácticas educativas con las matemáticas, lo que abre un campo de posibilidades para indagar cómo se ha pensado esta formación.

Índice

Este reporte de investigación corresponde a los avances de una tesis doctoral en el marco del DIE de la UPN, en el énfasis de Educación Matemática y la Línea de Crítica y Justicia Social en EM. Su propósito es reconocer tendencias en torno a la formación para la democracia desde las visiones críticas y sociopolíticas de la Educación Matemática (EM), a partir del ACD (Fairclough, 1993, 2023). Como advierte Skovsmose (2012), es necesario atender a "los discursos que la investigación en educación matemática construye sobre sí misma, al igual que a las contribuciones y limitaciones de tales construcciones" (p. 301). En consonancia con este planteamiento, se realizó un rastreo de investigaciones desarrolladas entre 2008 y 2023, lo que permitió conformar un corpus documental integrado por artículos de revista, memorias de evento y tesis de pregrado, especialización y maestría.

ELEMENTOS TEÓRICOS

La relación entre democracia y las visiones críticas y sociopolíticas de la EM —en particular la Educación Matemática Crítica (EMC)— se hace visible cuando se reconoce que la enseñanza de las matemáticas no es neutra, sino que puede favorecer procesos de formación para la democracia y de ciudadanos críticos. En este sentido, Vithal (1999) destaca la importancia de la igualdad, la diversidad y las condiciones culturales en los procesos de aprendizaje, y concibe la matemática como una práctica situada y atravesada por relaciones de poder y cultura. De manera complementaria, Mellin-Olsen (1987) resalta la dimensión política de la EM y la necesidad de cuestionar el poder de las matemáticas y de la propia EM en la sociedad. En esta línea, Skovsmose y Valero (2012) proponen tres formas de entender el vínculo entre democracia y EM —resonancia intrínseca, disonancia intrínseca y relación crítica—, lo cual permite advertir que la relación se construye en un campo de tensiones, con posibilidades de participación, pero también con riesgos de exclusión.

La EMC sitúa la formación para la democracia como un propósito fundamental, articulado a través de la *competencia democrática*, definida por Skovsmose (1999) como la capacidad de los ciudadanos de participar de manera crítica y activa en la vida democrática, en especial en los procesos de toma de decisiones que afectan a la sociedad. Desde esta mirada, Skovsmose y Valero (2012), relaciona esta competencia con una concepción de democracia entendida como acción política abierta, que implica una participación constante y reflexiva en la construcción colectiva de la sociedad.

Valero (1999) amplía esta concepción desde cuatro características centrales —los *valores democráticos*—: la colectividad, que resalta la importancia de actuar juntos para mejorar las condiciones de vida; la transformación, que busca cambiar y mejorar las circunstancias sociales hacia la justicia social; la deliberación, que se refiere a la reflexión conjunta sobre las decisiones antes de tomarlas; y la coflexión, un proceso en el que las personas reflexionan colectivamente sobre sus experiencias y acciones para generar una comprensión compartida y crítica.

En este sentido, Skovsmose y Valero (2012) plantean la necesidad de crear espacios que articulen valores democráticos, denominados "nociones clave de la democracia sociocultural" (p. 23). A partir de esta idea, abordan la relación entre EM y democracia mediante los *escenarios críticos*, definidos como "esferas que se traslapan, cada una de las cuales tiene un foco particular" (p. 16), que se expresan en cinco ámbitos: contenido de la educación matemática, relaciones entre profesores y estudiantes en el aula, organización escolar, sistemas educativos nacionales y globalización.

En este marco, situados en la formación para la democracia en el aula, Skovsmose (2012) denomina *escenario de investigación* a "una situación particular que tiene la potencialidad de promover un trabajo investigativo o de indagación" (p. 111), el cual depende de la aceptación de los estudiantes para explorar, formular preguntas y buscar explicaciones. Este escenario es un tipo particular de *ambiente de aprendizaje* que promueve indagación, incertidumbre y construcción compartida de significados, situando a los estudiantes en el centro del proceso. Además, Skovsmose (2012) plantea que se configuran seis tipos de ambientes de aprendizaje entre los paradigmas del ejercicio y la investigación con referencias a: matemáticas puras, semirrealidades y situaciones de la vida real.

Estos planteamientos muestran que los discursos que la investigación en EM produce sobre sí misma y sobre su relación con la democracia se constituyen en marcos que regulan el saber, el hacer y el ser del profesor de matemáticas. Según Valero (2012), los discursos son "maneras de nombrar y verbalizar ideas, valores y normas que surgen de las interacciones constantes y complejas entre los seres humanos mientras están comprometidos en prácticas sociales" (p. 301). Al delimitar lo que es posible pensar y hacer en el campo, tales discursos marcan tendencias en la manera de concebir la enseñanza, la investigación y las prácticas educativas con las matemáticas, y a la vez generan aperturas que permiten imaginar otras formas de configurarlas.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

El reporte de investigación se sustenta en el ACD, perspectiva en la que Fairclough (1993) propone considerar el lenguaje en uso como una forma de práctica social y no sólo como una actividad individual. Así, el discurso es "un modo de acción, una forma por la cual la gente puede actuar sobre el mundo y especialmente sobre otros […] el discurso como práctica, no sólo representa al mundo sino también, lo significa constituyendo y construyendo su significado" (p. 48). En la misma línea, se comprende como "un hecho sociocultural que se articula a las prácticas propias de un grupo humano, en consecuencia, el discurso es una representación de algún aspecto de la vida social en alguna perspectiva particular" (Fairclough, 2003, citado en Pardo, 2013, p. 71). Se asume el modelo tridimensional del discurso propuesto por este autor, que es tanto marco conceptual como modelo de análisis; en él, se desarrolla una primera dimensión que es un análisis lingüístico e intertextual del

texto, posteriormente, un análisis intertextual de las prácticas discursivas y, por último, un análisis social de las prácticas sociales en las que están inmersas tanto la práctica discursiva como el texto.

Esta investigación cuenta con un corpus documental conformado por 40 textos, integrado por 6 tesis de pregrado, 1 de especialización, 25 de maestría, 5 artículos de revista y 3 memorias de evento. La selección de los textos se hizo en plataformas digitales de acceso abierto —Google Académico, Redalyc, SciELO y Dialnet—, en repositorios institucionales de universidades colombianas —Pedagógica Nacional, Distrital Francisco José de Caldas, del Valle y de Nariño—, y en revistas especializadas en educación y en EM, entre ellas la Revista Colombiana de Educación, Tecné, Episteme y Didaxis: TED y Areté. La búsqueda se hizo mediante los términos "competencia democrática", "competencia ciudadana", "ciudadanía" y "valores democráticos", y permitió construir un corpus cuyo análisis preliminar evidenció posicionamientos sobre la formación para la democracia y tendencias en la manera como se ha concebido desde la EMC en el contexto colombiano.

RESULTADOS

Una primera tendencia es el diseño *de escenarios de investigación* basados en situaciones de la vida real, configurados como *ambientes de aprendizaje* —del tipo seis (Skovsmose, 2012)— y como experiencias de *modelación matemática* asumidas como vía privilegiada de formación democrática. Se observa en las propuestas de Fresneda y Sarmiento (2018) sobre el cuidado de sí mismo en el uso de la moto, Amaya y Espinosa (2020) frente al consumo de azúcar y Quintero y Rueda (2021) acerca de la problemática del e-Waste. En esta misma línea, Dussan y Moreno (2021) en torno a la corrupción y Lozano y Vargas (2021) respecto a las emociones y las subjetividades políticas.

La segunda tendencia vincula la formación para la democracia con situaciones de orden ético, es el caso de *la convivencia y la paz* en el marco del discurso de las competencias ciudadanas del Ministerio de Educación Nacional. Hernández (2016) articula la EMC con dichas competencias para pensar la paz desde la clase de matemáticas, mientras que Álvarez et al. (2017) resaltan el aprendizaje cooperativo como estrategia para fortalecer una cultura de paz y solidaridad en el aula.

Una tercera tendencia sitúa la democracia en el reconocimiento de *la diferencia*, donde *inclusión y diversidad* se configuran como escenarios de formación para la democracia. Prieto y Torres (2018) analizan la participación de la población sorda en clases regulares de matemáticas, y García, Navarrete y Samboní (2018) estudian cómo la cultura juvenil y la diversidad cultural pueden integrarse en los procesos de aprendizaje matemático.

Una tendencia centrada en la relación entre *educación estadística* y formación ciudadana, a partir de las ideas de la *Estadística Cívica* como promotora de una visión democrática. Vega

y León (2019) vinculan el razonamiento estadístico con la conciencia ambiental, mientras que Páez (2023) y Carrillo (2023) proponen la Estadística Cívica como alternativa frente a la circulación de noticias falsas en redes sociales, resaltando su papel en la formación de ciudadanos críticos.

Finalmente, algunas investigaciones sitúan la formación para la democracia en *fenómenos sociopolíticos* de gran impacto en el país. Cano y López (2020) abordan el conflicto armado, mientras que los trabajos de Dussan y Moreno (2021) y de Lozano y Vargas (2021), inicialmente situados en experiencias de modelación, se reconocen también como aperturas que muestran cómo la democracia en la clase de matemáticas puede articularse con la memoria, la justicia y los derechos humanos.

Los hallazgos preliminares muestran que la formación para la democracia en la EM, desde visiones críticas y sociopolíticas en Colombia, se ha trabajado principalmente a través de escenarios de investigación configurados como ambientes de aprendizaje y modelación de situaciones críticas consideradas ejemplares, junto con énfasis en la convivencia y la paz, la inclusión y la diversidad, y la alfabetización estadística como recurso para el ejercicio ciudadano.

CONCLUSIONES

El análisis preliminar del corpus documental muestra que la formación para la democracia, desde miradas críticas y sociopolíticas de la EM, se ha configurado de manera predominante alrededor de la modelación de situaciones de la vida real en ambientes de aprendizaje. No obstante, junto a esta tendencia principal, se reconocen otros énfasis como: la vinculación con la convivencia y la paz en relación con las competencias ciudadanas; el reconocimiento de la inclusión y la diversidad como escenarios democráticos; y la alfabetización estadística para el ejercicio ciudadano crítico.

El corpus también permite reconocer aperturas que plantean nuevas líneas de investigación y generan interrogantes. Algunas propuestas relacionan la EM con fenómenos sociopolíticos de gran impacto nacional como el conflicto armado o la corrupción; otras consideran dimensiones como las emociones y las subjetividades políticas para pensar la formación para la democracia desde la escuela. Estas miradas invitan a preguntarse cómo las matemáticas pueden dialogar con memorias colectivas, con prácticas de justicia social y con la formación de sujetos políticos, en un marco donde resulta clave cultivar emociones que fortalezcan la dignidad humana y la solidaridad de los ciudadanos.

En síntesis, las tendencias y aperturas muestran que la formación para la democracia en la EM colombiana no responde a un único camino, sino que constituye un campo diverso, atravesado por debates y oportunidades. Se reafirma el potencial de las visiones críticas y sociopolíticas para abrir posibilidades de participación democrática y, al mismo tiempo, se

plantean preguntas sobre los rumbos aún por recorrer. Como advierte Skovsmose (2012), ningún ambiente de aprendizaje debe asumirse como el único representante de los fines de la EMC, lo cual invita a comprender esta formación para la democracia como un proceso que se enriquece en el movimiento entre distintos ambientes de aprendizaje y a reconocer que otros escenarios pueden aportar de manera significativa. En este sentido, sería interesante ampliar la mirada a contextos latinoamericanos a partir de la revisión de lo que se ha desarrollado en torno a la relación entre EM y formación para la democracia.

Referencias

Álvarez, I., Santamaría, J., & Vargas, C. (2017). Competencias ciudadanas que se pueden fomentar en la clase de matemáticas para trabajar por una cultura de paz [Ponencia de conferencia]. 3.er Encuentro de Investigación en Educación Matemática, Universidad del Atlántico.

Amaya, Y., & Espinosa, M. (2020). *Azúcar, dulce y enemigo: Un ambiente de aprendizaje para el desarrollo de la competencia democrática en clase de matemáticas con estudiantes de grado noveno* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/12582

Cano, M., & López, L. (2020). *Las matemáticas como herramienta que ayuda a entender la realidad social: Comprensión de algunas modalidades de violencia del conflicto armado colombiano* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. http://repositorio.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/12581

Carrillo, D. (2023). *Desarrollo de la competencia democrática en estudiantes de educación media a través de la detección de sesgos y errores en representaciones estadísticas que circulan en redes sociales* [Tesis de pregrado, Universidad Pedagógica Nacional]. http://repositorio.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/18929

Dussan, L., & Moreno, L. (2021). *Reconocimiento al fenómeno de la corrupción en Colombia: Una caracterización de los valores democráticos evidenciados en las discusiones del aula de matemáticas en relación con la educación matemática y ciudadanía* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/13290

Fairclough, N. (1993). *Discurso y cambio social* (C. Rojas, Trad.). Universidad de los Andes.

Fairclough, N. (2023). Análisis crítico del discurso (D. G. Rojas, Trad.). En *The Routledge handbook of discourse analysis* (2.ª ed.). Routledge.

Fresneda, E., & Sarmiento, S. (2018). *El desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas* [Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. https://repository.udistrital.edu.co/items/79b78a00-d545-41ec-83bb-545cda279603

García, E., Navarrete, W., & Samboní, D. (2018). Valores democráticos en escenarios de aprendizaje de las matemáticas: Conexiones entre la diversidad y la cultura juvenil. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (43), 207–221.

Hernández, C. (2016). *La educación matemática crítica y el desarrollo de las competencias ciudadanas, como elementos de estudio, para la formación de estudiantes como ciudadanos constructores de paz y convivencia escolar* [Tesis de pregrado, Universidad Distrital Francisco

José de Caldas]. https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/entities/publication/93a7a6a4-7bae-4683-a4db-9f73de3c19ae

Lozano, L., & Vargas, S. (2021). *Emociones políticas, subjetividad política y educación matemática: Un ambiente de modelación matemática en el marco de la emergencia sanitaria* [Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. https://repository.udistrital.edu.co/items/57e94cee-5136-414d-a4f8-5f095a40fe7c

Mellin-Olsen, S. (2002). *The politics of mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.

Páez, J. (2023). *Estadística cívica como promotora de una visión democrática hacia noticias falsas* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/19367

Pardo, N. (2013). *Cómo hacer análisis crítico del discurso: Una perspectiva latinoamericana* (2.ª ed.). OPR-Digital.

Prieto, L., & Torres, M. (2018). Inclusión y democracia: La participación de estudiantes sordos en clases regulares de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación*, (87), 323–346.

Quintero, K., & Rueda, S. (2021). *Un ambiente de modelación matemática en torno a la problemática del e-Waste: Análisis de las interacciones que podrían dar cuenta de características de la democracia* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. http://repositorio.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/13291

Skovsmose, O. (1999). Democracia y educación. En *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (pp. 31–46). Una Empresa Docente.

Skovsmose, O. (2012). Escenarios de investigación. En P. Valero & O. Skovsmose (Comps.), *Educación matemática crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 109–130). Universidad de los Andes.

Skovsmose, O., & Valero, P. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En P. Valero & O. Skovsmose (Comps.), *Educación matemática crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 1–23). Universidad de los Andes.

Valero, P. (1999). Deliberative mathematics education for social democratization in Latin America. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *31*(1), 20–26.

Valero, P. (2012). La educación matemática como una red de prácticas sociales. En P. Valero & O. Skovsmose (Comps.), *Educación matemática crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 299–326). Universidad de los Andes.

Vega, A., & León, C. (2019). *Razonamiento estadístico y formación ciudadana a través de problemáticas ambientales* [Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/11411

Vithal, R. (1999). Democracy and authority: A complementarity in mathematics education? *ZDM – Mathematics Education, 31*(1), 26–36.

Índice

CREENCIAS DE PROFESORES DE EDUCACIÓN DE SORDOS SOBRE LAS MATEMÁTICAS Y SU ENSEÑANZA

Juan Luis Piñeiro G., Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Ximena Acuña R., Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Abstract:

En este trabajo exploramos las creencias de tres docentes que enseñan matemáticas en una escuela para estudiantes sordos, mediante entrevistas narrativas semiestructuradas que permitieron acceder a sus juicios y experiencias. Los resultados revelan creencias que sitúan a las matemáticas como una disciplina útil, ordenada y funcional, fuertemente vinculada a la vida cotidiana, además de una concepción de la enseñanza basada en la accesibilidad, la simplificación, el uso de materiales concretos y la enseñanza guiada. Concluimos que estas creencias evidencian similitudes con las reportadas en otros grupos docentes, pero subrayan la necesidad de revisar la formación inicial y continua de los profesores de educación especial para garantizar que el estudiantado con necesidades educativas especiales reciba oportunidades educativas equitativas.

Educación de sordos, creencias, matemáticas escolares, escuela especial

INTRODUCCIÓN

El conocimiento, las concepciones y las creencias en educación matemática (e.g., Beswick & Chick, 2019; Thompson, 1994), han constituido un foco de atención para la investigación. Particularmente, diversos estudios han puesto en evidencia la incidencia de las creencias de los docentes en los procesos de aprendizaje del estudiantado (Handal, 2003; Pajares, 1992; Philipp, 2007). No obstante, la caracterización de este constructo resulta compleja y sus fronteras conceptuales permanecen difusas (e.g., Donoso et al., 2015; Moreno & Azcárate, 2003), debido a la estrecha relación que mantienen tanto entre sí como con el conocimiento profesional docente. En esta línea, Thompson (1994) plantea que el término concepción engloba a las creencias, en tanto que un sistema estructurado de creencias puede considerarse una concepción.

Diversos autores coinciden en que las creencias pueden entenderse como verdades personales o formas de conocimiento poco elaborado (Donoso et al., 2015; Moreno & Azcárate, 2003), fundamentadas en experiencias o incluso en la ausencia de conocimientos formales (Donoso et al., 2015; Pajares, 1992). Por ello, tienen un marcado carácter evaluativo y afectivo (Gil & Rico, 2003), y orientan la explicación y justificación de las decisiones docentes (Handal, 2003; Ponte, 1999). Su manifestación suele observarse en declaraciones verbales o acciones justificadas por los propios profesores, frecuentemente precedidas por expresiones como *yo creo* (Philipp, 2007). En esta línea, Ponte (1999) sugiere que las creencias son uno de los fundamentos conceptuales que organizan y dan sentido a los puntos de vista de los docentes.

Índice

Las investigaciones en el contexto chileno muestran que las creencias de los docentes sobre las matemáticas varían según su etapa profesional. Mientras los futuros profesores tienden a concebirlas como un conjunto de reglas y algoritmos, aunque con espacio para la creatividad y con vacíos de dominio en distintas áreas curriculares (Martínez et al., 2019), los docentes en ejercicio presentan una visión e instrumental, valorando principalmente los contenidos procedimentales y su aplicabilidad en la vida cotidiana (Donoso et al., 2016). En cuanto a la enseñanza y el aprendizaje, los futuros profesores reconocen limitaciones en su formación, lo que condiciona sus creencias, pero también destacan la creatividad como recurso pedagógico (Martínez et al., 2019). En contraste, los docentes en ejercicio entienden la enseñanza como la combinación de situaciones reales y práctica sistemática, vinculando el aprendizaje a procesos cognitivos más que a factores externos, sin responsabilizar directamente al estudiantado ni a la materia de las dificultades (Donoso et al., 2016). En conjunto, estas evidencias reflejan que, mientras en la formación inicial prevalece la inseguridad y la fragmentación de creencias, en la práctica se consolida una perspectiva más pragmática y centrada en la funcionalidad de la enseñanza matemática.

Estudios con profesores de educación especial en Chile (San Martín et al., 2025), y que atienden a estudiantes con discapacidad intelectual, conciben las matemáticas como una herramienta clave para el desarrollo cognitivo y la autonomía en la vida cotidiana, especialmente en relación con el uso del dinero. Si bien reconocen la necesidad de diversificar la enseñanza mediante recursos concretos y actividades significativas, su limitada preparación disciplinar conduce a un enfoque principalmente funcional e instrumental, centrado en contenidos básicos y no en aprendizajes profundos.

En este contexto, y debido a que la formación relativa al conocimiento matemático para enseñar matemáticas de los profesores de educación especial es escasa (Piñeiro & Calle, 2023), entendemos que sus creencias podrían diferir de las de otros colectivos de profesores. Por tanto, pretendemos explorar estas creencias, utilizando el término creencias para aludir a los juicios que los profesores expresan respecto de las matemáticas y su enseñanza.

DISEÑO METODOLÓGICO

Esta investigación se corresponde con un estudio exploratorio y se perfilan como un primer acercamiento a las creencias de profesores de educación especial, por tanto, concebimos este trabajo como un estudio cualitativo que no pretende generalizar sus resultados sino identificar patrones en respuestas con la mayor profundidad posible (Miles et al., 2014). Los resultados reportados aquí corresponden a entrevistas semiestructuradas aplicadas a profesores de educación de sordos. Concretamente, entrevistamos a 3 profesores, de los cuales 2 eran profesores de educación especial y uno de educación básica.

En particular, se optó por entrevistas narrativas, dado que constituyen un recurso adecuado para expresar los entendimientos prácticos de los docentes, en la medida en que sus respuestas podían analizarse como estructuras de acontecimientos. Los relatos generados a través de las entrevistas ofrecieron acceso a dichas creencias (Chapman, 2008), proporcionando una base para recuperar —o reconstruir— significados desde las propias experiencias.

Análisis de los datos

El análisis de los datos siguió las directrices de un análisis de contenido (Kuckartz, 2019). En particular, se empleó un enfoque de análisis comparativo entre participantes (cross-case analysis) según Miles et al. (2014), dado que el interés del estudio se centró en explorar las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza por parte de docentes de educación de sordos. Esta estrategia metodológica se combinó con un enfoque secuencial que integró elementos conceptualmente definidos (*concept-driven*) con otros emergentes de los datos (*data-driven*), siguiendo las orientaciones de Kuckartz (2019).

RESULTADOS

Los resultados los hemos organizado de acuerdo a los dos grandes tópicos que aborda este trabajo.

Creencias sobre la matemática

Los datos revelan que los participantes sostienen *creencias sobre las matemáticas* como una disciplina que es innata a algunas personas. Por ejemplo, un profesor señaló "*siempre tuve habilidades para las matemáticas*", aludiendo a que esta asignatura le fue fácil atribuyéndolo a algo más que al trabajo propio o las situaciones de aprendizaje. Asimismo, consideran que la disciplina tiene una estrecha relación con la vida cotidiana utilizando frases como: "*yo tengo muchas habilidades matemáticas en la vida diaria*" o "*que es algo que está en la sociedad. Es útil. Es algo que está, que no se puede apartar. El pensamiento matemático no se puede eliminar*". También hemos identificado ideas relativas a que las matemáticas son una disciplina ordenada, organizada y con una secuencia que va desde lo más fácil a los más difícil. Por ejemplo, sobre el orden un participante señala "*soy muy organizada con el dinero, súper ordenada, programada…entonces que ahí mi habilidad matemática está presente en mi vida*". También identificamos ideas relativas a que las matemáticas son una actividad solitaria en la que se deben resolver ejercicios de manera autónoma. Por ejemplo, un participante señaló "*recuerdo toda la media que era muy autónomo*" aludiendo a que su experiencia con las matemáticas fue resolver ejercicios y revisarlos con un solucionario.

Concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas

Al respecto, los participantes sostienen *creencias sobre la enseñanza de las matemáticas* en las que se presentan a los estudiantes sordos como sujetos que piensan de manera distinta y que tuvieron diferentes experiencias previas, por tanto, se debe cuidar su acceso a la información. Por ejemplo, un profesor señaló "*Las personas sordas tienen pocas experiencias en el ámbito matemático, las cosas de la vida cotidiana y cómo vincularlos con la matemática*". Esto parece hacer existir y dar fundamento a un entendimiento de la enseñanza con marcado énfasis funcional. Por ejemplo, un participante señaló que "*Entonces creo que es el uso de estrategias también para la vida diaria, sobre todo cuando son más adultos, y después tienen que organizar sus platas y tienen que sacar cuentas y tienen que ver que, si tienen tanta plata, qué pueden comprar, qué les alcanza, si se endeudan, cuánto interés va a pagar, o sea para mí la matemática…es la vida misma*". Además de esta funcionalidad, los participantes señalan que existe una influencia en el proceso de enseñanza entre profesor y estudiante; un ejemplo de esto es lo señalado por un participante cuando dice que "*me tocó un día la asignatura de matemática y empecé a enseñar… y la verdad que los chiquillos disfrutan harto, porque como a mí me gusta muuucho la matemática, entonces como que se proyecta*".

Por otra parte, los participantes reportan que la enseñanza debe cuidar de no confundir a los estudiantes, ser sistemática y no proporcionar tareas que les sean difíciles. Por ejemplo, respecto a lo primero, un profesor señaló que "*no puedes dar pie para que ellos se confundan, entonces tienes que hacer…por lo menos mi forma, hay otras profesoras…mi forma es simplificarles la vida lo más posible*". En esta línea, una estrategia de enseñanza que se puede inferir de sus respuestas tiene relación con la enseñanza guiada. Por ejemplo, encontramos ideas referidas a que una buena clase para estos estudiantes debe ser progresiva y con una secuencia clara, es decir, se privilegiaría la consecución de pasos para llegar a un resultado, como el centro de la experiencia de aprendizaje. Esto generalmente se describía como un inicio grupal en que se explicaba el concepto y luego un trabajo individual en que se realizaba ejercitación, pero siempre supervisado por el profesor. Un ejemplo de esto se muestra en el siguiente extracto:

> Participante: Por ejemplo, con la multiplicación, con los cubos multibase (va a buscar los bloques y los muestra). Les dije a los estudiantes que construyeran un edificio. Les explique claramente que deben respetar las reglas. Tenían que construir edificios de la misma altura y que el número dependía de lo que se necesite. Entonces les expliqué cómo hacerlo, del mismo tamaño y después les dije "por favor, hagan un cierre cuadrado y cuenten ¿cuántos cubos hay ahí? ¿cuántos pisos tiene? Les dije que se imaginaran que los orificios de los cubos son ventanas (muestra los cubos)" luego les dije "¿cuántos edificios hay?" entonces que los pisos se multiplican por la cantidad de edificio y que eso es multiplicación. Ahí los estudiantes lo entendieron claramente. Después, les

> entregue una guía donde tenían que responder desde lo pictórico. Lo mismo que hicieron con el material concreto, que lo hicieran con dibujos.

Asimismo, otro aspecto que resaltó en las respuestas es la idea de que la enseñanza debe privilegiar el uso de recursos visuales, pues los estudiantes sordos aprenderían de esta manera. Por ejemplo, una participante relató que "*yo creo que básicamente con el libro de 1° básico que me encanta, que es muy visual, porque había tenido otros libros antes también pero como que no me parecían tan visuales, tan organizado el aprendizaje como a mí me gusta*".

REFLEXIONES FINALES

Este trabajo indaga en las creencias de profesores que enseñan en una escuela para estudiantes sordos. Los resultados muestran creencias similares a sus pares de educación básica (Donoso et al., 2015). Por ejemplo, existe un énfasis en la funcionalidad de la asignatura y cómo la enseñanza debe seguir esta línea. Asimismo, estudios previos con profesores de educación básica señalan que la enseñanza debe realizarse a través de situaciones reales y práctica sistemática (Donoso et al., 2015). Por otra parte, las creencias de nuestros participantes son coincidentes con las de profesores de educación especial que enseñan a estudiantes con discapacidad intelectual (San Martín et al., 2025). Esto en el sentido que se valora una enseñanza funcional. En esta línea, nuestros participantes sostienen creencias que además señalan la enseñanza guiada como una estrategia adecuada para estudiantes sordos.

Los resultados aquí reportados son un llamado de atención para los formadores de educadores especiales, quienes usualmente se encargan de estudiantes con necesidades educativas especiales, para que se discutan el conocimiento que estos profesores deben desarrollar. Particularmente, desde una perspectiva de los contenidos que deben enseñar y no solo desde la necesidad educativa que deben atender. Este hecho es primordial si nuestra meta es que todo el estudiantado reciba las mismas oportunidades.

Financiamiento

Este trabajo fue financiado por Fondecyt Iniciación 11240835.

Referencias

Beswick, K., & Chick, H. (2019). Beliefs and pedagogical content knowledge for teacher of mathematics. En D. Potari & O. Chapman (Eds.), *Knowledge, beliefs, and identity in mathematics teaching and teaching development* (2nd ed., pp. 185-210). Brill.

Chapman, O. (2008). Narratives in mathematics teacher education. En D. Tirosh & T. Wood (Eds.), *Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 15–38). Sense.

Donoso, P., Rico, L., & Castro, E. (2015). Creencias y concepciones de profesores chilenos sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado, 20*(2), 76–97.

Gil, F., & Rico, L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias, 21*(1), 27–47.

Handal, B. (2003). Teachers' mathematical beliefs. *The Mathematics Educator, 13*(2), 47–57.

Kuckartz, U. (2019). Qualitative text analysis: A systematic approach. En G. Kaiser & N. Presmeg (Eds.), *Compendium for early career researchers in mathematics education* (pp. 181–198). Springer.

Martínez, M. V., Rojas, F., Ulloa, R., Chandía, E., Ortíz, A., & Perdomo-Díaz, J. (2019). Creencias y conocimiento matemático escolar al comienzo de la formación inicial docente en estudiantes de Pedagogía General Básica. *Pensamiento Educativo, 56*(2), 1–19.

Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis* (3rd ed.). SAGE.

Moreno, M., & Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias, 21*(2), 265–280.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research, 62*(3), 307–332.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257–318). NCTM.

Piñeiro, J. L., & Calle, J. P. (2023). Mathematical knowledge for teaching in the initial education of special education teachers. *Acta Scientiae, 25*(5), 118–143.

Ponte, J. (1999). Teachers' beliefs and conceptions as a fundamental topic in teacher education. En K. Krainer & F. Goffree (Eds.), *On research in teacher education* (pp. 43–50). Forschungsintitut für Mathematikdidaktik.

San Martín, C., Martínez, M. V., Rojas, F., Ramírez, C., & Cáceres, A. (2025). Mathematics education for students with intellectual disabilities: Beliefs of Chilean special education teachers. *International Journal of Disability, Development and Education, 72*(3), 405–420.

Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127–146). Macmillan.

Índice

REPRESENTACIÓN DE LA MUJER COMO SUJETO-MADRE EN PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Beatriz Valenzuela-Bacho, Universidad Arturo Prat

Juan Luis Prieto-González, Universidad de Los Lagos

Rafael Enrique Gutiérrez-Araujo, Asociación Aprender en Red

Abstract:

Este trabajo analiza el papel de los textos escolares de matemáticas en la reproducción de estereotipos de género asociados a la figura de lo femenino. Desde la Teoría de la Objetivación (Radford, 2023), entendemos a las niñas/mujeres como sujetos en perpetuo devenir, producidos y coproducidos en el marco de su cultura, lo que nos permitió cómo ciertas narrativas presentes en los problemas podrían contribuir a cómo las niñas se perciben así mismas. El análisis se realizó a partir de 12 libros de texto del programa Sumo Primero en Terreno, identificando 30 problemas cuyas representaciones reproducían estereotipos de género. Para ello, nos apoyamos en las investigaciones de Neto y Silva (2021), donde se definen seis roles –cuidadora y cuidadosa, abnegada, delicada, cuidadora de su tiempo, organizada y eficiente, y saber cocinar– que dan lugar a la concepción de sujeto-madre. Estas representaciones no solo limitan las posibilidades de las niñas, sino que también naturalizan prácticas de subordinación, de cuidado y de disponibilidad hacia otros. Creemos que la reproducción de estereotipos en estos materiales restringe la proyección de las niñas en relación con las matemáticas y puede incidir en su participación en las áreas STEM. Finalmente, destacamos la necesidad de repensar los materiales escolares para avanzar hacia prácticas pedagógicas más equitativas e inclusivas.

Educación básica, estereotipos de género, género, subjetividad, textos escolares

INTRODUCCIÓN

Durante décadas, la investigación en campos científicos como la psicología, la educación y las ciencias sociales ha mostrado lo controvertido y debatido que resulta para las sociedades occidentales contemporáneas la idea estereotipada de que los hombres son más aptos para las matemáticas que las mujeres (Kersey et al., 2019; Eliot, 2016). Las consecuencias de este estereotipo en la sociedad pueden verse reflejadas en las disparidades de género existentes en carreras universitarias relacionadas con ciencias y matemáticas, sobre todo aquellas dominadas históricamente por hombres (Leder, 2019). Por ejemplo, en Chile, solo el 20% de los estudiantes en carreras de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM) son mujeres (Mondaca, 2020).

Índice

Estas desigualdades tienen raíces profundas en la experiencia escolar, donde el aula funciona como un espacio de reproducción de la sociedad (Bourdieu & Passeron, 2019) y, por ende, de circulación de estereotipos de género. Investigaciones evidencian que las niñas suelen enfrentar tensiones en su relación con las matemáticas (Kersey et al., 2019) debido, tanto a prácticas docentes como a la invisibilización del rol de las mujeres en la historia de esta diciplina. Los libros de texto de matemáticas también juegan un papel clave, ya que lejos de ser neutrales, transmiten valores y normas que reproducen roles de género estereotipados. En este contexto, nos interesa responder la siguiente pregunta de investigación: ¿De qué manera, a partir de los problemas matemáticos propuestos en los libros de texto chilenos de educación básica (6-11 años), se promueve un estereotipo de lo femenino que resulta contrario al deseo de reducir las brechas de género en la escuela y potenciar las capacidades matemáticas de las niñas? Con el objetivo de analizar cómo determinada concepción de la mujer (como sujeto-madre) se manifiesta en problemas matemáticos propuestos en textos escolares oficiales de educación básica (6-11 años), afectando la relación que las niñas pueden establecer con las matemáticas.

MARCO CONCEPTUAL

Este estudio se sustenta en la Teoría de la objetivación (TO) (Radford, 2023), que concibe al sujeto no como alguien equipado con capacidades intelectuales innatas que necesiten ser desarrolladas, sino como un proyecto de vida inacabado, una entidad en flujo, en perpetuo de venir. Desde esta perspectiva, los individuos por medio de la actividad practica se producen y se coproducen dentro de los límites y las posibilidades de su cultura, los cuales estan mediados por los Sistemas Semióticos de Significación Cultural (SSSC). Estos sistemas definen cómo nos mostramos a los demás y cómo se espera que nos comportemos socialmente y seamos reconocimos por los demás (Radford, 2023, p.229). El género es una de las concepciones que hacen parte de los SSSC, el cual se entiende como un conjunto de creencias y normas culturales que determinan “lo propio “de ser mujer y ser hombre en cada cultura.

Desde este enfoque, los estereotipos de género son opiniones o prejuicios generalizados acerca de atributos o características que hombres y mujeres poseen o deberían poseer (Buquet, 2021, 22m13s). En el aula de matemáticas, los estereotipos se reproducen a través de distintos dispositivos culturales, como lo pueden ser los libros de texto. Investigaciones como las de Neto y sus colaborares han hecho notar cómo la figura de lo femenino suele relacionarse con tareas de cuidado o labores domésticas en problemas matemáticos extraídos en libros de texto, dando lugar a una concepción de la mujer como *sujeto-madre*. Esta concepción, asume, que, en su rol de madre, la mujer encarna atributos como la vida, la atención, el cuidado, la compresión y el servicio, considerados cualidades intrínsecas de lo femenino (Neto & Guida, 2020).

METODOLOGÍA

La información analizada en este estudio proviene de libros de texto escolares oficiales de matemáticas de 1° a 6° básico (6 a 11 años) en Chile. En total, se revisaron 12 materiales correspondientes a los textos del programa Sumo Primero en Terreno (SPT). El análisis de centro en los problemas de palabras incluidos en estos materiales, los cuales se caracterizan por su formulación en modo de narrativas o situaciones cotidianas (Yeo, 2007). La selección de este tipo de problemas se fundamenta en que sus narrativas pueden transmitir mensajes culturales y sociales que refuercen determinados roles de género. A partir de la revisión, identificamos 30 problemas de palabras que parecían reproducir los estereotipos de género de nuestro interés.

El análisis de la investigación se realizó en tres etapas. En la primera etapa, llevamos a cabo una lectura exhaustiva de los 30 problemas seleccionados con el fin de reconocer en sus enunciados los roles atribuidos a la figura de lo femenino. Para identificar estos roles nos apoyamos en el manual práctico de cómo ser menina/mulher de Neto y Silva (2021), donde se definen seis roles: Cuidadora y cuidadora (CC), abnegada (AB), delicada (DE), cuidadora de su tiempo (CT), organizada y eficiente (OE) y saber cocinar (SC). Identificamos la presencia de estos roles en los problemas en base a un conjunto de indicadores –CC1, AB1, DE1, DE2, DE3, CT1, OE1, OE2, SC1 y SC2– que elaboramos a partir del contenido de las descripciones de los roles anteriores y del análisis de la una muestra aleatoria tomada del conjunto total de problemas (N=30).

La segunda etapa del análisis partió de la frecuencia de los indicadores en los problemas para elaborar narrativas interpretativas según los indicadores aplicados, a partir de esto, cada investigador elaboró de manera independiente estas narrativas que dieran cuenta de cómo están presentes los roles atribuidos a la figura de lo femenino en los problemas analizados. Finalmente, en la etapa tres llevamos a cabo una reflexión crítica orientada a problematizar los discursos de género que emergen de los problemas analizados, se indago cómo los enunciados no solo reproducen roles asignados a las niñas/mujeres, sino también la naturalización de ciertos estereotipos de género y de otras categorías que no estaban presentes en el trabajo elaborado por Neto y Silva (2021).

RESULTADOS

El análisis nos ha permitido evidenciar cómo la concepción de la mujer como sujeto-madre se promueve en los libros de textos. A continuación, presentaremos algunos de los hallazgos organizados por indicadores, entre ellos el rol de cuidadora y cuidadosa (CC1) y delicada (DE2).

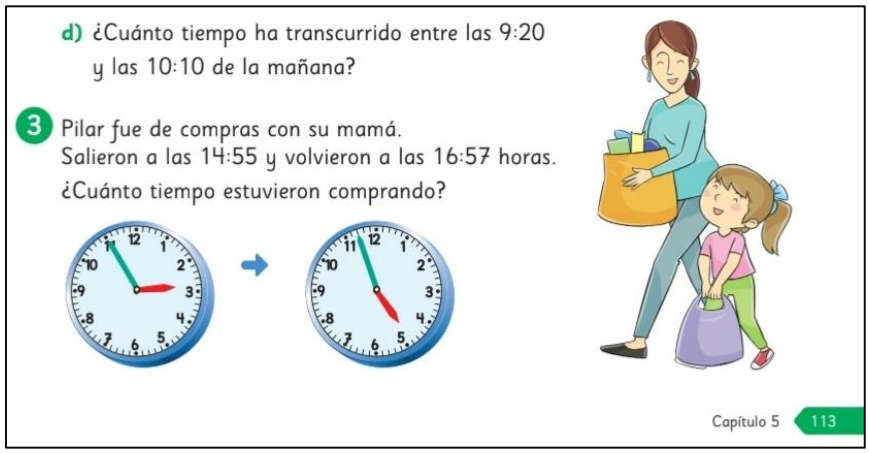
CCI

El indicador CC1 nos permitió identificar la presencia del rol cuidadora y cuidadosa en siete de los problemas analizados —P09, P10, P16, P17, P18, P19 y P27—, los cuales muestras a las niñas y/o mujeres involucradas en tareas de cuidado, alimentación o gestión del hogar. A continuación, presentamos el P16 que hace especialmente evidente este rol.

El problema P16, dirigido a estudiantes de tercero básico, tiene como propósito calcular el tiempo que una madre y su hija han dedicado durante una salida de compras (Figura 1).

Figura 1

Pilar fue de compras con su mamá



Nota. Adaptado de Sumo Primero en Terreno: Texto del Estudiante 3° Básico (p. 113), por MINEDUC, 2024, Curriculum Nacional.

En este problema, llama la atención el contexto elegido para el cálculo del tiempo, donde observamos a Pilar y su madre —dos figuras femeninas— realizando la compra de insumos para el hogar, como lo sugiere la imagen situada a la derecha del enunciado. Consideramos que este protagonismo de la figura de lo femenino no solo refuerza la asociación de las mujeres con las tareas del abastecimiento doméstico, sino que además contribuye a naturalizar la idea de que dichas responsabilidades recaen exclusivamente en las niñas y mujeres.

DE2

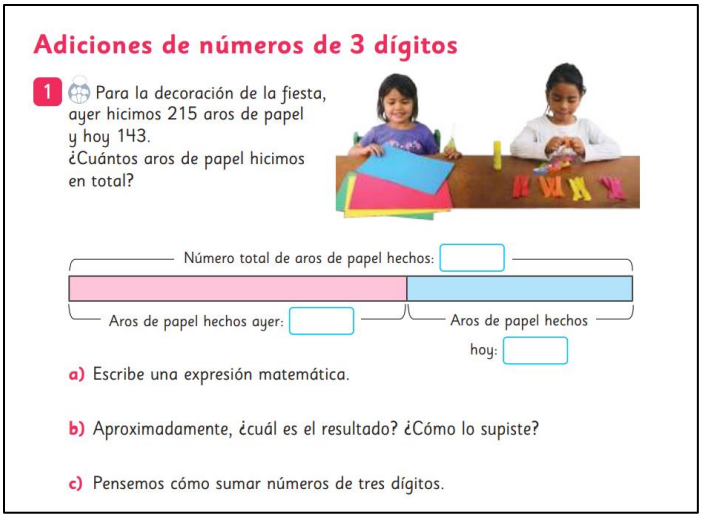
Mediante el uso del indicador DE2, identificamos el rol de delicada en nueve de los problemas analizados —P02, P12, P15, P18, P19, P22, P23, P28 y P29—, los cuales muestran a las niñas como personas atentas o detallistas en su interacción con los objetos, las personas o el contexto en que se desenvuelven. A continuación, presentamos el caso P22.

Índice

El problema P22, dirigido a estudiantes de cuarto básico, trata sobre adición de números naturales en un contexto de decoración de una fiesta. A través de este contexto, se busca que los estudiantes representen simbólicamente esta suma y realicen el cálculo correspondiente sobre dos cantidades de aros de papel producida en dos jornadas de trabajo (Figura 2).

Figura 2

Decoración de la fiesta



Nota. Adaptado de Sumo Primero en Terreno: Texto del Estudiante 4° Básico (p. 24), por MINEDUC, 2024, Curriculum Nacional.

En este problema resulta especialmente relevante la forma en que se produce la representación de género en el contexto de una actividad escolar. De hecho, la presencia exclusiva de la figura de lo femenino en la escena posiciona a las dos niñas como las únicas responsables de la decoración de la fiesta, haciendo que la ausencia de la figura de lo masculino refuerce la naturalización y reproducción de estereotipos de género. De este modo, la figura de la niña/mujer se asocia con tareas tradicionalmente vinculadas al cuidado, la estética y la ambientación de espacios para la recreación, labores que históricamente han sido socialmente feminizadas. Finalmente, destacamos la excesiva carga de trabajo que asumen las dos niñas, lo que manifiesta una idea de disponibilidad incondicional por parte de ellas.

CONCLUSIONES

En este trabajo buscamos identificar de qué manera, a partir de los problemas matemáticados propuestos en los libros de texto chilenos de educación básica, se promueve un estereotipo de lo femenino que resulta contrario al deseo de reducir las brechas de género en la escuela y potenciar las capacidades de las niñas. El análisis, apoyado en el manual de Neto y Silva (2021), evidenció que los libros de texto reproducen estereotipos de género y la concepción

de la mujer como sujeto-madre, al representar a la niña/mujer en posiciones vinculadas al deber, al cuidado y a la subordinación.

En definitiva, creemos que esta investigación posibilita un espacio para tomar posición crítica del papel que cumplen estos dispositivos culturales en la construcción de estereotipos de género. En este sentido, prestar atención a los problemas matemáticos y cómo ellos reproducen y naturalizan estereotipos de género lleva a no solo a visibilizar una problemática ignorada, sino que también a generar oportunidades para transformar dichas prácticas (Radford, 2023). En este sentido, extendemos un compromiso con futuras investigaciones para llevar a cabo instancias de reflexión con docente, orientadas al análisis crítico, ético y constructivo de propuestas pedagógicas capaces de promover un aprendizaje más equitativo e inclusivo para las y los estudiantes.

Referencias

Boaler, J. (2015). *What's math got to do with it? How teachers and parents can transform mathematics learning and inspire success*. Penguin.

Bourdieu, P., & Passeron, J. (2019). *La reproducción: Elementos para una teoría del sistema educativo*. Siglo XXI Editores.

Kersey, A. J., Csumitta, K. D., & Cantlon, J. F. (2019). Gender similarities in the brain during mathematics development. *npj Science of Learning*, *4*, Article 19. https://doi.org/10.1038/s41539-019-0057-x

Leder, G. (2019). Gender and mathematics education: An overview. En G. Kaiser (Ed.), *Compendium for early career researchers in mathematics education* (pp. 289–308). Springer Open. https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-15636-7

MINEDUC. (2024). *Sumo Primero en Terreno: Texto del Estudiante 3° Básico*. Curriculum Nacional.

MINEDUC. (2024). *Sumo Primero en Terreno: Texto del Estudiante 4° Básico*. Curriculum Nacional.

Mondaca G. (30 de julio de 2023). Carreras STEM: al menos 10 de 45 universidades entregan cupos adicionales para mujeres. *La tercera*. https://urx1.com/c8cO7

Neto, V. Silva, M. (2021). Gender as a Problem in Maths Textbooks: A Practical Handbook on How to be a Girl/Woman. Acta Scientiae. 23. 191-222. 10.17648/acta.scientiae.6373.

Neto V. (2021). Onde aprendemos a viver o gênero? Nas aulas de matemática! *Hipatia.* (pp. 51–62). https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/1567

Radford L. (2023). *La teoría de la objetivación: una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Universidad de los Andes. https://educacion.uniandes.edu.co/es/publicaciones/la-teoria-de-la-objetivacion

Yeo, J. (2007). *Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment*. Technical Report ME2007-01. NIE Singapore.

PERCEPCIONES DEL FUTURO PROFESORADO DE MATEMÁTICA SOBRE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA INCLUSIVA: ALGUNOS RESULTADOS DE UN CUESTIONARIO EXPLORATORIO

Carmen Cecilia Espinoza Melo, Universidad Católica de la Santísima Concepción
Eugenio Chandia Muñoz, Universidad de Concepción
Erich Leighton Vallejos, Universidad San Sebastián

Abstract:

Una parte de esta investigación correspondió al diseño y validación de un cuestionario orientado a evaluar los conocimientos sobre educación matemática inclusiva en futuros profesores, con el propósito de identificar necesidades formativas esenciales en un contexto de diversidad y equidad educativa. El proceso contempló la validación de contenido realizada por ocho jueces, quienes analizaron la pertinencia, claridad, relevancia y suficiencia de los ítems, utilizando el coeficiente V de Aiken para determinar el grado de acuerdo. Posteriormente, se efectuó una aplicación piloto con 172 estudiantes de Pedagogía en Matemática de distintas instituciones, lo que permitió ajustar y optimizar el instrumento. Con un enfoque cuantitativo, la confiabilidad se evaluó mediante el coeficiente alfa de Cronbach, alcanzando un valor global de 0,93, así como coeficientes de 0,75; 0,83 y 0,85 para las dimensiones de Enseñanza con enfoque inclusivo, Aprendizaje del estudiantado y Reflexión sobre la propia práctica, respectivamente. Los resultados obtenidos constituyen un instrumento válido y confiable para identificar competencias y áreas de mejora en la formación inicial docente. Asimismo, se proyecta como un aporte al diseño de programas formativos más efectivos y a la consolidación de un sistema educativo equitativo, capaz de responder a la diversidad y eliminar barreras que limiten el aprendizaje del estudiantado.

Educación matemática inclusiva, formación inicial docente, cuestionario exploratorio

INTRODUCCIÓN

El profesorado de matemática en formación inicial se enfrenta a un escenario educativo caracterizado por la diversidad en el aula: distintos ritmos de aprendizaje, variadas formas de relacionarse con los demás y múltiples maneras de acceder al conocimiento. Ante esta realidad, es indispensable que los futuros docentes adquieran competencias que les permitan atender estas diferencias de manera efectiva y garantizar así una educación de calidad para todo el alumnado.

En las aulas actualmente encontramos una gran diversidad del alumnado con diferentes maneras de acceder e interpretar la información, distintas formas de relacionarse con los demás y distintos ritmos de aprendizaje (Alsina & Franco, 2020). Por lo anterior, es necesario que profesores utilicen diversas estrategias, percepciones, experiencias y conocimientos para

Índice

intentar dar respuestas a las múltiples interrogantes del proceso de enseñar y aprender que se presentan cada día y al cual deberán enfrentarse, de tal manera que puedan estar preparados para entregar una educación de calidad a todos los estudiantes del salón de clases, independiente de su condición social, étnica, discapacidad o lengua. Se entiende que un estudiante presenta necesidades educativas especiales cuando, con o sin discapacidad, presenta dificultades el acceso a contenidos curriculares en la interacción con su contexto escolar (Castro & Torres, 2017).

El currículum nacional de matemática, declara que el docente debe generar situaciones de aprendizaje que fomenten la comprensión por sobre la mecanización. Barquero et al. (2016) indican la importancia de motivar un cambio de paradigma escolar monumentalista hacia un enfoque más funcional, en donde la construcción del conocimiento surge ante la necesidad de dar respuesta a interrogantes. Jiménez (2018), también recalca la necesidad de un cambio de paradigma en la clase de matemática indicando que los docentes enseñan contenidos acabados, una matemática terminada, lista para consumir, sin interés para el estudiantado.

Por su parte, la co-enseñanza es una estrategia educativa abordada en los últimos años cuyo objetivo esencial es contribuir al mejoramiento continuo de la calidad de la educación. Las orientaciones técnicas para el Proyecto Integrador Escolar (PIE) la definen como: responsabilidad compartida de dos o más docentes para enseñar al estudiantado, ya sea a todos o parte de él. De esta manera, es importante la relación y comunicación que existe entre los co-enseñantes, como también es relevante que, los establecimientos entreguen las herramientas necesarias para poder cumplir con la co-enseñanza, para esto, deben estar encargados de coordinar los tiempos y espacios donde se puedan organizar y administrar las responsabilidades anteriormente mencionadas.

INCLUSIÓN Y DIVERSIDAD EN LA FORMACIÓN DOCENTE

Las aulas actuales son espacios heterogéneos, donde conviven estudiantes con distintas formas de aprender y participar en el proceso educativo. Esta diversidad demanda del profesorado una actitud flexible y el uso de estrategias didácticas diferenciadas (Alsina & Franco, 2020). La educación inclusiva se sustenta en la convicción de que todos los estudiantes, independientemente de sus características sociales, culturales, lingüísticas o de discapacidad, deben tener acceso a oportunidades de aprendizaje de calidad (Ainscow, Booth & Dyson, 2019).

Desde el marco de la Educación Matemática Inclusiva, enseñar en la diversidad implica generar culturas, políticas y prácticas que aseguren la participación y el aprendizaje de todos los estudiantes, reconociendo que la equidad educativa se construye desde una respuesta pedagógica a la heterogeneidad y se fundamenta en la convicción ética de que todos los estudiantes accedan a experiencias de aprendizaje sin distinción cultural, social u otra

(Ainscow et al., 2019). Esta concepción obliga a los formadores de docentes a reflexionar sobre las prácticas pedagógicas y la necesidad de implementar propuestas innovadoras.

Lo anterior, requiere de implicancias profundas en la formación inicial de profesores de matemática relacionadas con el desarrollo de una competencia profesional inclusiva que articule el conocimiento matemático con la comprensión del contexto sociocultural y las necesidades particulares de los estudiantes (Breda et al., 2018). Asimismo, de un espacio de reflexión crítica para analizar sus propias creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática, reconociendo cómo éstas pueden favorecer o limitar la inclusión (Alsina, 2020).

DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA E INCLUSIÓN

La enseñanza de la matemática, tradicionalmente percibida como excluyente, rígida y centrada en la transmisión de contenidos, puede resignificarse profundamente desde una mirada didáctica orientada a la participación activa, reflexiva e inclusiva de los estudiantes. Según lo planteado por Godino (2017) esto implica la gestión de procesos que promuevan la comprensión e interacción entre significados personales e institucionales, lo cual exige abrir espacios donde los estudiantes construyan conocimiento matemático con sentido. Lo anterior, en el ámbito de la formación inicial docente, se traduce en la necesidad de que los futuros profesores desarrollen competencias didáctico-matemáticas capaces de articular el conocimiento matemático con el pedagógico y con la sensibilidad hacia la diversidad en el aula (Breda et al., 2018).

Por su parte, desde la Educación Matemática Inclusiva, se requiere que los futuros profesores comprendan la matemática no solo como un cuerpo de saberes formales, sino como una práctica social y cultural que puede adaptarse a distintos modos de aprender y comunicar (Quiñones, 2025). Lo anterior, promueve una mirada de la inclusión no solo de accesibilidad, sino que se expande hacia la justicia curricular, promoviendo oportunidades equitativas para que todo estudiante participe activamente en la construcción del conocimiento matemático (Booth y Ainscow, 2011: Scherer et al., 2016). En consecuencia, la transformación de la enseñanza de la matemática desde enfoques didácticos implica formar profesores que reflexionen sobre su práctica, comprendan la matemática como una actividad humana y promuevan entornos de aprendizaje inclusivos, dialógicos y culturalmente relevantes.

METODOLOGÍA

El proceso de análisis contempló: (i) validación de contenido por jueces expertos y pilotaje inicial; (ii) estudio psicométrico con Análisis Factorial Exploratorio (AFE) de corte bifactor y estimación de fiabilidad basada en el modelo de Schmid–Leiman. La muestra estuvo compuesta por 318 respuestas válidas a la versión analizada de 39 ítems con cinco categorías de respuesta; la aplicación se efectuó en contexto de la formación de profesores de matemática, con consentimiento informado y resguardo del anonimato. La validación por

jueces consideró a 5 expertos en el área, los cuales llegaron a establer valores Aiken mayores .83. La estructura interna se evaluó con un análisis factorial exploratorio de corte bifactor, estimado por máxima verosimilitud y con rotación “bifactor” (psych::fa(fm = "ml", rotate = "bifactor")), especificando un factor general y tres factores específicos, en consonancia con el sustento teórico del instrumento. Para caracterizar la contribución relativa del rasgo general y de las dimensiones específicas, se aplicó la descomposición de Schmid–Leiman a través de psych::omega, obteniendo cargas directas sobre el factor general y los subfactores, junto con los coeficientes de fiabilidad α, ω_total, ω_hierarchical (ω_H) y ω_group. Los análisis se ejecutaron en R; los casos con datos faltantes se trataron por lista completa. El estudio se condujo conforme a principios éticos, con participación voluntaria y fines exclusivamente académicos.

CONCLUSIÓN

La aplicación de este cuestionario en diversos planes formativos posee una alta utilidad práctica, ya que permitirá a formadores de formadores y futuros docentes identificar, reflexionar y tomar decisiones orientadas a la mejora de sus prácticas desde un enfoque inclusivo. Además, proporcionará datos cuantificables sobre las competencias que requieren fortalecimiento en la formación inicial, facilitando la detección de áreas críticas y el diseño de estrategias formativas basadas en evidencia empírica. De este modo, se contribuirá al avance hacia un sistema educativo más equitativo y eficiente en la atención a la diversidad. El cuestionario entregará información valiosa sobre las competencias que los futuros docentes deben consolidar para enfrentar los desafíos de la diversidad en el aula, lo que permitirá mejorar sustancialmente las prácticas pedagógicas y enriquecer la experiencia educativa de todos los estudiantes. En este proceso, el papel del profesorado resulta fundamental, no solo en el desarrollo de competencias inclusivas, sino también en la superación de resistencias y dificultades propias de la implementación. Para que los docentes se constituyan en agentes de cambio, es imprescindible una formación adecuada y un entorno institucional que respalde la inclusión. En este marco, la educación matemática se erige como un área prioritaria. La validación del cuestionario representa una herramienta diagnóstica que permitirá identificar fortalezas y debilidades en la preparación de futuros profesores, orientando así la elaboración de programas formativos y de capacitación más pertinentes y efectivos.

Índice

Referencias

Ainscow, M., Booth, T., & Dyson, A. (2019). *Improving schools, developing inclusion*. Routledge.

Alsina, Á., & Franco, M. (2020). Educación matemática inclusiva: un reto para la formación del profesorado. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 23*(2), 197–220. https://doi.org/10.12802/relime.20.2322

Barquero, B., Ruiz-Munzón, N., Galán, J. I. M., & Frutos, M. B. (2016). Un recorrido de estudio e investigación sobre la comparación de realidad y previsión de la evolución de los usuarios de Facebook. *Revista del Congrés Internacional de Docència Universitària i Innovació (CIDUI)*, (3). http://www.cidui.org/revistacidui/index.php/cidui/article/view/961/927

Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. (2018). Criterios de idoneidad didáctica del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *32*(60), 255–278.

Booth, T., & Ainscow, M. (2011). *Index for inclusion: Developing learning and participation in schools* (3rd ed.). Centre for Studies on Inclusive Education.

Castro, P., & Torres, J. (2017). Inclusión y necesidades educativas especiales: reflexiones para la práctica docente. *Revista Educación y Pedagogía, 29*(74), 45–62.

Godino, J. D. (2017). Perspectiva ontosemiótica de la cognición e instrucción matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 12*, 29–45. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i12.182

Jiménez, A. (2018). *La necesidad de un cambio de paradigma en clase de matemáticas. RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, *3*(1), 43–45. http://funes.uniandes.edu.co/12740/

Quiñones Holguín, M. E. (2025). Hacia una educación matemática inclusiva: desafíos y oportunidades para estudiantes con déficit de atención. https://doi.org/10.48204/j.are.n50.a6543

Scherer, P., Beswick, K., DeBlois, L., Healy, L., & Morselli, F. (2016). *Inclusive mathematics education: State of the art research from Brazil, Canada, China, France, Germany, Portugal, Switzerland, and the United States*. Springer.

PRÁCTICAS QUE REPRODUCEN SESGOS DE GÉNERO EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA PRIMERA INFANCIA

Ana Milena Mujica-Stach, Universidad de Los Lagos

María José Bergma Álvarez, Universidad de Los Lagos

Luis Marcelo Casis Raposo, Universidad de Los Lagos

Abstract:

La enseñanza de la matemática en la primera infancia constituye un espacio decisivo para el desarrollo del pensamiento lógico y la comprensión del entorno. Sin embargo, las interacciones pedagógicas no siempre son neutrales y pueden transmitir estereotipos de género que influyen en la confianza y la participación de niñas y niños. Este estudio tuvo como propósito analizar cómo las prácticas y discursos docentes reproducen sesgos de género en la enseñanza de la matemática en niveles de transición. La investigación se enmarcó en un enfoque cualitativo de carácter exploratorio-descriptivo, mediante entrevistas semiestructuradas a quince educadoras de párvulos de establecimientos municipales y subvencionados de la Región de Los Lagos. Las entrevistas, voluntarias y de aproximadamente cuarenta y cinco minutos, fueron analizadas mediante codificación temática, identificando patrones en el lenguaje, la asignación de tareas y las formas de retroalimentación. Los resultados muestran que, aunque las educadoras declaran ofrecer las mismas oportunidades, persisten diferencias en las expectativas y en el acompañamiento pedagógico. En los discursos se evidenció un lenguaje protector hacia las niñas y un tono desafiante hacia los niños. En una de las observaciones de aula, por ejemplo, mientras un grupo de varones resolvía patrones con tres variables, las niñas recibieron una versión reducida "para que no se confundieran". Este tipo de decisiones, aun bien intencionadas, restringe el nivel de desafío y refuerza estereotipos asociados a la capacidad y autonomía. Se concluye que la enseñanza matemática sigue atravesada por prácticas que, bajo apariencia de neutralidad, reproducen sesgos implícitos. Promover una educación equitativa requiere formación docente con perspectiva de género y estrategias que valoren tanto la autonomía como la colaboración en el aprendizaje matemático.

Matemática, primera infancia, sesgo de género, prácticas pedagógicas, enseñanza

INTRODUCCIÓN

En la educación parvularia, la matemática permite a las niñas y los niños construir nociones sobre número, forma y espacio mediante el juego, la exploración y la resolución de problemas. Sin embargo, estudios recientes han evidenciado que las interacciones pedagógicas pueden reproducir estereotipos de género que condicionan la autoconfianza y la participación (Simón-Ramos et al., 2022). En Chile, pese a los avances curriculares, la

Índice

equidad de género en la enseñanza matemática aún enfrenta desafíos en la práctica diaria, lo que justifica la necesidad de indagar cómo se manifiestan estos sesgos en el aula.

ELEMENTOS TEÓRICOS

La literatura sobre género y educación matemática plantea que la equidad no se alcanza solo al ofrecer las mismas actividades a niñas y niños, sino al transformar las interacciones que perpetúan estereotipos (Martínez & Álvarez, 2018). Desde una mirada sociocultural, el aula es un espacio donde las identidades y las relaciones de poder se construyen a través del lenguaje y la práctica pedagógica (Gómez & Ponce, 2023). El concepto de identidad matemática resulta fundamental, pues alude a cómo niñas y niños se perciben frente a la disciplina según las expectativas y valoraciones que reciben (Harris, 2017).

METODOLOGÍA

El estudio se desarrolló bajo un enfoque cualitativo exploratorio-descriptivo. Participaron quince educadoras de párvulos de escuelas municipales y subvencionadas de la Región de Los Lagos. La selección fue no probabilística y voluntaria, privilegiando a quienes manifestaron interés en reflexionar sobre su práctica.

Tabla 1

Muestra del estudio

Educadoras	Dependencia educativa	Comuna
4	Municipal	Osorno
3	Subvencionada	Osorno
1	Rural	Osorno
1	Rural	Río Negro
1	Subvencionada	Llanquihue
1	Subvencionada	Castro
1	Subvencionada	Puerto Varas
1	Subvencionada	Purranque
1	Municipal	Ancud
1	Municipal	Frutillar

Nota. Elaboración propia

Se aplicaron entrevistas semiestructuradas presenciales, con una duración promedio de cuarenta y cinco minutos. Las transcripciones fueron analizadas mediante codificación temática, agrupando las respuestas en tres categorías:

(a) discursos y expectativas hacia niñas y niños;

(b) asignación de complejidad en las tareas matemáticas; y

(c) formas de reconocimiento y retroalimentación.

RESULTADOS

El análisis permitió identificar una brecha entre el discurso de equidad y la práctica cotidiana. Si bien las educadoras expresan intenciones de trato igualitario, sus interacciones reflejan sesgos implícitos. En los relatos, los niños son descritos como "más rápidos" o "con mayor lógica", mientras que las niñas son asociadas a "orden" y "responsabilidad".

Un ejemplo concreto se observó en una actividad de patrones: la docente propuso una versión con tres variables para los niños y una con dos para las niñas, argumentando que "ellas suelen confundirse con muchos elementos". Este caso evidencia cómo las percepciones sobre la capacidad pueden limitar el desafío cognitivo y, por ende, la autoconfianza matemática.

Asimismo, se registraron diferencias en la retroalimentación. A los varones se les destacaba su razonamiento o rapidez ("muy bien, resolviste solo"), mientras que a las niñas se les valoraba la prolijidad ("qué lindo te quedó, te esforzaste"). Estos patrones, aunque no intencionados, reproducen estereotipos de género que asocian a los niños con la competencia y a las niñas con la dedicación.

CONCLUSIONES

Los resultados confirman que la enseñanza de la matemática en la primera infancia sigue permeada por sesgos de género, presentes tanto en el lenguaje como en las expectativas docentes. Las prácticas observadas muestran que la equidad suele entenderse como homogeneidad, sin cuestionar las diferencias implícitas en la interacción.

Superar estas brechas requiere fortalecer la formación inicial y continua de las educadoras, incorporando la perspectiva de género en la enseñanza de la matemática y en la reflexión pedagógica. Reconocer el papel del lenguaje y de las decisiones didácticas es esencial para avanzar hacia una educación que promueva la participación equitativa y la construcción de identidades matemáticas libres de estereotipos desde los primeros años.

Agradecimientos

Esta ponencia es parte del Proyecto "Enfoque hacia la Igualdad: Exploración de Prácticas Pedagógicas en la Enseñanza de Matemáticas con Perspectiva de Género en la Educación Parvularia de la Región de Los Lagos", presentada en el contexto del Concurso Interno Regular de Investigación Científica de la Dirección de Investigación de la Universidad de Los Lagos, bajo en el código DI-ULA N°042/2023.

Referencias

Gómez, L., & Ponce, R. (2023). Estereotipos de género en la educación matemática: discursos y prácticas en la primera infancia. *Revista de Estudios Educativos*, *15*(2), 54–72.

Harris, C. J. (2017). Mathematical identity and classroom interactions: How beliefs and discourse shape children's participation in mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, *95*(2), 205–222. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9746-1

Martínez, M., & Álvarez, J. (2018). Equidad y género en la enseñanza de las matemáticas: desafíos para la práctica docente. *Revista de Investigación Educativa*, *36*(2), 421–437. https://doi.org/10.6018/rie.36.2.307521

Simón-Ramos, M., Farfán-Márquez, R., & Rodríguez-Muñoz, C. (2022). Una perspectiva de género en matemática educativa. *Revista Colombiana de Educación,* (86), 235–254. https://doi.org/10.17227/rce.num86-12093

DISTRIBUCIÓN NORMAL: UNA REVISIÓN HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICA DESDE LA PROBABILIDAD

Roberto Muñoz-Sepúlveda, Pontificia Universidad Católica de Chile

Claudia Vásquez, Pontificia Universidad Católica de Chile

Abstract:

Este estudio realiza una revisión histórico-epistemológica de la distribución normal, abordando su construcción teórica, consolidación y aplicaciones en distintos contextos. El objetivo es analizar su desarrollo histórico, identificando los hitos conceptuales que dieron origen a su formulación y reflexionando sobre su potencial formativo en la enseñanza de la probabilidad. Reconocida por su forma de campana y relevancia en la estadística, la distribución normal es esencial en la inferencia estadística y en la modelación de fenómenos aleatorios, con presencia en currículos y estándares de formación docente. Desde una mirada histórico-epistemológica, se examinan hitos de la teoría de la probabilidad que culminaron en este modelo, desde el problema de los puntos y las contribuciones de Pascal, Fermat, Huygens y Bernoulli, hasta la aproximación binomial de De Moivre y la formalización de Laplace. Asimismo, se revisan las aplicaciones posteriores en ciencias sociales y naturales, con aportes de Quetelet, Galton y Pearson, que consolidaron su alcance. La revisión destaca el potencial formativo de integrar la historia y la epistemología en la formación docente, promoviendo una comprensión crítica de los conceptos probabilísticos y la capacidad de diseñar experiencias didácticas contextualizadas que articulen contenido, historia y cultura matemática.

Distribución normal, Historia, Epistemología, Probabilidad, Formación docente

INTRODUCCION

La distribución normal, reconocida por su característica forma de campana, ocupa un lugar central en la estadística y tiene aplicaciones relevantes tanto en las ciencias naturales como en las sociales (Stahl, 2006). En educación estadística, cumple un rol fundamental como modelo probabilístico y base para el desarrollo de la inferencia estadística (Bittencourt & Viali, 2006).

Diversos marcos curriculares, como los Principios y Estándares del NCTM (2000) y los Common Core State Standards (CCSS, 2010), destacan la importancia de que los estudiantes comprendan y utilicen distribuciones de probabilidad teóricas para interpretar datos y tomar decisiones bajo incertidumbre. En Chile, el currículo nacional (MINEDUC, 2019) establece que los estudiantes deben aplicar distribuciones, como la normal para modelar fenómenos aleatorios continuos y realizar predicciones a partir de sus parámetros. Asimismo, los Estándares Orientadores para Pedagogía en Matemática del CPEIP (2021) y los Standards

Índice

for Preparing Teachers of Mathematics de la AMTE (2017) subrayan que los docentes deben manejar los conocimientos estadísticos del currículo, articulando comprensión conceptual y estrategias didácticas que fomenten un pensamiento estadístico crítico y contextualizado.

En la formación de profesores de matemática persiste una brecha entre la comprensión formal de los conceptos estadísticos y la reflexión sobre su origen histórico y epistemológico (Furinghetti, 2020; Obreque & Lezama, 2020). En particular, la distribución normal —frecuentemente tratada como una fórmula descontextualizada— constituye un ejemplo paradigmático de cómo la ausencia de una mirada histórica y cultural empobrece la comprensión del conocimiento matemático (Massa-Esteve, 2022; Anacona, 2003). Por tanto, el problema central de este estudio radica en la falta de integración de la perspectiva histórico-epistemológica en la enseñanza y formación docente en torno a la distribución normal, lo cual impide comprenderla como una construcción cultural y no solo técnica.

En este marco, el presente estudio se propone como objetivo describir y analizar el desarrollo histórico-epistemológico de la distribución normal, abordando su construcción teórica, las dificultades enfrentadas durante su consolidación, el contexto histórico en que surgió y las diversas definiciones que ha recibido a lo largo del tiempo. La finalidad es ofrecer al profesorado herramientas que les permitan comprender la evolución de este objeto matemático, promoviendo una enseñanza más crítica y epistemológicamente fundamentada (Artigue, 2018).

ANTECENDENTES TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS

La presente investigación se enmarca en un diseño cualitativo de tipo documental, basado en una revisión histórico-epistemológica (Hernández-Sampieri et al., 2014). Se empleó un análisis teórico-narrativo que combina la reconstrucción cronológica de fuentes históricas con la identificación de transformaciones epistemológicas significativas en la teoría de la probabilidad.

El uso de la historia en la educación matemática ha sido reconocido como una estrategia didáctica y una perspectiva analítica que enriquece la enseñanza, favorece la comprensión conceptual y promueve una visión crítica del conocimiento (Anacona, 2003).

Desde un enfoque histórico-epistemológico, Radford (1997) sostiene que el conocimiento matemático es una construcción social y cultural que surge de procesos de negociación de significados en contextos históricos. Esta perspectiva permite comprender la evolución de los significados matemáticos y rediseñar secuencias didácticas que las hagan más significativos.

Desde una mirada histórico-didáctica, Fauvel y Van Maanen (1997) plantean que integrar la historia en el currículo humaniza la matemática y permite reconocer obstáculos epistemológicos del aprendizaje al establecer paralelismos entre las dificultades históricas y las actuales de los estudiantes.

En este contexto, la presente revisión no solo busca reconstruir el desarrollo histórico de la distribución normal, sino también analizar su potencial formativo en la preparación docente. Según Anacona (2003), incluir la historia en la formación del profesorado permite superar visiones reduccionistas del currículo, comprender la complejidad epistemológica de los conceptos, anticipar dificultades de aprendizaje y diseñar actividades didácticas basadas en contextos históricos. Esta aproximación impulsa una reflexión crítica sobre las concepciones docentes, relaciona las matemáticas con expresiones culturales y favorece una enseñanza más contextualizada y humanizada.

DESARROLLO HISTORICO EPISTEMOLOGICO

La distribución normal, entendida desde la probabilidad como el límite de ciertas distribuciones discretas como la binomial, se configura en un contexto histórico, cultural y científico. Su análisis histórico-epistemológico revela momentos clave y transformaciones conceptuales que enriquecen su comprensión, permitiendo al profesorado resignificarla más allá de su fórmula, vinculándola con fundamentos combinatorios, evolución formal y aplicaciones originales, para favorecer una enseñanza crítica y contextualizada.

El problema de los puntos

Diversos autores coinciden en que los orígenes de la teoría de la probabilidad se sitúan en el análisis del problema de los puntos o del reparto (Sánchez, 2016; Gómez y Mora, 2018). Este problema, abordado inicialmente en el contexto de los juegos de azar, puso en evidencia las dificultades conceptuales que enfrentaron los matemáticos al intentar establecer una solución, lo que impulsó el desarrollo de los fundamentos de la probabilidad (Conde, 2015). Durante el Renacimiento, destacan las contribuciones de Luca Pacioli (1494), Niccolò Tartaglia (1556) y Gerolamo Cardano (1565).

El problema, documentado ya en 1380 y posiblemente de origen árabe, fue planteado por Pacioli en su *Summa de arithmetica* (1494), quien propuso repartir la apuesta en proporción al número de rondas ganadas por cada jugador antes de la interrupción del juego (Conde, 2015; Vega-Amaya, 2002). No obstante, esta solución fue criticada por Tartaglia en su *Trattato Generale di Numeri e Misuri* (1556), al considerarla injusta, especialmente en casos en que la diferencia de puntaje no refleja necesariamente la probabilidad de ganar. A su juicio, el problema requería más una resolución judicial que matemática (Sánchez, 2016; Vega-Amaya, 2002).

Cardano, en *Practica arithmeticae generalis* (1539), también criticó la propuesta de Pacioli y planteó una solución basada en el número de partidas restantes para ganar, acercándose así a una noción incipiente de probabilidad (Sánchez, 2016). Posteriormente, en *Liber de Ludo Aleae* (1563), Cardano formaliza ideas probabilísticas en el contexto de los juegos de dados (Gómez & Mora, 2018).

En síntesis, Vega-Amaya (2002) advierte que tanto las propuestas de Pacioli como las de Tartaglia resultan limitadas, ya que ignoran las probabilidades reales de victoria. El error central consistió en tratar el problema como una cuestión de aritmética combinatoria, sin incorporar principios del naciente cálculo de probabilidades, lo que generó múltiples malentendidos en su resolución.

Pascal, Fermat y Huygens: probabilidad y esperanza matemática

Según Conde (2015), un segundo hito relevante en el desarrollo de la probabilidad fue la retomada del problema de los puntos por Pascal, Fermat y Huygens (1654, 1657). Stahl (2006) ubica el inicio formal de la teoría de la probabilidad en la correspondencia de cartas entre Pascal y Fermat, intercambios motivados por las inquietudes del jugador Chevalier de Méré respecto de paradojas en los juegos de azar (Suarez, 2014; Mateos y Morales, 2002; Sánchez, 2016). A partir de esta comunicación, se introducen métodos novedosos para la época, basados en combinatoria, que permitieron calcular probabilidades sobre futuros lanzamientos en el problema de los puntos (Conde, 2015). A diferencia de Pacioli y Tartaglia, quienes se basaban en puntuaciones ya obtenidas, Pascal y Fermat propusieron una mirada prospectiva que sentó las bases de los primeros conceptos formales de probabilidad (Sánchez, 2016).

En 1665, Pascal publicó *Tratado sobre el Triángulo Aritmético*, donde presenta propiedades del triángulo que lleva su nombre y aplica razonamientos inductivos para resolver el problema de los puntos mediante argumentos recursivos (Conde, 2015). Por su parte, Huygens, influido por los avances de Pascal y Fermat, viajó a Francia en 1655 y, aunque no tuvo acceso directo a sus métodos, abordó de forma independiente estos problemas, publicando en 1657 *De Ratiociniis in Ludo Aleae* (Restrepo & González, 2003; Vega-Amaya, 2002; Conde, 2015; Sánchez, 2016).

En su obra, Huygens propuso una solución general al problema de los puntos e introdujo por primera vez el concepto de valor esperado, también denominado esperanza matemática (Conde, 2015; Sánchez, 2016; Gómez y Mora, 2018; Suarez, 2014). Sánchez (2016) destaca que este avance se fundamenta en problemas prácticos y en cálculos aritméticos, mientras que Conde (2015) subraya que la noción de esperanza permitió extender la media aritmética —de uso común en contextos comerciales— al ámbito de la toma de decisiones racionales bajo incertidumbre, lo que consolidó un paso decisivo hacia la formalización de la teoría de la probabilidad (Mateos & González, 2002).

Jacob Bernoulli: ley de los grandes números y distribución binomial

Conde (2015) identifica un tercer momento histórico en el desarrollo de la probabilidad en la obra *Ars Conjectandi* de Jacob Bernoulli, publicada póstumamente en 1713. En ella, Bernoulli retoma el problema de los puntos, ampliando su análisis, al considerar distintas

Índice

probabilidades de éxito para los jugadores, lo que lo lleva a formalizar métodos combinatorios que dan origen a la distribución binomial (Restrepo & González, 2003).

Según Mateos y Morales (2002) su contribución más significativa aparece en la cuarta parte de la obra, donde introduce por primera vez una concepción frecuentista de la probabilidad. En este contexto, formula lo que más tarde será conocido como la Ley de los Grandes Números, demostrando que, al aumentar el número de repeticiones de un experimento aleatorio, la frecuencia relativa de un evento tiende a su probabilidad teórica (Sánchez, 2016).

De Moivre: binomial y aproximación a la curva normal

Restrepo y González (2003) destacan que Abraham De Moivre, en *The Doctrine of Chances* (1718, 1733), abordó el cálculo de probabilidades en ensayos binomiales múltiples, observando que, al aumentar el número de ensayos, la distribución binomial se aproximaba a una curva simétrica en forma de campana (Bittencourt & Viali, 2006). Este trabajo anticipa la aparición de la distribución normal y del teorema del límite central (Bittencourt & Viali, 2006; Sánchez, 2016; Stahl, 2006).

Conde (2015) y Sánchez (2016), De Moivre profundizó en el comportamiento de la distribución binomial para grandes valores de n, aplicando series infinitas convergentes. Derivó así una expresión aproximada para distribuciones simétricas con $p = 1/2$: $b(np + d, n, p) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{\frac{-d^2}{2npq}}$

Posteriormente, dedujo una fórmula que insinúa la forma funcional de la distribución normal como aproximación de la binomial: $P_d = \sum_{|X-np| \le d} b(x, n, p) \cong \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{d}{2}\sqrt{npq}} e^{-2y^2} dy$

Esta formulación representa, según Conde (2015), un punto de inflexión entre dos etapas históricas: la etapa combinatoria representada por Pascal, Huygens y Bernoulli, y una nueva etapa caracterizada por el uso del análisis matemático. Aunque Bernoulli ya había esbozado algunas ideas analíticas en *Ars Conjectandi*, es De Moivre quien consolida esta transición hacia una modelación analítica más formal (Mateos & Morales, 2002).

Laplace: formalización y teorema central del límite

Pierre-Simon Laplace retoma y amplía los aportes de De Moivre, extendiendo sus resultados a casos en los que la probabilidad de éxito no es 0.5 (Restrepo & González, 2003; Sánchez, 2016). En *Théorie Analytique des Probabilités* (1812), formaliza el Teorema de Moivre-Laplace, una versión temprana del Teorema Central del Límite (Bittencourt & Viali, 2006; Sánchez, 2016), demostrando que la distribución binomial converge a la normal a medida que el número de ensayos aumenta (Hald, 2003).

Conde (2015) destaca que este avance integró la teoría de la probabilidad con el análisis matemático, favoreciendo su aplicación en física, astronomía y estadística social. Asimismo, Laplace consolidó la distribución normal como modelo estándar para describir fenómenos aleatorios agregados (Sánchez, 2016), y su trabajo contribuyó a la integración de la

estadística con el cálculo de probabilidades, estableciendo a esta última como su base matemática (Restrepo & González, 2003).

Consolidación y ampliación del modelo normal

Tras los aportes de Gauss, la distribución normal se expandió más allá del ámbito de los errores en medición, extendiéndose a diversas disciplinas durante el siglo XIX y XX (Conde, 2015). Adolphe Quetelet (1796–1874) fue pionero en aplicar esta distribución en las ciencias sociales, tras iniciar su carrera en astronomía (Sánchez, 2016). En obras como *Sobre el hombre y el desarrollo de las facultades humanas* (1835) y *La antropometría* (1871), Quetelet analizó medidas corporales y observó que seguían una distribución normal, proponiendo la figura del "hombre promedio" (Sthal, 2006; Sánchez, 2016; Suarez, 2014; Bittencourt & Viali, 2006).

Francis Galton (1822–1911), influenciado por Quetelet, intentó demostrar en *Hereditary Genius* (1869) que la genialidad era hereditaria, utilizando herramientas estadísticas para reforzar su argumento (Stahl, 2006). Galton no solo empleó la distribución normal para sus análisis, sino que también desarrolló el quincunx, un dispositivo que ilustraba visualmente la distribución de resultados por azar (Conde, 2015; Sánchez, 2016).

El término “normal” comenzó a utilizarse de forma más sistemática a finales del siglo XIX. Según Bittencourt y Viali (2006), fue introducido de forma independiente por Charles S. Peirce (1873), Francis Galton (1879) y Wilhelm Lexis (1879), para referirse a la curva de error. Stahl (2006) añade que Karl Pearson consolidó esta denominación al referirse a ella como la curva normal de Laplace-Gauss.

CONCLUSIONES

Los resultados de la revisión muestran que la distribución normal emerge de una secuencia coherente de transformaciones conceptuales que articulan el paso del azar empírico a la modelación analítica. Representaciones históricas como el triángulo de Pascal y el quincunx de Galton permiten visualizar el paso de modelos discretos a continuos y la aproximación al Teorema Central del Límite, favoreciendo la comprensión conceptual del objeto matemático. En este sentido, resulta especialmente valioso incorporar experiencias didácticas que incluyan la simulación del quincunx de Galton, ya sea mediante materiales manipulativos o software educativo, y contrastar sus resultados con los obtenidos a partir de la distribución binomial. Esta actividad no solo permite experimentar el tránsito entre ambos modelos, sino también problematizar y contextualizar históricamente el sentido del Teorema Central del Límite, fortaleciendo una enseñanza más crítica y situada.

Integrar esta perspectiva en la formación docente permite no solo dominar procedimientos, sino comprender el origen, evolución y sentido del concepto dentro del pensamiento estadístico. A su vez, posibilita anticipar obstáculos epistemológicos persistentes, como los asociados a las nociones de azar, aleatoriedad y probabilidad, identificados por Serradó et al.

(2005). La evolución de estos conceptos ha transitado desde los juegos de azar hacia fenómenos naturales y sociales, evidenciando tensiones en su construcción histórica.

Por último, Conde (2015) distingue dos trayectorias epistemológicas de la distribución normal: una vía probabilística, abordada en estudio y más presente en el currículo escolar (Mineduc, 2019); y una vía basada en la curva de errores, menos explorada en la enseñanza, pero quizás más adecuada para fomentar un uso comprensivo del concepto y que podría ser parte de futuros estudios históricos-epistemológicos como también en secuencias didácticas para la enseñanza de la distribución normal.

Referencias

Anacona, M. (2003). La historia de las matemáticas en la educación matemática. *Revista Ema*, *8*(1), 30–46.

Artigue, M. (2018). Epistemología y didáctica. *El cálculo y su enseñanza, Enseñanza de las ciencias y la matemática*, *11*, 1–31.

Association of Mathematics Teacher Educators. (2017). *Standards for preparing teachers of mathematics*. AMTE. https://amte.net/standards

Bittencourt, H. R., & Viali, L. (2006). Contribuições para o ensino da distribuição normal ou curva de Gauss em cursos de graduação. *III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*.

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP). (2021). *Estándares orientadores para carreras de pedagogía en educación media en matemática*. Ministerio de Educación de Chile.

Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers.

Conde, G. (2015). *La distribución normal: una rápida revisión histórica*.

Fauvel, J., & Van Maanen, J. (1997). The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics: Discussion document for an ICMI study (1997–2000). *Educational Studies in Mathematics*, *34*, 255–259.

Furinghetti, F. (2020). Rethinking history and epistemology in mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *51*(6), 967–994.

Gómez, M. A., & Mora, C. M. S. (2018). *Historia de la probabilidad y de la estadística*. Editorial UNED.

Hald, A. (2003). *A history of probability and statistics and their applications before 1750*. John Wiley & Sons.

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill.

Massa-Esteve, M. R. (2022). *The use of history of mathematics as a resource for teacher education.* En F. Furinghetti, L. Radford, & M. R. Massa-Esteve (Eds.), *Proceedings of the Ninth European Summer University on the History and Epistemology in Mathematics Education (ESU-9)* (pp. 89–98).

Mateos, A., & Morales, M. (2002). Historia de la probabilidad (desde sus orígenes a Laplace) y su relación con la historia de la teoría de la decisión. *Historia de la probabilidad y de la estadística/AHEPE*, 1–18.

Ministerio de Educación de Chile. (2019). *Bases curriculares 3.° y 4.° medio: Matemática*. Unidad de Currículum y Evaluación.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.

Obreque, K. V., & Lezama Andalón, J. (2020). *La historia de las matemáticas en la formación de profesores: desafíos y oportunidades para la enseñanza. Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, 15*(2), 51–70.

Radford, L. (1997). On psychology, historical epistemology, and the teaching of mathematics: Towards a socio-cultural history of mathematics. *For the learning of mathematics*, *17*(1), 26–33.

Restrepo, L. F., & González, J. (2003). La historia de la probabilidad. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*, *16*(1), 83–87.

Sánchez, L. (2016). *Análisis histórico epistemológico sobre el surgimiento de la distribución normal*.

Serradó, A., Cardeñoso, J. M., & Azcárate, P. (2005). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *Statistics Education Research Journal*, *4*(2), 59–81.

Stahl, S. (2006). The evolution of the normal distribution. *Mathematics magazine*, *79*(2), 96–113.

Vega-Amaya, O. (2002). Surgimiento de la teoría matemática de la probabilidad. *Apuntes de historia de las matemáticas*, *1*(1), 54–62.

COMUNICACIONES BREVES

Las Comunicaciones Breves constituyen un espacio destinado a la difusión de investigaciones en desarrollo, estudios exploratorios y avances de tesis de pre y postgrado, lo que las convierte en una instancia privilegiada para que investigadores e investigadoras en formación compartan sus trabajos con la comunidad de educación matemática. En las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática, organizadas por la Universidad Central de Chile junto a la Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM), se presentaron 83 comunicaciones breves distribuidas en tres sesiones, realizadas el miércoles 10, el jueves 11 y el viernes 12 de diciembre de 2025.

Las contribuciones abarcaron trece líneas temáticas, evidenciando la diversidad de intereses y problemáticas que hoy convoca la investigación en el área. Destacó especialmente la línea de Conocimiento del profesor: formación inicial y continua, con veintiséis comunicaciones, seguida por los aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática y la enseñanza y aprendizaje de la geometría, con nueve trabajos cada una, y la enseñanza y aprendizaje de la estadística, con ocho. Se sumaron comunicaciones sobre la enseñanza y aprendizaje del cálculo, del álgebra, de los números y la aritmética, el pensamiento computacional y las habilidades digitales, las habilidades matemáticas del currículum escolar (modelización, argumentación y resolución de problemas), la matemática en la primera infancia, la equidad e inclusión, la interdisciplinariedad y el enfoque STEM, y la historia y epistemología de la matemática.

En su conjunto, estos trabajos reunieron a más de 180 autoras y autores, entre académicos, investigadores, estudiantes de pre y postgrado y docentes de aula, provenientes de 28 universidades chilenas y de 9 instituciones extranjeras de educación superior de España, Colombia, Brasil, Argentina y Perú, además de asociaciones, fundaciones y establecimientos escolares. Esta amplia participación refleja el dinamismo de la investigación emergente en educación matemática y el rol de las Jornadas como espacio de encuentro, retroalimentación y proyección de nuevos investigadores e investigadoras.

En la siguiente sección se presentan las Comunicaciones Breves expuestas durante el evento.

Índice

PENSAMIENTO CRÍTICO: DIFICULTADES PARA PROPICIARLO DESDE LA PROPORCIONALIDAD EN LA MATEMÁTICA ESCOLAR

Manuel Ampuero, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Astrid Morales-Soto, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

Las Habilidades del siglo XXI, en especial el pensamiento crítico, ha adquirido una mayor relevancia en los sistemas educativos. Esto último está propiciando una serie de propuestas para desarrollar este pensamiento a través de la matemática. A pesar de la intención, si consideramos la proporcionalidad, se presentarían dificultades especialmente porque, tanto la enseñanza de los docentes y el texto del estudiante, se basarían en el uso de la regla de 3 con lo cual se dificultaría el desarrollo del pensamiento crítico y el pensamiento proporcional. Como las actividades basadas en el uso del pensamiento proporcional serían relevantes para desarrollar el pensamiento crítico, se revisó el texto del estudiante de matemática de 7° básico y se buscó determinar que razonamientos proporcionales utilizan los profesores al resolver una tarea de proporcionalidad directa. Se analizaron las respuestas de cinco docentes y la unidad de proporcionalidad del texto del estudiante bajo la óptica de la Teoría Socioepistemológica que subdivide el pensamiento proporcional en seis razonamientos. Los docentes mostraron una tendencia a utilizar la regla de 3. En el caso del texto, los ejemplos resueltos que aparecen influyen en el uso de la regla de 3. Estos resultados permiten inferir que, al momento de enseñar la proporcionalidad, los docentes participantes adhieren mayoritariamente a estrategias apoyadas en la mecanización. Con esta evidencia, es poco probable que se logre desarrollar el pensamiento crítico a corto plazo sin que se realicen modificaciones en la forma de enseñanza. Se presentan avances de una tesis doctoral en desarrollo.

Pensamiento crítico, pensamiento proporcional, Socioepistemología

ANTECEDENTES

La incorporación de las Habilidades del siglo XXI (HsXXI) en los sistemas educativos son la respuesta al impulso de varias organizaciones vinculadas a la educación (Scott, 2015). Entre las HsXXI está el pensamiento crítico (PCri) que se entiende como la capacidad para analizar y evaluar la información en torno a un tema, con el propósito de establecer su veracidad y alcanzar una idea justificada al respecto (Ennis, 2011). Desde hace un tiempo la postura por priorizar el desarrollo del PCri, antes que otras habilidades, suma más adeptos.

Apoyando la postura anterior, Yohannes y Chen (2024) y otros, coinciden en que una forma de desarrollar el PCri es por medio de las matemáticas. Por ejemplo, Beltrán-Pellicer et al.

Índice

(2022) plantean que podría desarrollarse con éxito desde la proporcionalidad a raíz de su cotidianidad. Similar mirada tiene Reyes-Gasperini y Cantoral (2014) sobre las proporciones ya que las consideran como parte de la cotidianidad de las personas lo cual podría traducirse en la generación de instancias que propicien la capacidad crítica de los individuos.

A pesar de las investigaciones que evidencian la relevancia de las matemáticas para posibilitar el desarrollo del PCri, se presentan dificultades. Una de estas es la forma de enseñanza que se basa en una epistemología institucionalizada que condiciona la construcción del aprendizaje (Cantoral, 2016). Este condicionamiento se manifiesta por una tendencia a privilegiar la memorización por sobre otras habilidades (Foro Económico Mundial, 2023) y la repetición de rutinas que conduce a la mecanización de pasos para obtener un resultado (Cantoral, 2016). Esto último no es menor, ya que esta forma estructurada de enseñanza es contraria al pensamiento crítico (Facione, 2023).

Si consideramos la enseñanza de la proporcionalidad, existe una tendencia a la utilización, por parte de los docentes, de la *regla de tres* (Rd3) (Beltrán-Pellicer et al., 2022; Lamon, 2012). Como consecuencia de esto último, se presentarían al menos dos situaciones: el estudiantado limitaría su capacidad de razonar proporcionalmente (Lamon, 2012) y se restringiría la autonomía del aprendizaje de los sujetos, por ende, se limitaría uno de los elementos esenciales del PCri (Lara et al., 2017).

En el caso chileno, la enseñanza de la proporcionalidad se centra en 7° básico (12 a 13 años) y los lineamientos de cómo se enseña, es posible evidenciarlo en el texto del estudiante ya que es un reflejo de dicha estructuración de esta enseñanza (Cantoral, et al., 2015). Con base en la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), Reyes-Gasperini y Cantoral (2014) propusieron un esquema del pensamiento proporcional con seis razonamientos proporcionales que soslayan el uso de la Rd3: cuantitativo, aditivo simple, aditivo compuesto, multiplicativo, inter e intra.

La presente contribución corresponde a la fase intermedia de una tesis que teóricamente se sustenta en la TSME. A modo general, la investigación doctoral busca propiciar el desarrollo del pensamiento crítico en profesores de matemática por medio de la implementación de un diseño de actividades centradas en la proporcionalidad. Por ello, en el proceso investigativo han surgido dos preguntas: ¿Qué razonamientos proporcionales se promueven en el texto del estudiante de matemática de 7° básico? ¿Qué razonamientos proporcionales utilizan los docentes al resolver una tarea que involucre la proporcionalidad directa?

PLANTEAMIENTO METODOLÓGICO

La tesis doctoral tiene un enfoque cualitativo y está en pleno desarrollo. Por ello, en este escrito presentamos algunos alcances de una implementación asociada a la problemática de

Índice

la tesis junto a una revisión sobre cómo se enseña la proporcionalidad directa en el texto del estudiante de 7° básico.

En relación a la implementación, el instrumento de recogida de datos de la tesis tiene dos partes que contienen una secuencia de actividades que, en su conjunto, buscan propiciar el desarrollo del PCri en profesores. Este instrumento se validó por expertos y como parte de esta validación, se realizó un pretest en una sesión de 90 minutos. La primera sección del pretest tenía como objetivo identificar el tipo de razonamiento proporcional que utilizan los docentes al resolver tareas que involucran la proporcionalidad directa. Esta sección está en este reporte.

Para determinar la cantidad de sujetos se consideró los casos accesibles (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018). Participaron cinco docentes voluntarios de matemática que ejercen en el sistema educativo chileno. Para anonimizarlos, se asignaron números correlativos del uno al cinco.

Con la finalidad de identificar los razonamientos proporcionales que utilizan los docentes al resolver las actividades, y para revisar el tratamiento de la proporcionalidad en el texto del estudiante de matemática de 7° básico, se recurrió a la propuesta de Reyes-Gasperini y Cantoral (2014).

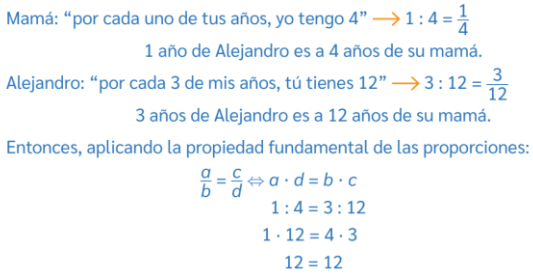
RESULTADOS

Luego de finalizada la actividad se procedió a identificar, en las respuestas entregadas por los docentes, los distintos razonamientos proporcionales que utilizaron desde la óptica de Reyes-Gasperini y Cantoral (2014). Todos los docentes completaron sus cinco actividades individualmente. Así, se revela que la *regla de 3* es utilizada por los docentes en doce ocasiones (48%) para completar la tarea propuesta. La misma Rd3, pero combinada con el razonamiento aditivo simple está en tres oportunidades (12%) al igual que la *regla de 3* combinada con el razonamiento multiplicativo (12%). El razonamiento multiplicativo es utilizado para obtener las respuestas en dos de las actividades (8%) y el razonamiento multiplicativo combinado con el razonamiento intra se encuentra en cinco de las respuestas (20%) entregadas por los profesores.

En relación a la revisión del texto de matemática de 7° básico del estudiante, en las primeras hojas se destaca la propiedad fundamental de las proporciones como forma de resolución de las actividades. Lo anterior se evidencia con tres ejemplos resueltos donde se aplica la Rd3 paso a paso (Figura 1).

Figura 1

Actividad resuelta sobre proporcionalidad del texto del estudiante para séptimo básico



Nota. Tomado de Matemática 7°Básico.Texto del Estudiante (p.60), por Iturra et al., 2023, SM.

A continuación de los ejemplos, se entrega un paso a paso para obtener la constante de proporcionalidad. Posteriormente se incluye una explicación detallada de un ejercicio resuelto sobre la representación gráfica de proporcionalidad directa.

CONCLUSIONES

Durante este escrito, se pretendió profundizar sobre las dificultades que se presentan para posibilitar el desarrollo del PCri a través de la proporcionalidad. A la luz de las respuestas obtenidas del pretest, existe una tendencia en los profesores participantes a usar la *regla de 3* para resolver las actividades. Más aún, en el texto del estudiante de matemática para 7° básico los ejemplos sobre proporcionalidad se resuelven por medio de la Rd3 y no por medio de los razonamientos proporcionales. Los hechos anteriores no son menores, ya que son un fuerte indicio de que se estaría privilegiando la estructuración de la enseñanza de la proporcionalidad con lo cual se impide confrontar ideas, comparar o sopesar argumentos a favor y en contra (Meseguer, 2016), es decir, no se entregarían las condiciones mínimas para propiciar el desarrollo del pensamiento crítico a través de la enseñanza de la proporcionalidad.

En resumen, si el sistema educativo quiere responder al desafío de desarrollar el pensamiento crítico en sus estudiantes, uno de los primeros pasos consistiría primeramente en la modificación de la forma de enseñanza, es decir, la mecanización no debe ser la base. En este escenario, la utilización de actividades de proporcionalidad basadas en el pensamiento proporcional permitiría la generación de las condiciones mínimas que permitan promover el pensamiento crítico. O sea, en estas hipotéticas actividades se esperaría observar una proporcionalidad vinculada a resolver problemas que afectan a los individuos, donde además los estudiantes busquen una solución a través del uso de uno o más razonamientos proporcionales y donde, además, la discusión sea parte central en las salas de clases.

Índice

Agradecimientos

Beca Doctorado Nacional ANID 2023/21231690

Referencias

Beltrán-Pellicer, P., Martínez-Juste, S., & Oller-Marcén, A. (2022). Aventuras y desventuras con la proporcionalidad. *Revista UNO, 98*, 49–55.

Cantoral, R. (2016). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. Gedisa.

Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (8), 9–28. https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.123

Ennis, R. (2011). Critical Thinking. *Inquiry: Critical Thinking across the disciplines, 26*(1), 4–18. https://doi.org/10.5840/inquiryctnews20112613

Facione, P. (2023). *Critical Thinking: What It Is and Why It Counts.* Insight Assessment. https://insightassessment.com/wp-content/uploads/2023/12/Critical-Thinking-What-It-Is-and-Why-It-Counts.pdf

Foro Económico Mundial (21 de septiembre de 2023). *Por qué la IA vuelve obsoletos los modelos educativos tradicionales y qué hacer al respecto*. https://tinyurl.com/3y4nj4wm

Hernández-Sampieri, R., y Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill Interamericana.

Iturra, F., Cabrera, M., y Manosalva, C. (2023). *Matemática 7° Básico. Texto del Estudiante*. SM.

Lamon, S. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Routledge.

Lara, V., Ávila, J., y Olivares, S. (2017). Desarrollo del pensamiento crítico mediante la aplicación del Aprendizaje Basado en Problemas. *Psicología Escolar e Educacional, 21*(1), 65–77. https://doi.org/10.1590/2175-3539201702111072

Meseguer, J. (2016). *Pensamiento crítico: Una actitud*. Unir

Reyes-Gasperini, D., y Cantoral, R. (2014). La construcción de "una unidad de análisis sociosistémica" del saber matemático. Una mirada desde la Teoría Socioepistemológica: el caso de la proporcionalidad y sus repercusiones en el aula. *Actas de la X Conferencia Argentina de Educación Matemática* (pp. 1–10). https://tinyurl.com/6nae8zp6

Scott, C. (2015). *El futuro del aprendizaje 2 ¿Qué tipo de aprendizaje se necesita en el siglo XXI?* Investigación y Prospectiva en Educación. UNESCO. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000242996_spa

Yohannes, A., y Chen, HL. (2024). The effect of flipped realistic mathematics education on students' achievement, mathematics self-efficacy and critical thinking tendency. *Educ Inf Technol, 29*, 16177–16203. https://doi.org/10.1007/s10639-024-12502-8

Índice

USO DE REPRESENTACIONES MÚLTIPLES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Daniela Beatriz Vargas Rivera, Universidad de O'Higgins

Abstract:

En esta comunicación breve se presenta un estudio que analiza cómo el uso de representaciones múltiples influye en la resolución de problemas no rutinarios de estructura multiplicativa con estudiantes de cuarto básico (9–10 años) de una escuela municipal de la provincia de Colchagua. El estudio surge ante las dificultades evidenciadas en el Diagnóstico Integral de Aprendizajes (Agencia de Calidad de la Educación, 2025), donde gran parte de los estudiantes muestra obstáculos al transitar entre registros de representación y justificar sus procedimientos. Conceptualmente, el estudio se fundamenta en las propuestas de Duval (2006), Radford (2006), quienes plantean la articulación de representaciones como condición esencial para el pensamiento matemático. La investigación se desarrolla bajo el paradigma de la Investigación de Diseño, en la cual se trabajará con 26 estudiantes y se ha diseñado e implementado una secuencia de enseñanza compuesta por cuatro sesiones las que se estructuran con el modelo teórico de resolución de problemas de Mason, Burton y Stacey (2010), con problemas no rutinarios de carácter multiplicativo que promuevan el uso de representaciones múltiples. Al tratarse de una investigación en curso, el análisis describirá el uso y la conexión de representaciones múltiples surgidas al resolver problemas no rutinarios de carácter multiplicativo; se espera concluir que coordinar registros y realizar conversiones coherentes mejora la comprensión y la comunicación de significados.

Pensamiento matemático, resolución de problemas, representaciones múltiples, investigación de diseño

INTRODUCCIÓN

La conversión entre registros se reconoce como un proceso clave para la comprensión matemática, pues permite articular ideas y hacer visibles relaciones que no emergen en un único modo de representación (Duval, 2006). Desde una perspectiva sociocultural, la representación media la actividad matemática del estudiantado y posibilita la comunicación de significados en interacción (Radford, 2006). En la misma línea, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) plantea que la enseñanza de las matemáticas debe propiciar el uso y la articulación de diversas representaciones para apoyar la resolución de problemas.

Índice

En el contexto de esta investigación los resultados obtenidos en el Diagnostico Integral de Aprendizaje, muestra en 4° básico dificultades para transitar entre registros de representación y justificar procedimientos. En consecuencia, este estudio, que se encuentra en curso y forma parte de un Trabajo de Titulación, propone analizar la relación entre el uso intencionado de representaciones múltiples y la resolución de problemas de estructura multiplicativa en el aula.

PERSPECTIVAS CONCEPTUALES

Desde una perspectiva sociocognitiva, el aprendizaje matemático se concibe como una práctica situada que se construye en la interacción entre el estudiante, el docente, el problema y el entorno cultural (Radford, 2006). Esta visión considera que el conocimiento se genera en contextos significativos y mediante la mediación de herramientas culturales, como el lenguaje, los signos y las representaciones. En este marco, se reconocen tres dimensiones fundamentales del aprendizaje matemático: el pensamiento matemático, la resolución de problemas y el uso de representaciones múltiples. Estas dimensiones no solo organizan la actividad en el aula, sino que también responden a desafíos observados en diversos contextos educativos, especialmente en relación con las dificultades en la argumentación, la toma de decisiones fundamentadas y el uso flexible de estrategias matemáticas (Felmer & Perdomo-Díaz, 2017; MINEDUC, 2012).

PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Este estudio concibe el pensamiento matemático como un conjunto de prácticas —razonar, conjeturar, justificar, comunicar y conectar ideas— que se activan al resolver problemas y que la enseñanza debe cultivar de manera explícita (NCTM, 2000; Schoenfeld, 1992). En esta línea, se entiende que “pensar matemáticamente” implica transitar entre lo particular y lo general, reconocer estructuras y sostener argumentos, tal como enfatizan las orientaciones sobre competencias y prácticas cognitivas para la escuela (Katagiri, 2007).

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En esta investigación, se opta por problemas abiertos que admiten múltiples caminos y que convocan discusión y validación colectiva, con el fin de fortalecer la toma de decisiones fundamentadas y el uso flexible de estrategias (Felmer & Perdomo-Díaz, 2017). Un estudio más reciente pone de relieve que la utilización de representaciones múltiples, cuando se promueve explícitamente, favorece el razonamiento multiplicativo en estudiantes de primaria (Using Multiple Representations to Foster Multiplicative Reasoning in Primary Grades, 2022).

REPRESENTACIONES

En este marco se adopta la postura de que la representación no es una herramienta secundaria, sino una dimensión constitutiva del pensamiento matemático. La representación se concibe como una forma de acceso al conocimiento abstracto, pues hace posible trabajar con ideas matemáticas que no son directamente observables (Duval, 1999). En este sentido, no se trata de una fase posterior a la comprensión, sino de un proceso activo de construcción conceptual.

REPRESENTACIONES MÚLTIPLES

Así también, para términos de este trabajo, se entiende que las representaciones múltiples no constituyen una simple acumulación de formas de mostrar un contenido, sino una estrategia fundamental para favorecer la comprensión, el razonamiento y la participación activa en matemáticas. Como señala Duval (2006), la coordinación de registros de representación es indispensable para la comprensión profunda, ya que cada uno permite destacar distintos aspectos del objeto matemático. Esta distinción se basa en la diferencia entre tratamientos (operaciones dentro de un mismo registro) y conversiones (transformaciones entre registros distintos), siendo estas últimas especialmente exigentes en términos cognitivos. Estudios recientes evidencian que la calidad del vínculo explícito entre representaciones es un indicador clave de una enseñanza eficaz con registros múltiples (High-quality use of representations in the mathematics classroom, 2024).

MÉTODO

Este estudio se enmarca en un enfoque cualitativo bajo la Investigación de Diseño, que articula ciclos de diseño–implementación–análisis en aula. Tal como señalan Molina et al. (2011), “la característica principal de estos estudios es la ruptura de la diferenciación entre docente e investigador, motivada por el propósito de los investigadores de experimentar de primera mano el aprendizaje y razonamiento de los alumnos” (p. 77). Por lo que el rol dual que asume la profesora de Matemática al ser también la investigadora principal, facilita un seguimiento cercano de las estrategias del alumnado y permite introducir ajustes informados de inmediato.

CONTEXTO Y PARTICIPANTES

La intervención se desarrolla en un cuarto básico inclusivo con 26 estudiantes y un Índice de Vulnerabilidad Escolar cercano al 75 %. El curso cuenta con apoyo PIE; se adaptan consignas, materiales y tiempos para asegurar la participación de todo el grupo.

En cuanto al contenido matemático, la evaluación diagnóstica aplicada en 2025 evidenció un dominio general de la suma y la resta hasta diez mil; sin embargo, alrededor del cuarenta por ciento de la clase confundió la correspondencia entre gráficos, tablas y notación numérica al

resolver problemas contextualizados. Asimismo, un tercio de los alumnos aún no interioriza la multiplicación como suma reiterada ni identifica patrones aritméticos sencillos.

DISEÑO

La secuencia consta de cuatro sesiones de 90 minutos, cada una con dos problemas multiplicativos diseñados para promover el uso de al menos dos representaciones conectadas. Las tareas siguen el modelo de Mason, Burton y Stacey (2010): comprender el problema, resolver y analizar. Al cierre, se recolectan las producciones escritas, que se digitalizan sin alterar para conservar la disposición espacial y los marcadores gráficos relevantes (Yerushalmy, 1997).

ANÁLISIS

Dado que el estudio se encuentra en curso, el análisis se realizará una vez concluidas las sesiones y se centrará en las producciones de representaciones y en las respuestas que entregaron las y los estudiantes. Se describirá cómo estas producciones hacen comprensible el enunciado, cómo se apoyan en una o más representaciones durante la resolución y de qué manera se conectan para explicar y justificar procedimientos y resultados. En función de lo que emerja en las producciones, se definirán como relevantes los aspectos que permitan caracterizar, de forma descriptivo-interpretativa, el uso y la conexión de representaciones y el sentido de las respuestas asociadas a ese análisis.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Al tratarse de una investigación en curso, se espera que el análisis de los datos de los instrumentos ocurra en el mes de noviembre. Sin embargo, se espera que, al resolver problemas con representaciones múltiples, las y los estudiantes coordinen mejor los registros y realicen conversiones más precisas, condición clave para comprender los objetos matemáticos (Duval, 2006). Esto debiera traducirse en soluciones más coherentes y mejor comunicadas, dado el papel mediador de las representaciones en la construcción de significados (Radford, 2006; NCTM, 2000). Cuando la coordinación entre registros se diseña de forma intencionada, la literatura informa mejores aprendizajes y transferencia a situaciones novedosas (Rau & Matthews, 2017). Al mismo tiempo, una introducción gradual de los registros ayuda a evitar interferencias y sobrecarga, por lo que el diseño resulta determinante (Schnotz et al., 2003). Finalmente, en un marco inclusivo, se anticipa mayor participación y acceso más estudiantes usando al menos dos registros en sus producciones, en coherencia con las orientaciones disciplinares y normativas chilenas (MINEDUC, 2015).

REFERENCIAS

Agencia de Calidad de la Educación. (2025). *Diagnóstico Integral de Aprendizajes 2025*. [Sitio web / Documento institucional]. https://diagnosticointegral.agenciaeducacion.cl/

Duval, R. (1999). Representation, vision, and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. En F. Hitt y M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st Annual Meeting of PME-NA* (Vol. 1, pp. 3-26).

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1–2), 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Felmer, P., & Perdomo-Díaz, J. (2017). *Resolver problemas matemáticos: una competencia fundamental*. Ediciones UC.

Katagiri, S. (2007). *Mathematical Thinking and How to Teach It*. CRICED.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically* (2nd ed.). Pearson.

Molina, M., Castro, E., & Ambrose, R. (2011). Diseño de investigaciones basadas en la enseñanza: Fundamentos, procedimientos y desafíos. *PNA, 5*(4), 75–89.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Author.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9*(1), 103–129.

Rau, M. A., & Matthews, P. G. (2017). How to make multiple representations work: A meta-analysis of research on learning with multiple representations. *Journal of Educational Psychology, 109*(6), 861–877. https://doi.org/10.1037/edu0000172

Schnotz, W., Bannert, M., & Seufert, T. (2003). Towards an integrative view of text and picture comprehension. *Learning and Instruction, 13*(2), 141–156. https://doi.org/10.1016/S0959-4752(02)00019-8

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M., & Silver, E. A. (2008). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction*. Teachers College Press.

Ministerio de Educación de Chile. (2015). *Decreto Exento N.º 83/2015: Criterios y orientaciones de adecuación curricular para estudiantes con necesidades educativas especiales*. MINEDUC. URL

Yerushalmy, M. (1997). Designing representations: Reasoning about functions of two variables. *Journal of Computer Assisted Learning, 13*(4), 287–300.

Índice

CARACTERIZACIÓN DE LAS RUTAS DE MODELACIÓN DE UN GRUPO DE ESTUDIANTES, SEGÚN SUS ESTILOS DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO APARENTES, DE ACUERDO CON BORROMEO

Michelle Flores Irarrázabal, Universidad Alberto Hurtado

Miguel Díaz Flores, Universidad Alberto Hurtado

Abstract

Esta comunicación es parte de una investigación más amplia donde se implementó una secuencia de aprendizaje basada en modelación con el uso de funciones. El objetivo principal de este trabajo es describir las rutas de modelación de un grupo de estudiantes de tercer año de educación media, considerando los estilos de pensamiento matemático definidos por Borromeo Ferri (2018) y el ciclo de modelización de Blum y Borromeo Ferri (2010), desde una perspectiva cognitiva. Mediante un estudio de caso, se investigaron las representaciones externalizadas, producciones escritas y las declaraciones verbales de los estudiantes para identificar un estilo de pensamiento matemático aparente en un contexto de trabajo grupal. El análisis de los datos permitió la identificación de trayectorias individuales dentro de rutas de modelación visibles asociadas a los estilos de pensamiento matemático analítico e integrado. Basado en este hallazgo, se identificaron diferencias entre los estudiantes en su enfoque a la tarea de modelación propuesta para los distintos estilos, reconociéndose rutas con características concordantes con el marco teórico según las trayectorias realizadas. Finalmente, se concluye reconociendo procedimientos, fortalezas y limitaciones de los estilos antes descritos, los cuales representan información relevante para la enseñanza de la modelación en el aula y para la comprensión por parte del docente el desarrollo de esta habilidad fundamental en matemáticas.

Modelación, ciclo de modelación matemática, estilos de pensamiento matemático, rutas de modelación visibles.

INTRODUCCIÓN

Según Borromeo Ferri (2010), aunque las investigaciones sobre modelación se han diversificado, pocas se centran en el proceso desde un enfoque cognitivo-psicológico, considerando factores del "mundo interior" del modelador. Entre estos, destacan los estilos de pensamiento matemático, entendidos como las preferencias o formas en que una persona prefiere comprender y aprender matemáticas. Estas preferencias se reflejan en sus procedimientos y permiten analizar, cognitivamente, los procesos individuales de modelación (Borromeo Ferri, 2015), evidenciándose en la ruta de modelación visible de acuerdo al ciclo de Blum y Borromeo Ferri (2010). Desde la docencia, conocer los estilos de

Índice

pensamiento y preferencias de los estudiantes al modelar permite identificar dificultades (ej., en construcción o interpretación de modelos) y las distintas formas de abordar el proceso, favoreciendo una comprensión más profunda de su desempeño (Borromeo Ferri, 2018).

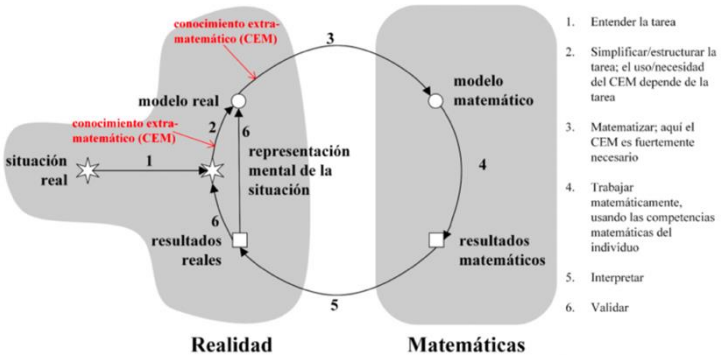
El objetivo de esta parte de la investigación fue identificar la ruta de modelación individual y los procedimientos al abordar una tarea de modelación según los estilos de pensamiento matemáticos aparentes. A partir de una tarea realizada por estudiantes de tercero medio en 2024, se presentan las rutas de un grupo al enfrentar una tarea que involucra funciones, reconociendo tendencias que permitieron identificar características de los estilos analítico e integrado definidos por Borromeo Ferri (2010, 2018).

MARCO DE REFERENCIA

El referente teórico es el ciclo de modelación de Blum y Borromeo Ferri (2010), que permite analizar el proceso cognitivo en una tarea de modelación junto con los estilos de pensamiento matemático.

Figura 1

Ciclo de modelación Blum – Borromeo.



Fuente. Adaptado de Sala et al. (2021), basado en Borromeo Ferri (2010).

El ciclo consta de fases (en negrita en la Figura 1) y transiciones entre ellas (numeradas). Aunque teóricamente se presenta como secuencia lineal, en la práctica cada sujeto puede transitar de manera diferente, definiendo una ruta de modelación personal (Espinoza, 2023), elemento clave en el análisis de datos.

Esta ruta se ve influenciada por las preferencias y estilos de pensamiento. Borromeo Ferri (2018) define los estilos de pensamiento como "la manera en que un individuo prefiere presentar, entender y pensar en los hechos y conexiones matemáticas, mediante ciertas imaginaciones internas y/o representaciones externalizadas" (p. 34). Mediante análisis cualitativo, la autora los caracteriza en: pensadores analíticos, visuales o integrados.

METODOLOGÍA

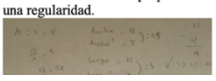
La investigación es un estudio de caso con enfoque cualitativo descriptivo, que busca reconstruir procesos cognitivos individuales. Se aplicó una secuencia de aprendizaje basada en una tarea de modelación con funciones a dos grupos de tercero medio.

Para la recolección de datos se utilizaron: notas de campo del investigador, producciones de los estudiantes, grabaciones de audio durante el proceso y un cuestionario adaptado de Borromeo Ferri (2015) para caracterizar el estilo de pensamiento matemático declarado.

Mediante análisis deductivo, se individualizó el trabajo de cada estudiante en el proceso grupal, reconstruyendo su proceso de modelación y reconociendo fases y transiciones del ciclo Blum-Borromeo. Se construyó una matriz para reconocer acciones individuales y las influenciadas por otros, permitiendo caracterizar las rutas de 5 estudiantes y un estilo de pensamiento aparente.

Figura 2

Extracto de matriz utilizada para el análisis de datos, caso de E5 (corresponde al estudiante número 5)

Código Ciclo modelación (fase/Transición)	Evidencia	procedimiento	Comentario:
SR; (1) Comprensión de la situación RMS: representación mental. (2) Simplificación: Descarta trabajar con un papel pequeño de acuerdo a la realidad. MR: Modelo real a partir de la suposición.	El estudiante lee el enunciado, ve el tutorial de YouTube. Elige un papel pequeño para realizar la construcción e identifica que le quedará.	construir cajas	Se presenta la actividad como un problema desde la realidad, a través de texto e imágenes mediante un tutorial de YouTube.
(3) matematización** MM: modelo matemático** --> proporcionalidad. (4) Trabajo matemático. RM: resultados matemáticos	Analiza la hipótesis de E4, construyendo y midiendo indicando que se divide a la tercera parte el largo a partir de la división entre el largo del papel y el largo obtenido en la caja. Reconoce que la altura es la mitad del ancho. Analiza la constante de proporcionalidad para ver si existe una regularidad. 	realiza mediciones de la caja. analiza la razón entre las dimensiones originales del papel y el resultante	Compañera ya había planteado la hipótesis de división en tres partes iguales por los plegados. Decide comprobar su resultado numéricamente y encuentra otra relación con la altura. Utiliza notación ' (prima) para diferenciar las medidas originales del papel y las resultantes.

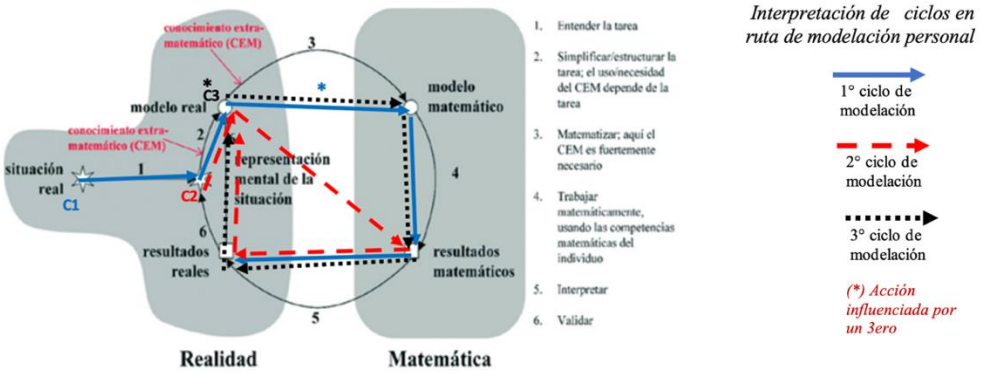
Fuente. Elaboración propia

RESULTADOS

Se presentan resultados generales por estudiante. La ruta visible se resume como en la Figura 3, donde cada flecha (negro, azul, rojo) representa un nuevo ciclo y se reconocen las transiciones realizadas.

Figura 3

Ejemplo de resultados de ruta de modelación visible, caso E5



Fuente: Elaboración propia

Del análisis de E5, se identifica en su ruta un intercambio de enfoque entre la realidad y la matemática, validación de resultados y reconocimiento de aspectos matemáticos relevantes en la situación real. Según el marco teórico, E5 presenta un estilo de pensamiento aparentemente integrado.

En general, se reconocieron estilos aparentes: integrados (E1, E4, E5) y analíticos (E2, E3). La principal característica de los integrados es la importancia dada al contexto y la interpretación de resultados, mientras que en los analíticos es el enfoque en el trabajo matemático y la obtención de resultados, reflejándose en sus rutas. Resultados carentes de significado motivaron nuevos ciclos en integrados, mientras analíticos reajustaron rutas según verificación de resultados matemáticos.

Para el estilo analítico, se reconocen como fortalezas la claridad y facilidad en el trabajo matemático y precisión formal; las limitaciones posibles son la obtención de resultados carentes de significado, posible rigidez y menor uso de representaciones. Para el integrado, las fortalezas son la interpretación, validación de resultados y uso de conocimientos extra-matemáticos; las limitaciones posibles son el riesgo de dispersión y mayor tiempo de trabajo.

CONCLUSIONES

El análisis permitió identificar diferencias claras entre los estilos analítico e integrado en la ruta de modelación visible, reconociendo fortalezas y debilidades generales para cada uno, coincidentes con el constructo teórico (Borromeo Ferri, 2018). En pensadores analíticos (E2, E3), la ruta se caracteriza por un cambio inmediato al modelo matemático, regresando al real cuando necesitan comprender mejor la tarea. En integrados (E1, E4, E5), la teoría plantea un equilibrio entre realidad y matemática, reflejado en el tránsito bidireccional frecuente en sus rutas.

Índice

La investigación aporta al trabajo docente, mostrando la importancia de desarrollar la modelación en el aula e identificar los estilos de pensamiento de los estudiantes. Esta caracterización permite al docente entender dificultades en el proceso (construcción, validación, etc.), orientando mejor el trabajo (Borromeo Ferri, 2018).

Es relevante que el docente conozca su propio estilo de pensamiento matemático, pues influye en el de sus estudiantes y puede constituir una dificultad. Las diferencias de estilo entre docentes y estudiantes pueden ser un obstáculo para quienes no comparten el estilo con su profesor, afectando su aprendizaje y proceso de modelación (Borromeo Ferri, 2015). Esto genera preguntas para futuras investigaciones: ¿Cuál es el estilo de pensamiento del docente de matemática y cómo influye en el desarrollo de la modelación en el aula en Chile? ¿Cómo influye su estilo en el de sus estudiantes?

Limitaciones de la investigación incluyen la falta de caracterización del estilo visual y sus preferencias al modelar, y la precisión de conjeturas a partir de resolver más de una tarea. Estas son proyecciones futuras, junto al análisis de imaginaciones internas para precisar resultados.

Referencias

Borromeo Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking style on learners' modeling behavior. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*(1), 99–118. https://doi.org/10.1007/s13138-010-0009-8

Borromeo Ferri, R. (2015). Mathematical thinking styles in school and across cultures. En S. Cho (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 75–93). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_9

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9

Espinoza, C. (2023). *Desarrollo del pensamiento covariacional en la enseñanza de la derivada mediante tareas de modelamiento* [Tesis de maestría no publicada]. Universidad Alberto Hurtado.

Sala Sebastià, G., Font, V., & Ledezma, C. (2021). Relaciones entre los procesos de modelización matemática y de indagación desde la perspectiva del aprendizaje de las matemáticas. *Quadrante, 30*(1), 116–139. https://doi.org/10.48489/quadrante.23590

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO CRÍTICO EN MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE UNA PROPUESTA PEDAGÓGICA MEDIADA POR LAS TECNOLOGÍAS DE APRENDIZAJE Y COMUNICACIÓN (TAC) EN ESTUDIANTES DE TERCER AÑO BÁSICO

Yasna Salgado-Astudillo, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Yazna Cisternas-Rojas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

El pensamiento crítico (en adelante PC), es un proceso de orden superior, necesario de desarrollar en los y las estudiantes del futuro, e inmersos en los nuevos desafíos del siglo XXI. Es por ello que este trabajo de título aborda el desarrollo de PC en matemáticas a través de una propuesta pedagógica mediada por las Tecnologías de Aprendizaje y Conocimiento (TAC) en estudiantes de tercer año básico de una Escuela de Viña del Mar. Para ello se utiliza una metodología con enfoque cualitativo donde se aplican tres fases para alcanzar los objetivos de la propuesta: la primera fase de diagnóstico y reflexión para alcanzar el primer objetivo que es conocer cómo las TAC favorecen el desarrollo del pensamiento crítico en la educación inicial a través de un cuestionario para docentes de la Escuela antes mencionada; la segunda fase, diseño de la propuesta pedagógica, que cumple con el segundo objetivo encaminado a describir los contenidos temáticos que consoliden una propuesta mediada por las TAC para el fortalecimiento del desarrollo de PC y finalmente la tercera fase, relacionada a la creación de la propuesta pedagógica que da alcance al objetivo general que propone una TAC de aprendizaje que fortalezca el desarrollo del PC como mediación pedagógica.

Propuesta pedagógica, TAC, pensamiento crítico, matemáticas, primer ciclo, valor posicional

INTRODUCCIÓN

El pensamiento crítico constituye una habilidad esencial en la educación matemática contemporánea (Facione, 2020; Ennis, 2018), permitiendo a los estudiantes analizar, argumentar y tomar decisiones fundamentadas. En la escuela primaria chilena, su desarrollo se ha visto limitado por enfoques tradicionales y por la escasa incorporación reflexiva de tecnologías (CNED, 2021). De allí surge la necesidad de diseñar experiencias de aprendizaje que integren el uso de TAC como mediadores para el desarrollo del PC (Saiz, 2024; Aktoprak & Hurgen, 2022).

El propósito de este estudio es promover el pensamiento crítico en la resolución de problemas matemáticos, favoreciendo la reflexión, la toma de decisiones y la argumentación en contextos digitales.

Índice

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A pesar de la inclusión incipiente de las TAC en el currículo nacional, los estudiantes del primer ciclo básico aún disponen de pocas oportunidades para cuestionar, argumentar o tomar decisiones matemáticas fundamentadas. Se identifica, por tanto, la necesidad de diseñar e implementar estrategias que integren el pensamiento crítico con el uso de tecnologías en el aula, respondiendo a vacíos detectados en la literatura latinoamericana (Casado Fernández & Checa-Romero, 2022; Guamanga et al., 2023).

OBJETIVOS

General: Promover el desarrollo del pensamiento crítico en matemáticas mediante una propuesta pedagógica mediada por las TAC en estudiantes de tercer año básico.

Específicos:

- Diagnosticar concepciones docentes iniciales sobre el pensamiento crítico en contextos matemáticos.
- Diseñar una secuencia didáctica que integre TAC orientadas a fomentar habilidades críticas.
- Evaluar los avances en razonamiento, argumentación y autonomía matemática tras la intervención.

FUNDAMENTO TEÓRICO

El marco teórico articula las perspectivas cognitivista y sociocrítica del pensamiento crítico (Brookfield, 2012; Bailin & Battersby, 2016), concibiéndolo como la integración entre habilidades cognitivas (análisis, inferencia, evaluación) y disposiciones actitudinales (curiosidad, apertura, autorregulación) (Facione, 1990; Saiz & Rivas, 2023).
En la enseñanza de la matemática, el PC se vincula con la capacidad de justificar procedimientos, valorar diferentes estrategias y establecer relaciones entre representaciones (Ennis, 2018).
La mediación digital mediante TAC favorece la exploración, el debate y la construcción colectiva del conocimiento (Drayton, 2014; Casado Fernández & Checa-Romero, 2022), generando condiciones para la argumentación y la metacognición en contextos auténticos.
Para la propuesta se priorizan siete habilidades subyacentes para el desarrollo de pensamiento crítico:

1. Modelar e investigar: Representar problemas reales con lenguaje matemático (Lesh & Doerr, 2003), usando TAC para simular escenarios (NCTM, 2000).

2. Planificar: Establecer metas específicas y estrategias (Zimmerman, 2008), clave para el éxito académico.

3. Analizar: Descomponer problemas para identificar relaciones (Mayer, 1998) y evaluar evidencias (Haber, 2016).

Índice

4. Tomar decisiones: Elegir alternativas con razonamiento lógico (Kahneman & Tversky, 1979), aplicable en resolución de problemas matemáticos.

5. Resolver problemas: Seguir un proceso estructurado (Polya, 1945) que fomente la metacognición.

6. Argumentar y comunicar: Sustentar ideas con evidencia (Toulmin, 1958) mediante herramientas digitales (Mayer et al., 2019).

7. Evaluar y reflexionar: Retroalimentar el proceso de aprendizaje (Dewey, 1933), usando TAC para autoevaluación.

METODOLOGÍA

El estudio se inscribe en la investigación-acción de enfoque cualitativo (Bisquerra, 2019), con una muestra de 30 estudiantes de tercer año básico de una escuela en Viña del Mar. Se aplicaron instrumentos de observación a los participantes, registros de aula y entrevistas semiestructuradas.
Las fases metodológicas fueron:

- **Diagnóstico inicial:** exploración de concepciones sobre razonamiento y toma de decisiones.
- **Diseño e implementación:** creación de tres secuencias con recursos TAC (Genially, Canva, Wordwall).
- **Evaluación y reflexión:** análisis de producciones y discursos estudiantiles, codificados según niveles de pensamiento crítico adaptados de Facione (2007).

El análisis se realizó mediante triangulación categorial y codificación temática (Denzin & Lincoln, 2018).

RESULTADOS PARCIALES

Los estudiantes mostraron progresos en las habilidades de argumentar, justificar y contrastar ideas matemáticas. Se observó mayor autonomía al explorar herramientas digitales y una disposición creciente a fundamentar sus decisiones. Entre las dificultades se identificaron limitaciones de conectividad y la necesidad de reforzar la metacognición.
En conjunto, los resultados sugieren que la mediación digital propicia ambientes colaborativos y reflexivos, coherentes con el desarrollo del PC en edades tempranas.

CONCLUSIONES

La propuesta pedagógica demostró ser un aporte significativo para el aprendizaje estudiantil y la práctica docente, integrando habilidades matemáticas con el desarrollo del pensamiento crítico. Su diseño se alinea coherentemente con el currículum nacional chileno, los resultados SIMCE de la Escuela y su proyecto educativo, fortaleciendo así su proceso formativo. El

interés mostrado por los docentes en incorporar estas TAC en sus clases de matemáticas refuerza su potencial aplicación en ese contexto y otros. Finalmente, el análisis posterior a la validación piloto reveló que las actividades promueven progresivamente procesos cognitivos desde niveles de orden inferior (recordar, comprender) a los de orden superior (analizar, evaluar, crear). Esta progresión favorece un aprendizaje significativo y el desarrollo de pensamiento crítico a través de desafíos matemáticos estructurados.

Finalmente, es posible señalar que la propuesta contribuye a la comprensión del PC como competencia transversal en matemáticas, demostrando que su desarrollo puede iniciarse desde el primer ciclo básico mediante tareas digitales significativas. Se proyecta la validación de instrumentos de evaluación del PC y la ampliación de la intervención a otros niveles escolares.

Referencias

Bautista, A., & Diaz, D. (2024). *Propuesta pedagógica mediada por TIC, para el fortalecimiento del desarrollo del pensamiento científico en la educación inicial de niños y niñas de la ciudad de Tunja* [Tesis de Magíster, Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD]. Archivo digital. https://repository.unad.edu.co/handle/10596/60648

Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals*. David McKay.

Daza, W. (2018). Investigación educativa desde un enfoque cualitativo: la historia oral como método. *Voces de la Educación*, *3*(6). https://www.revista.vocesdelaeducacion.com.mx/index.php/voces/article/view/123

Dewey, J. (1933). *How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process*. *D.C. Heath and Company.*

Espinel-Rubio, G., & Feo-Ardila, D. (2022). Territorio e identidad de resistencia en jóvenes del Catatumbo (Colombia), constructores de paces imperfectas. *Investigación y Desarrollo, 30*(01), 40–68. https://doi.org/10.14482/indes.30.1.303.661

Facione, P. (2011). Critical thinking: What it is and why it counts. *Insight Assessment*.

Haber, J. (2016). *Critical thinking.* MIT Press.

Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, *47*(2), 263–291. https://doi.org/10.2307/1914185

Lesh, R., Doerr, H. M., Carmona, G., & Hjalmarson, M. (2003). Beyond constructivism. *Mathematical Thinking and Learning*, *5*(2–3), 211–233. https://doi.org/10.1080/10986065.2003.9680000

Mayer, E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, *29*(4-5), 325–343. https://doi.org/10.1023/A:1003088013286

Mayer, E., Xie, H., Wang, F., & Zhou, Z. (2019). Coordinating visual and auditory cueing in multimedia learning. *Dialnet*, 111(2), 235–255. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6812740

Índice

McNiff, J. (2013). *Action Research: Principles and practice*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203112755

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.

Navarro, E., Jimenez, E., Rappoport, S., & Thoilliez, B. (2017). *Fundamentos de la investigación y la innovación educativa*. Universidad Internacional de la Rioja. https://www.unir.net/wp-content/uploads/2017/04/Investigacion_innovacion.pdf

Paul, R., & Elder, L. (2005). Una guía para los educadores en los estándares de competencia para el pensamiento crítico. Estándares, principios, desempeño, indicadores y resultados. Con una rúbrica maestra en el pensamiento crítico. Fundación para el Pensamiento Crítico.

Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Quiroz, G., Vélez de la Calle, C., & Londoño-Vásquez, D. (2020). Las TIC/TAC: subjetividades de los jóvenes universitarios en Montería. *Revista Interamericana de Investigación, Educación y Pedagogía*, *13*(2), 109–149. https://doi.org/10.15332/25005421.5802

Restrepo, B. (2004). La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico. *Educación y educadores*, (7), 45–55. https://www.redalyc.org/pdf/834/83400706.pdf

Robles, P. (2019). *La formación del pensamiento crítico: habilidades básicas, características y modelos de aplicación en contextos innovadores. ReHuSo, 4*(2), 13–24.

Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*. Cambridge University Press.

Valarezo, W., & Santos, C. (2019). Las tecnologías del aprendizaje y el conocimiento en la formación docente. *Revista Conrado*, *15*(68).

REPRESENTACIONES USADAS POR ESTUDIANTES SECUNDARIOS AL RESOLVER UN PROBLEMA DE GENERACIÓN COMBINATORIA

Patricio Santibáñez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Marcela Parraguez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

La combinatoria es un área clave de la matemática discreta, y, al mismo tiempo, especialmente desafiante para estudiantes de distintos niveles educativos. Este estudio, que es parte de una investigación más amplia sobre el desarrollo del pensamiento combinatorio, analiza las representaciones utilizadas por estudiantes de enseñanza media al abordar un problema de generación de las configuraciones asociadas a combinaciones sin repetición. De los 72 estudiantes que participaron de un taller extracurricular de ocho sesiones, para el análisis se consideraron solo 52 respuestas válidas. De ellos, 15 estudiantes generaron correctamente todas las configuraciones solicitadas, pero 12 lograron además enumerarlas sin errores. Sin embargo, se identificó una amplia variedad de representaciones empleadas. Estas incluyen listas (con y sin codificación de elementos), tablas y diagramas, así como algunas combinaciones de estas. Se observa que la construcción explícita de patrones y algoritmos parece favorecer tanto la producción completa de la lista como su enumeración correcta, en línea con hallazgos previos. Este trabajo aporta evidencia empírica sobre cómo estudiantes secundarios afrontan tareas de generación combinatoria, y propone una categorización inicial de las representaciones utilizadas por ellos. Lo cual permite profundizar en cómo los estudiantes abordan problemas combinatorios, más allá del uso de fórmulas de conteo.

Combinatoria, enumeración, generación combinatoria, representación mental

INTRODUCCIÓN

La Combinatoria es un tema difícil para los estudiantes de todos los niveles, pero es un tema central para la matemática discreta, por tanto, una herramienta esencial para resolver problemas que hoy en día son relevantes (De Chenne y Lockwood, 2022). En particular, pese a que Lockwood (2014) defiende que para poder enfrentar estas dificultades se debe tener una forma de pensar orientada a conjuntos, no basta con ello. De hecho, en el modelo que ella presenta propone que para resolver un problema combinatorio los estudiantes deben lograr relacionar adecuadamente el procedimiento de conteo, las fórmulas o expresiones combinatorias y el conjunto de conteo (Lockwood, 2013).

Índice

En este contexto, este trabajo busca recabar y categorizar representaciones que utilizan los estudiantes al trabajar con un problema de generación relacionado con combinaciones sin repetición.

MARCO CONCEPTUAL

Brualdi (2009) define la combinatoria como el área de la matemática que se preocupa de la conformación de los elementos de un conjunto, siguiendo un patrón que se rige por reglas específicas. Así, "la combinatoria se encarga de la existencia, enumeración, análisis y optimización de estructuras discretas" (Brualdi, 2009, p. 2). Siguiendo esta línea, Kavousian (2008) menciona que los problemas de combinatoria se pueden centrar en: enumeración (contar ciertas estructuras discretas), existencia (examinar la existencia de ciertas estructuras discretas), construcción (construir ciertas estructuras discretas), y optimización (encontrar el máximo, mínimo, o la estructura discreta optima bajo ciertas condiciones). Y, por su parte, Knuth (2011) agrega a esta lista anterior una categoría más (generación), advirtiendo que éstas no necesariamente tienen la misma dificultad. En particular, los problemas clásicos de enumeración pueden ser categorizados en: selecciones (permutaciones y combinaciones), al estar relacionados con muestreo; distribuciones (al relacionarse con concepto de mapeo); división de un conjunto en subconjuntos; y particiones de números naturales (Dubois, 1984).

En cuanto a la generación de listas, De Chenne y Lockwood (2022) definen el *procedimiento de listar* como "un tipo específico de proceso de conteo que genera y enumera los resultados, produciendo una lista de resultados" (p.5). Esto debe ser lo suficientemente específico para que se pueda producir una lista con los resultados posibles, de forma que solo haya un orden posible en el que estos aparezcan.

METODOLOGÍA

Este estudio de corte cualitativo y exploratorio considera como sujetos informantes a estudiantes secundarios de un taller extraprogramático ($n = 72$). Quienes fueron instruidos en Combinatoria, por ocho clases de 120 minutos en base a problemas. Y, posteriormente, se les aplica una prueba compuesta por 21 preguntas, dos de ellas de desarrollo. Las respuestas a la pregunta en la Figura 1 son las que se analizan en esta comunicación, cuyas representaciones utilizadas para la generación de la lista solicitada son agrupadas en categorías emergentes. Para el análisis solo se han considerado aquellos estudiantes que entregaron alguna respuesta ($n = 52$), dejando fuera aquellos que dejaron la pregunta totalmente en blanco o con algún garabato sin conexión directa a lo preguntado.

Figura 1

Problema de generación combinatoria

Luna es una cachorra que tiene muchos juguetes. Uno de sus peluches favoritos tiene una parte central circular y seis cuerdas que cuelgan a su alrededor, como se muestra en la figura.



Le encanta morder y destrozar sus juguetes. Un día, su humano al llegar a la casa vio el juguete con solo tres de las cuerdas en su lugar (las otras habían desaparecido).

a) Haga una lista de todas las posibilidades de cómo podría haber quedado el juguete de Luna.

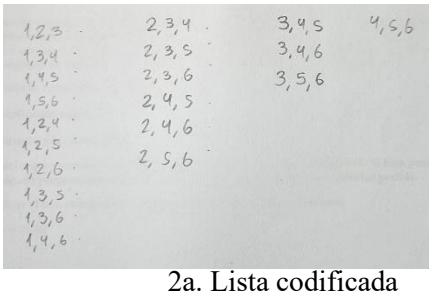
RESULTADOS

De los 52 estudiantes que entregaron respuesta, 15 pudieron hacer la generación correcta que se les solicitaba. Aunque solo 12 lograron enumerarlos correctamente. Además, 22 consiguieron enumerar correctamente la cantidad de juguetes posibles (considerando los ya mencionados), dos de ellos no ocuparon directamente la fórmula de combinaciones para lograrlo. Independiente de si fue correcta o no la generación de los juguetes, se utilizaron diferentes representaciones para lograr el cometido. Estas se pueden agrupar en realizar: una lista, una tabla, o un diagrama. A su vez, estas pueden ser subcategorizadas como sigue.

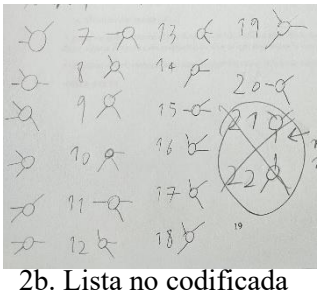
Al realizar una lista, esta se puede presentar sin otra representación de soporte (al menos de forma evidente), pero codificando (e.g. a cada una de las cuerdas colocarles un número o una letra y con ello realizar la lista, ver Figura 2a) o no los elementos del conjunto contado (e.g. realizar los dibujos de cada una de las configuraciones solicitadas); ya que las configuraciones solicitadas deberían ser parecidas a las mostradas en la Figura 2b. Un caso particular de lista es la que se observa en la Figura 2c, donde se observa una lista apoyada por una estructura tabular, para la construcción de los juguetes haciendo un paralelo directo entre los elementos en el conjunto y aquellos que no lo están.

Figura 2

Listas



2a. Lista codificada



2b. Lista no codificada



2c. Lista tabular

Índice

Las tablas se pueden dividir en aquellas usadas de forma tradicional o ligada a un diagrama. Del segundo caso, se tiene evidencia de una tabla que se usa en una forma sistemática, construyendo algo parecido a un diagrama de tallo y hoja, en el sentido de qué elemento va primero, el cual es fijado, para después construir los subniveles en relación con éste primer elemento.

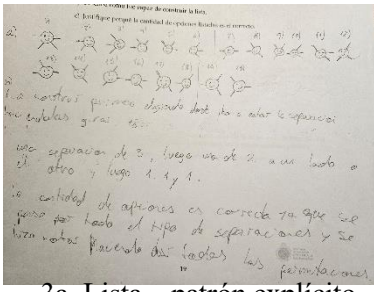
Además, se evidencia el uso de diagramas no tabulares, en particular, diagramas tipo árbol. Por ejemplo, identificando la relación entre los que están presentes en su diagrama de forma directa, y los que no; logrando una generación y enumeración correcta de la situación. O bien, utilizando varios diagramas tipo árbol, con los que posteriormente se construye una lista. Finalmente, también se hace un uso combinado de una representación tabular en conjunto con un diagrama tipo árbol, para listar de forma sistemática los elementos relacionados con el problema de conteo.

De los 15 que lograron generar los elementos, siete pudieron verbalizar completamente el cómo lo hicieron. Para lo cual, utilizaron la representación como apoyo en la explicación de su procedimiento. Por ejemplo, en la Figura 3a, se presenta una lista completa, y pese a que el algoritmo es vago, está sustentado en un patrón explícito entre la separación de las cuerdas y la rotación de las estructuras. La Figura 3b presenta otro ejemplo similar. En la argumentación presentada para la enumeración, que va de la mano con la generación, parece haber evidencia de que realizar la generación combinatoria siguiendo un algoritmo ayuda a la construcción de la lista relacionada con el problema combinatorio. Además, en este caso, permite una enumeración correcta del problema que se resuelve.

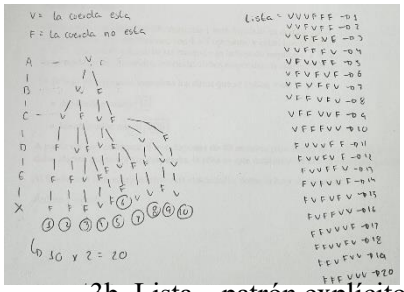
A diferencia de lo anterior, en la Figura 3c se evidencia una lista completa de los elementos solicitados; pero, el algoritmo no es preciso, ni está en directa relación con lo observado. Se podría presumir que el estudiante no es capaz de declarar explícitamente el patrón seguido en la construcción de la lista, y al no poder reconocer el patrón, no puede generar correctamente la lista, ni enumerar.

Figura 3

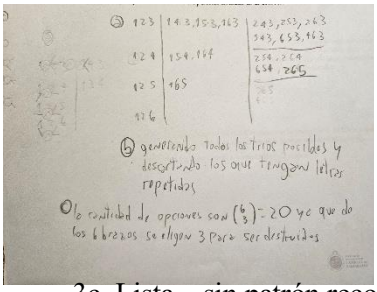
Listas y patrones



3a. Lista – patrón explícito



3b. Lista – patrón explícito



3c. Lista – sin patrón reconocido

Índice

CONCLUSIÓN

Este trabajo es parte de un estudio más grande, y solo se ha considerado un problema en esta comunicación. Por tanto, se es consciente de que lo presentado ha sido limitado tanto por el tipo de pregunta combinatoria seleccionada, como por el tipo de estudio (cualitativo y exploratorio). Pero, en una investigación en proceso, se espera contar con más estudiantes, a fin de consolidar la categorización propuesta en este trabajo. Y, también, se espera contar con informantes de otros niveles educativos.

El hallazgo es coherente con la literatura relacionada (De Chenne y Lockwood, 2022; Lockwood, 2013), en cuanto a que los estudiantes que son capaces de generar las listas de las configuraciones que se estaban contando, de forma tal que pueden expresar un patrón de construcción de esta, posiblemente logran obtener la enumeración de forma correcta. A su vez, este trabajo ayuda a precisar algunas representaciones que los estudiantes utilizan al enfrentar problemas de generación de combinaciones sin repetición; lo que podría ser utilizado de forma intencionada al momento de diseñar secuencias de aprendizaje.

Agradecimientos: ANID Becas/Doctorado Nacional 21241086

Referencias

Brualdi, R. (2009). *Introductory combinatorics* (5th ed.). Pearson.

Dubois, J. G. (1984). Une systematique des configurations combinatoires simples. *Educational Studies in Mathematics*, *15*(1), 37–57.

De Chenne, A., & Lockwood, E. (2022). A task to connect counting processes to lists of outcomes in combinatorics. *The Journal of Mathematical Behavior*, *65*, 100932.

Kavousian, S. (2008). *Enquiries into undergraduate students' understanding of combinatorial structures* [PhD thesis]. Simon Fraser University.

Knuth, D. E. (2011). *The art of computer programming, volume 4A: combinatorial algorithms, part 1*. Pearson Education.

Lockwood, E. (2013). A model of students' combinatorial thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, *32*(2), 251–265.

Lockwood, E. (2014). A set-oriented perspective on solving counting problems. *For the Learning of Mathematics*, *34*(2), 31–37.

ENSEÑANZA DE LOS LÍMITES AL INFINITO: UN ESTUDIO DE CASO MÚLTIPLE

Matías Felipe Arellano Salinas, Universidad del Bío-Bío
Yaritza Belén Jofré Álvarez, Universidad del Bío-Bío
Luis Ángelo Jorquera Rojas, Universidad del Bío-Bío

Abstract:

El concepto de límite al infinito es un contenido matemático del área del cálculo destacado por su complejidad y dificultad en la Educación Superior, pero que ha sido escasamente estudiado a nivel secundario. A partir de esto y de la reciente implementación del plan diferenciado de Límites, Derivadas e Integrales en el currículum del sistema escolar chileno, surge la necesidad de investigar acerca de la enseñanza del concepto de límite al infinito, considerando qué se enseña, cómo se aborda el concepto y qué estrategias llevan a cabo los docentes para su enseñanza. El estudio se enmarca en un enfoque cualitativo que pretende analizar las estrategias pedagógicas empleada por docentes que imparten dicho electivo en establecimientos municipales y/o particulares subvencionados de la región de Ñuble, Chile. Para ello se realizará un estudio de caso múltiple luego de aplicar una entrevista semi estructurada con protocolo en voz alta a los participantes. Se pretende que los resultados de esta investigación beneficien tanto a los profesores en ejercicio como a los que están en proceso de formación, aportando información útil para fortalecer o mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo a nivel de Enseñanza Media.

Límite al infinito, cálculo, electivo, estrategias pedagógicas.

INTRODUCCIÓN Y PROBLEMATIZACIÓN

En el sistema educativo chileno los estudiantes de III y IV Medio de la modalidad de educación Científico-Humanista transitan por un currículum basado en un plan común de formación general obligatorio, electivo y diferencial. En este último plan, se encuentra dentro del catálogo nacional de asignaturas diferenciales la asignatura de Límites, Derivadas e Integrales la cual tiene por objetivo preparar a los estudiantes de la Educación Secundaria para los contenidos básicos de cálculo que se estudian en la Educación Superior (Mineduc, 2019, p. 21). Si bien, no se desestima que algunos establecimientos ya dictaban cursos relacionados al Cálculo, no es sino hasta el año 2019 que se presenta un programa ministerial con planes de estudios sobre esta área de las matemáticas.

A pesar de la relevancia de los conceptos matemáticos afines al cálculo, Soto y Araya (2023) afirman que “se evidencia en la literatura pocos estudios referentes a los diversos objetos matemáticos del área del cálculo que movilizan docentes de enseñanza secundaria escolar en

Índice

sus prácticas pedagógicas" (p. 485). Esto debido a que existen investigaciones enfocadas en las dificultades, comprensiones y tratamientos de conceptos del cálculo, específicamente del límite, a nivel de Educación Superior, que es donde se profundizan dichos contenidos (Blázquez et al., 2006; Bustos y Ramos, 2022). Por otro lado, Vrancken et al. (2006) también destacan que "la enseñanza del cálculo constituye uno de los mayores desafíos de la educación actual "(p. 9) lo que se complementa con lo mencionado en Couoh y Cabañas (2013) sobre que "el concepto de límite es uno de los conceptos matemáticos que más dificultades de aprendizaje trae inherentes al propio concepto "(. 13). Es por esto que resulta de interés investigar cómo se está implementando este plan de electividad en la Educación Secundaria en Chile, buscando responder a interrogantes como qué se está enseñando, cómo se está abordando tal concepto y qué estrategias llevan a cabo los docentes para enseñarlo, por lo que la pregunta que dirige esta investigación es: ¿Cómo el profesorado de matemática del sistema escolar aborda la enseñanza del concepto de límite al infinito en la asignatura electiva Límites, Derivadas e Integrales?

Objetivo

Analizar las estrategias pedagógicas que utilizan los profesores de matemática del sistema escolar para enseñar el concepto de Límite al Infinito en la asignatura electiva Límites, Derivadas e Integrales.

MARCO TEÓRICO

A pesar de que el concepto de límite es estudiado por diversos autores, Morales et al. (2013) señalan que "la mayoría de estas investigaciones han centrado su estudio en el tema de límites finitos, habiendo un escaso estudio para el caso del límite al infinito" (p. 2) dificultando reconocer estrategias concretas o diversas para la enseñanza del concepto. Sin embargo, el plan de estudios de III y IV Medio para el electivo Límites, Derivadas e Integrales propone su propia estrategia.

El concepto de límite se considera fundamental para el área del cálculo pues "no fue sino hasta la comprensión del concepto de límite que se logró conformar el objeto Derivada" (Bustos y Ramos, 2022, p. 370) y por consecuencia se logra comprender también la Integral. Sin embargo, se debe tener en cuenta que para adquirir el concepto de límite es necesario conocer sobre funciones; es por ello por lo que Mineduc (2019) propone iniciar el electivo con la Unidad 1 sobre funciones, procediendo con la Unidad 2 orientada al objeto de límite de forma intuitiva. Es dentro esta unidad que se pretende alcanzar la comprensión del Límite al infinito mediante una secuencia de actividades que buscan guiar al estudiante al concepto. Cabe destacar que en el programa y plan de estudio de la asignatura de Límite, Derivadas e Integrales se proponen ciertas orientaciones al docente, y al respecto Mineduc (2019) menciona que "para comenzar con la noción de límite, conviene considerar solo las

sucesiones y graficarlas en un plano de coordenadas para visualizar el comportamiento que tienen." (p. 74), esto con el fin de poder introducir la noción de límite al infinito mediante la paradoja de Zenón de Elea sobre Aquiles y una tortuga, la cual habla de que

> Si compiten en una carrera Aquiles, el de los pies ligeros, y la Tortuga, el más lento de los animales, aquél nunca cogerá a ésta, con tal de que la Tortuga inicie la carrera con una ligera ventaja con respecto al Pélida. (García, 2003, p. 215)

Con esta actividad, se pretende que el estudiante investigue de forma autónoma sobre la noción de infinito en la historia tanto de la humanidad como de la matemática, lo que significa su primer acercamiento al concepto, y posteriormente el estudiante deberá argumentar la noción de límites en diversos contextos (Mineduc, 2019), lo cual incluye también el límite de una sucesión a_n cuando n tiende a infinito ($n \to \infty$). Finalmente, se busca cumplir con el Objetivo de Aprendizaje 02 del programa electivo mediante la visualización de funciones con software matemático como GeoGebra, argumentando qué sucede cuando la gráfica avanza en el eje de las abscisas, es decir, cuando la variable x tiende a infinito ($x \to \infty$) o también cuando tiende a un punto (Mineduc, 2019).

Si bien, el programa propone enseñar la noción del límite al infinito, es importante que el docente presente un manejo de los conceptos para poder cumplir lo que el currículum plantea al mencionar que el estudio "se hace desde una aproximación intuitiva, que incluye el uso abundante de ejemplos y de situaciones concretas [...], para ello, se utiliza ejemplos y se da espacio para usar representaciones e ideas sobre el trabajo infinitesimal" (Mineduc, 2019, p. 21). Sin embargo, se aprecia en el mismo programa que se orienta al docente a trabajar con el término épsilon (ε), siendo que nunca se especifica la definición formal de límite, dejando entrever que el docente debe comprender el concepto en su totalidad en cuanto a definición, representaciones y situaciones concretas.

Como se evidencian escasas estrategias pedagógicas para la enseñanza del límite al infinito (Morales et al., 2013), se puede considerar las diferentes representaciones como una solución a las dificultades que puedan presentar los estudiantes al momento de aprender el concepto (Duval, 1995; 2016). Al respecto, Gómez y Pantoja (2013) mencionan tres tipos de representaciones del límite: Analíticas (numérico-tabular, gráfico cartesiano, definición formal), algebraicas (algebraico indeterminado y simple) y aritméticas (recta real y cartesiano discreto), lo que se complementa con el uso de tecnologías educativas para la enseñanza, siendo, además, solicitado de forma explícita en Mineduc (2019) y en los objetivos de aprendizaje allí propuestos.

METODOLOGÍA

La propuesta de investigación se enmarca en un enfoque cualitativo y descriptivo, orientado en comprender cómo los docentes del sistema escolar chileno enseñan el concepto de límite

al infinito en la asignatura electiva de Límites, Derivadas e Integrales. Su diseño se basa en un estudio de caso múltiple (Yin, 1993) con el fin de comprender las decisiones pedagógicas y no incidir en ellas. Para ello se seleccionarán casos intencionados de docentes que imparten la asignatura electiva en establecimientos municipales y/o particulares subvencionados de la región de Ñuble, Chile.

Para la recolección de datos se utilizará una entrevista semi estructurada con protocolo en voz alta validada por expertos en el área de la didáctica de la matemática quienes resolvieron ambas tareas considerando aspectos pedagógicos e incluso posibles errores. En esta instancia, cada profesor será invitado a resolver dos tareas didácticas vinculadas al contenido de límite al infinito, verbalizando en tiempo real sus pensamientos, justificaciones y decisiones mientras realiza la actividad. El protocolo será registrado en audio grabación para posteriormente transcribir y analizar los resultados.

Figura 1

Tarea I del instrumento de investigación

Tarea I. Verifique que el límite de la función $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ tiende a 1 cuando x tiende a infinito.

PROYECCIONES Y/O LÍNEAS FUTURAS

Debido a que la propuesta de esta investigación surge de la Actividad de Titulación en el presente semestre, no se cuenta con resultados. Se espera poder llevar a cabo próximamente la aplicación del instrumento de investigación descrito anteriormente.

Referencias

Blázquez, S., Ortega, T., Gatica, S., & Benegas, J. (2006). Una conceptualización de límite para el aprendizaje inicial de análisis matemático en la universidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *9*(2), 189–209.

Bustos, C., & Ramos, E. (2022). Una mirada sobre conceptos del cálculo desde el conocimiento de los temas del profesorado de matemática de secundaria. *Revista Innovaciones Educativas*, *24*(36), 84–100.

Couoh, N., & Cabañas, M. (2013). Un estudio del límite al infinito en el nivel superior bajo el contexto de la resolución de problemas que involucran a la función logística. En L. Sosa, J. Hernández, & E. Aparicio (Eds.), *Memoria de la XVI Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 316–323). Red Cimates.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels* (Vol. 4). Berne: Peter Lang.

Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En R. Duval & A. Sáenz (Eds.), *Comprensión y aprendizaje en matemáticas:*

perspectivas semióticas seleccionadas (pp. 61–94). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

García, J. (2003). Aquiles, la Tortuga y el infinito. *Revista de filosofía*, *28*(2), 215–236.

Gómez, L., & Pantoja, Y. (2013). Límite de funciones, sistemas de representación y estándares de calidad: una metodología de análisis de textos escolares. *Revista SIGMA*, *11*(1). https://revistas.udenar.edu.co/index.php/rsigma/article/view/438

Ministerio de Educación. (2019). Programa de estudio 3° y 4° Medio. *Límites, Derivadas e Integrales.* https://www.curriculumnacional.cl/sites/default/files/adjuntos/recursos/2024-12/articles-140143_programa.pdf

Morales, A., Reyes, L., & Hernández, J. (2013). El límite al infinito. Análisis preliminar para la elaboración de una estrategia metodológica de su enseñanza-aprendizaje. *Revista Premisa*, *15*(3), 3–14.

Soto, M., & Araya, D. (2023). Estudio de las prácticas docentes en la enseñanza de límites de funciones en una variable. En G. Morales, J. G. Lugo, L. R. Pino, S. Caviedes, S. Retamal, & M. Márquez (Eds.), *Actas XXVI Jornadas Nacionales de Educación Matemática* (pp. 484–488). Universidad de Los Lagos.

Vrancken, S., Gregorini, M., Engler, A., Muller, D., & Hecklein, M. (2006). Dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite. *Revista Premisa*, *8*(29), 9–19.

Yin, R. K. (1993). *Applications of case study research*. SAGE Publications, Inc.

MODELO DE TRANSFORMACIÓN DE LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL, PARA SU APRENDIZAJE

Patricia Rojas Salinas, Universidad del Alba

Abstract:

Los escases de relaciones entre los Objetos matemáticos Derivada e Integral es uno de los problemas del su aprendizaje y su enseñanza en todos los niveles. Esta "Comunicación", plantea una Descomposición Genética (DG) y la construcción de un Esquema, con el objetivo de describir las relaciones entre los conceptos, para que su uso permita su trabajo (Enseñanza y aprendizaje) en simultáneo. Su estudio se basa en la teoría APOE, en su uso, se observó la forma en que los estudiantes muestran evidencia de las estructuras conforme aprenden, y las relaciones entre los mecanismos de abstracción reflexiva; se caracterizaron los estudiantes de un curso de ingeniería, exhibiendo, el tipo de relación que muestran en cada uno de los niveles del Esquema ya sea este nivel: Intra- CDI, Inter-CDI o Trans-CDI. Entre los resultados se encontró que los estudiantes comprendieron que el valor de la derivada de una función en un punto es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en ese punto, que el análisis de la derivada de una función requiere de información tanto analítica como gráfica, que se puede usar técnicas directas para aproximar a la gráfica de una función, reconociendo siempre a la derivada como una razón de cambio y el reconocimiento de la íntima relación entre la integral y la derivada.

Esquema, cálculo, derivada, integral, teoría APOE.

INTRODUCCIÓN

Vasta literatura muestra la dificultad de los estudiantes para comprender los conceptos abstractos del cálculo diferencial e integral, además, de su dificultad para aplicarlos en la solución de distintos problemas cotidianos (Tatar & Zengin, 2016; Bresoud, 2017; Wagner, 2018; Pino-Fan, et al., 2018; Fuentealba, et al., 2019). Los autores, ponen de manifiesto que los estudiantes presentan dificultades importantes frente al aprendizaje del cálculo diferencial e integral y que, cuando terminan de cursar, los conceptos de derivada y de integral que construyen quedan compartimentalizados, es decir, no construyen relaciones claras entre ellos. Es por eso necesario intentar acercamientos entre dichos conceptos con nuevos diseños didácticos. Presentamos entonces, una contribución a la literatura que consiste y tiene como objetivo diseñar y analizar una propuesta didáctica en la que se establecen relaciones simultáneas entre estos dos conceptos que dan origen al cálculo diferencial e integral valorando la evolución del Esquema del Cálculo Diferencial e Integral. Se diseñó una Descomposición Genética que permite el diseño de la propuesta didáctica y de actividades para que los estudiantes trabajen durante todo un curso, basados en la Teoría APOE (Acciones, Procesos, Objetos y Esquemas) de la educación matemática que cuenta con las

Índice

estructuras teóricas y una metodología asociada a ellas para llevar a cabo el trabajo completo de diseño e investigación (Arnon, et al., 2014).

Con la evidencia anterior, se plantea la pregunta de investigación: ¿Cómo evoluciona el Esquema del Cálculo Diferencial e Integral de Derivadas e Integrales en un estudio en simultáneo?

MARCO TEÓRICO

La teoría APOE parte del análisis de los conceptos matemáticos, haciendo hincapié en las construcciones cognitivas necesarias para el aprendizaje. Toma como referencia las ideas que plantea Piaget en torno a cómo el estudiante pasa de un estado de conocimiento a otro (Dubinsky 1996; Czamocha, et al., 2001). La teoría se preocupa por cómo se aprenden y enseñan las Matemáticas, estudiando cómo los estudiantes cambian de un nivel de conocimiento a otro; en este contexto, la definición que la teoría APOE presenta para el conocimiento matemático es: "*El conocimiento Matemático de un individuo es su tendencia a responder a las situaciones matemáticas, problemáticas reflexionando sobre ellas en un contexto social y construyendo o reconstruyendo Acciones, Procesos, Objetos y Esquemas"* (Dubinsky, 1996, p. 32). Por su parte, los mecanismos de construcción de este conocimiento están basados en la noción de "*abstracción reflexiva*" de Piaget (Trigueros, 2005).

La estructura de Esquema se define como una colección de Acciones, Procesos, Objetos y otros Esquemas y las relaciones entre ellos de manera que, para el estudiante forman una estructura coherente (Arnon, et al., 2014). Los Esquemas son dinámicos, evolucionan, según las relaciones que se construyan entre los conceptos. La descripción de esta evolución se hace mediante la "Triada" de Piaget y García (1982), que corresponde a una progresión de tres niveles: Intra-, Inter- y Trans- de estructuración. En la teoría APOE el Esquema se utiliza para hacer las descripciones del conocimiento matemático a otro nivel de generalidad (Arnon, et al., 2014).

METODOLOGÍA

Se realizó un estudio cualitativo de carácter exploratorio (Hernández, et al., 2014), puesto que la investigación se centra en el diseño de una Descomposición Genética (DG) de derivadas e integrales "en simultáneo", es decir, a construirse conjuntamente permitiendo generar un Esquema de la matemática muy distinto a lo disponible actualmente en la mayoría de las instituciones. El Esquema y sus niveles Intra- CDI, Inter- CDI y Trans-CDI pueden ser revisados en Rojas y Trigueros (2020).

Esta descomposición genética es original. Con este diseño se planificó y diseñó la propuesta de aula con actividades para llevar a cabo en clases siguiendo el Ciclo ACE; Al finalizar el curso se realizó una entrevista individual a los 17 estudiantes de ingeniería que cursaron la asignatura.

RESULTADOS

El análisis de las entrevistas detalló para cada estudiante el tipo de concepción que muestra en términos de la teoría APOE, el tipo de relación existente en cada una de las cuestiones consultadas y la relación dada por la construcción del esquema que ha evocado en ese momento. Para efecto de esta comunicación se presenta un resumen de las cuestiones encontradas mostrando la caracterización del análisis respectivo basado en cada uno de los niveles del Esquema, señalando si los estudiantes se encuentran en un nivel Intra- CDI, Inter-CDI o Trans-CDI según corresponda.

Figura 1:

Ejemplo de producción de Alumno A-2



Figura 27: Extracto del protocolo de A-2

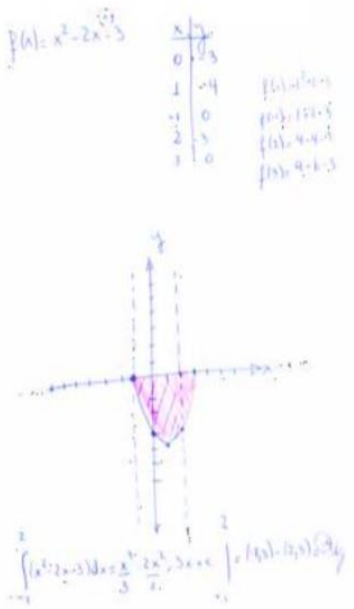


Figura 28: Extracto del protocolo de A-2

Seis alumnos mostraron evidencia de haber desarrollado su Esquema a un nivel Intra -CDI. Sus respuestas muestran que todos ellos interpretan la derivada como una razón de cambio y que han construido la relación de la derivada con la pendiente de la recta tangente, como Procesos u Objetos aislados de la integral la que interpretan como antiderivada también como Proceso u Objeto. Seis alumnos mostraban evidencia del nivel Inter– CDI del Esquema (ver figura 1). Evidencian haber construido las interpretaciones de la derivada y la anti-derivada como transformaciones inversas una de la otra, y una clara interpretación de la relación entre

ellas en la definición que entregan para la integral. Al construir la derivada, los alumnos la relacionan con un ritmo de cambio, aplican la transformación que han realizado de la derivada como inversa de la integral construyéndola como una función que se puede denominar primitiva que corresponde a la función inversa de la razón de cambio y que consideran en la solución de problemas como equivalente a encontrar la posición de un cuerpo conociendo su velocidad, o a encontrar una función a partir del conocimiento de la pendiente de tangente a su gráfica. Solo un estudiante, mostró evidencia de haber desarrollado el Esquema al nivel Trans – CDI; en su trabajo se observan una evolución más rápida del Esquema.

CONCLUSIONES

A lo largo de la investigación se obtuvo evidencia de la evolución del Esquema (CDI), identificando las tres etapas de su evolución. La propuesta didáctica planteada en la construcción del Esquema del Cálculo Diferencial e Integral (CDI) permite a los estudiantes oportunidades para reflexionar sobre las estructuras que lo componen, observando al Cálculo Diferencial e Integral como un todo. El uso de la teoría APOE permite entre otras cosas entender como un estudiante transita de un nivel de conocimiento al otro; esto trae como consecuencia un insumo para que el profesor diseñe un nuevo modelo para el proceso de Enseñanza y Aprendizaje. Se puede usar en niveles de educación media como también en la Universidad.

Referencias

Arnon, I., Cotrill, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Roa, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer.

Bressoud, D., Mesa, V., & Rasmussen, C. (2017). *Insights and recommendations from the MAA National Study of College Calculus*. New York: MAA Press.

Czarnocha, B., Dubinsky, E., Loch, S., & Vidakovic, D. (2001). Conceptions of area in students and history. *The College Mathematics Journal, 32*(2), 99–109.

Dubinsky, E. (1996). Aplicación de la perspectiva piagetiana a la educación matemática universitaria. *Educación Matemática, 8*(3), 24–41.

Fuentealba, C., Badillo, E., Sánchez-Matamoro, G., & Cárcamo, A. (2019). The understanding of the derivative concept in higher education. *Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 15*(2), 1–15. https://doi.org/10.29333/ejmste/100640

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista-Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw Hill.

Piaget, J., & García, R. (1982). *Psicogénesis e Historia de la Ciencia*. Siglo XXI.

Pino-Fan, L. R., Gordillo, W., Font, V., Larios, V., & Breda, A. (2018). Analysis of the meanings of antiderivative used by students of the first engineering courses. *International Journals of Science and Mathematics Education, 16*(6), 1091- 1113.

Índice

Rojas, P., & Trigueros, M. (2020). El esquema del cálculo diferencial e integral para ser enseñado en simultáneo. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, *15*(2), 12–26.

Tatar, E., & Zengin, Y. (2016). Conceptual understanding of definite integral with GeoGebra. *Computers in the Schools: Interdisciplinary Journal of Practice, Theory, and Applied Research, 33*(2), 120–132.

Trigueros, M. (2005). La noción de esquema en la investigación en matemática educativa a nivel superior. *Educación Matemática, 17*(1), 5–13.

Wagner, J. F. (2018). Student's obstacle in using Riemann sum interpretations of the definite integral. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 4*(3), 256–327.

UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA SOBRE MODELOS DE CONOCIMIENTO DEL PROFESOR RESPECTO A LA NOCIÓN DE LÍMITE

John Matías Baquedano Navarro, Universidad de Los Lagos

Daniela Andrea Araya Bastias, Universidad Central de Chile

Abstract:

Este trabajo presenta una revisión sistemática de 18 artículos publicados en las bases de datos Scopus y Web of Science entre 2010 y 2015, con el objetivo de investigar los marcos teóricos empleados en el estudio del conocimiento del profesor sobre la noción de límite, así como las metodologías utilizadas en estas investigaciones. Los resultados evidencian que el marco teórico predominante es el Pensamiento Avanzado de Tall (1991), que la metodología cualitativa es la más frecuente, y que las investigaciones se enfocan principalmente en profesores en formación.

límite, formación de profesores, conocimiento del profesor, cálculo

INTRODUCCIÓN

El conocimiento del profesor constituye un eje central en la investigación en Didáctica de la Matemática y, a la vez, una preocupación permanente para la comunidad científica. En este marco, diversos investigadores han desarrollado modelos teóricos influyentes, entre los que destacan el *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), propuesto por Ball et al. (2008), y el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático formulado desde el Enfoque OntoSemiótico (Godino et al., 2007), el cual distingue entre conocimiento: común, especializado, didáctico, ampliado y profesional.

En el caso particular de la noción de límite, este conocimiento resulta especialmente relevante, ya que su enseñanza y aprendizaje exigen no solo una comprensión conceptual, sino también la capacidad de articular representaciones, anticipar errores (Artigue, 1995; Sierspinska, 1985; Benitez et al.,2020) y movilizar sus diferentes significados parciales (Araya, 2022). Además, la noción constituye la base para la definición de otros conceptos fundamentales del análisis matemático, tales como la continuidad, la derivada, la integral y las series (Cornu, 1991; Elia et al., 2009; Parameswaran, 2007).

En este contexto, el objetivo de la investigación es identificar los marcos teóricos empleados para analizar el conocimiento del profesor respecto de la noción de límite, así como las metodologías utilizadas en los estudios revisados. Lo anterior permite describir qué tipo de conocimiento del profesor se está investigando en la comunidad científica.

Índice

METODOLOGÍA

La revisión sistemática se desarrolló bajo los lineamientos del marco PRISMA 2020 (Page et al.,2021). Para la búsqueda de artículos se utilizaron las bases de datos Scopus y Web of Science, dado que constituyen repositorios de alta calidad científica y amplio impacto a nivel internacional. La búsqueda inicial arrojó un total de 687 artículos. Se establecieron ocho criterios de selección. El primero correspondió al rango temporal, considerando publicaciones entre 2010 y 2025. El segundo criterio fue incluir únicamente artículos revisados por pares. Los criterios tercero, cuarto y quinto fueron de carácter conceptual, focalizando estudios vinculados a la formación de futuros profesores y de profesores en ejercicio en el nivel secundario, así como investigaciones centradas en modelos del conocimiento del profesor aplicados a la enseñanza de la noción de límite o de conceptos asociados como continuidad, derivada e integral, los cuales dependen de la definición de límite.

Para la construcción de la ecuación de búsqueda, se definieron tres cadenas principales:

- Términos relacionados con profesorado y formación docente.
- Palabras clave vinculadas a la noción de límite.
- Términos asociados al conocimiento del profesor.

Estas cadenas se combinaron mediante operadores booleanos “OR” y “AND”, lo que permitió refinar los resultados. Tras aplicar todos los criterios, se seleccionaron finalmente 18 artículos para el análisis.

RESULTADOS

A continuación, se muestra un ejemplo del primer artículo analizado con su objetivo de investigación, enfoque teórico, relación con el objeto límite, tipo de metodología, métodos de recolección de datos, diseño específico, instrumento utilizado, técnica de análisis de datos. Estas categorías de organización y análisis también se replicaron en los 18 artículos encontrados.

Tabla 1

Tabla se extracción de datos de datos

Código	**J01**
Objetivo de investigación	Investigar cómo los futuros profesores de matemáticas piensan sobre continuidad y diferenciabilidad de funciones dadas en forma de representación tanto gráfica como simbólica, y cómo vinculan estos dos conceptos fundamentales e importantes del cálculo.

Índice

Enfoque teórico	El estudio se fundamenta en: teoría del conocimiento del profesor, representaciones múltiples, imágenes conceptuales vs. definiciones formales y la concepción de errores comunes. Se da relevancia a las problemáticas fundamentando el estudio entre continuidad y valores de funciones, continuidad en diferentes registros, continuidad y límite, continuidad y diferenciabilidad.
Relación con el objeto límite	El concepto límite es abordado en este artículo como condición previa al concepto de continuidad y derivabilidad. Existe complejidad; se evidencia que los futuros profesores tienen problemas con la existencia de límite para determinar la continuidad y la importancia que tienen en la definición de continuidad.
Tipo de metodología	Mixta
Métodos de Recolección	Cuestionarios, tarea de gráficos y símbolos de continuidad y diferenciabilidad, entrevistas clínicas.
Diseño especifico	**Estudio de caso.**
Instrumento utilizado	Cuestionario con preguntas abiertas para explorar sus concepciones sobre continuidad, derivabilidad y sus relaciones con el límite. Entrevistas clínicas Realizadas a una submuestra de participantes seleccionados con el objetivo de profundizar en sus razonamientos y detectar concepciones erróneas o malentendidos.
Técnica de análisis de datos	Análisis cualitativo, análisis de contenido, clasificación de respuestas.
Estudio dirigido	**Futuros profesores.**
Principales resultados	Dentro de los análisis, los estudiantes tenían una comprensión muy limitada de la noción de continuidad y confundían la continuidad con la existencia de un límite (límites lateales). Esto mostró que los estudiantes estaban generalizando el concepto de límite de manera errada. También se evidencia que existe una comprensión muy limitada de la diferenciabilidad y confundían la diferenciabilidad con la continuidad. El análisis de los resultados de las entrevistas determinó que los futuros profesores tienen dificultades para comprender la relación entre continuidad y diferenciabilidad. La mayoría de los profesores creen que la continuidad es una condición necesaria y suficiente para la diferenciabilidad. Lo cual es una concepción errónea.

Fuente: Elaboración Propia.

Índice

REFLEXIONES PRELIMINARES

Se observa una tendencia en la investigación sobre el conocimiento del profesor respecto al límite de funciones, con una producción académica concentrada principalmente en Europa, particularmente en Turquía. En contraste, en Latinoamérica los estudios resultan escasos y se circunscriben casi exclusivamente a Brasil. Para el análisis del conocimiento docente se utilizan con mayor frecuencia el modelo del Pensamiento Avanzado (Tall, 1991) y el Mathematical Knowledge for Teaching (Ball et al., 2008). En la mayoría de los casos, los sujetos de estudio corresponden a profesores en ejercicio, y las investigaciones privilegian enfoques cualitativos, con un marcado énfasis en estudios de caso.

En esta revisión ayuda tener un panorama global de como que se está investigando el conocimiento de un objeto matemático complicado en su enseñanza y aprendizaje como es el límite.

Referencias

Araya Bastías, D. A. (2022). *Diseño de tareas sobre los significados parciales de la noción de límite en funciones de una variable* [Tesis de Doctorado, Universidad de Los Lagos]. Universidad de Los Lagos.

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática* (pp. 98–140). Iberoamericana.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Benitez Mariño, E., & Gabriel Argüelles, J. R. (2020). Una propuesta didáctica para mejorar la comprensión del concepto de límite de una función. *El cálculo y Su enseñanza*, *14*(1), 16–29. https://doi.org/10.61174/recacym.v14i1.48

Cornu, B. (1991). *Limits*. En D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 153–166). Kluwer Academic Publishers.

Elia, I., Gagatsis, A., Panaoura, A., Zachariades, T., & Zoulinaki, F. (2009). Geometry and algebraic approaches in the concept of "limit" and the impact of the "didactic contract". *International Journal of Science and Mathematics Education*, *7*, 765–790.

Hitt, F., & Páez, R. (2003). Dificultades de aprendizaje del concepto de límite y actividades de enseñanza. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 32*, 97–108.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 39*(1-2), 127–135. https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1

Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S.,

McGuinness, L. A., ... Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ*, *372*, n71. https://doi.org/10.1136/bmj.n71

Parameswaran, R. (2007). On understanding the notion of limits and infinitesimal quantities. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *5*, 193–216.

Sierpinska, A. (1985). Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *6*(1), 5–67.

Tall, D. O. (1991). *Advanced mathematical thinking*. Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1

CONOCIMIENTO DIDÁCTICO MATEMÁTICO DE PROFESORES EN FORMACIÓN RESPECTO A LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Raine Acevedo Ovando, Universidad Central de Chile
Lázaro Sebastián Martínez Contreras, Universidad Central de Chile
Lissett Anais Ruiz Venegas, Universidad Central de Chile
Daniela Andrea Araya Bastias, Universidad Central de Chile

Abstract:

La función cuadrática ocupa un lugar central en la enseñanza de las matemáticas en la educación media, tanto por su valor teórico como por sus múltiples aplicaciones en contextos reales. Debido a ello, es que diversas investigaciones han evidenciado que los estudiantes presentan dificultades persistentes en su aprendizaje, tales como la articulación de representaciones gráficas y algebraicas, la comprensión de los parámetros de la parábola y la resolución de problemas contextualizados. Estas dificultades, además se reflejan en las prácticas docentes, donde con frecuencia se privilegia la enseñanza procedimental por sobre la comprensión conceptual. En este sentido, es necesario indagar en el Conocimiento Didáctico Matemático (CDM) que poseen profesores en formación, entendido como el conjunto de saberes que articulan la comprensión del objeto matemático con sus estrategias para su enseñanza.

Función cuadrática, conocimiento didáctico matemático, faceta epistémica, faceta cognitiva, formación inicial docente.

INTRODUCCIÓN

En la Educación Media, la función cuadrática tiene una gran presencia en el currículum, debido a su valor teórico y su aplicabilidad. Méndez et al. (2011) señalan que el concepto de función es central en las matemáticas, así como también en otras disciplinas científicas, pues permite relacionar variables y reflejar el pensamiento abstracto presentes incluso en el lenguaje o el arte. Asimismo, Baldor (1983) indica que la función cuadrática, permite modelar fenómenos de la vida cotidiana, como trayectorias parabólicas, áreas máximas o ingresos económicos, y también actúa de puente hacia el aprendizaje de contenidos más avanzados como el álgebra abstracta, el cálculo diferencial y la física matemática. A su vez, Flores Salazar y Almonacid Adriano (2020) destacan su utilidad en contextos de modelización y su potencial para vincular distintos registros de representación, incluso en carreras no científicas.

Pese a su relevancia curricular, los estudiantes presentan dificultades persistentes en el aprendizaje de las funciones cuadráticas. Entre ellas se encuentran problemas para articular

Índice

representaciones gráficas, algebraicas y verbales (Díaz et al., 2013; Berciano et al., 2015), comprender los parámetros y sus efectos en la parábola (Reid O'Connor y Norton, 2024; Güner, 2017) y aplicar el concepto en contextos reales o de modelización (Díaz Quezada & Flores del Río, 2022). Investigaciones recientes muestran que la incorporación de recursos tecnológicos, como GeoGebra, favorece la comprensión de estos significados mostrando un avance, sin embargo, aún persisten obstáculos conceptuales (Dávila Guamán et al., 2025; Azzolina et al., 2019).

Desde un enfoque semiótico-cognitivo, Moretti y Dal Medico Baerle (2022) destacan que los estudiantes tienden a privilegiar un único registro y presentan dificultades para coordinar representaciones que faciliten la comprensión conceptual. Asimismo, Stokes Parent (2015) señala que los estudiantes favorecen procedimientos algebraicos por sobre otros registros, con limitaciones para traducir entre lo simbólico y lo gráfico, impactando en la construcción de sus significados.

Estas dificultades en el aprendizaje de los estudiantes emergen de la práctica docente, donde las discusiones de aula no siempre favorecen la construcción colectiva de significados (Ofri & Tabach, 2025), y suelen priorizar lo procedimental por sobre la comprensión profunda del objeto matemático. Esta situación plantea interrogantes respecto al Conocimiento Didáctico Matemático (CDM) de los profesores, entendido como el conjunto de saberes que articulan la comprensión del objeto matemático con las estrategias para su enseñanza (Godino, 2009). En particular, existe un vacío respecto a cómo los profesores en formación inicial conciben y abordan la función cuadrática desde el CDM, lo cual justifica la pertinencia de esta investigación. Para ello el presente trabajo propone responder la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es el conocimiento didáctico matemático que profesores en formación poseen respecto a la función cuadrática?

MARCO TEÓRICO

El Conocimiento Didáctico Matemático (CDM) se entiende como el conjunto de habilidades, conocimientos y comprensiones que un docente necesita para enseñar matemáticas de manera efectiva. Según lo descrito por Godino (2009) este conjunto de saberes incluye comprender los contenidos matemáticos y cómo se enseñan, las dificultades que enfrentan los estudiantes y las estrategias didácticas apropiadas para facilitar el aprendizaje, expresados en la dimensión didáctica y la dimensión matemática.

Dimensión Didáctica

De acuerdo con Godino et al. (2006) el CDM puede analizar la dimensión didáctica en facetas, de las cuales en este estudio consideraremos dos:

Faceta Epistémica: Es la comprensión que el profesor de matemáticas debe saber sobre el objeto matemático que enseñará. Esta faceta se centra en cómo el docente conoce y comprende las matemáticas, lo que influye directamente en la forma de cómo se enseña.

Faceta Cognitiva: Esta faceta se concentra en identificar conocimientos previos, modos de razonamiento, estrategias de resolución, comprensiones y dificultades de las tareas matemáticas. En otras palabras, la faceta cognitiva busca comprender cómo los estudiantes piensan, interpretan y construyen significados cuando resuelven problemas o tareas matemáticas

Godino (2009) nos dice que la faceta cognitiva se relaciona con la faceta epistémica, ya que tienen componentes similares. Se propone la tarea a los estudiantes teniendo en cuenta la faceta cognitiva y la faceta epistémica, mediante soluciones previstas y preparadas. Lo anterior permite determinar en qué grado se alcanzan los objetivos de aprendizaje.

En conclusión, las facetas epistémica y cognitiva del CDM, al conectar el contenido matemático con contextos reales, mejoran la conexión en los procesos cognitivos que intervienen en su comprensión, ofreciendo una base sólida para interpretar la enseñanza y el aprendizaje de la función cuadrática en el aula. Asimismo, estas facetas orientan el análisis empírico al permitir identificar, en las prácticas docentes y en las respuestas de los estudiantes, cómo se manifiestan los conocimientos matemáticos del profesor y los procesos cognitivos de los alumnos en torno a la función cuadrática.

Dimensión Matemática

Según lo mencionado por Godino (2009) la dimensión matemática puede ser descrita como el conocimiento del contenido, que lo podemos describir en tres partes:

Conocimiento Común: Poder resolver una tarea.
Conocimiento Especializado: Diseña la organización de los objetos y procesos para las posibles soluciones de una tarea. Se debe tener en cuenta cada variable, utilizando varias representaciones y diferentes procedimientos (intuitivos; formales) para resolverlos. Para ello se deben identificar los conceptos y propiedades de la tarea para poder explicar y justificar las soluciones de esta.
Conocimiento Ampliado: Consiste en identificar posibles generalizaciones formando ideas o conclusiones generales para poder conectarlas con temas más avanzados.

MARCO METODOLÓGICO

El estudio, que se encuentra en estado de recolección de información, plantea un diseño cualitativo exploratorio, específicamente un estudio de casos (Stake, 2005), dado que busca comprender en profundidad el conocimiento didáctico matemático de profesores en formación respecto a la función cuadrática. Se trabajará con dos profesores en formación que

estén cursando quinto año de un programa de formación de profesores de matemática, quienes se encuentran en la etapa final de su formación inicial.

Para la recolección de datos se utilizarán: entrevistas semi estructuradas, diseñadas para indagar en las concepciones sobre la función cuadrática, las dificultades que identifican en los estudiantes y estrategias para su enseñanza. Además, un documento escrito, orientado en evidenciar la faceta epistémica y cognitiva de los profesores en formación. El análisis estará orientado por la categorización de las facetas del Conocimiento Didáctico Matemático (Godino, 2009), centrándose en las dos primeras facetas. Se realizará una triangulación de ambos instrumentos permitiendo contrastar las concepciones declaradas en las entrevistas con las evidencias de desempeño del documento escrito, fortaleciendo la validez de los hallazgos.

PROYECCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Esta investigación busca aportar a la comprensión del CDM en formación inicial, particularmente en relación con la función cuadrática. Se espera que los hallazgos permitan generar propuestas para fortalecer los programas de pedagogía en matemática, orientando a una enseñanza que promueva tanto la comprensión conceptual como la resolución de problemas.

Referencias

Azzolina, Y. A., Saldivia, F., & Maglione, D. (2019). Un posible abordaje para enseñar función cuadrática en un ambiente tecnológico. *Informes Científicos Técnicos - UNPA, 11*(3), 15–32. https://doi.org/10.22305/ict-unpa.v11.n3.795

Baldor, A. (1983). *Álgebra*. Compañía Cultural Editora y Distribuidora de Textos Americanos.

Berciano Alcaraz, A., Ortega del Rincón, T., & Puerta Rebuel, M. (2015). Aprendizajes de las interpolaciones gráficas y algebraicas. Análisis comparativo. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, *33*(3), 43–58. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1454

Dávila Guamán, B. E., Avelino Villacis, J. E., & Granados Romero, J. F. (2025). GeoGebra y su incidencia en el aprendizaje de funciones cuadráticas en estudiantes de bachillerato. *Sapiens in Education, 2*(6), e-20602. https://doi.org/10.71068/p550re04

Díaz Lozano, M. E., Haye, E. E., Montenegro, F., & Córdoba, L. M. (2015). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 11*(41), 20–38. https://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/644

Diaz Quezada, V., & Flores del Rio, G. (2022). Resolución de tipos de problemas contextualizados y análisis de errores: un estudio de casos. *Estudios Pedagógicos, 48*(2), 9–34. https://doi.org/10.4067/S0718-07052022000200009

Flores Salazar, J. V., & Almonacid Adriano, A. I. (2020). Espacio de trabajo matemático: una tarea de modelización sobre función cuadrática. *Transformación, 16*(2), 256–274.

Índice

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20*, 13–31.

Godino, J. D., Contreras, A., & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques, 26*(1), 39–88.

Güner, P. (2017). High School Students' Achievement of Solving Quadratic Equations. *Bartın University Journal of Faculty of Education, 6*(2), 447–467. https://doi.org/10.14686/buefad.277494

Mendez, J. A., Sosa, L., & Ramírez, L. A. (2011). La enseñanza de las funciones cuadráticas y sus diferentes representaciones con el derive. *En Memoria de la XIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 382–389). Universidad de los Andes de Colombia.

Moretti, M., y Dal Medico Baerle, L. (2022). O uso de Representações Auxiliares na Aprendizagem Matemática um Olhar Semiocognitivo segundo Raymond Duval. [The use of Auxiliary Representations in Mathematics Learning] *Educação Matemática Pesquisa, 24*(1), 582–610. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2022v24i1p582-610

Reid O'Connor, B., & Norton, S. (2024). Exploring the challenges of learning quadratic equations and reflecting upon curriculum structure and implementation. *Mathematics Education Research Journal*, *36*, 151–176. https://doi.org/10.1007/s13394-022-00434-w

Ofri, O. y Tabach, M. (2025). Overt and Covert Participation in an Argumentative whole-class Discussion: Spread of Ideas about Quadratic Functions. *International Journal of Sciences and Mathematics Education*, *23*, 639–661. https://doi.org/10.1007/s10763-024-10488-w

Stake, R. E. (2005*). Investigación con estudio de casos*. Morata.

Stokes Parent, J. S. (2015). *Students' understanding of quadratic functions: learning from students' voices* [Tesis de maestría, University of Vermont]. ScholarWorks @ UVM. https://scholarworks.uvm.edu/graddis/376

Índice

ALFABETIZACIÓN EN PEER FEEDBACK PARA EL APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN EDUCACIÓN SUPERIOR

Felipe Esteban Orellana Quezada, Universidad Católica de Temuco

Verónica del Carmen Yañez Monje, Universidad de Concepción

Abstract:

La presente propuesta de investigación aborda el desafío que enfrentan los estudiantes de educación superior en la comprensión del concepto de derivada, un tema fundamental en el cálculo. La enseñanza tradicional de este concepto en educación superior se centra en un aprendizaje mecánico-algorítmico, generando dificultades en la comprensión conceptual y en el pensamiento crítico. El objetivo principal de este estudio es diseñar e implementar una estrategia de alfabetización de estudiantes en retroalimentación por pares (peer feedback) con foco en el aprendizaje del contenido de derivada en educación superior. Se propone una investigación con enfoque mixto, de diseño explicativo secuencial, en la que se aplicará una secuencia pedagógica en una muestra por conveniencia de 34 estudiantes inscritos en Cálculo I de la carrera de Geología de la Universidad Católica de Temuco. El marco teórico se basa en el concepto de retroalimentación y los principios de alfabetización en retroalimentación, abordando la estrategia específica de peer feedback como herramienta para el desarrollo de autorregulación, con foco en la derivada. Los resultados esperados incluyen la mejora en la comprensión conceptual de la derivada, la evolución en la calidad de los mensajes de retroalimentación estudiantiles y el desarrollo de juicios fundados y autorregulación; en conjunto, esto proporcionará un modelo para implementar estrategias de peer feedback en aulas de cálculo y contribuir a la educación matemática.

Feedback, alfabetización, peer feedback, derivada, educación superior

INTRODUCCIÓN

En el marco de la evolución educativa, el énfasis se ha desplazado de la memorización de datos al desarrollo de la capacidad de producir respuestas complejas y divergentes (Sadler, 2010). Esta tendencia se alinea con los modelos universitarios actuales orientados al logro de competencias evidenciables en resultados de aprendizaje (Cuevas-Solar y Arancibia, 2020). En este contexto, los cursos de cálculo constituyen una herramienta formativa clave en carreras de ingeniería y ciencias (Larios & Jiménez, 2022).

El aprendizaje de la derivada presenta obstáculos significativos. Enfoques simplistas y compartimentalizados dificultan una comprensión profunda y conexa (Vargas et al., 2020; Rojas y Trigueros, 2020; Larios y Jiménez, 2022; Salvatierra et al., 2021). Según Fakhrunisa

Índice

y Herman (2020), muchos estudiantes evitan expresar sus dudas al docente y buscan apoyo en pares con mejor entendimiento.

Este hallazgo refuerza la necesidad de una estrategia que, además de abordar la problemática, formalice dicha conducta. En consecuencia, se propone diseñar e implementar una estrategia de alfabetización en retroalimentación por pares con foco en el aprendizaje de la derivada, promoviendo un trabajo intencionado entre pares y un diálogo abierto en el aula.

ELEMENTOS TEÓRICOS

La derivada es un concepto central del cálculo diferencial, clave para modelar fenómenos dinámicos, optimizar procesos y apoyar decisiones (Larios y Jiménez, 2022; Salvatierra et al., 2021). En vínculo con el límite, permite interpretaciones como pendiente de la tangente, razón de cambio y herramienta aplicada en contextos físicos y geométricos diversos (Bustos & Ramos, 2022).

La retroalimentación se entiende como información sobre desempeño o comprensión proveniente de un agente (docente, par, recurso o el propio estudiante). Puede incluir información correctiva, estrategias alternativas o aliento. En esencia, es consecuencia del desempeño y un medio para promover aprendizaje (Hattie & Timperley, 2007). Así, es una actividad docente esencial para asistir el aprendizaje y apoyar la toma de conciencia de fortalezas y brechas (Fakhrunisa & Herman, 2020).

La alfabetización en retroalimentación se define como entendimientos, capacidades y disposiciones para dar sentido a la información y usarla para mejorar el trabajo o las estrategias de aprendizaje (Carless & Boud, 2018). Implica comprender qué es la retroalimentación, cómo se gestiona y el rol activo de docentes y estudiantes. Dado que el concepto de calidad es abstracto, un estudiante alfabetizado desarrolla capacidad de emitir juicios fundados sobre la coherencia y la calidad de su trabajo y el de otros, apoyándose en criterios explícitos (Sadler, 2010).

La retroalimentación entre pares es un proceso formativo en que los estudiantes emiten y reciben comentarios sobre trabajos propios y ajenos, desarrollando juicio académico y autorregulación (Carless & Boud, 2018). Este enfoque promueve diálogo, cierre del ciclo mediante la acción y la transición desde receptores pasivos a usuarios y generadores activos de información (Molloy et al., 2020), fortaleciendo la alfabetización en retroalimentación.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudio adopta un enfoque mixto con diseño explicativo secuencial (Hernández-Sampieri, Fernández-Collado y Baptista, 2014). La lógica del diseño combina una primera fase cuantitativa —orientada a describir y medir— con una segunda fase cualitativa —

centrada en profundizar y explicar los hallazgos—, integrando ambos componentes para una comprensión contextualizada del fenómeno.

La intervención se implementará en Cálculo I de la carrera de Geología de la Universidad Católica de Temuco. Se trabajará con una muestra por conveniencia compuesta por 32 estudiantes oficialmente inscritos en el curso durante el período de aplicación.

Se utilizarán: (i) un cuestionario que releva conocimientos conceptuales y algorítmicos sobre la derivada; (ii) una pauta para valorar la calidad de la retroalimentación entre pares —considerando la percepción del destinatario sobre precisión, pertinencia respecto de criterios, claridad/tono y utilidad de las orientaciones de mejora—; y (iii) una entrevista semiestructurada para indagar percepciones, concepciones, uso del feedback y razonamientos asociados a la tarea matemática.

El procedimiento se organiza en cinco sesiones: (1) Apertura con un focus group a una submuestra mediante entrevista semiestructurada para explorar percepciones y conceptualizaciones iniciales sobre feedback; (2) Diagnóstico y alfabetización: aplicación del test diagnóstico y taller de alfabetización en peer feedback, explicitando criterios y practicando la emisión de juicios fundados; (3) Ciclos de peer feedback I: desarrollo de múltiples iteraciones de entrega, luego feedback escrito, revisión, acción de mejora, con roles rotativos y uso de la pauta de calidad; (4) Cierre de ciclos y postest: últimos intercambios de feedback, re-entrega de productos revisados y aplicación del test final; y (5) Cierre cualitativo con un focus group final a la misma submuestra para indagar cambios percibidos, uso de criterios y transferencia de aprendizajes. La fase cuantitativa se analizará mediante estadística descriptiva acordes al tamaño muestral; la fase cualitativa mediante análisis temático de producciones y entrevistas, triangulando fuentes para fortalecer la validez interpretativa. El estudio resguarda principios éticos mediante consentimiento informado, confidencialidad y uso de seudónimos; los datos se almacenan de forma segura con fines estrictamente académicos y la propuesta fue sometida al comité de ética institucional. Actualmente, el estudio se encuentra en validación de instrumentos y pilotaje de la secuencia, con recolección principal prevista para finales de este semestre académico.

RESULTADOS ESPERADOS

Se espera diagnosticar el conocimiento inicial sobre derivada, identificando dificultades conceptuales y algorítmicas. Tras la intervención, se proyecta un avance más allá de la memorización, con mejoras en comprensión conceptual.

Se anticipa evolución en la calidad de la retroalimentación entre pares (mayor alineación con criterios, concreción y orientaciones de mejora) y desarrollo de juicios fundados y autorregulación académica.

CONCLUSIONES

La propuesta busca atender la brecha conceptual en la enseñanza de la derivada en educación superior, formalizando prácticas de apoyo entre pares y promoviendo diálogo sobre calidad con base en criterios. Se prevé que la estrategia de alfabetización en retroalimentación por pares contribuya a la comprensión conceptual de la derivada y sirva como modelo replicable para otras asignaturas de cálculo, favoreciendo habilidades del siglo XXI como juicio crítico y autorregulación.

Referencias

Bustos, C., & Ramos, E. (2022). Una mirada sobre conceptos del cálculo desde el conocimiento de los temas del profesorado de matemática de secundaria. *Revista Innovaciones Educativas, 24*(36), 84–100. https://doi.org/10.22458/ie.v24i36.3893

Carless, D., & Boud, D. (2018). The development of student feedback literacy: Enabling uptake of feedback. *Assessment & Evaluation in Higher Education, 43*(8), 1315–1325.

Cuevas-Solar, D. D., & Arancibia, B. M. (2020). Percepciones y expectativas de docentes de ingeniería y educación en torno a la retroalimentación en tareas de escritura. *Formación Universitaria, 13*(4), 31–44.

Fakhrunisa, F., & Herman, T. (2020). How should the teacher provide feedback and its follow-up in assessing mathematics learning? *Journal of Physics: Conference Series, 1470*(1), 012089.

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research, 77*(1), 81–112.

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista-Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill Education.

Larios, V., & Jiménez, A. R. (2022). Significados parciales de la derivada en libros universitarios en la formación de ingenieros. *Praxis & Saber, 13*(33), e12274.

Molloy, E., Boud, D., & Henderson, M. (2020). Developing a learning-centred framework for feedback literacy. *Assessment & Evaluation in Higher Education, 45*(4), 527–540.

Rojas, P., & Trigueros, M. (2020). El esquema del cálculo diferencial e integral para ser enseñado en simultáneo. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, 15*(2), 12–26.

Sadler, D. R. (2010). Beyond feedback: Developing student capability in complex appraisal. *Assessment & Evaluation in Higher Education, 35*(5), 535–550. https://doi.org/10.1080/02602930903541015

Salvatierra, A., Romero, S., & Shardin, L. (2021). Khan Academy: Fortalecimiento del aprendizaje de Cálculo I en estudiantes universitarios. *Propósitos y Representaciones, 9*(1), e1042.

Vargas, M., Fernández-Plaza, J., & Ruiz-Hidalgo, J. (2020). La derivada en los libros de texto de 1º de bachillerato: Un análisis a las tareas propuestas. *AIEM: Avances de Investigación en Educación Matemática*, *18*, 87–102.

Índice

MOTIVACIÓN Y APRENDIZAJE EN EL CÁLCULO DE ÁREAS EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO BÁSICO, A TRAVÉS DEL APRENDIZAJE BASADO EN JUEGOS EN UN COLEGIO DE LA COMUNA DE RANCAGUA

Camila Muñoz Morales, Universidad de Santiago de Chile

Abstract:

Este estudio explora el impacto del Aprendizaje Basado en Juegos (ABJ) en la motivación y el aprendizaje de geometría en estudiantes de séptimo grado. Se diseñó, implementó y analizó una secuencia didáctica mediante un juego creado para aprender el área de triángulos, paralelogramos y trapezoides. La investigación, desarrollada con un enfoque de métodos mixtos, combinó pruebas previas y posteriores sobre aprendizaje y motivación con observación participante y entrevistas. Los resultados indican mejoras en el desempeño de los estudiantes en los cálculos de área, junto con una mayor participación y colaboración. La triangulación confirmó la coherencia entre los hallazgos cuantitativos y cualitativos, fortaleciendo la validez interpretativa. Se concluye que el ABJ fomenta un aprendizaje significativo y la motivación en geometría, aunque las limitaciones de tiempo sugieren la necesidad de una aplicación más amplia.

ABJ, Geometría, Motivación, Aprendizaje Significativo

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas suelen percibirse como un área compleja y lejana a la realidad de los estudiantes (Barrantes, 2002; Godino, 2010), percepción que se intensifica en la enseñanza de la geometría, donde predominan estrategias centradas en la memorización de fórmulas. En Chile, informes nacionales muestran una disminución en los aprendizajes y motivación en este eje (Agencia de Calidad de la Educación, 2023).

Frente a este escenario, surge la necesidad de implementar estrategias didácticas innovadoras que promuevan tanto la comprensión conceptual como actitudes positivas hacia la asignatura. El Aprendizaje Basado en Juegos (ABJ) se presenta como una alternativa, pues integra el carácter lúdico de los juegos con el aprendizaje escolar, favoreciendo la motivación, la participación y el aprendizaje significativo (Christopoulos et al., 2024; Tortorelli & Tortoriello, 2024).

El objetivo general de este estudio fue analizar la influencia del ABJ en la motivación y el aprendizaje del cálculo de áreas en estudiantes de séptimo básico. De manera específica, se buscó: Describir los aprendizajes y la motivación inicial, Analizar la influencia en el aprendizaje y motivación de los estudiantes durante la implementación, e

Índice

interpretar los efectos de la secuencia en la motivación y aprendizaje de los estudiantes al finalizar la secuencia.

MARCO TEÓRICO

El aprendizaje de la matemática no puede entenderse únicamente como la adquisición mecánica de procedimientos, sino como un proceso de construcción de significados. Desde la perspectiva de Ausubel (2002), el aprendizaje significativo ocurre cuando los nuevos contenidos se relacionan de manera sustantiva y no arbitraria con los conocimientos previos del estudiante. Esta concepción implica que la enseñanza de la geometría debe trascender la memorización de fórmulas y favorecer la comprensión de conceptos que permitan transferir y aplicar lo aprendido en contextos diversos.

Un factor clave en este proceso es la motivación, entendida no solo como la disposición inicial del estudiante, sino como un elemento dinámico que incide en la persistencia y profundidad del aprendizaje. Fiorella et al. (2021) sostienen que la motivación es multidimensional, compuesta de cinco constructos: Valor Intrínseco, autorregulación, autoeficacia, valor de utilidad y ansiedad en las pruebas.

En este contexto, el Aprendizaje Basado en Juegos (ABJ) se ha posicionado como una estrategia innovadora que integra lo lúdico con lo académico. Diversos estudios recientes (Christopoulos et al., 2024; Tortorelli & Tortoriello, 2024) muestran que el ABJ incrementa la motivación, fomenta la colaboración entre pares y fortalece la comprensión conceptual al vincular la experiencia del juego con los contenidos curriculares. El carácter lúdico de los juegos no solo genera un ambiente emocional positivo, sino que también permite que el error sea concebido como parte del proceso de aprendizaje, reduciendo la ansiedad y promoviendo la exploración activa.

De este modo, la convergencia entre aprendizaje significativo, motivación y ABJ ofrece un marco coherente para abordar las dificultades en la enseñanza de la geometría. Al relacionar los contenidos con experiencias previas, fortalecer la motivación intrínseca y utilizar el juego como mediador didáctico, se promueve un aprendizaje más profundo y duradero.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

La investigación adoptó un enfoque mixto, con un diseño cuantitativo preexperimental y un componente cualitativo fenomenológico. Esta elección respondió al interés de analizar no solo los cambios en los aprendizajes y en la motivación de los estudiantes, sino también comprender cómo vivieron la experiencia durante la implementación de la secuencia didáctica.

En el componente cuantitativo, se aplicaron test de aprendizaje y motivación en formato pretest y postest. El test de aprendizaje se centró en el cálculo de áreas de triángulos,

paralelogramos y trapecios, mientras que la motivación fue evaluada con el *Math Motivation Questionnaire*, adaptación del MMQ realizada por Fiorella et al. (2021).

En el componente cualitativo, se recurrió a observación participante y a entrevistas semiestructuradas. La pauta de observación registró aspectos de motivación, participación y actitudes durante el juego, mientras que las entrevistas se aplicaron a estudiantes seleccionados por su desempeño atípico en los resultados cuantitativos.

La muestra estuvo compuesta por 34 estudiantes de séptimo básico de un establecimiento educacional de Rancagua de Chile, de los cuales 24 completaron ambas instancias (pretest y postest), lo que permitió realizar comparaciones válidas.

La intervención consistió en la implementación de una secuencia didáctica de cinco clases, estructurada en torno al juego de mesa *"Construyendo Territorios"*, diseñado específicamente para esta investigación. Este juego, inspirado en la mecánica del *Patchwork*, permitió que los estudiantes construyeran territorios utilizando piezas geométricas, relacionando el cálculo de área con una dinámica lúdica y colaborativa.

RESULTADOS

Resultados Cuantitativos

Los análisis de pretest y postest evidenciaron una mejora significativa en los aprendizajes de los estudiantes respecto al cálculo de áreas de figuras planas. En el pretest, los puntajes promedio fueron bajos (3.96 puntos) y heterogéneos, reflejando dificultades en la comprensión de conceptos geométricos básicos. Tras la implementación de la secuencia didáctica, el postest mostró un incremento notable en los niveles de logro (8.5 puntos), con mayor homogeneidad en los resultados y reducción de casos de error sistemático.

En relación con la motivación, el cuestionario aplicado en formato pre y postest indicó un aumento en el promedio de la motivación total, de 46.9 a 47.8, al igual que en las dimensiones como el valor intrínseco (incremento de 0.45 puntos) y valor utilitario (incremento en el 0.34 puntos).

Resultados Cualitativos

La observación participante permitió constatar un cambio en la dinámica de la sala de clases. Durante el juego, la mayoría de los estudiantes se mostró entusiasta y participativo, incluso aquellos que habitualmente presentaban desinterés o dificultades en matemáticas. Se registró un incremento en la colaboración entre pares, discusiones sobre estrategias para construir territorios y un ambiente emocional positivo en torno a las actividades matemáticas.

Las entrevistas semiestructuradas confirmaron estas percepciones. Los estudiantes destacaron que el juego les ayudó a *"entender mejor"* y a *"sentirse más motivados"* en

comparación con clases tradicionales. Además, mencionaron que se sintieron capaces de aplicar los conocimientos de área en un contexto lúdico, lo que fortaleció su confianza.

Triangulación de datos

La triangulación entre los datos cuantitativos y cualitativos permitió fortalecer la validez de los hallazgos. Las mejoras observadas en los puntajes de aprendizaje y motivación se correspondieron con las percepciones positivas expresadas por los estudiantes y con las observaciones registradas en el aula. Esta convergencia de evidencias confirma que el Aprendizaje Basado en Juegos incidió de manera efectiva tanto en el rendimiento como en la motivación hacia la geometría. Su carácter lúdico no solo mejoró los aprendizajes, sino que también promovió un ambiente motivador y colaborativo, contribuyendo a resignificar la experiencia de los estudiantes en torno a las matemáticas.

CONCLUSIONES

La presente investigación permitió constatar que el ABJ constituye una estrategia pedagógica efectiva para mejorar tanto el aprendizaje como la motivación en el área de geometría, específicamente en el cálculo de áreas de triángulos, paralelogramos y trapecios en estudiantes de séptimo básico. Los resultados cuantitativos evidenciaron un aumento en los niveles de logro académico y en la disposición hacia la matemática, mientras que la información cualitativa mostró una participación activa, un ambiente emocional positivo y una mayor confianza en las propias capacidades de los estudiantes.

La triangulación de datos refuerza la validez de estos hallazgos, al demostrar coherencia entre las mejoras en rendimiento y motivación con las percepciones y actitudes observadas durante la implementación del juego *Construyendo Territorios*. Esta convergencia confirma que el ABJ no solo impacta en el aprendizaje de contenidos, sino que también contribuye a transformar la experiencia escolar en torno a la matemática en un proceso más atractivo, dinámico y significativo.

En consecuencia, se concluye que el ABJ es una herramienta didáctica pertinente y eficaz para enfrentar la desmotivación y el aprendizaje fragmentado que suelen caracterizar la enseñanza de la geometría en séptimo básico. Su aplicación promueve aprendizajes más profundos, fomenta la colaboración y ofrece una vía concreta para resignificar la relación de los estudiantes con la matemática.

Referencias

Agencia de Calidad de la Educación. (2023). *Evaluación internacional de estudiantes tras la pandemia: Informe Nacional PISA 2022*. OCDE. https://s3.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/PISA%2B2022%2BEntrega%2Bde%2BResultados.pdf

Ausubel, D. P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: Una perspectiva cognitiva*. Editorial Paidós. https://archive.org/details/ausubel-d.-adquisicion-y-retencion-del-conocimiento.-una-perspectiva-cognitiva/page/130/mode/1up

Barrantes, M. (2002). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje* [Tesis doctoral, Universidad de Extremadura]. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas.

Christopoulos, A., Mystakidis, S., Kurczaba, J., Laakso, M. J., & Stylios, C. (2024). Is immersion in 3D virtual games associated with mathematical ability improvement in game-based learning? *International Journal of Science and Mathematics Education.*

Fiorella, L., Yoon, S. Y., Atit, K., Power, J. R., Panther, G., Sorby, S., Uttal, D. H., & Veurink, N. (2021). Validation of the Mathematics Motivation Questionnaire (MMQ) for secondary school students. *International Journal of STEM Education, 8*(52).

Godino, J. (2010). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Tortorelli, L., & Tortoriello, F. S. (2024). Development of definitory and classificatory thinking in geometry through storytelling and GBL activities. *Education Sciences, 14*(5), 471.

Índice

DESDE LAS 11 REDES DEL CUBO HACIA LAS 54 REDES DEL PARALELEPÍPEDO RECTANGULAR

Sergio Lizana, Universidad Católica del Maule

Carlos Caamaño, Universidad Católica del Maule

Javiera Castro, Universidad Católica del Maule

Rodrigo Gutiérrez, Universidad Católica del Maule

Javiera Valdivia, Universidad Católica del Maule

Abstract:

A partir de un estudio previo sobre las 11 redes del cubo, este trabajo se centra en su generalización, que corresponde al análisis del paralelepípedo rectangular, situación geométrica de mayor complejidad debido a la variabilidad en las dimensiones de sus caras, lo cual incrementa significativamente sus posibilidades de disposición en el plano. Mientras el cubo impone restricciones por la igualdad de sus caras, el paralelepípedo rectangular permite múltiples combinaciones al presentar caras rectangulares congruentes solo por pares, lo que transforma la tarea de enumerar sus redes en un desafío combinatorio mucho mayor. Mediante un estudio geométrico-visual sistemático, se logra identificar y representar 54 redes distintas que permiten formar este sólido tridimensional sin superposiciones ni huecos, siendo un hallazgo relevante que llena un vacío en la literatura geométrica. El análisis se organiza en grupos de redes según patrones comunes de disposición de las caras rectangulares, considerando sus posiciones y relaciones entre aristas. Esta clasificación no solo amplía el conocimiento sobre este poliedro, sino que también plantea desafíos en cuanto a la enumeración y validación de redes posibles.

Redes geométricas, cubo, paralelepípedo rectangular, relación bidimensional-tridimensional, visualización espacial.

INTRODUCCIÓN

El pensamiento geométrico y la visualización espacial desempeñan un papel crucial en la comprensión y manipulación de objetos en diferentes dimensiones, especialmente en el paso de lo bidimensional a lo tridimensional y viceversa (Proenza & Leyva, 2008). Esto permite a los estudiantes anticipar cómo una figura plana puede transformarse en un sólido tridimensional mediante plegados, o cómo un cuerpo tridimensional puede desplegarse en una red plana manteniendo su estructura conexa. Así, la relación entre representaciones planas y volumétricas no solo potencia el desarrollo del pensamiento espacial, sino que fortalece el razonamiento geométrico, facilitando la comprensión profunda de propiedades y relaciones dentro del espacio euclidiano (Uribe et al., 2014).

Índice

Un ejemplo icónico de la relación bidimensional y tridimensional lo encontramos en el cubo, un sólido platónico con una variedad de representaciones planas conocidas como redes, precisamente once maneras distintas de desplegar las seis caras cuadradas de un cubo en una figura plana conexa (Fujita & Jones, 2007). Sin embargo, al abandonar la restricción de la igualdad de todas las aristas y enfocarnos en el paralelepípedo rectangular, la complejidad de sus posibles despliegues se incrementa notablemente, por lo que este estudio pretende caracterizar y representar geométricamente las distintas redes del paralelepípedo rectangular, como una generalización de las redes del cubo.

MARCO TEÓRICO

Bidimensionalidad y tridimensionalidad

La exploración de las relaciones entre objetos bidimensionales y tridimensionales es un campo de interés permanente en Geometría, donde las redes o desarrollos de poliedros, constituyen un concepto central, cuyo estudio representa no solo un desafío geométrico, sino también una herramienta valiosa para la visualización espacial y el aprendizaje de propiedades de sólidos. Pittalis y Christou (2013) destacan que esta representación implica una dualidad bidireccional entre codificación (crear una representación plana de un objeto 3D) y decodificación (interpretar dicha representación 2D para comprender la forma original). Sandoval y Ortiz-Rocha (2023) añaden que este proceso genera una tensión cognitiva entre el conocimiento de la forma tridimensional y la información visual limitada de la representación plana, dificultando la visualización de partes ocultas y la comprensión de relaciones espaciales, ya que la proyección 2D, al ser una reducción de la realidad 3D, obstaculiza la reconstrucción mental integral de la forma y sus propiedades.

Pensamiento geométrico y visualización espacial

Según Proenza y Leyva (2008), el pensamiento geométrico es una faceta del pensamiento matemático que se nutre de la percepción y conocimiento del espacio físico tridimensional, desarrollando capacidades como la vista, representación e imaginación espacial, y se manifiesta al aplicar conocimientos y habilidades geométricas para enfrentar situaciones. Par su desarrollo se requiere promover actividades significativas que permitan la circulación del conocimiento, donde los estudiantes construyan figuras y conceptos, usen herramientas, realicen mediciones, estimaciones y cálculos (Barreto-Salinas et al., 2022). En el estudio realizado por Blanco et al. (2012), se mencionan aspectos fundamentales del razonamiento geométrico y la visualización espacial mediante el Enfoque Ontosemiótico (EOS) planteado por Godino et al. (2007), y como puede beneficiar cuando hablamos del término “representación” en el proceso de comprensión de los objetos matemáticos.

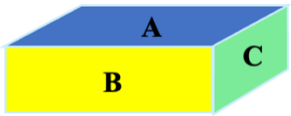
METODOLOGÍA

Se utiliza una metodología de estudio geométrico-visual sistemático para identificar, clasificar y representar las redes del paralelepípedo rectangular. Se comienza de un caso conocido como el de las once redes del cubo, extendiendo el análisis a un caso más complejo como el paralelepípedo rectangular, que tiene caras rectangulares de diferentes dimensiones (aunque congruentes por pares). Para la identificación y clasificación de las redes del paralelepípedo rectangular se realiza un análisis combinatorio-geométrico, explorando sistemáticamente todas las posibles formas de conectar las seis caras rectangulares en el plano, de modo que al doblarse formen el paralelepípedo sin superposiciones ni huecos. Las redes se agrupan por patrones estructurales, es decir, según la disposición de las caras y estas se validan visual y geométricamente para asegurar que puede plegarse correctamente para reconstruir el sólido tridimensional. Se incluyen figuras (dibujos esquemáticos) que ilustran cada grupo de redes, mostrando cómo se disponen las caras y cómo se conectan entre sí.

RESULTADOS

Figura 1

Paralelepípedo rectangular



Considerando la Figura 1, el primer grupo de redes consta de 10 configuraciones con una columna común denominada “B-A-B-A” donde A son caras basales, las que a su vez generaran tres subgrupos dependiendo de la posición de las caras C: (i) Las caras C se unen a las caras B por su arista menor. (ii) Las caras C se unen a las caras A por su arista mayor. (iii) Una de las caras C se une a la cara B por su arista menor y la otra a la cara A por su arista mayor.

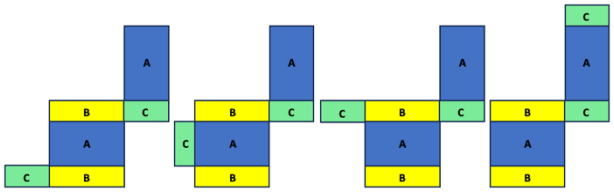
El segundo grupo está compuesto por 10 redes, con una columna común denominada “C-B-C-B” donde B son caras basales y en el cual se aprecian tres subgrupos dependiendo de la posición de las caras A: (i) Las caras A se unen a las caras B por su arista mayor. (ii) Las caras A se unen a las C por su arista menor. (iii) Una de las caras A se une a la cara B por su arista mayor y la otra a la cara C por su arista menor.

En un tercer grupo conformado por 10 redes se tiene una columna común denominada “A-C-A-C” donde C son caras basales y en el cual se forman tres subgrupos dependiendo de la posición de las caras B: (i) Las caras B se unen a las caras A por su arista mayor. (ii) Las caras B se unen a las caras C por su arista menor. (iii) Una de las caras B se une a la cara A por su arista mayor y la otra a la cara C por su arista menor.

También existen tres grupos conformados por cuatro configuraciones cada uno. En uno de ellos se tiene una columna común denominada "B-A-B" donde A son caras basales y la posición de una cara C va cambiando. En otro, se tiene una columna común denominada "A-B-A" donde B son caras basales y la posición de una cara C va cambiando. Y una configuración con una columna denominada "A-C-A" donde C son caras basales y la posición de una cara B va cambiando (Figura 2).

Figura 2

Ejemplo de redes de columna B-A-B donde A son caras basales



En adición, tres grupos conformados por tres redes cada uno. En el primero, existe una columna común denominada C-A-C donde A son caras basales y una cara B va cambiando su posición. En el segundo, se tiene una columna común denominada B-C-B donde C son caras basales y una cara A va cambiando de posición. En el tercero, hay una columna común denominado C-B-C donde B son caras basales y la posición de una cara A va cambiando de posición.

Un último grupo contiene redes que poseen dos caras como columna central: (i) columna A-B donde A son caras basales. (ii) Columna B-C donde B son caras basales. (iii) Columna A-C donde C son caras basales.

CONCLUSIONES

La exploración de las redes de sólidos tridimensionales revela una complejidad creciente al pasar de cuerpo con dimensiones regulares como el cubo a cuerpos con dimensiones variables como el paralelepípedo rectangular, implicando un salto cuantitativo y cualitativo en la diversidad de sus representaciones planas. Un hallazgo significativo de este trabajo, que no se encuentra explícitamente detallado en la literatura existente, es la identificación de 54 redes distintas para el paralelepípedo rectangular, además de su representación visual, lo que constituye un aporte al conocimiento geométrico actual. Esto abre la posibilidad de extender esta clasificación a otros tipos de prismas rectangulares, o de establecer criterios formales para determinar la validez y unicidad de cada red.

Referencias

Barreto-Salinas, E., Salinas-La-Torre, E., Gutiérrez-Ruiz, I., & Pacherres-Valladares, A. (2022). Estrategias contextualizadas para mejorar el pensamiento geométrico en estudiantes de secundaria. *Prohominum, 3*(1 Extraordinario), 55–76.

Blanco, T. F., Godino, J. D., & Pegito, J. A. C. (2012). Razonamiento geométrico y visualización espacial desde el punto de vista ontosemiótico. *Bolema, 26*(42a), 39–64.

Fujita, T. y Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education, 9*(1-2), 3–20. https://core.ac.uk/download/pdf/28206.pdf

Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema, 31*(57), 90–113. https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05

Pittalis, M., & Christou, C. (2013). Coding and decoding representations of 3D shapes. *The Journal of Mathematical Behavior, 32*(3), 673–689.

Proenza, Y., & Leyva, L. (2008). Aprendizaje desarrollador en la matemática: estimulación del pensamiento geométrico en escolares primarios. *Revista Iberoamericana de Educación, 48*(1), 1–7.

Sandoval, I., & Ortiz-Rocha, A. (2023). Representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales y su relación con el desarrollo del razonamiento espacial en edades tempranas (6-8 años). *Perfiles Educativos, 45*(180), 71–90.

Uribe, S., Cárdenas, O., & Becerra, J. (2014). Teselaciones para niños: una estrategia para el desarrollo del pensamiento geométrico y espacial de los niños. *Educación Matemática, 26*(2), 135–160.

Índice

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS MEDIADAS POR IA PARA LA ENSEÑANZA DE LA COMPOSICIÓN DE TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS

Catalina Ramírez Fernández, Universidad de Santiago de Chile

Abstract:

El creciente uso de inteligencias artificiales generativas en el ámbito escolar plantea desafíos relevantes para la enseñanza de las matemáticas. Esta investigación propone estrategias pedagógicas que integren Inteligencias Artificiales (IAs) especializadas en la enseñanza de la composición de transformaciones isométricas para estudiantes chilenos. El estudio adopta un enfoque cualitativo, de tipo estudio de caso y alcance exploratorio, con el diseño de una secuencia didáctica aplicada en tres fases: diagnóstico, implementación y evaluación, realizada por la investigadora. La propuesta se sostiene teóricamente en el modelo de Van Hiele para el desarrollo del razonamiento geométrico y la perspectiva de que las IAs no reemplazan al docente, sino que pueden convertirse en una herramienta pedagógica dentro y fuera del aula. De esta manera, se busca potenciar el aprendizaje en el eje de geometría mediante la incorporación de tecnologías emergentes que favorezcan la comprensión y aplicación de las transformaciones isométricas. Los resultados esperados apuntan a mejorar el aprendizaje geométrico y consolidar el rol de la IA como herramienta formativa en coherencia con un paradigma docente renovado; en el cual, el profesor guía el desarrollo de competencias socioemocionales y tecnológicas propias del siglo XXI, tales como pensamiento crítico, creatividad y alfabetización digital. De este modo, la propuesta articula currículo escolar, innovación pedagógica y nuevas demandas educativas.

Desarrollo del razonamiento geométrico, inteligencia artificial, transformaciones isométricas

INTRODUCCIÓN

Esta investigación se sitúa en el cruce entre el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes chilenos de octavo básico y la incorporación crítica de herramientas tecnológicas emergentes como recurso pedagógico, específicamente la inteligencia artificial (IA). Su propósito es construir estrategias didácticas que, mediante el uso de IAs especializadas en matemática, favorezcan el aprendizaje de la composición de transformaciones isométricas.

La motivación central de este estudio surge de la necesidad de responder a diversos desafíos que enfrenta la enseñanza de la geometría escolar. En particular, se ha evidenciado que los estudiantes presentan dificultades persistentes en el desarrollo del razonamiento geométrico, lo que repercute en bajos resultados en pruebas estandarizadas como el SIMCE (Agencia de Calidad de la Educación, 2025). Estas dificultades suelen estar asociadas a una enseñanza

Índice

tradicional, mecanizada y con escasa exploración visual, como señalan De Sousa et al. (2022).

El uso de tecnologías educativas, especialmente softwares como GeoGebra o Desmos, ha demostrado ser una vía efectiva para abordar estas problemáticas, al facilitar la visualización y manipulación de objetos geométricos (Bonelo Ayala y Maca Cortés, 2021). Sin embargo, tales herramientas no son suficientes por sí solas: su efectividad depende de un diseño pedagógico intencionado y contextualizado.

Paralelamente, el desarrollo acelerado de IAs generativas como ChatGPT o Gemini ha abierto nuevas posibilidades para el trabajo en el aula. Estas IAs, diseñadas para comprender lenguaje natural y generar contenido nuevo, están comenzando a ser utilizadas por estudiantes y docentes, aunque aún sin una orientación pedagógica clara. Existen estudios internacionales (Corica et al., 2024; Parra et al., 2024) que han evaluado el desempeño de estas tecnologías frente a problemas geométricos, y si bien los resultados son aún limitados, también sugieren un potencial significativo si se integran adecuadamente en el contexto educativo.

En el ámbito chileno, no se registran investigaciones previas que aborden el uso de IA en el aula de geometría, lo que constituye una importante brecha en el conocimiento. Esta investigación busca contribuir a esa brecha, proponiendo estrategias didácticas contextualizadas que promuevan tanto el aprendizaje geométrico como el desarrollo de habilidades digitales y del siglo XXI, tales como el pensamiento crítico, la creatividad y la alfabetización tecnológica.

En el marco de lo anterior, el estudio se propuso responder a la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo utilizar inteligencias artificiales especializadas en matemática para mejorar los procesos de aprendizajes de la composición de transformaciones isométricas en estudiantes de octavo básico? En coherencia con ello, el objetivo general es caracterizar estrategias didácticas para que el uso de inteligencias artificiales especializadas en matemática permita mejorar los procesos de aprendizajes de la composición de transformaciones isométricas en estudiantes de octavo básico.

MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO

Respecto de la metodología, esta investigación adopta un enfoque cualitativo, definido como un estudio de caso con alcance exploratorio (Cepeda Carrión, 2006). Se seleccionará intencionadamente un curso de octavo básico que cumpla dos condiciones fundamentales: acceso a infraestructura tecnológica (computadores e internet) y experiencia informal previa del estudiantado con el uso de IA. La elección de octavo básico responde a que el currículum chileno establece específicamente la composición de transformaciones isométricas como contenido a desarrollar en este nivel.

El diseño metodológico se organiza en torno a la metodología de la Investigación Basada en el Diseño (IBD), caracterizada por su flexibilidad y por el uso de ciclos iterativos de diseño, implementación, análisis y rediseño (Guisasola et al., 2021). En esta investigación se consideran cuatro fases: fundamentos teóricos, diseño de la propuesta, implementación y evaluación.

Por otro lado, la propuesta se sustenta en tres ejes conceptuales:

Transformaciones isométricas y su composición, comprendidas desde su epistemología, fenomenología y tratamiento curricular. Según el currículum chileno, los estudiantes deben ser capaces de componer rotaciones, traslaciones y reflexiones, aplicándolas tanto en el plano como en el espacio y en su vida cotidiana.

El modelo de Van Hiele, el cual describe el desarrollo del pensamiento geométrico a través de cinco niveles: visualización, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor (Vargas & Gamboa, 2013). La propuesta se enfoca en los tres primeros niveles, que son esperables en estudiantes de educación básica y media. Además, se consideran las cinco fases del aprendizaje que propone este modelo (información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración) como guía para el diseño de las actividades.

El uso de la inteligencia artificial en educación matemática, con énfasis en IAs generativas y especializadas. Se han identificado diversas herramientas como ChatGPT, Math by Pulsrai, MathGPT.org y PocketMath, las cuales presentan distintos niveles de sofisticación, accesibilidad y lenguaje matemático.

El marco teórico también recoge implicancias pedagógicas del uso de IA en el aula, destacando su potencial para personalizar el aprendizaje, promover el trabajo autónomo y desarrollar habilidades digitales, siempre que su uso esté guiado por una planificación pedagógica ética, crítica y contextualizada, pues como expone Mar et al. (2024) “los docentes también desempeñan un papel crucial en la enseñanza de habilidades blandas, como la creatividad, el pensamiento crítico y la empatía, habilidades que la IA no puede replicar” (p. 67).

Respecto del diseño la propuesta se organiza como una secuencia didáctica compuesta por seis clases, distribuidas en tres fases:

Diagnóstico: Corresponde a la aplicación de una evaluación que incluye preguntas conceptuales y aplicadas, con uso libre de un computador. Se recolecta información sobre conocimientos previos y el uso espontáneo de tecnologías por parte de los estudiantes.

Exploración e intervención: Corresponde al desarrollo de actividades guiadas con el uso de distintas IAs, diseñadas para fortalecer la comprensión de las transformaciones isométricas y su composición. Se trabajará con prompts estructurados, discusión crítica de respuestas y

representaciones gráficas. Las actividades están alineadas con los niveles de Van Hiele y sus fases de aprendizaje.

Evaluación: Corresponde a la aplicación de una evaluación final similar a la inicial, con libre uso de computador, para recoger evidencias sobre los aprendizajes logrados y así poder realizar una comparativa respecto del conocimiento geométrico y digital.

La toma de datos incluirá guías impresas, rúbricas de análisis y registro de respuestas. Todos los instrumentos de producción de datos fueron validados por expertos en geometría, didáctica de la geometría y computación educativa. Por último, la investigación garantiza la confidencialidad de los datos y la obtención de consentimientos informados por parte de padres/madres/apoderados y estudiantes.

CONCLUSIONES

Esta investigación busca responder a una necesidad del sistema educativo: el diseño de estrategias didácticas para integrar inteligencias artificiales en el aula de geometría de manera intencionada y alineada con el currículo.

Al centrarse en la composición de transformaciones isométricas, se aborda un contenido que exige altos niveles de razonamiento geométrico, que suele presentar dificultades en estudiantes y que carece de orientaciones didácticas claras para el uso de IA.

Si bien aún no se ha implementado ni evaluado (se hará en octubre de 2025, se contará con resultados para el momento de las Jornadas), el diseño considera rigurosamente los supuestos teóricos, las fases de aprendizaje y las condiciones reales del sistema educativo chileno. Con ello, se busca no solo enriquecer las prácticas pedagógicas con herramientas tecnológicas pertinentes, sino contribuir a la construcción de una cultura digital ética y crítica en las comunidades educativas.

La IA, vista no como una amenaza sino como un recurso, puede convertirse en una aliada poderosa para mejorar el aprendizaje matemático, siempre que su uso esté guiado por una sólida reflexión didáctica, pedagógica y curricular.

Referencias

Agencia de Calidad de la Educación. (2025). *Resultados Educativos Simce e IDPS 2024* [Presentación en diapositivas]. https://s3.us-east-1.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/Simce+PPT+EERR+Nacional+2024+-+P%C3%BAblica.pdf

Bonelo Ayala, Y. & Maca Cortés, O. (2021). La visualización de las transformaciones isométricas, un elemento para la conceptualización en DGE en estudiantes de básica secundaria. *Praxis, Educación y Pedagogía,* 8, e2012413, 1–21. https://doi.org/10.25100/praxis_educacion.v0i8.12413

Índice

Cepeda Carrión, G. (2006). La calidad en los métodos de investigación cualitativa: principios de aplicación práctica para estudios de casos. *Cuadernos de Economía y Dirección de la Empresa*. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2385980

Corica, A. R., Sureda, P., Parra, V., Schiaffino, S., & Godoy, D. (2024). Educación e inteligencia artificial: desempeño de chatbots y profesores de matemática en la resolución de problemas geométricos. *Areté: Revista Digital Del Doctorado En Educación*, *10*(ee), 119–139. https://doi.org/10.55560/arete.2024.ee.10.9

De Sousa, R. T., Da Silva Santiago, P. V., & Alves, F. R. V. (2022). Modelagem matemática em problemas da OBMEP: a visualização geométrica com aporte do software GeoGebra. *Revista Iberoamericana De Tecnología En Educación Y Educación En Tecnología*, *32*, 34 – 43. https://doi.org/10.24215/18509959.32.e4

Guisasola, J., Ametller, J., & Zuza, K. (2021). Investigación basada en el diseño de Secuencias de Enseñanza-Aprendizaje: una línea de investigación emergente en Enseñanza de las Ciencias. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, *18*(1), ISSN1697-011X. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=92064232011

Mar, O., Rodríguez, A., Solórzano, W., Amén, P., Santos, L., & Pinargote, B. (2024). *La inteligencia artificial: Desafíos para la educación* (1.ª ed.). ALEMA.

Parra, V., Sureda, P., Corica, A., Schiaffino, S., & Godoy, D. (2024). Can Generative AI solve Geometry problems? Strengths and Weaknesses of LLMs for Geometric Reasoning in Spanish. *International Journal of Interactive Multimedia and Artificial Intelligence*, *8*(5), ISSN 1989-1660. https://doi.org/10.9781/ijimai.2024.02.009

Vargas, G., & Gamboa, R. (2013). El modelo de van hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, *27*(1), ISSN 1101-0275. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475947762005

Índice

ANÁLISIS DEL TRABAJO MATEMÁTICO DE ESTUDIANTES EN TAREAS ABIERTAS SOBRE ÁREA Y PERÍMETRO EN UN ENTORNO DIGITAL

Elizabeth Cabello Ahumada, Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación

Jorge Erices Ramírez, Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación

Yerko Rojas Bauer, Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación

Jorge Gaona Paredes, Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación

Abstract:

Mediante la teoría de los Espacios de Trabajo Matemático (ETM), se analiza el trabajo matemático de estudiantes de segundo medio de liceos científico-humanistas de Valparaíso y Viña del Mar al resolver tareas abiertas mediadas por tecnología sobre área y perímetro. La literatura previa, escasa en tareas abiertas y utilización de tecnologías digitales, señala entre otras dificultades recurrentes en secundaria, la confusión entre unidades lineales y cuadradas, y aplicación mecánica de fórmulas. Se diseñan dos tareas específicas para abordar estas dificultades mediante el trabajo en duplas en la plataforma Moodle-GeoGebra-Wiris y la posterior discusión colectiva. Los resultados muestran una movilización efectiva de los componentes del ETM de los estudiantes: la génesis semiótica se evidencia en una diversidad de representaciones, la instrumental en la búsqueda y selección de fórmulas; el plano semiótico-instrumental predomina en la fase inicial de exploración y manipulación de las herramientas digitales; la génesis discursiva en la generación de conjeturas entre pares y/o con el docente; el plano semiótico-discursivo surge en el diálogo con los profesores al clarificar conceptos y justificar procedimientos; y el plano instrumental-discursivo aparece al interpretar la retroalimentación automática y al justificar las acciones seguidas para resolver las tareas. Se concluye que, si bien la tecnología potencia el tránsito de razonamientos intuitivos a formales, la retroalimentación automática resulta más eficaz solo cuando se integra en discusiones colectivas guiadas por el docente.

Espacio de Trabajo Matemático, sistemas de evaluación en línea, tareas abiertas, área, perímetro

INTRODUCCIÓN

La revisión de la literatura muestra que, desde séptimo grado en adelante, aún persisten ciertas concepciones erróneas sobre la relación entre área y perímetro, vinculadas a la dominancia de ciertos registros semióticos, suponer una relación lineal entre las magnitudes, confundir unidades lineales y cuadradas o aplicar fórmulas de manera mecánica (Babai et al., 2010; Bishop, 2000; Henriques, 2013). Aún cuando algunos trabajos han incorporado recursos digitales (Fontela y de Moraes, 2022), la mayoría se centra en tareas cerradas y en

Índice

la utilización de artefactos analógicos, sin explorar plenamente el potencial de la geometría dinámica para promover la variación y la construcción de contraejemplos. En secundaria, estos obstáculos se agravan cuando los estudiantes deben articular representaciones enunciadas en lenguaje natural, fórmulas algebraicas, gráficos y figuras geométricas en problemas que demandan argumentación y validación. Es por ello que se propone implementar tareas abiertas utilizando tecnología para trabajar los conceptos de área y perímetro, y responder a la pregunta de investigación: ¿Cuáles son los componentes semiótico, instrumental y discursivo que emplean los estudiantes de segundo medio al trabajar tareas abiertas sobre área y perímetro?

ELEMENTOS TEÓRICOS

La investigación se sustenta en la teoría del Espacio de Trabajo Matemático (ETM) de Kuzniak et al. (2022). En este modelo, el trabajo matemático surge de la articulación entre un plano epistemológico, que organiza los objetos y herramientas del saber (representamen, artefactos y referencial); y un plano cognitivo, que modela los procesos mentales del sujeto (visualización, construcción y prueba). Tres génesis los conectan: semiótica, que confiere a los objetos su estatuto de objetos matemáticos operatorios; la instrumental, que convierte artefactos materiales o simbólicos en instrumentos a través de esquemas de acción; y la discursiva, que moviliza definiciones, propiedades y teoremas para justificar y validar resultados. El ETM se completa con los planos verticales semiótico-instrumental, instrumental-discursivo y semiótico-discursivo, que vinculan representaciones y artefactos, técnicas instrumentadas y validación teórica, y representaciones y discurso, respectivamente.

La pertinencia del ETM radica en su capacidad para analizar la actividad matemática que emerge en contextos de resolución de problemas. El diseño de tareas abiertas resulta relevante ya que, al admitir múltiples vías de solución, exige que los estudiantes movilicen activamente los distintos planos del ETM, superando la simple visualización para activar los procesos de construcción y prueba (ver Gaona y Menares, 2021). Asimismo, las tecnologías digitales actúan como artefactos que evolucionan a instrumentos, al proveer nuevas representaciones, potenciando las génesis semiótica e instrumental.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Se sigue un enfoque metodológico basado en la Ingeniería Didáctica (Artigue, 2015), definida como un proceso sistemático y reflexivo de diseño, experimentación y análisis de secuencias didácticas, desarrollada en cuatro fases: análisis preliminar, diseño y análisis *a priori*, experimentación y análisis *a posteriori*. En la fase de diseño se elaboraron dos tareas abiertas focalizadas en los conceptos de área y perímetro, aprovechando el entorno digital Moodle-GeoGebra-Wiris (en adelante, "la plataforma") para abordar las dificultades típicas detectadas en estudiantes de secundaria. La primera aborda perímetros de un cuadrado y un triángulo equilátero con lado deslizante; la segunda, el área de un rectángulo formado por una cuerda de *42 cm*. La plataforma incorpora todos los componentes de un Sistema de

Evaluación en Línea (Gaona, 2022): un enunciado dinámico parametrizado, un sistema de entrada con formato de respuesta controlado, un sistema de validación automático con criterios de tolerancia, y retroalimentación inmediata que explica el procedimiento implicado y propone desafíos. La propuesta se implementó en grupos de 8 y 11 estudiantes de segundo medio, de entre 14 y 16 años, pertenecientes a dos liceos científico-humanistas de Valparaíso y Viña del Mar. Se aseguró la confidencialidad y el anonimato tanto de las instituciones como de los participantes. En el análisis, los liceos fueron identificados con seudónimos y los estudiantes con códigos. Para el desarrollo de esta investigación, se siguieron todos los protocolos éticos pertinentes.

RESULTADOS

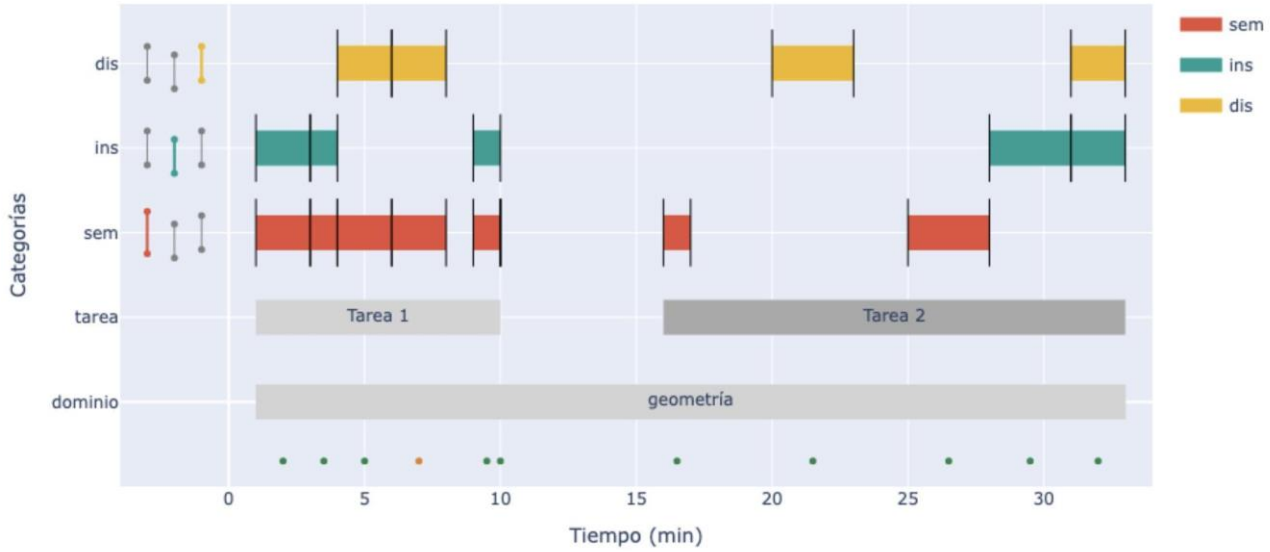
Por motivos de espacio, se presentan sólo los resultados de la dupla D1 del Liceo PM (Figura 1).

Análisis de la dupla D1 (estudiantes E1 y E2), Liceo PM

Tarea 1. A partir de los 3', leen el enunciado y busca en Google la fórmula para calcular el perímetro. Luego, desplazan el deslizador en GeoGebra, visualizando cómo se modifican las dimensiones del triángulo y del cuadrado. El uso consciente del artefacto para transformar las figuras activas el plano semiótico-instrumental entre los 3' y 4'. A continuación, entre los 4' y 6', continúan leyendo el problema y confirman con el profesor P1 la definición de variable independiente y el procedimiento para obtener el perímetro, emergiendo también la génesis discursiva y un plano semiótico-discursivo, pues son capaces de realizar la conversión desde el lenguaje natural al simbólico, para buscar significado e integrar la respuesta del profesor en su propio razonamiento. Entre los 6' y 8', sigue activo el plano semiótico-discursivo, pues la dupla reconoce que si $x = 5$ el perímetro del cuadrado es 20 y explican el cálculo del perímetro del cuadrado como una suma iterada. No obstante, erran en el valor del perímetro del triángulo pues asignan a la figura un lado $x = 5$ y no $11 - x = 6$. En este proceso, E1 solicita asistencia del profesor y hay un diálogo breve que incluye elementos no verbales para clarificar conceptos y validar sus conjeturas. Entre los 9' y 10', ingresan $x = 5$, $P_c = 20$ y $P_t = 18$ en el editor de ecuaciones, envían y comprueban sus resultados, dando sentido a los símbolos en interacción con la plataforma, lo que genera un plano vertical semiótico-instrumental. Finalmente, la dupla observa que el CAS valida su respuesta y el signo numérico se transforma ahora en perímetro. Al terminar la tarea, a los 10', miran la retroalimentación, pero no la leen o lo hacen superficialmente.

Figura 1

ETM de D1, liceo PM.



Tarea 2. A los 16', la dupla comienza a trabajar en la tarea del cálculo del área de un rectángulo de longitud *42 cm*. Primero, leen los elementos presentes en el enunciado, lo que activa la génesis semiótica. Posteriormente, desde los 20', conjeturan sobre los valores de *a* y *b* del rectángulo. Esta conversación abre el espacio para la génesis discursiva, patente en el diálogo de los estudiantes mediante definiciones que son puestas a prueba en el desarrollo de la tarea. Luego, piden asistencia al docente, quien orienta la reflexión de los estudiantes al proponer dividir la cuerda en cuatro partes iguales para formar un cuadrado, aún sin identificar que el cuadrado es un tipo particular de rectángulo. Estas interacciones activan nuevamente la génesis discursiva, al plantearse definiciones y propiedades del rectángulo y de sus distintas medidas. A los 28', los estudiantes ingresan en la plataforma valores de *a* y *b* congruentes y confirman en la web el cálculo del área, emergiendo el plano instrumental-discursivo, al combinar el uso de artefactos tecnológicos y diálogo con el profesor, y justificando sus resultados, previo a comprobar los mismos en la plataforma.

CONCLUSIONES

El estudio evidenció un tránsito fluido entre los registros figural, de lenguaje natural, algebraico y numérico. En la tarea 1, la manipulación del deslizador permitió vincular el parámetro *x* con cambios figurales y apoyar la conversión a las expresiones algebraicas $P_c = 4x$ y $P_t = 3(11 - x)$, articulando visualización y técnica instrumentada (plano semiótico-instrumental). En la tarea 2, interpretar la cuerda de *42 cm* como perímetro exigió distinguir entre magnitudes lineales y cuadradas, y pasar del cálculo mecánico $A = ab$ a la restricción $2(a + b) = 42$, configurando una semiosis más compleja que la reportada por Babai et al. (2010). GeoGebra actuó como mediador para generar conjeturas, complementado por

búsquedas web y registros en el cuaderno. El *feedback* inmediato en Moodle facilitó ajustes por ensayo y error, mientras que los diálogos, especialmente con el docente, fueron decisivos para clarificar conceptos y procedimientos. Como proyección, los resultados sugieren que la manipulación de variables en entornos de geometría dinámica constituye un recurso eficaz para articular los conceptos de área y perímetro. La retroalimentación automática debe integrarse a discusiones colectivas guiadas por el docente, que orienten la lectura semiótica del error, dado que la mayoría de los estudiantes no la tomó en consideración por sí sola. Finalmente, el estudio demuestra que las tareas abiertas mediadas por tecnología y sostenidas por intervención docente, potencian el tránsito de los estudiantes desde razonamientos intuitivos hacia explicaciones matemáticas formales.

Agradecimientos

Esta investigación se enmarca en el proyecto Fondecyt 11230953.

Referencias

Artigue, M. (2015). Perspectives on design research: The case of didactical engineering. En A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp. 467–496). Springer.

Babai, R., Zilber, H., Stavy, R., & Tirosh, D. (2010). The effect of intervention on accuracy of students' responses and reaction times to geometry problems. *International Journal of Science and Mathematics Education, 8*(1), 185–201. https://doi.org/10.1007/s10763-009-9171-0

Bishop, J. (2000). Linear geometric number patterns: Middle school students' strategies. *Mathematics Education Research Journal, 12*(2), 107–126. https://doi.org/10.1007/BF03217079

Fontela, M. Q., & de Moraes, J. C. P. (2022). Video production about area and perimeter by grade 7 elementary school students.

Gaona, J. (2022). Principios para el diseño de tareas en un sistema de evaluación en línea desde la Teoría de los Espacios de Trabajo Matemático. *Pädi. Prácticas y Discursos Investigativos en Educación, 5(*10), e202202. https://doi.org/10.29059/padi.v5i10.1646

Gaona, J., y Menares, R. (2021). Argumentations of prospective mathematics teachers in fraction tasks mediated by an online assessment system with automatic feedback. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17, 1-18. https://doi.org/10.29333/ejmste/11425

Henriques, M. D. (2013). Elementary school students' production of meanings for geometrical tasks. *Bolema: Mathematics Education Bulletin, 27*(46), 433–450. https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000300007

Kuzniak, A., Richard, P., & Montoya-Delgadillo, E. (Eds.). (2022*). Mathematical work in educational context*. Springer International Publishing.

Índice

ENGAGEMENT DE LAS Y LOS ESTUDIANTES RESPECTO AL USO DE TIC EN CLASES DE GEOMETRÍA

Daniela Cifuentes, Pontificia Universidad Católica de Chile

Horacio Solar, Pontificia Universidad Católica de Chile

Catalina Cortés, Universidad del Desarrollo

Francisco Zamorano, Universidad del Desarrollo

Abstract:

La globalización y el desarrollo tecnológico que existe hoy en día repercute en los ámbitos educativos, desde la planificación hasta en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Debido a ello, enmarcado en un proyecto de investigación de diseño de la aplicación TAMI (Tangible Mathematics Interface), se buscó evidenciar que el estudiantado tiene cambios en el engagement al propiciar un aprendizaje con uso de tecnologías en la asignatura de matemática, específicamente en geometría. La metodología se guía en la investigación basada en el diseño, ya que promueve una retroalimentación continua entre la teoría y la práctica en una revisión sistemática y continua. Para este trabajo, abordaremos la última fase, donde se implementó una clase en dos colegios usando la aplicación TAMI. El diseño metodológico implica un estudio mixto, con una escala de medición, y con grupo focal y entrevistas. Se obtuvieron resultados referentes a la vinculación con el aprendizaje, el trabajo colaborativo y la usabilidad. Principalmente, se establece la relación entre el uso de TAMI y el engamenet, dando cuenta de la vinculación y compromiso que genera en ellos y entre ellos con el uso y cómo se potencia esto con la manipulación para el trabajo de la geometría.

Engagement, tecnología, educación matemática, recurso tecnológico, TAMI

INTRODUCCIÓN

El trabajo se enmarca en un proyecto, donde se ha reversionado una herramienta y software llamado TAMI (Tangible Mathematics Interface, por sus siglas en inglés); en su primera versión se aplicó con estudiantes de educación superior para el contenido matemático de trigonometría y ahora se aplicó en una experiencia pedagógica en dos colegios para el contenido curricular matemático de transformaciones isométricas de la unidad de geometría. A lo largo de los últimos años, se han implementado diversas herramientas o softwares tecnológicos en matemática (Vargas, et. al, 2021); una propuesta es TAMI, una herramienta de aprendizaje de fácil uso, multisensorial y colaborativa que beneficiaría a las y los estudiantes, profesores y establecimientos. Con dichas características se distancia de GeoGebra, uno de los softwares más usados, pues TAMI permite que los estudiantes exploren

Índice

manipulando herramientas, llamadas tokens, activando más de un sentido, interactuando y estableciendo discusiones en torno al aprendizaje.

Si bien se han realizado innovaciones e incorporación de TIC en las aulas de clases, al igual que en otros sectores, la educación se vio en la necesidad de implementar un sistema de comunicación ayudado por las tecnologías digitales para lograr una efectiva conectividad luego de la emergencia sanitaria de 2020 (Vargas et. al, 2021). Ahora bien, se quiere estudiar como éstas repercuten en los estudiantes y en su proceso de enseñanza–aprendizaje, analizando una escala de engagement (involucramiento o participación en español) respondida por las y los estudiantes participantes de una experiencia pedagógica, que permitirá responder a la problemática de cómo se ven modificadas las autopercepciones respecto a la clase de matemáticas en la interacción con el software. Desde ahí surge la pregunta ¿Cómo varía el engagement en estudiantes de segundo ciclo con el uso de innovación tecnológica en clases de matemática?

MARCO TEÓRICO

En general, en el eje de geometría se prioriza la memorización de las características, fórmulas y definiciones, siendo inclusive los conceptos presentados de forma errónea o incompleta por parte de los textos y/o docentes dejando de lado la construcción del pensamiento geométrico (Vázquez, 2024), por lo mismo, el uso de TIC "puede llegar a ser una poderosa herramienta para que los estudiantes creen diferentes representaciones de ciertas tareas y sirve como un medio para que formulen sus propias preguntas o problemas, lo que constituye un importante aspecto en el aprendizaje de las matemáticas" (Barreras y Santos, 2001, p.9). Además, se propicia el aprendizaje colaborativo, provocando que se mejoren los procesos de aprendizaje mediante el pensamiento crítico y comprensivo, de forma que puedan tomar decisiones en conjunto, tener una mayor motivación y creatividad, potenciando la resolución de problemas (López & Ruiz, 2012). Para delimitar el trabajo que se empleará con el software TAMI, se abordarán las transformaciones isométricas, contenido matemático referido a movimientos aplicados a figuras geométricas que no involucran un cambio de forma ni de tamaño (Reyes et al., 2013). Particularmente se trabajará con traslación, reflexión y rotación.

Por último, y considerando a los actores relevantes en este proceso de formación, se realizará el desarrollo del concepto de engagement, siendo las y los estudiantes, quienes se ven involucrados en la medida que sientan una adherencia al propósito de lo que estén realizando. Esta participación, motivación y compromiso de las y los educandos con sus intereses y en este caso, para con el uso de TIC será consensuado como *engagement* (Reschly & Christenson, 2012), concepto que, debido a su multiplicidad de significados dados, no hay una traducción única al español, pero que para este estudio lo definiremos como involucramiento. El engagement de las y los estudiantes, es entonces el deseo por participar

y contribuir a lo que están desempeñando (Parra & Pérez, 2010), por lo mismo, el uso de la tecnología, con la que están completamente familiarizados hoy en día, es tan relevante para ellos y ellas, promoviendo que no sea solo un apartado o aporte ocurrente, pues las TIC son motivadoras y estimuladoras y asisten al aprendizaje (Sánchez, 2004).

DISEÑO METODOLÓGICO

El presente trabajo de intervención se abordará con la metodología de investigación basada en el diseño (DBR por sus siglas en inglés). Romero-Ariza (2014) plantea que "la DBR promueve la utilización de la investigación sistemática como vía de continua retroalimentación entre teoría y práctica y vincula el desarrollo de conocimiento científico con el diseño de materiales y la resolución eficaz de problemas en el ámbito educativo" (p.161). Para esta comunicación nos centraremos en la última fase.

Los participantes fueron seleccionados por conveniencia debido al acceso con el que contaba el equipo a las instituciones, destacando que fuesen docentes pertenecientes al área de matemática. El análisis será mixto, por un lado, cuantitativo para la escala de engagement, pues es de tipo estadístico obteniendo los promedios por categorías (dimensión cognitiva, social y emocional) y estudiantes. Por otra parte, cualitativo, realizándose un análisis temático para los grupos focales y entrevistas.

Se diseñó una clase para que el docente la pueda implementar, realizando una demostración de TAMI y una posterior actividad con los contenidos matemáticos referentes a traslación. Dentro de los tiempos de la clase también está considerado la aplicación de la escala de engagement, una traducción del instrumento *Student Engagement in Mathematics Scale (SEMS) (*Rimm-Kaufman, 2010), y un grupo focal con un grupo delimitado de estudiantes. Posterior a ello, se realizó una entrevista a los 2 docentes que implementaron la actividad por parte de los principales investigadores. Los instrumentos descritos a continuación fueron validados por un experto en didáctica de las matemáticas y por 2 diseñadores que son líderes del proyecto.

RESULTADOS

El establecimiento A presenta mejoras en las dimensiones social y emocional, en cambio, el establecimiento B no presenta modificaciones significativas, pero aun así presenta variaciones positivas en algunos cursos o áreas. Cabe señalar que no se analizó la dimensión cognitiva por parte de los estudiantes en los establecimientos debido a que se realizó una intervención con los cursos y se requeriría más de una implementación para evidenciar variaciones o desarrollo de esta.

Tabla 1

Cambios en Engagement de los estudiantes.

Categorías Engagement	Establecimiento A		Establecimiento B	
	8º am	8º pm	6º - 7º	8º
Emocional	+18%	+4%	0%	-1%
Social	+11%	+9%	1%	+5%
Cognitivo	+8%	-4%	-1%	-3%

Nota. Elaboración propia

Un resultado que se desprende del grupo focal a los estudiantes tiene relación con las características de TAMI. De hecho, declaran que TAMI "nos sorprendió mucho con las cosas que podías hacer, tiene muchas funcionalidades" (estudiante 1, grupo focal). Revelan que hay una diferencia respecto a otras aplicaciones o uso del computador con mouse pues ello "es más difícil, en cambio, aquí era más fácil de utilizar esas cosas y hacer… es como hacer lo mismo, pero con un material que lo hace más fácil [tokens]" (estudiante 2, grupo focal).

Por otro lado, los docentes señalan que en clases expositivas es más difícil atraer la atención e involucramiento que se logra con TAMI, pues "que todos los estudiantes tuvieran acceso a esta aplicación hizo que se involucraran mucho" (docente 1, entrevista).

CONCLUSIONES

La primera conclusión, tiene relación con la manera en que TAMI podría favorecer el aprendizaje mediante la vinculación emocional con los estudiantes. Esto se respalda en el alza positiva de los indicadores de la escala de engagement y tiene directa relación con un estudiante que tiene un compromiso e involucramiento con la clase de matemática, manteniendo una participación más activa, así como una abertura hacia al aprendizaje y la forma en la que lo aborda. La Segunda conclusión, tiene relación con la usabilidad de la aplicación y su concreción. Ambos actores, tanto docentes como estudiantes, mencionan la importancia de que sea visual y concreto (con las herramientas tokens), además, que permite la relación entre los conceptos, relevando la manipulación en la experiencia. Respecto a ello, la usabilidad establece la relación entre el usuario con la aplicación o software y la facilidad de uso (Enríquez & Casas, 2014). y puede ser un indicador relacionado con la motivación estudiantil, la práctica docente y la mejora del aprendizaje (Klimova, 2019).

Referencias

Barrera, F., & Santos, M. (2001). Students' use and understanding of different mathematical representations of tasks in problem-solving instruction. En *Proceedings of the Twenty-Third*

Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 459–466).

Design-Based Research Collective. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher, 32*(1), 5–8.

Enríquez, J. G., & Casas, S. (2014). Pruebas de usabilidad flexibles para aplicaciones móviles. En *XVI Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación*.

Klimova, B. (2019). Impact of mobile learning on students' achievement results. *Education Sciences*, *9*(2), 90. https://doi.org/10.3390/educsci9020090

López, J. M. S., & Ruiz, J. M. R. (2012). Estrategias metodológicas, aprendizaje colaborativo y TIC: un caso en la Escuela Complutense Latinoamericana. *Revista Complutense De Educación*, *23*(1), 115–134.

Parra, P., & Pérez, C. (2010). Propiedades psicométricas de la escala de compromiso académico UWES-S (versión abreviada) en estudiantes de Psicología. *Revista Educacional Ciencias de la Salud*, *2*, 128–133.

Reschly, A. L., & Christenson, S. L. (2012). Jingle, jangle, and conceptual haziness: Evolution and future directions of the engagement construct. En *Handbook of research on student engagement* (pp. 3–19). Springer.

Reyes, C., Dissett, L., & Gormaz, R. (2013). Geometría: para futuros profesores de educación básica. Ediciones SM Chile.

Rimm-Kaufman, S. E. (2010). *Student Engagement in Mathematics Scale (SEMS)*. Unpublished measure. University of Virginia.

Romero-Ariza, M. (2014). Uniendo investigación, política y práctica educativas: DBR, desafíos y oportunidades. *Magis: Revista Internacional de Investigación en Educación*, *7*(14), 159–176. https://www.redalyc.org/pdf/2810/28103_2883012.pdf

Sánchez, J. (2004). Bases constructivistas para la integración de TICs. *Revista Enfoques Educacionales*, *6*(1), 75. https://doi.org/10.5354/0717-3229.2004.48169

Vargas, A. L., Castro, J. A., & Alarcón, J. B. (2021). Alfabetización digital y tic en la educación secundaria en Chile: diagnostico en tiempos de pandemia/digital. *Interciencia*, *46*(4), 148–155.

Vázquez, T. (2024). *Geometría en educación primaria. Una propuesta didáctica* [Trabajo Fin de Grado, *Universidad de Zaragoza*]. *Repositorio de* la Universidad de Zaragoza. https://zaguan.unizar.es/record/154222

Índice

LECTURA DEL RELOJ ANÁLOGO: CONOCIMIENTOS MOVILIZADOS POR DOCENTES PARA LA SELECCIÓN DE RECURSOS DE ENSEÑANZA

Luis Cerda-Galaz, Universidad Alberto Hurtado

Noemí Pizarro, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Abstract:

La enseñanza de la lectura del reloj análogo en educación básica constituye un desafío para el profesorado, ya que implica la selección de recursos de enseñanza pertinentes que permitan alcanzar los objetivos de aprendizaje establecidos. La investigación que se presenta tiene como propósito caracterizar los conocimientos que movilizan los docentes al seleccionar recursos para la enseñanza de las unidades de tiempo en educación básica. El estudio se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, considerando que lo relevante es comprender y describir los saberes puestos en juego por el profesorado más que cuantificarlos. Para la recolección de datos se aplicaron entrevistas semiestructuradas a docentes con experiencia en la enseñanza de la lectura del reloj análogo. El análisis se realizó a partir del modelo Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK), con énfasis en el subdominio Knowledge of Mathematics Teaching (KMT), que permite examinar el conocimiento docente en relación con teorías de enseñanza, recursos materiales y virtuales, así como estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. Los resultados evidencian que los docentes reconocen la complejidad de enseñar la lectura del reloj análogo y valoran el uso de recursos manipulativos y significativos para los estudiantes. Sin embargo, también se identifican criterios de selección de recursos que no siempre resultan adecuados para promover una comprensión profunda del contenido. Se concluye que es fundamental planificar de manera consciente y progresiva, considerando los conocimientos previos necesarios para abordar la lectura del reloj, así como seguir investigando sobre la enseñanza de las unidades de medida del tiempo.

Enseñanza, tiempo matemático, reloj análogo, recursos didácticos, conocimiento docente.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza del tiempo en Educación Básica es un contenido complejo de abordar en las aulas. Chamorro (2005) plantea que el tiempo es una de las magnitudes más complejas de enseñar en el contexto escolar, señalando años antes Chamorro (2003) que la escuela delega gran parte de la enseñanza de medición a la sociedad. Según Pizarro et al. (2020), el profesorado reconoce las dificultades que conlleva la enseñanza de las unidades de medida del tiempo, lo que evidencia una toma de conciencia respecto de esta problemática; sin embargo, dicha conciencia no se traduce necesariamente en la adopción de decisiones

Índice

pedagógicas orientadas a mejorar la enseñanza de este concepto. Arteaga-Martínez et. al (2022) concluyen en su investigación sobre la importancia de seguir estudiando sobre la enseñanza del tiempo, ya que se ha invertido poco en hacerlo. Por lo mismo es que en esta investigación se busca dar respuesta a la pregunta: ¿Qué conocimientos moviliza el profesorado al realizar la selección de recursos de enseñanza para la enseñanza de las unidades de tiempo en educación básica de acuerdo con el Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (KMT) del modelo MTSK?

ELEMENTOS TEÓRICOS

Desde el enfoque del MTSK (*Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*) propuesto por Carrillo et al. (2018), se establece que el profesor de matemática debe poseer un conocimiento especializado del área, el cual se estructura en distintos subcomponentes. Para el presente trabajo se ha tomado como eje el Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (KMT, por sus siglas en inglés), ya que permite analizar qué saberes moviliza el docente al momento de seleccionar recursos didácticos para la enseñanza del tiempo. Esta elección se fundamenta en que la problemática abordada busca identificar y comprender los conocimientos que el profesor pone en juego durante dicha selección, considerando los Conocimientos sobre las Teorías de Enseñanza, Conocimiento en Recursos Materiales y Virtuales, y Conocimiento en Estrategias, Técnicas, Tareas y Ejemplos.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

El estudio se realiza bajo un enfoque cualitativo, ya que la idea no es cuantificar, sino cualificar los conocimientos que pone en juego el profesor para la selección de recursos en la enseñanza del tiempo Considerando que el sujeto de estudio es el profesorado, lo que va de la mano con el marco de referencia propuesto, se considera lo indicado por Creswell (2018) quien sostiene que la investigación cualitativa se lleva a cabo en entornos naturales y utiliza al propio investigador como instrumento principal; el análisis se centra en la descripción de las experiencias y percepciones de los participantes, más que en la cuantificación de datos. El carácter flexible y abierto de la metodología cualitativa resulta coherente con los objetivos de esta investigación, que apuntan a analizar, identificar y caracterizar los conocimientos que moviliza el profesorado al seleccionar recursos de enseñanza para la enseñanza del tiempo. Para ello, se empleó la entrevista semiestructurada.

En particular, se optó por el uso de entrevistas semiestructuradas a dos docentes que han enseñado la lectura del reloj análogo, este tipo de entrevistas permiten obtener información en profundidad sobre las experiencias, decisiones y fundamentos didácticos de los participantes, manteniendo al mismo tiempo un marco orientado por los objetivos del estudio. Como señalan Ruslin et al. (2022), este tipo de entrevista facilita una exploración significativa de las perspectivas de los entrevistados, sin perder coherencia con el foco

investigativo. Dentro del análisis se les llamará E1 a la primera entrevistada y E2 a la segunda. Esta entrevista consiste en analizar los componentes sobre los recursos utilizados, validación y selección de recursos, el conocimiento del profesor, y sobre la relación con sus estudiantes.

RESULTADOS

Para analizar los datos obtenidos por medio de la entrevista se utilizó los elementos del marco teórico del MTSK, pero centrado en el KMT.

Teorías de enseñanza: Un aspecto que se identifica por medio de las entrevistas es que las docentes promueven que sus estudiantes participen y se hagan parte de este aprendizaje por medio de la creación y manipulación de los relojes análogos, donde se trabajan los conceptos claves como cuartos de hora, medias horas, tres cuartos de hora y horas enteras. Centrándose en una mirada más constructivista del aprendizaje. Asimismo, las docentes son conscientes de que la enseñanza de este contenido requiere apoyarse en aprendizajes previos, pues la lectura del reloj análogo demanda que los estudiantes ya posean determinadas bases conceptuales.

Recursos y materiales visuales: ambas docentes coinciden en que el recurso concreto y manipulable es clave para la comprensión de la lectura del reloj análogo, asumen las limitaciones de estos recursos y sus potencialidades. Limitaciones en el caso del reloj sin engranaje o guías de trabajo con las manecillas mal ubicadas según una hora dada, y potencialidades en el caso de los relojes con engranaje, los cuales ayudan a identificar la relación entre las manecillas y sus movimientos. Sin embargo, siguen promoviendo la creación de sus propios relojes análogos por una cuestión de significado y apropiación de lo creado.

> E1: Creo que el reloj con engranaje permite que los niños puedan evidenciar la relación que existen entre las manecillas del reloj al ser manipuladas, sin embargo, prefiero seguir trabajando con el reloj creado por los niños ya que resulta ser una experiencia más significativa para ellos al tener su propio material creado. Respecto a las manecillas se les puede ir aclarando en el camino la relación que hay entre ellas.

Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: Ambas destacan la importancia de la manipulación y los ejemplos cotidianos. E1 prioriza la claridad conceptual y el lenguaje matemático preciso; E2, en cambio, da mayor relevancia a que las actividades sean atractivas, entretenidas y significativas para los estudiantes.

CONCLUSIONES

Las conclusiones del presente estudio no se distancian de la discusión realizada, puesto que se vuelve a evidenciar que los docentes son conscientes de las dificultades para enseñar la

Índice

lectura del reloj análogo, sin embargo, prima en ellos el uso de un recurso el cual denominan más significativo para los estudiantes por el hecho de crearlos ellos mismos, asumiendo que esto colabora más en el aprendizaje que el uso de recursos reales.

Por otra parte, es importante que los y las docentes a cargo de la enseñanza de la lectura del reloj análogo sean conscientes al momento de planificar el año escolar sobre la progresión y conocimientos previos que se deben manejar antes de la enseñanza de este contenido, conocimientos tales como las fracciones, multiplicación y el conteo.

El profesorado moviliza conocimientos que combinan teorías de enseñanza, recursos didácticos concretos y estrategias pedagógicas que buscan equilibrar la precisión conceptual con la significancia y atractivo de la experiencia de aprendizaje. Aunque son conscientes de las dificultades de este contenido, toman decisiones fundamentadas en su experiencia y en la búsqueda de actividades que resulten comprensibles y significativas para sus estudiantes.

Con el breve análisis realizado es posible plantear algunas discusiones en base a los resultados obtenidos, en el punto de recursos y materiales visuales se coincide con Pizarro et al. (2020), quienes señalan que los docentes son conscientes de las dificultades que implica la enseñanza de la lectura del reloj como parte del aprendizaje del concepto de tiempo. Sin embargo, dicha conciencia no se traduce en decisiones didácticas efectivas al momento de enseñar este contenido. En relación con los conocimientos sobre teorías de enseñanza y las respuestas de las docentes se coincide con Clements y Sarama (2009) quienes señalan que la enseñanza del tiempo no puede considerarse un proceso azaroso ni aislado, sino que requiere que los estudiantes dominen ciertos conocimientos previos, como el sentido numérico, espacial y temporal, el conteo, las habilidades lingüísticas y las fracciones.

Considerando los aspectos anteriores se reitera la importancia de seguir investigando sobre la enseñanza del reloj análogo y las unidades de medias del tiempo. Ya que tomando en cuenta lo que dice Chamorro respecto a que la escuela delega la enseñanza de la medida a la sociedad, no debe ocurrir. En consecuencia, como proyección, se plantea no solo abordar la enseñanza de las unidades de medida del tiempo desde la perspectiva del Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (KMT), sino que, en futuras investigaciones, se aspira a profundizar en el análisis desde el Conocimiento de los Temas (KoT), otro de los subdominios que conforman el modelo MTSK.

Referencias

Arteaga-Martínez, B., Pizarro, N., & Belmonte, J. M. (2022). Una ingeniería didáctica para la enseñanza de unidades temporales en educación primaria: el reloj digital. *Revista Complutense de Educación, 33*(4), 551–563. https://doi.org/10.5209/rced.76336

Carrillo, J., Contreras, L. C., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E., & Montes, M. A. (2018). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas*. Universidad de Huelva Publicaciones.

Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las matemáticas*. Pearson - Prentice Hall.

Chamorro, M. C. (2005). *Didáctica de las matemáticas en educación infantil*. Pearson Education.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203883785

Creswell, J. W. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5.ª ed.). Sage.

Pizarro, N., Belmonte, J. M., & Arteaga-Martínez, B. (2020). Un análisis didáctico de la práctica docente en la enseñanza de la lectura del reloj analógico. *Educación XX1, 23*(1), 409–436. https://doi.org/10.5944/educXX1.23913

Ruslin, R., Mashuri, S., Rasak, M. S. A., Alhabsyi, F., & Syam, H. (2022). *Semi-structured interview: A methodological reflection on the development of a qualitative research instrument in educational studies*. *IOSR Journal of Research & Method in Education (IOSR-JRME)*, *12*(1), 22–29. https://doi.org/10.9790/7388-1201052229

¡ÚLTIMA HORA!: IMPACTO DE O.V.N.I. ALTERA LAS FORMAS DEL MUNDO: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE FORMAS TRIDIMENSIONALES

Carlos Sánchez, Universidad del Bío-Bío

Natalia Vilches, Universidad del Bío-Bío

Mario Villarroel, Universidad del Bío-Bío

Camila Villa Arellano, Universidad del Bío-Bío

Abstract:

Esta propuesta presenta una innovadora Secuencia de Enseñanza y Aprendizaje (SEA) titulada ¡ÚLTIMA HORA! Impacto de O.V.N.I. altera las formas del mundo, diseñada para estudiantes de primer año básico. El objetivo principal es describir y fundamentar una SEA orientada a superar los obstáculos didácticos persistentes por parte de las niñas y niños en el aprendizaje de la geometría, particularmente al relacionar cuerpos tridimensionales con figuras bidimensionales y el uso limitado de vocabulario geométrico adecuado (Reyes & Gormaz, 2013). Basado en el modelo de Van Hiele, en las bases curriculares chilenas y bajo un enfoque STEAM, se articula una narrativa de ciencia ficción que integra el storytelling bajo la metodología del Aprendizaje Basado en Problemas. La secuencia se desarrolla en cuatro fases: indagación de ideas previas mediante la noticia de un OVNI; exploración sensorial de cuerpos geométricos con apoyo del recurso "tarjeta identificación de cuerpos tridimensionales y figuras bidimensionales"; uso de sombras para comprender la relación entre 2D y 3D; y construcción de redes geométricas para comunicar hallazgos. La implementación considera criterios de equidad de género, inclusión y materiales multisensoriales, así como la articulación con textos escolares del nivel. Los resultados esperados apuntan a fortalecer la motivación, la curiosidad y la comprensión de la geometría desde edades tempranas, contribuyendo a un aprendizaje significativo, abstracto y funcional del contenido. Esta propuesta busca integrar enfoques activos, narrativos e interdisciplinarios como una vía efectiva para superar los obstáculos tradicionales en la comprensión geométrica en primaria.

Geometría, primer ciclo, innovación didáctica, constructivismo, formación inicial docente.

INTRODUCCIÓN

En el currículo chileno, la geometría se aborda desde los primeros niveles de enseñanza básica, destacando la identificación y caracterización de figuras 2D y 3D (MINEDUC, 2018).

Sin embargo, la transición conceptual entre ambas dimensiones ha ocasionado ciertos obstáculos de aprendizaje persistentes, especialmente en la comprensión que las y los

Índice

estudiantes desarrollan sobre las relaciones y diferencias entre representaciones bidimensionales y tridimensionales (Reyes & Gormaz, 2013). Ante ello, la presente propuesta busca ofrecer una alternativa didáctica innovadora para superar estas limitaciones, favoreciendo un aprendizaje más profundo desde los niveles iniciales de educación básica.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

La secuencia se sustenta en el modelo de Van Hiele, específicamente en la transición del nivel 0 al nivel 1, este último corresponde a la identificación de propiedades geométricas básicas (Fouz y De Donosti, 2005) estructurando así los conceptos claves para avanzar en los niveles de abstracción posteriores del modelo. Se integra además el enfoque STEAM, el cual potencia la exploración interdisciplinaria y la clasificación de objetos (Chavez et al., 2023). Además, se utiliza la metodología ABP, que sitúa al estudiante en el centro del proceso de aprendizaje mediante la resolución de problemas significativos (Guamán & Espinoza, 2022). Finalmente, se incorpora el storytelling como estrategia didáctica que favorece la imaginación, la abstracción y la motivación de las y los estudiantes (Marín-Rodríguez, 2021).

La primera parte de la fase permite analizar al objeto matemático, anclandose en un entorno inmediato, que es un objeto, así entra la narrativa del O.V.N.I para captar su atención (Bonilla, 2014) y activar conocimientos previos, esto es para realizar conexiones con el nuevo conocimiento según lo que nos dice la teoría constructivista (Tigse Parreño, 2019). La segunda fase es a través de la exploración sensorial a través de materiales concretos, así se evidencian que mejoran las habilidades y acciones de visualizar, comparar, mover, localizar y descomponer y posteriormente mejorar la capacidad de abstracción (Sandoval y Ortiz-Rocha, 2023). Así también el uso de sombras es pertinente para que el estudiante logre visualizar a través del dibujo la relación entre las representaciones 2D y 3D (Sandoval y Ortiz-Rocha, 2023; Boero, 2012). El uso de redes geométricas a través de la SEA en la deconstrucción y construcción de cuerpos y figuras es esencial para el paso entre ambas dimensiones (Iglesias-Mancini y Pizarro-Canales, 2021).

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

La SEA se organiza en cuatro fases en relación con el ciclo constructivista (Herrera & Sepúlveda, 2024):

- **Fase 1, Compartir los saberes, *"O.V.N.I. entre nosotros"***: Se indagan las ideas previas de los estudiantes a partir de una noticia ficticia que despierta la curiosidad.
- **Fase 2, Poner a prueba los saberes, *"Agencia astro-científica en acción"*:** Se promueve la exploración sensorial de cuerpos geométricos mediante recursos manipulativos.

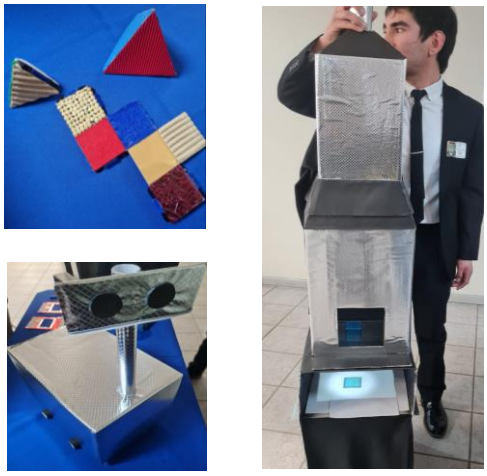
Índice

- **Fase 3, Estructurar el aprendizaje nuclear,** ***"Portal de proyecciones - armando y desarmando"***: Se analizan las relaciones entre 2D y 3D a través del uso de sombras y redes geométricas.
- **Fase 4, Aplicar el aprendizaje nuclear,** ***"El lenguaje secreto de las formas 3D"***: Se invita a comunicar los hallazgos construyendo y presentando modelos geométricos propios.

La implementación considera criterios de inclusión y equidad de género (MINEDUC, 2023), materiales multisensoriales y actividades del texto escolar Sumo Primero y cuadernos Santillana, lo que favorece su escalabilidad en contextos diversos. La evaluación de los resultados esperados de la SEA se sustenta en un enfoque que integra evaluación diagnóstica, formativa continua y sumativa, coherente con el enfoque constructivista que fundamenta la propuesta. Asimismo, la evaluación formativa adquiere especial relevancia dado su impacto en el proceso de enseñanza-aprendizaje y en el desarrollo de la autonomía del estudiantado (Vergara et al., 2022). Los resultados se organizarán en cuatro dimensiones evaluables. La dimensión conceptual se enfoca en la comprensión que los estudiantes desarrollan sobre los cuerpos geométricos y la relación fundamental entre las representaciones bidimensionales y tridimensionales. La dimensión procedimental valora las habilidades para explorar y clasificar los objetos geométricos, evidenciando el tránsito desde la manipulación concreta hacia la abstracción matemática. La dimensión comunicativa examina el desarrollo del vocabulario geométrico especializado, la capacidad de utilizar lenguaje preciso y la emergente habilidad para argumentar matemáticamente. Finalmente, la dimensión actitudinal considera la motivación, colaboración y curiosidad matemática de las y los estudiantes, aspectos esenciales para un aprendizaje significativo y sostenido. Esta estructura permite una evaluación integral que trasciende la mera medición de conocimientos declarativos, reconociendo la complejidad del aprendizaje geométrico temprano.

Figura 1

Fotografías de los prototipos funcionales involucrados en la secuencia de enseñanza aprendizaje, exhibidos en la etapa de diseño avanzado en la Feria UBB 2025.



Índice

Estos recursos didácticos, como el material manipulativo para exploración sensorial y el proyector para el análisis de sombras, evidencian la materialización del diseño pedagógico y fueron expuestos para la obtención de la retroalimentación inicial.

RESULTADOS ESPERADOS

Al tratarse de una propuesta aún no hay datos sustentables, sin embargo, la presentación de algunos recursos de la SEA en la feria de la Universidad del Bío-Bío resultó exitosa, destacando tanto por la narrativa inmersiva y la incorporación de los recursos multisensoriales. A partir de esta experiencia positiva, se espera que los estudiantes logren reconocer los cuerpos geométricos en el entorno y relacionarlos con figuras planas, comprendiendo la importancia del uso de material concreto y multisensorial. Asimismo, se busca que comuniquen sus hallazgos de manera oral y escrita, desarrollando actitudes positivas hacia la matemática que les permita superar miedos y prejuicios hacia la asignatura. Para el profesorado, la SEA constituye una oportunidad de articular enfoques innovadores con el currículum vigente, favoreciendo prácticas inclusivas y conectadas con la vida cotidiana.

PROYECCIONES

La propuesta didáctica presenta características que lo hacen especialmente valioso para cualquier contexto escolar. Es escalable a otros niveles educativos del primer ciclo básico, permitiendo aumentar gradualmente la complejidad conceptual y el uso de vocabulario técnico según el desarrollo de las y los estudiantes. Además, otorga oportunidades para la colaboración docente interdisciplinaria al integrar distintas asignaturas y así ofrecer un diseño de experiencias más dinámicas y cohesivas. Finalmente, constituye un modelo replicable y adaptable que permite fortalecer progresivamente tanto la narrativa como los conceptos matemáticos por parte de estudiantes y docentes, creando así una base sólida para el aprendizaje continuo.

CONCLUSIONES

La propuesta “¡ÚLTIMA HORA!” ofrece una respuesta didáctica para enfrentar los obstáculos tradicionales que presenta la enseñanza de la geometría en primaria. A partir de la integración de STEAM y storytelling, permitiendo relacionar de manera concreta las figuras 2D y 3D, favoreciendo tanto el aprendizaje conceptual como el desarrollo de competencias comunicativas y colaborativas.

Índice

Referencias

Boero, P. (2012). Del análisis y la representación de situaciones espaciales hacia el pensamiento teórico en geometría: una ruta de tercero a noveno grado. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, *32*, 37–52.

Bonilla Solís, F. J. (2014). El cuento y la creatividad como preparación a la resolución de problemas matemáticos. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 3*(1), 117–143. https://doi.org/10.24197/edmain.1.2014.117-143

Chávez Camones, H. C., Roque Caqui, G. E., & Rubín Santiago, J. M. (2023). *El método STEAM en el aprendizaje de la matemática en niños del nivel inicial de la Institución Educativa N.° 104 Amarilis, Huánuco-2022* [Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional Hermilio Valdizán]. Repositorio Institucional UNHEVAL. https://hdl.handle.net/20.500.13080/9139

Fouz, F. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. En R. Ibáñez & M. Macho (Eds.), *Un paseo por la geometría (2004–2005)* (pp. 67–82). Universidad del País Vasco (UPV/EHU).

Guamán Gómez, V. J., & Espinoza Freire, E. E. (2022). Aprendizaje basado en problemas para el proceso de enseñanza aprendizaje. *Revista Universidad y Sociedad, 14*(2), 124–131.

Herrera, E., & Sepúlveda, C. (2025). Modelizar sismos para buscar explicaciones científicas: "Vibraciones destructivas", una secuencia de enseñanza-aprendizaje en Ciencias para la Ciudadanía. *Revista Brasileira de Ensino de Física, 47*, e20240306.

Iglesias-Mancini, C., & Pizarro-Canales, A. (2021). La enseñanza y el aprendizaje de las formas 3D desde primero a cuarto básico desarrollando habilidades de visualización. En A. Pizarro-Canales, C. Caamaño-Espinoza, & M. C. Brieba-Brieba (Eds.), *Didáctica de la matemática para primer ciclo de educación básica* (Tomo I) (pp. 102–129). Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Marín-Rodríguez, M. (2021). Pensamiento matemático y cuentos en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 10*(1), 30–44.

Ministerio de Educación de Chile. (2018). *Bases curriculares: Primero a sexto básico*. Unidad de Currículum y Evaluación, Gobierno de Chile.

Ministerio de Educación de Chile. (2023). *Promover la igualdad de género en el aprendizaje: Cartilla 1: Prácticas para reducir brechas y promover el aprendizaje activo de niñas y adolescentes en matemáticas y ciencias*. Subsecretaría de Educación.

Ministerio de Educación de Chile. Unidad de Currículum y Evaluación. (2025). *Guía digital del docente: Tomo 1 (Reimpresión de textos escolares 2025; adaptación de la edición 2024 realizada por el Laboratorio de Educación del Centro de Modelamiento Matemático [CMM-Edu], Universidad de Chile).*

Reyes, C., Dissett, L., & Gormaz, R. (2013). *Geometría: para futuros profesores de educación básica*. Ediciones SM Chile.

Sandoval, I., & Ortiz-Rocha, A. (2023). Representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales y su relación con el desarrollo del razonamiento espacial en edades tempranas (6-8 años). *Perfiles Educativos, 45*(180), 71–90. https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2023.180.60709

Índice

Tigse Parreño, C. M. (2019). El constructivismo, según bases teóricas de César Coll. *Revista Andina de Educación*, *2*(1), 25–28. https://doi.org/10.32719/26312816.2019.2.1.4

Torres, L. P. S. (2025). Importancia de la estimulación sensorial para el aprendizaje lógico matemático en la primera infancia. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *9*(3), 5564–5580.

Vergara Tapia, M., Flores Bastías, M., Illanes Aguilar, L., & Poblete-Valderrama, F. (2022). Implementación de la evaluación formativa por estudiantes de Pedagogía en Educación Física. *Retos, 43*, 916–922. https://doi.org/10.47197/retos.v43i0.86558

Índice

ESCALANDO EN GEOMETRÍA: UN ESTUDIO DE LOS NIVELES DE RAZONAMIENTO EN ESTUDIANTES DE 4° MEDIO

Matías Gonzales Tobar, Universidad Central de Chile

Nicolás López Cifuentes, Universidad Central de Chile

Carolina Valenzuela Huircán, Universidad Central de Chile

Nicolás Sánchez Acevedo, Universidad Central de Chile

Abstract:

Los antecedentes académicos, como PISA y TIMSS, muestran un déficit persistente y preocupante en el área de la geometría, evidenciado en evaluaciones estandarizadas nacionales e internacionales, donde el estudiantado chileno se ubica en niveles básicos o registran puntajes debajo del estándar, en los ítems de espacio y forma, así como en las habilidades de visualización espacial. El presente estudio tiene como objetivo caracterizar los niveles de razonamiento geométrico, según el modelo de van Hiele, en estudiantes de cuarto medio de educación técnico-profesional, al enfrentar problemas cotidianos y complejos de área y volumen de cubos y paralelepípedos. La investigación se enmarca en un enfoque cualitativo que permite identificar los niveles de razonamiento, describir los desempeños individuales y grupales, y analiza los patrones y estrategias a partir de un cuestionario de respuesta abierta y entrevista cognitiva semiestructurada aplicada al estudiantado. Este estudio atiende a la escasez de investigaciones específicas en el área de razonamiento geométrico, focalizándose en la educación media técnica-profesional, una modalidad que representa aproximadamente el 25% de la matrícula total de educación media en Chile y cuyo currículum exige competencias espaciales cruciales para el ámbito técnico-laboral. La evidencia obtenida proporcionará las bases teóricas para el futuro diseño de estrategias didácticas innovadoras y efectivas que fomenten el desarrollo del pensamiento deductivo y la comprensión en geometría.

Razonamiento geométrico, modelo de van Hiele, educación técnico-profesional, cubos y paralelepípedos, área y volumen.

INTRODUCCIÓN

El conocimiento geométrico es clave para mejorar la calidad del pensamiento matemático (Nizar & Rahmawati, 2024). Sin embargo, diversas evaluaciones estandarizadas han evidenciado resultados deficientes respecto al conocimiento de conceptos geométricos fundamentales para el nivel de educación secundaria.

Los resultados de evaluaciones internacionales, como TIMSS 2023, revelaron un desempeño deficiente en geometría a nivel internacional (Von Davier et al., 2024), donde

Índice

específicamente Chile se ubicó en la posición 37 de 44 países evaluados, obteniendo puntajes por debajo del estándar internacional (Contreras, 2024). Asimismo, los resultados de PISA 2022 muestran que solo el 34% de los estudiantes chilenos alcanzaron el nivel básico en geometría (Agencia de la Calidad de la Educación, 2023a).

Aún en los últimos años de educación media, período en que los estudiantes ya han desarrollado la capacidad para el pensamiento abstracto y lógico (Babakr et al., 2019), el aprendizaje de la geometría sigue presentando desafíos. Ramírez et al. (2023) describen los errores más frecuentes que cometen estudiantes de este nivel; uno de ellos es la dificultad para dibujar vistas ortogonales de figuras tridimensionales, lo que muestra las dificultades persistentes en la visualización y la representación espacial.

En el contexto chileno, se ha detectado un déficit en el nivel de logro de la geometría mostrando un bajo grado de adquisición en los procesos de razonamiento (Aravena & Caamaño, 2013), lo que ha provocado una crisis en la formación matemática y ha limitado el desarrollo del pensamiento crítico y geométrico del estudiantado (Alex & Mammen, 2012). Este fenómeno se caracteriza por ser recurrente en la geometría escolar. Cruz-Amaya y Montiel-Espinoza (2024) señalan que la geometría ha sido desplazada por la aritmética y el álgebra, siendo enseñada bajo sus enfoques.

En la educación media técnico-profesional (EMTP), varios estudios indican una brecha considerable en las competencias académicas, específicamente en el rendimiento matemático, respecto a la modalidad científico-humanista (Orellana, 2018; Agencia de Calidad de la Educación, 2023b). Esta situación es de gran relevancia, pues la EMTP constituye aproximadamente el 25% del estudiantado de educación media para jóvenes, lo que corresponde a 239.955 estudiantes en Chile (Ministerio de Educación, Centro de Estudios, 2023).

El propósito del estudio es identificar los niveles de razonamiento geométrico y caracterizar el desempeño del estudiantado EMTP en el contexto de la geometría tridimensional. La investigación es de naturaleza descriptiva, ya que busca establecer el estado actual del razonamiento del estudiantado sin analizar relaciones de causa y efecto.

ELEMENTOS TEÓRICOS

El modelo de razonamiento geométrico de van Hiele se ha consolidado como un marco teórico fundamental para diagnosticar y orientar la enseñanza de la geometría. Este modelo describe el desarrollo del pensamiento geométrico a través de niveles secuenciales (Suárez, 2019), y ha sido aplicado en diversas investigaciones sobre dificultades de aprendizaje geométrico (Aravena y Caamaño, 2013; Fuentes et al., 2015).

Se caracteriza por una secuencia rigurosa de niveles, en la que no es posible saltarse etapas y donde la especificidad del lenguaje geométrico es crucial para la comprensión (Sotomonte

et al., 2019). Se compone de cinco niveles de razonamiento (Reconocimiento, Análisis, Clasificación, Deducción formal y Rigor) y de cinco fases de aprendizaje (Información, Orientación dirigida, Explicitación, Orientación libre e Integración), que guían tanto la enseñanza como la evaluación del pensamiento geométrico (Aravena y Caamaño, 2013; Fuentes et al., 2015).

En esta investigación, se utilizará el modelo de van Hiele como marco teórico y la herramienta principal de categorización para el análisis. Los instrumentos se elaboran asegurando que las tareas propuestas respondan a una progresión jerárquica de dificultad, coherente con las etapas del razonamiento geométrico del estudiantado de EMTP.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

La investigación se enmarca en un enfoque de investigación de tipo cualitativo; según Denzin y Lincoln (2012), permite recopilar datos en escenarios naturales, tratando de entender o interpretar los fenómenos en función de los significados que las personas les atribuyen. Esta orientación busca caracterizar al estudiantado al enfrentar tareas de área y volumen de cubos y paralelepípedos; buscando analizar patrones y estrategias de razonamiento que el estudiantado utiliza.

Los participantes del estudio serán estudiantes de cuarto medio de la modalidad de técnico-profesional. Las y los participantes serán seleccionados mediante un muestreo no probabilístico a conveniencia; es un método que consiste en elegir al grupo de participantes debido a su facilidad de acceso y proximidad al investigador (Otzen & Manterola, 2017).

En esta investigación se diseñarán y aplicarán dos instrumentos principales para la recolección de datos:

- Cuestionario de respuesta abierta: se basa en el modelo de van Hiele y se enfoca en el área y volumen de cubos y paralelepípedos. Consiste en un cuestionario de preguntas de desarrollo que permita explicar y justificar sus respuestas de forma escrita.
- Entrevista cognitiva semiestructurada: se basa en el modelo de van Hiele y se realiza para explorar y discernir los conocimientos, pensamientos, razonamientos y experiencias del estudiante respecto al área y volumen de las figuras trabajadas.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Se espera identificar y clasificar los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de van Hiele, en estudiantes de educación secundaria, específicamente en 4° medio de educación TP.

Las proyecciones iniciales, basadas en los contextos educativos municipalizados, la revisión curricular vigente y antecedentes de estudios similares, sugieren que los estudiantes se cataloguen en el Nivel 1 del modelo. Esta proyección se sustenta en el análisis y se espera que sea corroborada mediante las preguntas realizadas en la entrevista cognitiva. Esto podría evidenciar una barrera para transitar en los niveles de razonamiento, donde se espera que las propiedades de las figuras sean interconectadas y utilizadas para la deducción informal de las fórmulas de área y volumen.

Estos resultados contribuirán a profesores en ejercicio y en formación, proporcionado evidencia sobre las formas de razonamiento, así como también a la comunidad de la didáctica de la matemática, proporcionando evidencia empírica sobre el razonamiento geométrico en la población de la EMTP.

Referencias

Agencia de Calidad de la Educación. (2023a). *Informe nacional PISA 2022: Evaluación internacional de estudiantes tras la pandemia*. https://s3.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/Informe+Nacional+PISA+2022.pdf

Agencia de Calidad de la Educación. (2023b). *Primer estudio de competencias genéricas en educación media técnico-profesional: Entrega de resultados*. https://www.agenciaeducacion.cl/agencia-de-calidad-de-la-educacion-presenta-resultados-del-primer-estudio-de-competencias-genericas-en-educacion-media-tecnico-profesional-emtp/

Alex, J. K., & Mammen, K. J. (2012). A survey of South African Grade 10 learners' geometric thinking levels in terms of the Van Hiele theory. *Anthropologist, 14*(2), 123–129. https://doi.org/10.1080/09720073.2012.11891229

Aravena, M., & Caamaño, C. (2013). Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule: Talca, Chile. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16*(2), 139–178. https://doi.org/10.12802/relime.13.1621

Babakr, Z. H., Mohamedamin, P., & Kakamad, K. (2019). Piaget's cognitive developmental theory: Critical review. *Education Quarterly Reviews, 2*(3), 517–524. https://doi.org/10.31014/aior.1993.02.03.84

Contreras, J. C. (2024, 4 de diciembre). *TIMSS 2023: Conoce los principales resultados de Chile.* Agencia de Calidad de la Educación. https://www.agenciaeducacion.cl/timss-2023-conoce-los-principales-resultados-de-chile/

Cruz-Amaya, M., y Montiel-Espinosa, G. (2024) Las geometrías no euclidianas en y para la formación del profesorado de matemáticas: Una revisión de literatura. *Olhar de professor, 27,*1–25. https://doi.org/10.5212/OlharProfr.v.27.22500.021

Denzin, N. K., y Lincoln, Y. S. (Eds.). (2012). *Manual SAGE de investigación cualitativa. Vol. I: El campo de la investigación cualitativa*. Gedisa.

Fuentes, N. M., Portillo, J. C., y Robles, J. R. (2015). Desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de Van Hiele y su relación con los estilos de aprendizaje. *Panorama*, *9*(16), 44–54. https://doi.org/10.15765/pnrm.v9i16.635

Ministerio de Educación, Centro de Estudios. (2023). *Matrícula oficial 2023: Análisis de base matrícula por estudiante (Apuntes 34).* https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/19640/APUNTES%2034_2023_fd01.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Nizar, H., y Rahmawati, N. D. (2024). Learning circle using Gobak Sodor game context in eighth grade. *Jurnal Inovasi Matematika, 6*(1), 19–30. https://doi.org/10.35438/inomatika.v6i1.418

Orellana, R. (2018*). El efecto de la educación media técnico-profesional en la Prueba de Selección Universitaria: ¿Logran los liceos TP con destacado SIMCE replicar su éxito en la PSU?* [Tesis de Magíster, Universidad de Chile]. https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/168435

Otzen, T., y Manterola, C. (2017). Técnicas de muestreo sobre una población a estudio. *International Journal of Morphology, 35*(1), 227–232. https://doi.org/10.4067/S0717-95022017000100037

Ramírez Jofré, B., González Díaz, M., y Zambrano Reyes, R. (2023). Errores que cometen los estudiantes de tercero y cuarto año de enseñanza media en vistas ortogonales de figuras geométricas 3D. *Revista Chilena de Educación Matemática, 15*(1), 1–22. https://ucen.primo.exlibrisgroup.com/permalink/56UCDC_INST/c9j85e/cdi_doaj_primary_oai_doaj_org_article_6c25df86e42741e0ad1922aebc07af9b

Sotomontes, P., Bernal, A., y González, A. (2019). Estrategias mediadas por TIC para desarrollar el pensamiento espacial y los sistemas geométricos. *Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemática y Tecnología, 6*(1), 21–27. https://www.vocesyrealidadeseducativas.com/volumen/articulo%208.pdf

Suárez, M. M. S. (2019). Rotaciones y niveles de razonamiento según el modelo de Van Hiele: Resultados de una experiencia. *Educación, 28*(54), 127–158. https://doi.org/10.18800/educacion.201901.007

Von Davier, M., Kennedy, A., Reynolds, K., Fishbein, B., Khorramdel, L., Aldrich, C., Bookbinder, A., Bezirhan, U., & Yin, L. (2024). *TIMSS 2023 international results in mathematics and science*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. https://doi.org/10.6017/lse.tpisc.timss.rs6460

Índice

TENDENCIAS ACTUALES DE LA GEOMETRÍA EN EDUCACIÓN PRIMARIA: UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA

Javiera Valdivia-González, Universidad Católica del Maule

Carolina Henríquez-Rivas, Universidad Católica del Maule

Abstract:

Esta revisión sistemática se llevó a cabo para analizar las investigaciones publicadas entre 2015 y 2025 sobre la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en Educación Primaria, examinando sus enfoques metodológicos, marcos teóricos y proyecciones futuras. Esta metodología, que proporciona la forma más válida de sintetizar la evidencia científica, fue realizada siguiendo las directrices del modelo PRISMA, y seleccionó 33 artículos científicos (26 empíricos y 7 propuestas) de las bases de datos WoS y Scopus. Los resultados evidencian un predominio del enfoque cualitativo (57.7%) y de los estudios exploratorios (38.5%), reflejando la naturaleza indagatoria de la didáctica. La investigación se centra en la población de estudiantes (53.8%), lo que resulta en una limitada exploración del conocimiento del profesorado en ejercicio o en formación, y una notable ausencia de estudios con formadores de docentes. En la recolección de datos, se observó un equilibrio entre técnicas de evaluación y observación. Temáticamente, se identifica una fuerte concentración en el estudio de figuras geométricas planas, con una baja representación de la investigación centrada en habilidades geométricas y procesos cognitivos. Los marcos conceptuales son diversos, agrupándose en torno al desarrollo de habilidades, el conocimiento profesional y la innovación tecnológica. Finalmente, la alta declaración de futuras investigaciones demuestra el interés por la validación metodológica y la integración tecnológica. Se concluye la necesidad de promover enfoques mixtos e incluir una mayor diversidad de actores educativos para fortalecer la cohesión teórica y metodológica en el dominio de la geometría en Educación Primaria.

Revisión sistemática, educación primaria, geometría

INTRODUCCIÓN

La revisión sistemática (Díaz-Levicoy et al., 2024) constituye un estudio diseñado para conocer el estado actual de la producción científica en un área específica, ofreciendo la forma más válida para sintetizar la evidencia mediante un proceso transparente (Affengruber et al., 2024). En la Educación Matemática, este tipo de revisión proporciona una visión exhaustiva sobre los marcos teóricos y los aspectos metodológicos involucrados en la disciplina (ul Abideen et al., 2024). La geometría, que se ocupa de las propiedades relativas a los puntos, las líneas, los sólidos y las relaciones espaciales, es crucial para el desarrollo de habilidades como la visualización y el razonamiento deductivo (Ubah, 2022). A pesar de su relevancia,

Índice

se ha observado que la enseñanza de la geometría a menudo no prioriza el desarrollo de competencias geométricas, y los futuros profesores utilizan enfoques procedimentales para su justificación (De Vink et al., 2023), evidenciando dificultades en la definición de conceptos. En consecuencia, es fundamental analizar la investigación existente para orientar futuros estudios. Este estudio tiene como objetivo general analizar las investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en educación primaria, considerando sus enfoques metodológicos, marcos teóricos y proyecciones hacia futuras investigaciones. Específicamente, se busca analizar los enfoques, los diseños metodológicos, los participantes, los instrumentos de recolección, los temas geométricos, los marcos conceptuales, y las proyecciones de investigación.

METODOLOGÍA

Se llevó a cabo una revisión sistemática de la literatura, guiada por las directrices del modelo PRISMA (Moher et al., 2009), garantizando la organización (Hür, 2021), el control de calidad y la replicabilidad del proceso de revisión (Mohamed et al., 2022). La búsqueda se efectuó en las bases de datos WoS y Scopus, seleccionadas por su relevancia en el ámbito educativo. Las palabras clave empleadas, obtenidas del Tesauro de la UNESCO, fueron basic education o primary education, combinadas con geometry. Se aplicaron criterios de inclusión y exclusión. Los trabajos debían estar publicados entre 2015 y 2025 y corresponder a estudios empíricos (AE) o propuestas educativas (AP). Se excluyeron documentos de conferencias, revisiones sistemáticas y trabajos que no se enfocaran en la geometría en el contexto de la educación primaria, docentes o su formación.

Tras el proceso de búsqueda, identificación de duplicados (56) y aplicación de criterios de filtrado, la muestra final de la revisión consistió en 33 artículos, de los cuales 26 eran estudios empíricos (AE) y 7 eran artículos con propuestas educativas (AP). El análisis de contenido se realizó a partir de cuatro componentes principales: aspectos metodológicos, técnicos y temáticos, marco conceptual o de referencia, y futuras investigaciones.

RESULTADOS

Aspectos Metodológicos (AE)

El enfoque cualitativo predominó en los estudios empíricos (57,7%), seguido por el cuantitativo (34,6%), con una baja representación del enfoque mixto (7,7%). En relación con los participantes, más de la mitad de los artículos se centraron en el análisis de estudiantes (53,8%). Un 23,1% de los estudios analizó docentes en ejercicio y otro 23,1% a docentes en formación. Se resalta la ausencia de investigaciones que involucren a formadores de docentes. El tipo de estudio predominante fue el exploratorio (38,5%). En el caso de los AP, el 100% presenta un enfoque cualitativo, enfocando sus secuencias de actividades principalmente en estudiantes (57,1%).

Índice

Aspectos Técnicos y Temáticos (AE)

En la recolección de datos, se evidenció un equilibrio entre las técnicas de evaluación (53,9%) y las técnicas de observación (53,9%). Entre los instrumentos, destacan la grabación audiovisual (26,9%), el empleo de tareas (23,1%), las pruebas, los cuestionarios y la entrevista semiestructurada (19,2% cada una). Respecto al tema geométrico, la categoría con mayor cantidad de documentos fue "Figuras geométricas planas" (34,8%). Conceptos específicos como área, perímetro, polígonos o simetría rotacional tuvieron baja representación. La categoría de "Habilidades" fue la menos abordada (3,9%). En los AP, también sobresale la categoría de figuras geométricas planas (85,8%).

Marco Conceptual o de Referencia (AE)

Los estudios empíricos evidencian una alta diversidad teórica, con un mayor uso de marcos conceptuales (73,1%) que de marcos de referencia explícitos (23,1%). Los marcos conceptuales se organizan en tres núcleos temáticos principales: (1) desarrollo cognitivo y de habilidades (34,6%), (2) conocimiento profesional docente (26,9%), y (3) innovación didáctica y tecnológica (15,4%). Ejemplos de marcos de referencia utilizados incluyen el Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática y la Teoría de la Génesis Instrumental.

Análisis de Futuras Investigaciones (AE y AP)

La mayoría de los AE (73,1%) declara explícitamente líneas futuras de investigación. Las proyecciones se centran en la ampliación y validación de los estudios con muestras más grandes, el desarrollo de herramientas y metodologías didácticas, la exploración de nuevos conceptos geométricos o dimensiones cognitivas (como la gestualidad) y la integración de marcos teóricos y tecnologías emergentes (como el uso de modelos de lenguaje). Los AP también muestran un interés por aplicar y validar sus propuestas en otros contextos, incluyendo ambientes inclusivos.

DISCUSIÓN

El predominio del enfoque cualitativo y exploratorio en los estudios empíricos es coherente con la naturaleza indagatoria de la Didáctica de la Matemática. Sin embargo, la escasa presencia de enfoques mixtos y explicativos sugiere la necesidad de un mayor desarrollo en la validación y articulación de las investigaciones. La fuerte orientación hacia el trabajo con estudiantes limita el alcance del análisis hacia otros actores clave, como los docentes en ejercicio o en formación. La ausencia de estudios sobre formadores de profesores representa una brecha significativa que debe abordarse.

Respecto a los contenidos, la concentración en el análisis de figuras planas y la baja representación de la categoría "habilidades" (procesos cognitivos y espaciales) indican una atención insuficiente a los aspectos cruciales de la enseñanza geométrica. La diversidad de

marcos conceptuales por sobre los marcos referenciales demuestra un énfasis en enfoques contextualizados, pero también sugiere una necesidad de fortalecer la cohesión teórica para consolidar líneas de investigación más sólidas en el área de la geometría. La alta declaración de futuras investigaciones demuestra un fuerte interés por expandir y validar los estudios, avanzando en el área práctica y teórica.

CONCLUSIÓN

La investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en Educación Primaria se caracteriza por el uso de estudios cualitativos y exploratorios, fuertemente centrados en los estudiantes. La temática dominante son las figuras geométricas planas, con una menor atención a las habilidades geométricas específicas. La necesidad más urgente identificada es la de fortalecer la cohesión teórica e impulsar el desarrollo de investigaciones que integren enfoques mixtos y una mayor diversidad de actores educativos, incluyendo a formadores de profesores. Se recomienda, además, promover estudios que profundicen en las habilidades geométricas y validen las propuestas didácticas en contextos reales.

Referencias

Affengruber, L., van der Maten, M. M., Spiero, I., Bührer, S., Gartlehner, G., Siebert, U., Weigl, A., Sattelberger, L., Langer, G., Mathes, T., Sommer, I., Waffenschmidt, S., Rehfuess, E., Müller, W., Nussbaumer-Streit, B., Siering, U., Pieper, D., Meerpohl, J. J., Rethlefsen, M. L., … Strobelberger, M. (2024). An exploration of available methods and tools to improve the efficiency of systematic review production: A scoping review. *BMC Medical Research Methodology, 24*(1), 62. https://doi.org/10.1186/s12874-024-02320-4

De Vink, I. C., Willemsen, R. H., Keijzer, R., Lazonder, A. W., & Kroesbergen, E. H. (2023). Supporting creative problem solving in primary geometry education. *Thinking Skills and Creativity, 48*, Article 101307. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2023.101307

Díaz-Levicoy, D., Olate-Penroz, C., Ferrada, C., & Bustamante-Valdés, M. (2024). Análisis de libros de texto en estadística y probabilidad en la base de datos Scopus: Una revisión sistemática. *Bibliotecas. Anales de Investigación, 20*(1), 1–13.

Hür, G. (2021). Prisma kontrol listesi 2020 güncellemesi. *Online Türk Sağlık Bilimleri Dergisi, 6*(4), 609–611. https://doi.org/10.26453/otjhs.1001606

Moher, D., Liberati, A., Tetzlaff, J., Altman, D. G., & The PRISMA Group. (2009). Preferred reporting items for systematic reviews and meta-analyses: The PRISMA statement. *Journal of Clinical Epidemiology, 62*(10), 1006–1012. https://doi.org/10.1016/j.jclinepi.2009.06.005

Mohamed, M. Z. b., Hidayat, R., Suhaizi, N. N. b., Sabri, N. b. M., Mahmud, M. K. H. b., & Baharuddin, S. N. b. (2022). Artificial intelligence in mathematics education: A systematic literature review. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 17*(3), em0694. https://doi.org/10.29333/iejme/12132

Ubah, I. (2022). Pre-service mathematics teachers' semiotic transformation of similar triangles: Euclidean geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 53*(8), 2004–2025. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1857858

Abideen, Z. U., Lawanto, O., Naqash, T., & Minichiello, A. (2024, June). *A systematized literature review on problem-solving in STEM education: Exploring the impact of task complexity on cognitive factors and student engagement*. En *2024 ASEE Annual Conference & Exposition Proceedings*. ASEE Conferences. https://doi.org/10.18260/1-2--46499

Índice

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS EMPLEADAS EN LAS INVESTIGACIONES DEL RAZONAMIENTO PROPORCIONAL EN LA BÁSICA PRIMARIA

Guillermo León Roldán-Sosa, Universidad Pontificia Bolivariana (UPB)

Edgar Alberto Guacaneme-Suárez, Universidad Pedagógica Nacional (UPN)

Abstract:

El propósito de esta comunicación breve es presentar una clasificación de situaciones problemáticas relacionadas con el razonamiento proporcional, resultado de una revisión bibliográfica de un período de 41 años de investigaciones (1983–2024) sobre un proceso —el razonamiento— y un concepto matemático —la proporcionalidad— en niños entre 5 y 12 años. Este trabajo se enmarca en la investigación doctoral desarrollada en la Universidad Pontificia Bolivariana (UPB), cuyo objetivo general es integrar las componentes de los ejes que estructuran el currículo colombiano —procesos generales, conocimientos básicos y contexto— en torno a la proporcionalidad en la educación básica primaria. Metodológicamente, se parte de la hipótesis de que las situaciones problemáticas pueden revelar dicha integración. El MEN lo plantea en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), y Vergnaud lo propone en la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 2009). Visualizamos y modelamos el currículo colombiano como un espacio tridimensional cuyos ejes representan los tres estamentos que lo sustentan, parametrizados por sus componentes. De esta manera, se define un espacio constituido por 75 ternas cuyas coordenadas corresponden a un proceso, un conocimiento básico y un contexto. En este marco, la situación problemática se concibe como el agente que contiene la miniestructura curricular de la terna, y el desafío consiste en describirla. Aún desconocemos cómo el proceso incide en el concepto y cómo el concepto desarrolla el proceso (Alsina, 2022; Solar, 2009). En este sentido, el trabajo logró, a partir de un corpus de 76 artículos, extraer 150 situaciones problemáticas, caracterizadas en 10 subcategorías.

Situación problemática, razonamiento proporcional, básica primaria, currículo

INTRODUCCIÓN

Esta comunicación es un resultado colateral de la tesis Integración de las componentes de los ejes de la estructura curricular colombiana en relación con la proporcionalidad, en el marco de la educación básica primaria, cuya pregunta de investigación es: ¿Cuáles son las integraciones de las componentes de los ejes de la estructura curricular colombiana moduladas por la proporcionalidad, que se pueden reconocer a través de situaciones problemáticas, en el marco de la Educación Básica Primaria?

Índice

La tesis formula que es posible integrar las componentes de los ejes de la estructura curricular moduladas por la proporcionalidad, al dotar de sentido el espacio curricular de 75 ternas que surgen al combinar las componentes de dichos ejes. Para comprender cómo se originan las 75 ternas, es necesario conocer que el currículo colombiano (MEN, 1998) sienta sus bases en tres dimensiones: Procesos Generales, Conocimientos Básicos y Contexto. La dimensión Procesos Generales presenta cinco componentes (razonamiento, comunicación, modelación, resolución de problemas y ejercitación de algoritmos y procedimientos); los Conocimientos Básicos se organizan en cinco componentes (pensamientos numérico, métrico, espacial, aleatorio y variacional), y el Contexto posee tres valores (matemático, de otras ciencias y de la vida diaria). Las tres dimensiones y sus componentes pueden representarse en un espacio tridimensional ortogonal, donde las dimensiones actúan como ejes y sus componentes como coordenadas, que al proyectarse originan 75 puntos, cada uno conformado por tres coordenadas (una terna).

La tesis estudia de manera particular la componente razonamiento del eje Procesos Generales, que, modulada por la proporcionalidad (un Conocimiento Básico), produce el razonamiento proporcional. El estudio del razonamiento proporcional en el campo de la Educación Matemática ostenta más de 50 años, de los cuales se revisó literatura del período 1983–2024. Comunicamos que, en estos 41 años de investigaciones sobre el razonamiento proporcional en la edad escolar de 5 a 12 años, la literatura presenta situaciones problemáticas que es posible clasificar en diez subcategorías o "tipos". Nos disponemos, entonces, a exponer algunos detalles que nos permitieron explorar dicha literatura, la metodología empleada para seleccionar los artículos, los resultados y las conclusiones.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

Situación problemática

El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) plantea la hipótesis que las situaciones problemáticas son el espacio donde se esperaría tejer relaciones entre las tres dimensiones en las que se funda la estructura curricular colombiana. Dice textualmente que "Se propone que las tres dimensiones señaladas se desarrollen al interior de situaciones problemáticas …" (MEN, 1998, p. 37), pero esta es una hipótesis que el MEN no pone a prueba, pues: "sorprende no encontrar referencias ni a los modelos ni a las posibles relaciones que, a través de las situaciones problemáticas, se puedan y deban establecer entre los tres ejes. (Roldán-Sosa et al., 2025, p. 6)

Nosotros estamos poniendo a prueba la hipótesis del MEN tratando, primero, de indagar si en las situaciones problemáticas se encuentran las componentes de la terna (lo que se conoce como dotar de sentido el espacio curricular tridimensional o el problema de la integración) y, en segundo lugar, de dilucidar las relaciones, al describir la integración.

Nuestro estudio no constituye una intervención en aula ni el diseño de "situaciones didácticas" orientadas a la enseñanza; analizamos situaciones problemáticas ya empleadas en los 76 artículos revisados. Esto exige precisar el estatuto del término situación. Vergnaud (1990) investiga cómo el sujeto conceptualiza a través de las situaciones, construyendo un campo conceptual. Para él, las situaciones no son ejemplos anecdóticos ni contextos ilustrativos, y tampoco las asume en el sentido de Brousseau. Reconoce que este último renovó el concepto, otorgándole un alcance didáctico que el no usa en sus propias investigaciones (Moreira, 2002). Vergnaud (1990) utiliza situaciones elementales como instrumentos teóricos para explicar cómo el sujeto construye significados y cómo emergen sus dificultades conceptuales.

Nosotros retomamos a Vergnaud (1990), pero no adoptamos la noción de situación didáctica en el sentido amplio de Brousseau, ni el uso experimental de Vergnaud (1990), ya que no trabajamos directamente con niños. Empleamos las situaciones para postular y construir un campo conceptual de la proporcionalidad, al identificar en ellas conceptos, esquemas, invariantes operatorios y representaciones asociadas a la proporcionalidad.

Recordemos que la tesis no busca enseñar proporcionalidad mediante situaciones didácticas, sino mostrar si existe o no integración entre los ejes de la estructura curricular aglutinados por la proporcionalidad. Hemos observado que la estructura propuesta por Vergnaud (1990) establece relaciones entre procesos, contenidos matemáticos y contexto, que pueden ayudar a describir las conexiones entre los ejes y, con ello, comprender la integración curricular.

En resumen, las situaciones empleadas en esta tesis —denominadas situaciones problemáticas, tareas, problemas o baterías en los artículos fuente— sirvieron como base para transformar la información en datos. Las 150 situaciones problemáticas obtenidas se contrastarán con el marco conceptual de la proporcionalidad y su razonamiento, aún en construcción, sustentado en el diagrama de Moreira (2002). Por ello, resulta fundamental continuar argumentando a favor de las situaciones seleccionadas y su cercanía con las de Vergnaud (1990), en cuanto a su uso inicial: separar problemas aditivos y multiplicativos para construir los campos conceptuales. Conviene recordar que, antes de definir la estructura multiplicativa, Vergnaud (1990) estudió y clasificó problemas entre aditivos y multiplicativos. Bajo esta perspectiva, nosotros, a la inversa, postularemos teóricamente el campo conceptual de la proporcionalidad y su razonamiento, para analizar qué aspectos del mapa conceptual de Moreira son atribuibles a las 150 situaciones que fungen como datos.

¿Qué tienen de particular nuestras situaciones? Que han sido utilizadas por investigadores de primera línea como baterías para reconocer o promover el razonamiento proporcional, que corresponden a niños de entre 5 y 12 años, y que provienen de un corpus delimitado temporalmente en 41 años de investigación.

Categorización

Las situaciones problemáticas utilizadas en los artículos tienen como propósito revelar, estimular y evaluar el razonamiento proporcional en niños desde edades tempranas. Los autores concluyen que el tipo de contexto en el que se presenta la situación problemática (como reparto equitativo, mezclas o probabilidades) influye significativamente en la forma en que los niños razonan y en los errores que cometen. Además, demuestran que es posible encontrar razonamiento proporcional en edades tempranas antes de que los niños reciban instrucción escolar en este tipo de situaciones problemáticas. Se destaca que el conocimiento del vocabulario proporcional (ilustrado en expresiones como "doble", "la mitad", "tres veces más") está estrechamente relacionado con el desempeño en tareas proporcionales, lo que sugiere que el lenguaje matemático es un componente esencial para el desarrollo de estas habilidades. En conjunto, los estudios subrayan la importancia de diseñar cuidadosamente las situaciones problemáticas, considerando el contexto y el lenguaje, para apoyar el aprendizaje matemático desde los primeros años escolares.

Es precisamente el contexto y el lenguaje empleado en las razones, proporciones y proporcionalidad por los autores de los artículos lo que nos ha permitido apreciar las variables tenidas en cuenta para la clasificación de las situaciones problemáticas, que luego de una larga discusión y análisis las podemos resumir en: mezclas, ruleta, equilibrio, comparación, transformación, movimiento, reparto, estimación y patrones.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Para el estudio del razonamiento proporcional empleado en la tesis mencionada inicialmente fueron seleccionados 107 artículos publicados desde el año 1982 al 2024. Los artículos fueron tomados de las bases de datos ERIC, ELSEVIER, Scopus, Science Direct, JSTOR y EBSCO. De los 107 artículos posteriormente se seleccionaron 76 que cumplían a cabalidad con el rango de edad escolar para los niños de la básica primaria en Colombia: de 5 a 12 años. Los artículos fueron leídos para extractar la situación problemática que emplearon los autores en sus respectivos estudios del razonamiento proporcional. Algunas situaciones problemáticas estaban presentadas explícitamente, pero otras no; para estas últimas solo el estudio minucioso permitió explicitar la situación problemática. En los 76 artículos se identificaron 150 situaciones problemáticas que logramos clasificar en 10 tipos y que reportamos a continuación.

RESULTADOS

Las categoría o tipos de situaciones problemáticas empleados en la literatura científica se podrían denominar así: Mezclas con sabor (39 situaciones problemáticas) (Boyer et al., 2024) , Juegos de ruleta y azar (31 situaciones problemáticas), Equilibrio físico (5 situaciones problemáticas), Comparaciones de fábula (30 situaciones problemáticas), Transformaciones

Índice

mágicas (10 situaciones problemáticas), Movimiento y velocidad (11 situaciones problemáticas), Reparto justo (3 situaciones problemáticas), Estimación en escalas (6 situaciones problemáticas), Visualización y juicio (6 situaciones problemáticas), y Patrones y crecimiento (2 situaciones problemáticas).

CONCLUSIONES

Las situaciones problemáticas empleadas en las investigaciones sobre razonamiento proporcional revelan un patrón estructural común que trasciende los contextos experimentales o didácticos particulares. A pesar de la diversidad de diseños, contextos y objetivos, las 150 situaciones analizadas comparten la función teórica de activar los esquemas y representaciones que sostienen la comprensión de la proporcionalidad en edades tempranas. Su clasificación en diez subcategorías evidencia que el razonamiento proporcional emerge antes de la enseñanza formal y que su desarrollo depende del tipo de contexto (mezcla, probabilidad, comparación, transformación, movimiento, etc.), del lenguaje empleado y de la forma simbólica de representación. Este hallazgo confirma que las situaciones problemáticas son el escenario natural donde se articulan procesos, contenidos y contextos, validando empíricamente la hipótesis curricular del MEN (1998) y la estructura conceptual propuesta por Vergnaud (2009).

La sistematización de las situaciones problemáticas permite postular un campo conceptual de la proporcionalidad capaz de integrar los ejes de la estructura curricular colombiana. Al analizar las situaciones no como recursos didácticos, sino como entidades teóricas que contienen invariantes operatorios, conceptos-en-acción y esquemas, se visibiliza la posibilidad de modelar el currículo como un espacio tridimensional (procesos, conocimientos básicos y contexto). Este modelo ofrece un marco de interpretación para describir la integración curricular desde la proporcionalidad, posicionando las situaciones problemáticas como mediadoras entre la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud y los lineamientos curriculares del MEN, y como base para comprender cómo el razonamiento, el contenido y el contexto se co-determinan en el aprendizaje matemático temprano.

La clasificación de las 150 situaciones problemáticas en diez subcategorías —mezclas con sabor, juegos de ruleta, equilibrio físico, comparaciones de fábula, transformaciones mágicas, movimiento y velocidad, reparto justo, estimación en escalas, visualización y juicio, y patrones de crecimiento— evidencia la diversidad de contextos en los que se manifiesta el razonamiento proporcional. Esta tipología permite reconocer regularidades cognitivas y conceptuales que contribuyen a la construcción del campo conceptual de la proporcionalidad y a la comprensión de su integración curricular.

Referencias

Alsina, Á. (2022). Transformando el currículo español de Educación Infantil: la presencia de la competencia matemática y los procesos matemáticos. *Números. Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, *111*, 33–44. http://scpmluisbalbuena.org/publicacion-numeros/articulo-1-111

Boyer, T. W., Bradley, L., & Branch Greer, N. (2024). Children's understanding of relative quantities: Probability judgement and proportion matching. *Cognitive Development*, *69*. https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2023.101411

MEN. (1998). *Matemáticas. Lineamientos Curriculares.* (1st ed.). Editorial Magisterio.

Moreira, M. A. (2002). *La teoría de los conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área*. http://www.if.ufrgs.br/ienci.

Roldán-Sosa, G. L., Guacaneme-Suárez, E. A., & Pizarro, N. (2025). Integración de la estructura curricular de las matemáticas escolares en Colombia: ¿un problema mayor? *Revista Venezolana de Investigación En Educación Matemática*, *5*(1), 1–22. https://doi.org/10.54541/reviem.v5i1.142

Solar, H. (2009). *Competencias de modelación y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso.* Universitat Autónoma de Barcelona. http://www.tdx.cat/TDX-0615110-104415

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10*(2–3), 133–170.

Vergnaud, G. (2009). The theory of conceptual fields. *Human Development*, *52*(2), 83–94. https://doi.org/10.1159/000202727

Índice

PROYECTO DE INTERVENCIÓN "IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS POR PARTE DE LOS DOCENTES DEL PRIMER CICLO BÁSICO PARA ENSEÑAR EL SISTEMA NUMÉRICO DECIMAL"

Michel Catalina Bravo Castillo, Universidad Católica de la Santísima Concepción

Abstract:

Este trabajo presenta el avance de un proyecto de intervención cuyo objetivo es diagnosticar posibles causas de la limitada implementación de estrategias didácticas por parte de los docentes del primer ciclo básico para enseñar el Sistema Numérico Decimal en una escuela rural. Se describen los instrumentos diseñados (cuestionario para docentes y guías de observación de clases), la metodología, resultados preliminares y elementos teóricos y conceptuales que sustentan esta intervención. Los hallazgos señalan un predominio de prácticas expositivas, acceso limitado a recursos manipulativos y percepción docente de insuficiente formación inicial y continua en didácticas específicas. Se discuten causas interrelacionadas: formación inicial deficitaria en cuanto a estrategias innovadoras, oferta de capacitación escasa y poco contextualizada por parte del establecimiento y de manera autónoma, y condiciones institucionales que restringen innovación, causas de las cuales no podemos intervenir. Finalmente, se proponen líneas de acción o intervención para la siguiente etapa del proyecto: talleres prácticos con la finalidad de entregar estrategias para la enseñanza del contenido, observación reflexiva y retroalimentación entre pares y acompañamiento pedagógico en el aula orientado a material manipulativo y diseño de secuencias didácticas centradas en el razonamiento numérico, además de elaboración de material y recursos para usar en las clases posteriores.

Diagnóstico docente, didáctica, sistema numérico decimal, estrategias innovadoras, formación docente.

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje del Sistema Numérico Decimal (SND) constituye un núcleo central en la alfabetización matemática de los primeros años de educación básica. Sin embargo, en el contexto estudiado, se observa la limitada implementación de estrategias didácticas por parte de los docentes de primer ciclo básico para enseñar el SND, lo que restringe las oportunidades de los estudiantes para comprender profundamente el valor posicional y establecer relaciones significativas entre números y operaciones. Este documento presenta el primer avance de un proyecto de diagnóstico que busca identificar causas docentes que explican esta problemática en una escuela rural de primer ciclo, con dos docentes a cargo.

Índice

ELEMENTOS TEÓRICOS Y CONCEPTUALES

La formación inicial y continua de profesores de educación básica constituye un factor clave para comprender el bajo uso de estrategias innovadoras en la enseñanza del SND. Diversas investigaciones han mostrado que los programas de formación docente presentan limitaciones en la preparación para la enseñanza de contenidos matemáticos fundamentales, entre ellos el sistema de numeración (Rodríguez et al., 2019). Esto se puede evidenciar en errores o confusiones con respecto al significado de valor posicional que se ponen de manifiesto al estudiar las operaciones y en la extensión del sistema para incluir los números decimales. (Lewin et al., 2013. p. 50)

Estudios recientes enfatizan que la calidad de la formación inicial incide en la capacidad de los profesores para implementar prácticas pedagógicas innovadoras, y que se requieren propuestas que integren teoría y práctica mediante el análisis de tareas matemáticas y la reflexión sobre la enseñanza (Valenzuela et al., 2018). Además, la investigación internacional y latinoamericana destaca la necesidad de que tanto la formación inicial como la continua considere el análisis didáctico como herramienta clave para desarrollar competencias profesionales docentes (Díaz, 2023). En particular, los futuros docentes suelen recibir una preparación centrada en la matemática disciplinar, pero con escasa conexión con estrategias didácticas para el aula de primer ciclo (Ulloa & Solar, 2017).

Desde esta perspectiva, el diagnóstico de este proyecto se orienta a identificar factores vinculados a: formación inicial y actualización docente, preparación y experiencia en didácticas específicas del SND, conocimiento y aplicación de estrategias innovadoras y condiciones institucionales y contextuales que influyen en las prácticas, puesto que existen fundamentos teóricos que nos evidencian que la enseñanza debe ser innovadora y no con metodologías tradicionales.

> "Una participación activa del estudiante en la construcción de su propio conocimiento es uno de los objetivos que se persigue actualmente en los distintos niveles de enseñanza… la sustitución de los métodos de enseñanza tradicionales con otros que incentiven la participación del estudiante y el papel activo que éste debe desempeñar en su formación intelectual". (Casal y Granda, 2003, p 171).

TÉCNICAS E INSTRUMENTOS UTILIZADOS PARA EL DIAGNÓSTICO DE LAS CAUSAS DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN

Diseño: estudio diagnóstico cualitativo (cuestionarios y observación estructurada de clases).

Muestra: dos docentes de primer ciclo de una escuela rural multigrado con 57 estudiantes, organizados en ciclos combinados.

Instrumentos:

- Cuestionario docente con secciones de formación inicial, frecuencia de capacitación, acceso a recursos, conocimiento y uso de estrategias innovadoras.
- Guía de observación con dimensiones como metodologías utilizadas, uso de recursos y materiales concretos, promoción de participación activa.
- Entrevista semiestructurada para complementar percepciones docentes.

Procedimiento: recolección de datos entre agosto y octubre.

RESULTADOS

A fin de contar evidencia para diseñar la intervención y dado que aún no se dispone de todos los datos 100% analizados, se presentan a continuación resultados coherentes con la observación preliminar y la literatura. Estos resultados se han generado para formular las acciones del proyecto de intervención.

Cuestionario docente: en la formación inicial ambos docentes indicaron que se les entregó "poco" o "nada" de herramientas concretas para enseñar el valor posicional. En la frecuencia de capacitación ambos reportan "una vez" o "nunca". Sobre el acceso a recursos actualizados ambos señalan tener "muy poco" acceso a materiales. De acuerdo al conocimiento de estrategias innovadoras, ambos mencionan conocer metodologías activas solo de nombres y no las han implementado en forma sistemática. Por último, en la preparación para innovar, ambos sienten que están poco preparados para implementar estrategias innovadoras.

Observación de clases: La metodología de las clases observadas tuvieron predominio en exposición magistral y resolución dirigida de ejercicios, además de un poco de trabajo grupal sin reflexión. De acuerdo con el uso de recursos predominó el libro de texto y guías, con algunos apoyos visuales como presentación de power point. Por último, la participación de los estudiantes se ve que fue receptiva y activa en ocasiones, donde participaban en grupos y exponían resultados.

Los datos permiten sostener provisionalmente que existe un predominio de prácticas tradicionales y una baja integración de recursos y estrategias didácticas innovadoras. Las causas más probables son: insuficiente formación inicial y continua enfocada en didácticas concretas del SND, falta de acceso y/o gestión de materiales manipulativos y condiciones institucionales que priorizan cobertura curricular sobre innovación metodológica.

CONCLUSIONES Y LÍNEAS PARA LA INTERVENCIÓN

En este diagnóstico inicial se confirma la necesidad de intervenir sobre la formación y acompañamiento docente para promover prácticas activas en la enseñanza del SND en un contexto rural con dos docentes de primer ciclo.

Las acciones propuestas para la siguiente fase del proyecto son:

- Talleres prácticos centrados en secuencias didácticas con recursos manipulativos.
- Observación y retroalimentación entre pares.
- Acompañamiento pedagógico en el aula y diseño colaborativo de unidades.
- Elaboración de un banco de recursos y guías de actividades listas para usar.

Referencias

Casal, I., & Granda, M. (2003). Una estrategia didáctica para la aplicación de los métodos participativos. *Tiempo de Educar*, *4*(7), 171–202. https://www.redalyc.org/pdf/311/31100707.pdf

Díaz, L. (2023). Una perspectiva para la formación inicial y continua de profesores desde el estado del arte de la didáctica de la matemática. *Revista Perspectivas Educacionales (REPED)*, *7*, 95–107. https://revistas.umce.cl/index.php/perspectivas/article/view/2568

Lewin, R., López, A., Martínez, S., Rojas, D., & Zanocco, P. (2013). *Números. Para futuros profesores de educación básica*. https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/15621/Numeros_01.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Rodríguez, F., Vásquez, C., & Rojas, F. (2019). Formación inicial docente en profesores de matemática: una mirada desde la evaluación nacional diagnóstica. *Estudios Pedagógicos*, *45*(2), 141–153. https://doi.org/10.4067/S0718-07052019000200141

Ulloa, R., & Solar, H. (2017). Observando el aula de formación inicial: desarrollando conocimiento matemático para la enseñanza en dos casos de formación de profesores de educación básica. *Estudios Pedagógicos*, *43*(2), 333–354. https://doi.org/10.4067/S0718-07052017000200018

Valenzuela, M., Ramos, E., González, L., & Portugal, J. (2018). El análisis didáctico como base de un curso en la formación inicial de profesores de e*ducación* primaria. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, *9*(25), 118–137. https://doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2019.25.345

Índice

PROYECTO DE INTERVENCIÓN "DEFICIENTE APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA DIVISIÓN EN LOS ESTUDIANTES DE SEGUNDO CICLO"

Vania Gillian Mella Mella, Universidad Católica de la Santísima Concepción

Abstract:

Esta comunicación breve presenta un avance de un proyecto de intervención cuyo objetivo principal es diagnosticar las causas subyacentes del deficiente aprendizaje significativo de la división en estudiantes de segundo ciclo de un establecimiento educativo. El avance aborda el marco teórico que sustenta la iniciativa, la metodología de diagnóstico a utilizar, el diseño de instrumentos, y los resultados preliminares. El propósito es determinar si la dificultad radica en el escaso dominio de las tablas de multiplicar, una comprensión superficial o puramente algorítmica de la división, la presencia de ansiedad matemática, o una metodología de enseñanza centrada en la visualización y teoría. La línea de acción pedagógica se enfocará en una estrategia dual y contextualizada: se implementará una reflexión profunda del aula mediante diarios de campo y, simultáneamente, se diseñarán e implementarán talleres de división prácticas y significativas. Estos talleres utilizarán material concreto y problemas de reparto basados en la realidad de los alumnos, buscando transformar la división de un procedimiento abstracto en una herramienta funcional que refuerce la comprensión conceptual antes de formalizar el algoritmo. Esta comunicación breve presenta un avance de proyecto de intervención que tiene como objetivo diagnosticar las causas del deficiente aprendizaje significativo de la división en los estudiantes de segundo ciclo. En dicho avance se aborda teóricamente los elementos que influyen en las dificultades de aprendizaje de la división, la metodología para diagnosticar, técnicas y diseño de instrumentos, resultados preliminares y fundamento teórico que sustentan esta intervención.

Aprendizaje significativo, división, educación contextualizada, algoritmo, diagnóstico

INTRODUCCIÓN

El sistema educativo actual, en línea con las directrices del MINEDUC (2018), demanda que el aprendizaje de la matemática trascienda la mera operatividad para formar ciudadanos críticos y adaptables. No obstante, esta meta se ve desafiada en el segundo ciclo de enseñanza de un establecimiento público urbano específico, donde se ha identificado un deficiente aprendizaje significativo de la división. Esta carencia no solo limita el progreso curricular, sino que impacta directamente en la capacidad de los estudiantes para comprender y resolver situaciones complejas.

Índice

El presente proyecto de Intervención-Acción en el aula surge como respuesta a esta problemática. Su propósito central es ir más allá del síntoma y diagnosticar las causas subyacentes de esta dificultad. El marco teórico, sustentado en la clasificación de dificultades de Socas (1997), sugiere que el problema se origina en una combinación de factores que incluyen la falta de dominio de prerrequisitos (como la multiplicación), la comprensión algorítmica superficial que desvincula la división de su concepto de reparto, y la influencia de variables afectivas como la ansiedad y el miedo a la asignatura.

Para develar estas causas, se ha diseñado una metodología rigurosa que combina un cuestionario estudiantil con una bitácora de observación y entrevistas semiestructuradas. Los hallazgos de esta fase diagnóstica sentarán las bases para la posterior línea de acción, la cual se enfocará en una estrategia pedagógica dual y contextualizada, través de talleres de división prácticos que emplean material concreto y problemas basados en la realidad de los alumnos, se busca transformar la división de un procedimiento abstracto a una herramienta funcional y con sentido, reforzando la conexión conceptual antes de la formalización del algoritmo.

ELEMENTOS TEÓRICOS Y CONCEPTUALES

Según las bases curriculares de educación matemática vigentes “aprender matemática es fundamental para la formación de ciudadanos críticos y adaptables; capaces de analizar, sintetizar, interpretar y enfrentar situaciones cada vez más complejas” (MINEDUC, 2018). Por esto, es que es fundamental que los aprendizajes adquiridos en niveles previos sean vinculados efectivamente con los objetivos actuales. Lo observado en el caso analizado es que dicha meta no se está cumpliendo.

Para poder abordar esta dificultad es importante identificar las causas principales del problema que presentan estos estudiantes, las cuales según Socas (1997), pueden ser clasificadas en cinco tipos según su procedencia: dificultades asociadas a la complejidad de los objetos en Matemáticas, a los procesos de pensamiento matemático, a las actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas, al desarrollo cognitivo de los alumnos y a los procesos de enseñanza.

Al asociarlo con los estudiantes de este caso, nos encontramos con la dificultad que ellos presentan al comprender el vocabulario matemático y la retención de conceptos claves del aprendizaje, pues estos conceptos difieren del lenguaje común, aún más al analizar que no son del conocimiento de su entorno familiar.

Por otro lado, nos encontramos con las causas emocionales o afectivas, siendo de conocimiento común que a muchos estudiantes les genera sentimientos negativos la asignatura, lo que en este caso puede causar este aprendizaje superficial en la asignatura, y el trabajar solo para finalizar la actividad o rendir la evaluación.

Muchas de las actitudes negativas y emocionales hacia las matemáticas están asociadas a la ansiedad y el miedo. La ansiedad por acabar una tarea, el miedo al fracaso, a las equivocaciones, etc. Generan bloqueos de origen afectivo que repercuten en la actividad matemática de los alumnos. (Socas, 1997, p.13)

Otro factor importante en este problema es la falta de vinculación entre un problema y otro, por ejemplo, al vincular la multiplicación con la división, lo que imposibilita el aprendizaje de la división a través de su operación inversa.

Así mismo, el no encontrar un propósito para lo que se aprende en el aula puede generar un desinterés considerable entre los estudiantes. Ante esto Orrantia (2006), los niños tienden a percibir la aritmética formal desconectada de sus conocimientos informales. Es decir, presentan dificultades para conectar símbolos y reglas que aprenden de manera más o menos memorística con su conocimiento matemático.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Diseño**:** Proyecto de Intervención Acción en el aula

Estudiantes de 5° año 2025 – 6° año 2026

Instrumentos de Diagnóstico

- Cuestionario estudiantil para determinar las causas de la deficiencia de aprendizaje significativo de la división (educativas y socioemocionales)
- Bitácora de observación de las metodologías utilizadas para la implementación de talleres, uso de recursos y material concreto y estrategias innovadoras.

Instrumentos de ejecución de proyecto de intervención

- Jornada de reflexión profunda de las prácticas de aprendizaje: análisis de diarios de campo actividades y acciones en el aula.
- Talleres de división prácticas y significativas: enfoque contextual, educativo y familiar.
- Controles intermedios y evaluación final: medio para verificar avances del proyecto de intervención
- Entrevista semiestructurada para complementar percepción de resultados entre estudiantes.

Criterios de Análisis

- Dominio de Prerrequisitos: Se evalúa si la dificultad se debe a la falta de dominio conocimientos previos como la multiplicación (base esencial).

Criterio asociado: Nivel de fluidez y precisión en la multiplicación.

- Comprensión Conceptual vs. Algorítmica: Se analiza si el estudiante solo memoriza los pasos (algoritmo) sin entender el concepto de reparto o partición.

Criterio asociado: Capacidad de resolver problemas de reparto en contextos reales.

- Factores Afectivos: Se examina si el problema está influenciado por variables emocionales como la ansiedad matemática o la frustración que bloquean el proceso.

Criterio asociado: Nivel de autoconfianza y actitudes reportadas por los estudiantes frente a las matemáticas.

RESULTADOS

El proyecto de intervención se encuentra inmerso en la fase diagnóstica, un periodo crucial enfocado en determinar las causas subyacentes del deficiente aprendizaje significativo de la división, identificando elementos clave como la falta de dominio de la multiplicación, la comprensión puramente algorítmica y la incidencia de la ansiedad matemática. Por consiguiente, aún no se dispone de resultados de la intervención, dado que la línea de acción, basada en talleres contextualizados y el uso de material concreto, se implementará en una etapa posterior. Sin embargo, se anticipa que la aplicación de esta estrategia pedagógica dual y significativa logrará transformar la división de un procedimiento abstracto a una herramienta funcional, reforzando la comprensión conceptual y, consecuentemente, se espera una reducción mínima del 25% en el número de errores algorítmicos en las pruebas estandarizadas, un incremento notable en la capacidad de los estudiantes para resolver problemas de reparto contextualizados, y, lo más importante, una disminución en los indicadores de ansiedad matemática al conectar el aprendizaje con su realidad cotidiana. Tales objetivos se medirán a través de aplicación de controles intermedios y evaluación final.

OBJETIVOS ESPERADOS:

Objetivo General

Diagnosticar las causas subyacentes que provocan el deficiente aprendizaje significativo de la división en los estudiantes de segundo ciclo, con el fin de diseñar e implementar una estrategia pedagógica contextualizada y conceptual que promueva la comprensión funcional del algoritmo.

Objetivos específicos

- Cuantitativa: Reducción de errores algorítmicos (dado que el diagnóstico menciona la comprensión superficial del algoritmo).
- Conceptual: Aumento de la capacidad para resolver problemas de reparto (el foco del proyecto es la comprensión contextualizada).

Índice

- Socioemocional: Disminución de la ansiedad matemática (el diagnóstico identifica las causas emocionales como un bloqueo).

CONCLUSIÓN

El proyecto de intervención "Deficiente aprendizaje significativo de la División en los estudiantes de segundo ciclo" concluye su primera etapa con la consolidación de un sólido marco diagnóstico y la definición de una línea de acción clara y fundamentada. Los elementos teóricos, basados en autores como Socas y Orrantia, confirman que las dificultades en el aprendizaje de la división son multifactoriales, abarcando desde la complejidad intrínseca del objeto matemático hasta los procesos de enseñanza y las actitudes socioemocionales. Aunque el proyecto aún se encuentra en la etapa de diagnóstico y análisis de los resultados preliminares, la intervención propuesta sienta las bases para abordar directamente las causas identificadas, alejándose del enfoque puramente memorístico o algorítmico.

El diseño metodológico, basado en la Investigación-Acción en el aula e instrumentos como el cuestionario estudiantil y la bitácora de observación, asegura que la estrategia pedagógica sea altamente pertinente al contexto. Al enfocar la acción en talleres contextualizados que utilizan el reparto como concepto central y problemas de la realidad de los alumnos, se espera lograr una transformación en la percepción de la división. En última instancia, se anticipa que esta intervención no solo mejorará el rendimiento académico de los estudiantes mediante la reducción de errores algorítmicos, sino que también cultivará un vínculo afectivo más positivo con las matemáticas, empoderándolos con una herramienta funcional y significativa para su desarrollo futuro.

Referencias

Currículum Nacional. (2018). *Bases curriculares: Matemática*. https://www.curriculumnacional.cl/

Google. (2025). *Gemini* [Modelo de lenguaje de gran tamaño]. https://gemini.google.com

Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Revista Psicopedagogia*, *23*(71), 158–180. http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862006000200010&lng=pt&tlng=es.

Pérez Martínez. F.J (2023, 1 junio). *Dificultades en el aprendizaje de las operaciones matemáticas básicas de los alumnos de la ESO y su relación con la discalculia*. Universidad Europea. Recuperado de https://hdl.handle.net/20.500.12880/8256

Índice

NEUROEDUCACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE SUCESIONES Y PROGRESIONES: UNA EXPERIENCIA EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA EN MINAS

Verónica Díaz Campillay, Universidad de Atacama

Adolfo González González, Universidad de Atacama

John I. Santibáñez Cabrera, Universidad de Atacama

Abstract:

Este trabajo presenta el avance de un estudio que, mediante una intervención didáctica inspirada en los principios de la neurociencia, busca potenciar el aprendizaje de sucesiones y progresiones matemáticas en estudiantes de primer año de Ingeniería Civil en Minas en la Universidad de Atacama. Se diseñó una actividad focalizada en activar estructuras cerebrales clave, como la amígdala y el hipotálamo, promoviendo emociones positivas y atención sostenida. La propuesta se enmarca en un enfoque mixto, con una tendencia predominantemente cuantitativa y un componente cualitativo que aporta una interpretación más profunda. Para ello, se utilizó un diseño cuasiexperimental con grupo de comparación. La recolección de datos se realizó mediante un cuestionario adaptado del Motivated Strategies for Learning Questionnaire (MSLQ), complementado con un segundo apartado que indagó la percepción inmediata de la experiencia, abordando aspectos como motivación emocional, atención sostenida, confianza en la comprensión, estimulación. Aunque el análisis de los resultados aún está en proceso, este avance proporciona una base sólida para reflexionar sobre el potencial de las estrategias pedagógicas basadas en la neurociencia.

Neurociencia, sucesiones, progresiones, estructuras cerebrales

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de las matemáticas en la educación superior representa un desafío tanto para estudiantes como para docentes, debido a su naturaleza abstracta y a la necesidad de desarrollar un pensamiento lógico-formal (Jaramillo & Puga, 2016). Estas dificultades se intensifican en asignaturas como Álgebra 1, impartidas en el primer año de la Carrera de Ingeniería. Muchos estudiantes perciben la asignatura como compleja y lejana a su realidad profesional, lo que, sumado a altos niveles de ansiedad, facilidad para la distracción y escasa autorregulación, repercute en su rendimiento académico (Serrano et al., 2018).

En este contexto, la neurodidáctica emerge como un enfoque innovador que integra hallazgos de la neurociencia con estrategias pedagógicas diseñadas para optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje. Este proyecto propone una situación pedagógica basada en la estimulación de estructuras cerebrales clave como la amígdala, el hipocampo y el hipotálamo,

Índice

con el propósito de favorecer la atención, la memoria y la motivación de los estudiantes. Diversos estudios han señalado que el bajo rendimiento en matemáticas en la educación superior puede estar relacionado con métodos de enseñanza tradicionales que no consideran principios neurodidácticos para potenciar el aprendizaje (Tokuhama-Espinosa, 2019).

Este estudio busca responder a las siguientes preguntas: ¿Cómo influye una actividad didáctica basada en neurociencia en la motivación, autorregulación y estrategias de aprendizaje de estudiantes de Ingeniería en el tema de progresiones matemáticas? ¿Qué efectos tiene en su motivación, participación y rendimiento académico en comparación con un enfoque tradicional? Aunque la evidencia sobre la relación entre neurociencia y educación matemática es creciente (Jensen, 2008), aún se requieren estudios específicos en contextos de ingeniería que validen su efectividad en el aula universitaria.

OBJETIVO DE INVESTIGACIÓN

Evaluar el impacto de una actividad didáctica basada en principios de neurociencia, orientada a estimular la amígdala y el hipocampo mediante situaciones contextualizadas en el ámbito minero, para mejorar la motivación y el aprendizaje de progresiones en estudiantes de Ingeniería en Minas.

MARCO TEÓRICO

La neurociencia ha demostrado que el aprendizaje no depende exclusivamente de los procesos cognitivos, sino también de factores emocionales, motivacionales y de memoria, los cuales intervienen directamente en la consolidación del conocimiento. (Immordino-Yang & Damasio, 2007). Desde la neurodidáctica, esto implica reconocer que ciertas estructuras cerebrales cumplen un papel esencial para orientar estrategias pedagógicas que potencien la atención y la retención.(Mora, 2013).

La amígdala es una estructura clave, vinculada a la gestión emocional, la atención y la codificación de recuerdos con carga afectiva. En términos neuro didácticos, su activación favorece que los estudiantes prioricen y consoliden información significativa, lo que potencia la motivación y la retención del aprendizaje (LeDoux, 1996; Immordino-Yang & Damasio, 2007).

El hipocampo cumple un rol central en la formación y organización de la memoria declarativa, que abarca el recuerdo de hechos y conceptos. Desde la neurodidáctica, resulta esencial para integrar y recuperar información conceptual, como la necesaria en matemáticas, donde facilita la construcción y transferencia de aprendizaje (Squire & Zola-Morgan, 1991; Eichenbaum, 2012).

El hipotálamo complementa estas funciones al regular hormonas y neurotransmisores que influyen en la plasticidad sináptica. En un contexto educativo, esta regulación favorece la

consolidación de recuerdos y el manejo del estrés, lo que resalta la importancia de generar ambientes de aprendizaje emocionalmente seguros y motivadores (Squire & Kandel, 2019).

La interacción entre amígdala e hipocampo favorece que las experiencias con carga emocional se almacenen y recuperen con mayor facilidad. En este sentido, actividades pedagógicas que estimulen estas áreas contribuyen no solo a incrementar la motivación, sino también a consolidar una comprensión más profunda de los contenidos (Medina, 2014).

Desde la perspectiva pedagógica, la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1997) ofrece un marco para analizar la interacción entre docente, estudiante y conocimiento. El aprendizaje se potencia cuando el alumno enfrenta problemas significativos que lo obligan a movilizar y reorganizar saberes, mientras el docente actúa como mediador y guía del proceso.

Integrar la neurociencia en este enfoque supone diseñar actividades que, además de plantear retos cognitivos, generen emociones positivas, mantengan la atención y fortalezcan la memoria a largo plazo. Así, la propuesta busca activar la amígdala y el hipocampo mediante problemas contextualizados y trabajo cooperativo, favoreciendo tanto la implicación afectiva como el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de Álgebra 1 de Ingeniería en Minas.

METODOLOGÍA

La investigación se realizó bajo un diseño cuasiexperimental con grupo de comparación no equivalente. El grupo experimental, compuesto por 74 estudiantes de Ingeniería en Minas, participó en una intervención neurodidáctica sobre progresiones matemáticas, mientras que el grupo de comparación, con 30 estudiantes de otras ingenierías, cursó la misma asignatura sin intervención.

La propuesta se basó en principios de neurociencia aplicada a la didáctica, integrando una narrativa con sentido y problemas contextualizados en el ámbito minero. Buscó estimular la amígdala y el hipocampo mediante historias, trabajo cooperativo y desafíos significativos, para favorecer la motivación, atención y comprensión profunda.

Se aplicó un cuestionario basado en la escala MSLQ adaptada (25 ítems, cinco secciones) para analizar las dimensiones generales del aprendizaje y la motivación. Además, se diseñó un segundo instrumento orientado a evaluar la percepción de la actividad didáctica desde la neuroeducación, con dimensiones sobre motivación emocional, atención, confianza, percepción y satisfacción.

A diferencia del MSLQ, este último captó las impresiones inmediatas tras la intervención, enfocándose en la experiencia emocional y el nivel de implicación atencional.

El análisis de datos, actualmente en curso, incluye procedimientos descriptivos e inferenciales para comparar ambos grupos e identificar diferencias significativas.

CONCLUSIÓN

La investigación se encuentra en fase de desarrollo y ajuste metodológico, enfocada en optimizar los instrumentos y procedimientos para lograr coherencia con los objetivos planteados. Aunque aún no se dispone de resultados finales, los avances evidencian la relevancia del enfoque neurodidáctico en el aprendizaje de las matemáticas y su potencial para mejorar la motivación, atención y comprensión de los estudiantes de ingeniería. Se espera que, al concluir el análisis, el estudio aporte nuevas evidencias sobre la relación entre neuroeducación y aprendizaje autorregulado, fortaleciendo el diseño de estrategias pedagógicas más efectivas.

Referencias

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers.

Eichenbaum, H. (2012). *The cognitive neuroscience of memory: An introduction*. Oxford University Press.

Immordino-Yang, M. H., & Damasio, A. (2007). We feel, therefore we learn: The relevance of affective and social neuroscience to education. *Mind, Brain, and Education, 1*(1), 3–10. https://doi.org/10.1111/j.1751-228X.2007.00004.x

Jaramillo Naranjo, L. M., & Puga Peña, L. A. (2016). El pensamiento lógico-abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación, 21*(2), 31–55.

Jensen, E. (2008). *Brain-based learning: The new paradigm of teaching*. Corwin Press.

LeDoux, J. (1996). *The emotional brain: The mysterious underpinnings of emotional life*. Simon & Schuster.

Medina, J. (2014). *Brain rules: 12 principles for surviving and thriving at work, home, and school* (Updated ed.). Pear Press.

Mora, F. (2013). *Neuroeducación: Solo se puede aprender aquello que se ama*. Alianza Editorial.

Pintrich, P. R., Smith, D. A. F., García, T., & McKeachie, W. J. (1991*). A manual for the use of the Motivated Strategies for Learning Questionnaire (MSLQ)*. University of Michigan, National Center for Research to Improve Postsecondary Teaching and Learning.

Serrano Clemente, R., Sánchez Ruiz, J. G., & Juárez López, J. A. (2018). Ansiedad a las matemáticas y rendimiento académico en matemáticas en estudiantes del bachillerato general en Puebla. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado, 24*(1), 223–241.

Sousa, D. A. (2016). *How the brain learns* (5th ed.). Corwin Press.

Squire, L. R., & Kandel, E. R. (2019). *Memoria: De la mente a las moléculas*. Roberts and Company Publishers.

Squire, L. R., & Zola-Morgan, S. (1991). The medial temporal lobe memory system. *Science, 253*(5026), 1380–1386. https://doi.org/10.1126/science.1896849

Tokuhama-Espinosa, T. (2011). *Mind, brain, and education science: A comprehensive guide to the new brain-based teaching.* W. W. Norton & Company.

Meneses Granados, N. (2019). Neuroeducación. Sólo se puede aprender aquello que se ama, de Francisco Mora Teruel. *Perfiles Educativos, 41*(165), 210–216. https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2019.165.59403

Willis, J. (2006). *Research-based strategies to ignite student learning: Insights from a neurologist and classroom teacher*. Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).

Índice

APRENDIZAJE COLABORATIVO EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO: CARACTERÍSTICAS DE ACTIVIDADES PARA PROFESORES EN FORMACIÓN

Diego Leonardo Díaz Lara, Universidad de Los Lagos

Abstract:

La persistencia de una enseñanza tradicional, las reformas y capacitaciones docentes de baja efectividad, generan una brecha entre políticas educativas estatales, la práctica docente y la formación del profesorado. Esta desconexión deriva en bajo rendimiento estudiantil por dificultades de contenido, limitaciones didácticas| o individuales. La matemática, particularmente el Álgebra, sufre de un estigma social y carencias significativas en comprensión de los objetos matemáticos, pues, se promueve el uso excesivo de símbolos y trabajo mecánico. La renovación en la enseñanza del Álgebra surge como necesidad frente a estándares nacionales e internacionales, lo que exige conocimiento docente especializado y metodologías innovadoras. Por ello, es crucial proporcionar a los profesores en formación herramientas basadas en aprendizaje colaborativo, alineadas con las habilidades y competencias del siglo XXI promovidas por el Ministerio de Educación. Esta investigación cualitativa emplea un diseño descriptivo para caracterizar tareas matemáticas fundamentadas en la Teoría de la Objetivación, que promuevan el pensamiento algebraico mediante una comprensión conceptual de los objetos matemáticos a través de una labor conjunta. Se diseñan tareas matemáticas validadas por expertos, se pilotea en enseñanza media, y, sus resultados se analizan en formación docente, donde los profesores toman el rol de resolutores en una primera actividad, evalúan algunas respuestas estudiantiles del pilotaje, la actividad misma y la práctica docente observable. De esto, se espera que los profesores puedan integrar los conocimientos de una actividad matemática realizada en base a la teoría planteada.

Aprendizaje colaborativo, formación inicial docente, diseño de tareas, pensamiento algebraico, Teoría de la Objetivación

INTRODUCCIÓN

Las reformas curriculares en matemática priorizan el desarrollo del pensamiento matemático, la resolución de problemas, el modelamiento, las habilidades comunicativas y el uso de TICS, organizados en Habilidades, Ejes Temáticos y Actitudes (MINEDUC, 2015). Este cambio paradigmático representa un desafío para los docentes en ejercicio, quienes deben implementar metodologías que desarrollen estas habilidades de manera efectiva (Oyarzún et al., 2025). El Marco de la Buena Enseñanza, como regulador de la calidad de clases, sustenta esta pedagogía orientada a habilidades, destacando las habilidades cognitivas (como el pensamiento crítico y la resolución de problemas), habilidades intrapersonales e

Índice

interpersonales (como la comunicación efectiva y el trabajo en equipo), que son evaluadas incluso por el SIMCE (Agencia de la Calidad de la Educación, 2024).

Según los resultados de PISA (2022), el proceso de Formular, es decir, de traducir las situaciones desde el mundo real a un concepto abstracto de la Matemática y poder identificar un cálculo o estrategia para resolverlo, resulta ser más débil entre los(as) estudiantes del país, a su vez, el contenido de Espacio y Forma y Cantidad, relacionada a representaciones, patrones y generalidades, es la más débil a nivel país (Agencia de Calidad de la Educación, 2023).

Aprendizaje colaborativo y el desarrollo del pensamiento algebraico

Se entenderá aprendizaje colaborativo "no como actividades separadas, una realizada por el profesor y otra por el estudiante, sino como una misma y única actividad" (Radford, 2020, p. 13), el conocimiento para implementar metodologías que busquen una colaboración efectiva en el aula, atiende al problema de creación de propuestas pedagógicas que permiten romper con algunos esquemas de funcionamientos" (Lasprilla, et al., 2021) tradicionales de la enseñanza en Chile. Esto, ha tenido grandes ventajas en la asignatura de matemática, lo que genera interdependencia positiva, autonomía, promoción de valores y habilidades sociales claves en el trabajo en equipo, y, mejora el rendimiento académico independiente del nivel educativo y el material en cuestión (Herrada Valverde & Baños Navarro, 2018; León Loaiza & Sánchez, 2023). De aquí, se desprenden investigaciones que verifican que, a través de una adecuada implementación de actividades colaborativas, se favorece el pensamiento lógico y crítico, desarrollando habilidades de razonamiento matemático y competencias transversales, esto, dependerá de las condiciones favorables para su aplicación y de la metodología que se aplique, como: aprendizaje basado en problemas, aprendizaje por medio de la investigación, aprendizaje basado en proyectos, etc., de los cuales, existe abundante investigación, pero, la producción científica es mínima al relacionarlo con matemáticas (Calle-Bermeo et al., 2020; Donoso et al., 2020; Guamán Chisag, 2023; Herrera López & Moreno Beltrán, 2023; Salazar et al., 2022).

En las Bases Curriculares de Enseñanza Media (2015), se especifica el desarrollo del eje temático de Álgebra y Funciones que destaca la importancia del lenguaje algebraico, lo que está estrechamente relacionado con el eje temático de Números, el cual se relaciona con las formas de representación y el cálculo de operaciones. Para su profundización, se ha mostrado que cuando los procesos no contienen signos alfanuméricos del álgebra, el desarrollo del pensamiento es verdaderamente algebraico, donde formas avanzadas de generalización aritmética están muy cerca de constituir un pensamiento algebraico (Vergel et al., 2022). Dados los resultados y el impacto presentado en los estudiantes cuando se desarrolla el pensamiento algebraico a través de estas metodologías de enseñanza son favorables (García

& Marfileño, 2018; Iriarte, 2024), es necesario presentar estrategias que lleven a un cambio sustancial respecto del rol del profesorado.

Formación Inicial Docente

A través de una política educativa centrada en la Formación Inicial Docente (FID), a cargo del CPEIP, que, fortalece, acompaña y resguarda la calidad de las universidades que forman profesores, surge un sistema de medición, la Evaluación Nacional Diagnóstica (END), que tiene por objetivo, observar los conocimientos disciplinarios y pedagógicos adquiridos por los/as estudiantes durante su formación (MINEDUC, 2020). Esta evaluación está compuesta por dos instrumentos: Prueba de Conocimientos Pedagógicos Generales (PCPG) y Prueba de Conocimientos Disciplinares Didácticos (PCDD), de esta última, para los profesores de matemática, se dividen en cinco temas seleccionados, donde, el saber de Sistemas Numéricos y Álgebra y Estructuras Algebraicas se sitúan dentro de los tres mejores saberes a niveles nacionales, sin superar un 51% y un 54% en cada dominio (Dirección de Gestión y Aseguramiento de la Calidad, 2025). En consecuencia, es necesario coordinar de manera coherente los programas de formación de profesores junto con los programas formativos de estudiantes que atiendan las competencias algebraicas que se necesitan desarrollar (Ake Tec, 2020). Lo anterior, asociado con la visión tradicional del álgebra y su vinculación sólo al uso de letras y símbolos, donde, muchos profesores enseñan el contenido de manera mecánica, nos encontramos con conocimientos algebraicos deficientes de parte de los futuros docentes chilenos cuando el curriculum nacional pone énfasis en el pensamiento algebraico (Universidad del Desarrollo, 2022).

Los programas de formación de profesores de matemática muestran “una preocupación constante por formar profesores de educación matemáticas que puedan contribuir desde las áreas de conocimientos pedagógicos, disciplinares, didácticos adquiridos al desarrollo de las habilidades y logro de los objetivos propuestos” (Concha-Zelada et al., 2024). De aquí, se destaca la relevancia de que los profesores puedan dominar el contenido matemático que enseñaran, y su énfasis en los programas que deben brindar oportunidades para aplicar y reflexionar sobre su práctica docente y desarrollar competencias didácticas específicas, aunque, esto está presente en los formadores de profesores, el verdadero desafío está en cómo llevarlas a la práctica dentro de los programas formativos (Pino-Fan et al., 2018).

PROBLEMÁTICA

El cómo aprenden los profesores en formación, tiene directa influencia en el aula de clases, siendo la práctica una actividad compleja y reflexiva que se ve influenciada por múltiples factores, incluyendo su propia cosmovisión y los contextos institucionales, políticos, sociales, organizacionales y económicos (Severiche, 2023; Hitt, 2016). Es más, según Aké & López-Mojica (2020) el papel del formador de profesores es crucial para el desarrollo del

conocimiento didáctico y matemático, sumando a las palabras de Llinares (2012), las tareas que realizan los profesores dentro de su formación tienen un papel relevante para enseñar matemáticas en sus prácticas docentes, ahora, cuando observamos el aula de clases podemos darnos cuenta que "los docentes nos hemos quedado estancados en metodologías tradicionales" (Lara et al., 2022, p. 5). Pese, a que, a través de los programas de formación, se le otorgue a los profesores herramientas metodológicas para el diseño de actividades innovadoras que incluyan una participación en comunidad, aún no queda claro, cómo y cuándo llevar esta integración al aula (Blanco-Álvarez et al., 2017).

Es importante la renovación de los métodos tradicionales de enseñanza, puesto que, el cambio de enfoque curricular hacia habilidades y competencias tiene un encuentro desfavorable para el estudiantado chileno, evidenciando carencia frente al entendimiento del Álgebra, no así, a la manipulación de elementos algebraicos (Acevedo, 2020). Desde aquí, estudiantes de educación básica y media atribuyen sus dificultades a la metodología tradicionalista, complejidades intrínsecas del contenido, didácticas del profesor y dificultades individuales (Minte et al., 2020).

De lo anterior se busca diseñar y analizar tareas matemáticas orientadas a la formación inicial docente que promuevan el desarrollo del pensamiento algebraico a través de una labor conjunta, que busca responder a la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué características debe tener el diseño de tareas matemáticas en la formación inicial docente para que promuevan el desarrollo del pensamiento algebraico a través de una labor conjunta que conduzca a la comprensión de objetos matemático?

MARCO TEÓRICO

El principal fundamento teórico que sustenta esta investigación es la Teoría de la Objetivación que entiende la enseñanza y aprendizaje como único proceso que implica el saber y el ser, que atiende el aprendizaje en matemática como un proceso político, social, cultural e histórico, que tiene como visión al profesor y al estudiante como seres que se coproducen a sí mismos como sujetos, en general, y como sujetos de la educación, en particular. (Radford, 2023).

METODOLOGÍA

Este estudio cualitativo tiene el propósito de comprender la realidad desde la perspectiva de los sujetos a estudiar, con un diseño de carácter descriptivo que buscará detallar las características del fenómeno, en este caso, la actividad matemática como componente central del aula.

Dentro de las fases de la investigación se encuentra: el diseño de las tareas matemáticas, el pilotaje de la tarea matemática en estudiantes de enseñanza media, el rol de los profesores como resolutores de tareas matemáticas, el análisis de las respuestas de los estudiantes en

conjunto con profesores en formación, el análisis de la actividad y la práctica docente observable.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Dentro de los resultados que se esperan obtener, es que, los profesores en formación concienticen a través del acercamiento a la actividad los elementos claves que debe tener una actividad matemática que fomente un trabajo colaborativo y una comprensión profunda de los conceptos matemáticos a promover, que sepan identificar las características del diseño de la actividad y el rol que tiene el profesor dentro de metodologías como estas. Otro de los resultados esperables es que las menciones de los estudiantes respecto a las características observables de una clase de este estilo se acerquen a los constructos teóricos planteados.

Referencias

Ake Tec, L. P. (2021). El carácter algebraico en el conocimiento matemático de maestros en formación. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED, 49*, 15–34. https://doi.org/10.17227/ted.num49-9871

Lasprilla, A., Radford, L., & León, O. L. (2021). La labor conjunta en actividades de enseñanza-aprendizaje a partir del estudio de los vectores de la ética comunitaria. *REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura, 16*(39), 228–245. https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n39.p228-245.id498

León Loaiza, M. A., & Sánchez, J. E. (2023). Aprendizaje colaborativo en el aula de Matemáticas. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades*, *4*(3), 1250–1261. https://doi.org/10.56712/latam.v4i3.1147

Llinares, S. (2012). Del análisis de la práctica al diseño de tareas matemáticas para la formación de maestros. En *Teoría, crítica y práctica en la educación matemática* (pp. 99–113).

Radford, L. (2023). *La teoría de la objetivación: Una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Ediciones Uniandes. https://doi.org/10.51570/Educ202312

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UNA PROFESORA DE PRIMARIA EN EL TEMA DE PATRONES

Sara Tarisfeño-Vásquez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Diana Zakaryan, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

El estudio del conocimiento del profesor para la enseñanza de patrones es un tema de gran interés dado su relevancia para el desarrollo del pensamiento algebraico. Por lo que, el objetivo de esta investigación es caracterizar el conocimiento especializado manifestado por una profesora de Educación Básica en la enseñanza de patrones en una clase para estudiantes de cuarto básico. Adoptamos un enfoque cualitativo desarrollado a través de un estudio de caso, utilizando como marco teórico el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, especialmente, centrándose en dos subdominios, conocimiento de la enseñanza de las matemáticas y conocimiento de los temas. El análisis de datos se realizó a partir de la transcripción de las grabaciones de clases observadas, identificando evidencias de conocimiento pertenecientes a las categorías de los subdominios mencionados. Los resultados constituyen una aproximación inicial al conocimiento de la profesora en algunas de las categorías de estos subdominios.

Patrones, conocimiento de la enseñanza, conocimiento de los temas

INTRODUCCIÓN

El estudio de patrones es considerado una herramienta fundamental para el desarrollo del pensamiento algebraico temprano en la enseñanza de las matemáticas de los primeros años escolares, ya que permite a los estudiantes, a partir del reconocimiento, descripción y extensión de patrones, transitar desde la observación de regularidades en secuencias figurales y numéricas hacia la formulación de reglas generales (Blanton et al., 2015). La enseñanza-aprendizaje de patrones no se limita solo a la identificación de regularidades, también fomenta procesos cognitivos más profundos como la abstracción, búsqueda de relaciones funcionales y la comprensión inicial de la noción de variable (Carraher & Schliemann, 2019), constituyéndose así en una de las formas más relevantes de acceso al pensamiento algebraico en educación primaria (Radford, 2010). Sin embargo, aunque la literatura reporta resultados positivos de los estudiantes en actividades asociadas al estudio de patrones (Blanton et al., 2015), la investigación en torno al conocimiento que el profesor de estos cursos necesita para realizar su labor de enseñanza de este tema sigue siendo limitada (Demonty et al., 2018).

En este contexto, el objetivo de este trabajo es caracterizar el conocimiento manifestado por una profesora novel en una clase de patrones en 4° básico, utilizando un modelo de

Índice

conocimiento que permita tener una primera aproximación sobre los conocimientos matemáticos y didácticos manifestados en una clase de patrones.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS (MTSK)

El modelo MTSK se plantea como una herramienta valiosa para comprender el conocimiento que un profesor de matemáticas posee y/o moviliza en el ejercicio de su labor profesional (Climent & Montes, 2022). Este modelo se organiza en dos dominios de conocimiento, Conocimiento matemático (MK) y Conocimiento Didáctico matemático (PCK) cada uno de ellos conformado por tres subdominios y a su vez cada subdominio cuenta con categorías específicas. Además, considera un tercer dominio referido a las creencias del profesor sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje, concebido como un componente transversal que impregna la construcción del conocimiento (Carrillo et al., 2018). Para el MK los autores definen los subdominios: Conocimiento de los temas (KoT); Conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM); y Conocimiento de la práctica matemática (KPM) y para el PCK los subdominios: Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT); Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS). En este trabajo, nos centramos en las manifestaciones de conocimiento de los subdominios KMT y KoT, que se describen a continuación.

El subdominio KMT está conformado por las categorías: *teorías de enseñanza; recursos didácticos (físicos o digitales)*; y *estrategias, técnicas, tareas y ejemplos*. En la enseñanza de patrones, este conocimiento se puede observar cuando el profesor utiliza recursos manipulativos, como palillos o bloques para construir secuencias figurales (Alsina & Bosh, 2024), o cuando representa una secuencia figural en tablas de valores como estrategia para analizar el comportamiento de las variables y sus relaciones (Wilkie, 2016). Asimismo, las tareas se pueden diseñar para promover el trabajo recursivo como, por ejemplo, sumar un número fijo para obtener el término siguiente o para establecer relaciones funcionales, es decir, expresar con una regla general que relacione el número de elementos en términos de la posición que ocupa (Ramirez et al., 2022). El subdominio KoT se compone de las categorías: *fenomenología y aplicaciones; definiciones, propiedades y sus fundamentos; registros de representación; y procedimientos*. Algunos ejemplos que pueden evidenciar estos conocimientos son: cuando el profesor explica las propiedades de un patrón numérico creciente o decreciente, el concepto de variable entendido como una cantidad que puede cambiar, o la covariación que implica reconocer cómo varían dos cantidades conjuntamente (Demonty et al., 2018; Sterner, 2024), podemos observar que conoce definiciones y propiedades; cuando promueve el uso de distintos registros de representación — lenguaje natural, tablas, expresiones numéricas o algebraicas— para describir el mismo patrón.

METODOLOGÍA

Este estudio se enmarca en un paradigma cualitativo de tipo descriptivo (Hernández-Sampieri, 2018), que busca comprender el conocimiento sobre la enseñanza de patrones de una profesora de Educación Básica, el cual se desarrolló a través de un estudio de caso instrumental (Stake, 2007). El caso es una profesora de Educación Básica que posee mención en matemáticas y cuenta con dos años de experiencia, para referirnos a ella utilizaremos el seudónimo Ana.

La recolección de datos se realizó a través de grabaciones de cuatro clases planificadas por la profesora para el objetivo "Identificar y describir patrones numéricos en tablas que involucren una operación, de manera manual y/o usando software educativo" del eje Patrones y Álgebra. El análisis de datos se realizó mediante el análisis de contenido, entendido como un procedimiento sistemático y riguroso que permite el examen, interpretación y verificación de los contenidos de datos escritos (Cohen et al., 2011). En este estudio, se presentan resultados del análisis de la transcripción de la segunda clase, la cual, por motivos de la extensión de este documento describimos en dos momentos: primero la construcción de la secuencia en torno a la cual se centra la tarea y segundo análisis de dicha secuencia, utilizando como categorías a priori las descritas para los subdominios KMT y KoT.

RESULTADOS

En el primer momento, Ana solicita a sus estudiantes que saquen 11 lápices y que en parejas tomen tres de ellos y construyan la figura que ha dibujado en la pizarra (un triángulo), preguntando por el nombre de la figura formada. Luego les pide construir dos triángulos, con la condición de que deben agregar solo dos lápices más, en este momento, Ana dirige la atención de los estudiantes que afirman que no es posible construir un triángulo con dos lápices: *¿Cómo podemos formar un triángulo con dos lápices? ¿te podrías ayudar de este?*" [señalando el triángulo ya construido]. Posteriormente pide construir un tercer triángulo con la misma condición, así sucesivamente hasta formar cinco triángulos en los que se han utilizado once lápices solicitados siguiendo un proceso recursivo. En este resumen del inicio de su clase, Ana evidencia *Conocimiento sobre la enseñanza de patrones* en el diseño de tareas (cuando propone la tarea de los triángulos) y el uso de recursos materiales (al usar lápices), lo que se relaciona con el *Conocimiento de los temas* dentro de la categoría definiciones propiedades y sus fundamentos, por el patrón recurrencia presente en la tarea, es decir, agregar de dos en dos la cantidad de lápices para la construcción de los triángulos.

Para el segundo momento, Ana sigue la clase con las preguntas "*qué figuras formaron*" y "*con qué los formaron*" con las respuestas de los estudiantes dibuja una tabla en la pizarra con dos columnas [triángulos-lápices]. A partir de las respuestas de los estudiantes guiando un procedimiento recursivo (sumar 2) completa la tabla con el número de lápices necesarios

para formar cinco, seis, siete, ocho y nueve triángulos solicitando siempre que explicaran cómo obtenían el resultado. Así, completada la tabla, Ana realiza preguntas sobre las cantidades de la tabla y su comportamiento, el cómo varían, primero en el aumento del número los lápices (de dos en dos), y luego en el aumento del número triángulos (de uno en uno) lo que le permite guiar la atención de los estudiantes hacia las cantidades variables del problema. Finalmente pregunta "*hay alguna otra relación que podamos identificar aquí o son las únicas que vamos a identificar*" a lo que un estudiante responde que por cada triángulo se van agregando dos lápices, a lo que Ana agrega "*Acá tengo… dos cantidades, dos cantidades que van cambiando juntas*". En este segmento de la clase, Ana muestra *Conocimiento de la enseñanza de patrones,* al utilizar la estrategia de cambiar la representación de la secuencia construida desde una representación figural y concreta a un registro tabular. Este cambio, evidencia *Conocimiento de los temas*, ya que conoce distintas representaciones, lo que le permite poner énfasis en la recursividad cada variable presente en el patrón, primero en cómo varían por separado y luego cómo varían juntas, es decir, involucra los conceptos: variable, recursividad y covariación, lo que y nos permite identificar evidencias de en la categoría definiciones, propiedades y sus fundamentos.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

Los resultados mostraron que Ana utiliza diferentes representaciones durante el desarrollo de la clase los recursos materiales (lápices), representación figural y tabular. En concordancia con Sterner (2024) las representaciones concretas y figurales las usa para desarrollar la noción recursiva del patrón y la representación tabular para introducir la noción de covariación, estas nociones matemáticas se promueven en los estudiantes a través de las preguntas que realiza Ana y se visibilizan en las participaciones de los estudiantes. Por otra parte, las nociones matemáticas centrales de la clase, como las cantidades (variables), el cambio (2 en 2; 1 en 1) y la covariación, se presentan dentro del conocimiento de conceptos matemáticos vinculados a la recursividad, la variable y la covariación, lo que, para Wilkie (2016), marca la introducción al pensamiento funcional.

En conclusión, estos hallazgos constituyen una aproximación inicial al conocimiento especializado del profesor en el tema de patrones durante su labor de enseñanza, lo que nos plantea el desafío incluir todos los subdominios del modelo para lograr una caracterización más holístico del conocimiento involucrado en la enseñanza de este tema.

Referencias

Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I., & Kim, J. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education, 46*(1), 39–87. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.46.1.0039

Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2019). Early algebraic thinking and the US mathematics standards for grades K to 5. *Journal for the Study of Education and Development*, *42*(3), 479–522. https://doi.org/10.1080/02103702.2019.1638570

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., ... y Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Climent, N., & Montes, M. (2022). El modelo MTSK: antecedentes y estructura. En J. Carrillo, M. Montes, & N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 27–34). Dykinson, S.L. https://doi.org/10.14679/1451

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. Routledge.

Demonty, I., Vlassis, J., & Fagnant, A. (2018). Algebraic thinking, pattern activities and knowledge for teaching at the transition between primary and secondary school. *Educational Studies in Mathematics*, *99*, 1–19. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9820-9

Hernández-Sampieri, R. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill.

Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *Pensamiento Numérico y Algebraico, 4*(2), 37–62. https://doi.org/10.30827/pna.v4i2.6169

Ramírez, R., Cañadas, M. C., & Damián, A. (2022). Structures and representations used by 6th graders when working with quadratic functions. *ZDM – Mathematics Education*, *54*(6), 1393–1406. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01423-w

Stake, R. E. (2007). *Investigación con estudio de casos* (4.ª ed.). Morata.

Sterner, H. (2024). Using Graphical Representations to Develop Students' Correspondence Relationships and Covariational Thinking in Pattern Generalizations in Primary School. *International Journal of Science and Mathematics Education*. https://doi-org.pucv.idm.oclc.org/10.1007/s10763-024-10520-z

Wilkie, K. Learning to teach upper primary school algebra: changes to teachers' mathematical knowledge for teaching functional thinking. *Mathematics Education Research Journal, 28*, 245–275. https://doi.org/10.1007/s13394-015-0151-1

Índice

ANÁLISIS DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO A TRAVÉS DE LOS TEXTOS ESCOLARES DE 7MO Y 8VO BÁSICO EN CHILE

Carlos Bastian Castañeda Cañas, Universidad Arturo Prat

Juan José Núñez Fernández, Universidad Arturo Prat

Abstract:

El trabajo analiza la promoción del desarrollo del Pensamiento Algebraico a través de los textos escolares oficiales de Matemática para 7° y 8° básico (MINEDUC, 2025), poniendo énfasis en el objeto matemático "función". La investigación se enmarca en un análisis cualitativo de contenido, considerando como corpus las tareas de la unidad "Álgebra y Funciones". Se utilizaron tres marcos de referencia que se integraron para la creación de nuevas categorías de análisis. Los resultados preliminares muestran que en 7° básico predominan las tareas con carácter más contextual, mientras que en 8° básico se observa un énfasis más algebraico. Sin embargo, en ambos niveles la presencia de tareas que se enfocan en un análisis gráfico resulta escasa. En términos cognitivos, se revela que la mayoría de las tareas se ubican en procedimientos con conexiones de alto nivel, lo que refleja oportunidades de profundización en contenidos específicos, pero evidenciando pocas oportunidades de creación de nuevas conexiones, sugiriendo que a través de los textos se promueve parcialmente el desarrollo del Pensamiento Algebraico, aunque persisten brechas en la diversidad de significados de la función presentes en las tareas.

Pensamiento algebraico, funciones, tareas matemáticas, textos escolares

INTRODUCCIÓN

En Chile, los textos escolares se presentan como un recurso didáctico relevante en la educación dado que son distribuidos por el Ministerio de Educación y utilizados ampliamente en todos los niveles de escolaridad obligatoria en establecimientos públicos y subvencionados, representado, en muchos casos un recurso principal para docentes y estudiantes convirtiendo las tareas incluidas en elementos claves del aprendizaje. Sin embargo, la literatura ha evidenciado que los textos pueden presentar limitaciones y debilidades (Beltrán-Rodríguez et al., 2024), falencias en el tratamiento de algunos objetos (García-García et al., 2021), tareas que privilegian el enfoque aritmético por sobre el algebraico en educación básica (Llanes et al., 2022) y que el contenido puede condicionar concepciones poco útiles de las nociones matemáticas (Mesa, 2004).

En este contexto, se analizan los de 7° y 8° básico, niveles en donde el currículo incorpora la unidad "Álgebra y Funciones". El estudio de sus tareas permite valorar si existe un avance

Índice

hacia formas más complejas de razonamiento algebraico o persisten las limitaciones en cursos anteriores. El currículo chileno declara aprendizajes de habilidades de generalización, modelamiento y representación en distintos registros que están relacionadas con el Pensamiento Algebraico (Kieran, 2004; Radford, 2012). En este marco, la función cobra interés dado que sus múltiples significados permiten articular distintas dimensiones de este razonamiento (Parra y Pino-Fan, 2019). Con este propósito se busca responder a la pregunta: ¿Cómo se promueve el desarrollo de las dimensiones del Pensamiento Algebraico a través de las tareas de funciones contenidas en la unidad del álgebra en los textos escolares de 7° y 8°? Donde el objetivo de esta investigación es describir la presencia de las dimensiones del Pensamiento Algebraico a través de las tareas de funciones de la unidad de álgebra en los textos de 7mo y 8vo básico identificando los significados movilizados y la profundidad cognitiva que demandan.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

En esta investigación el foco está puesto en el análisis de las tareas matemáticas, entendidas como todo ejercicio, problema o pregunta planteada en un contexto dado ya sea de manera oral o escrita (Nechache, 2017), donde se utiliza tres marcos de referencia como sustento. El primero corresponde a las dimensiones del Pensamiento Algebraico recogidas en la revisión sistemática realizada por Sibgatullin et al. (2022), que facilitan la comprensión de este razonamiento a través de la generalización, la modelización y el uso de diferentes representaciones, siendo articuladas con el segundo marco que se refiere a los significados parciales del objeto función recopilados por Parra y Pino-Fan (2019), generando un conjunto de categorías que emergen para observar cómo las tareas analizadas de los textos escolares movilizan simultáneamente habilidades vinculadas al álgebra a través de la noción de la función. Las categorías resultantes de esta integración se presentan a continuación:

Tabla 1

Categorías emergentes para el análisis de tareas de funciones

Código	Categoría emergente	Descripción
FA	Función como Objeto Algebraico	Tareas que tratan la función como objeto matemático manipulable y expresado de forma algebraica.
FC	Función en Contexto	Tareas que presentan la función en situaciones cotidianas o en otras disciplinas.
FF	Función con Enfoque Formal	Tareas que exigen reglas, definiciones o propiedades.

FR	Función Representada en Múltiples Registros	Tareas que requieran traducir funciones en diferentes registros (tabular, grafico, algebraico o verbal).
FG	Función desde el Análisis Gráfico	Tareas que abordan el análisis gráfico.

Nota. Elaboración propia

Finalmente, en tercer lugar, se incorpora la clasificación sobre demandas cognitivas de cada tarea propuesta por Stein y Smith (1998), que distingue cuatro niveles de demanda en las tareas, lo que permite no solo valorar los significados que estas trabajan o las dimensiones que desarrollan, sino que también la profundidad con la que se abordan en los textos escolares.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

La investigación fue desarrollada bajo un enfoque cualitativo, mediante un análisis de contenido propuesto por Gil (1994) donde el objeto de estudio son los textos escolares de 7° básico de la Editorial Santillana y de 8° básico de la Editorial SM ambos de 2025, destacando el hecho de que las tareas no se encuentran físicamente en dichos textos, sino en un Banco Digital de Actividades en la web del MINEDUC. Se consideraron 178 tareas en total de la unidad de Álgebra y Funciones vinculadas al Objetivo de Aprendizaje OA7 de 8° básico, que cumplían con la definición de tarea matemática y se relacionaban directa o indirectamente con el objeto función, estas fueron codificadas utilizando un sistema que identifica curso, número de ficha y número de tarea. La categorización de tareas se sustentó en los tres puntos conceptuales descritos que permitió analizar tanto los significados de funciones que se movilizan como la profundidad cognitiva con que se aborda.

RESULTADOS

Tras la aplicación del sistema de categorización a las tareas presentes en el BDA, se obtuvieron resultados preliminares que permiten caracterizar el tipo de tareas de funciones. A continuación, se presenta una tabla con las tendencias identificadas:

Tabla 2

Distribución de las tareas de funciones en 7° y 8° básico

Código	Cantidad de Tareas de 7° básico	Cantidad de Tareas de 8° básico
FA	25	33
FC	34	20
FF	12	15
FR	11	13

Índice

FG	12	3
Total	94	84

Nota. Elaboración propia

La Tabla 2 muestra un claro predominio de tareas donde se trata la función en Contexto, mientras que en 8° básico se destacan las de Función como Objeto Algebraico. En ambos cursos se aprecia poca variedad en los otros tipos de tareas, con una presencia reducida en tareas de Múltiples Representaciones y en el Análisis Gráfico. En cuanto a la demanda cognitiva, en ambos niveles predominan tareas de Conexiones de Alto Nivel, aunque se identifican pocas tareas de Construcción de la Matemática o tareas de Memorización.

CONCLUSIONES

Los resultados preliminares muestran que las tareas de funciones contribuyen al desarrollo del Pensamiento Algebraico, aunque de forma parcial y con ciertas limitaciones, presentándose en 7° un predominio de tareas contextualizadas favoreciendo la conexión entre el álgebra y la vida cotidiana o siendo de enlace con otras disciplinas; mientras que en 8° hay un énfasis en la función desde lo algebraico y su manipulación desde las operaciones, con escasas oportunidades de análisis gráfico. Desde la demanda cognitiva la mayoría de las tareas exige Conexiones de Alto Nivel, reflejando oportunidades de profundización y de desarrollo de este tipo de razonamiento, pero la baja cantidad de tareas de Creación de la Matemática y de significados movilizados en éstas, indica limitaciones para el desarrollo del Pensamiento Algebraico en los estudiantes dada la poca diversidad en los significados de funciones que se movilizan y en los niveles cognitivos que las tareas demandan.

Referencias

Beltrán-Rodríguez, M., General-Leiva, M. J., Torres-Aravena, T., & Díaz-Levicoy, D. (2024). La probabilidad en libros de texto chilenos de matemática de 7° y 8° de Educación Primaria. *Pensamiento Matemático*, *14*(1), 17–34.

García-García, J., Urrutia, I., Vásquez, S., & Hernández, E. (2021). Significado de la media, mediana y moda en textos escolares de séptimo básico. *Revista Chilena de Educación Matemática*, *13*(4), 186–199. https://doi.org/10.46219/rechiem.v13i4.84

Gil, J. (1994). El análisis de contenido como técnica de investigación. *Revista de Educación*, (304), 167–179.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, *8*(1), 139–151.

Llanes, A., Pino-Fan, L., & Ibarra, S. (2022). Niveles de razonamiento algebraico en libros de texto de educación básica de Chile. *Educación Matemática*, *34*(2), 182–216. https://doi.org/10.24844/EM3402.07

Ministerio de Educación de Chile. (2019). *Bases Curriculares: 7° básico a 2° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación. https://curriculumnacional.mineduc.cl

Mesa, V. (2004). Characterizing practices associated with functions in middle school textbooks: An empirical approach. *Educational Studies in Mathematics, 56*(2–3), 255–286. https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000040409.63571.56

Nechache, A. (2017). La catégorisation des tâches et du travailleur-sujet: un outil méthodologique pour l'étude du travail mathématique dans le domaine des probabilités. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 22*, 67–90. https://doi.org/10.4000/adsc.709

Pino-Fan, L., Parra-Urrea, Y., & Castro-Gordillo, W. (2019). Significados de la función pretendidos por el currículo de matemáticas chileno. *Magis: Revista Internacional de Investigación en Educación*, *11*(23), 201–220. https://doi.org/10.11144/Javeriana.m11-23.sfpc

Radford, L. (2012). On the development of early algebraic thinking. *PNA*, *6*(4), 117–133. http://hdl.handle.net/10481/20052

Sibgatullin, I., Korzhuev, A., Khairullinam, E., Sadykova, A., Baturina, R., & Chauzova, V. (2022). A systematic review on algebraic thinking in education. *Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *18*(1), em2065. https://doi.org/10.29333/ejmste/11486

Smith, M., & Stein, M. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *3*(5), 344–350.

Índice

ENSEÑAR PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN INFANTIL: CONOCIMIENTOS Y DESAFÍOS DEL PROFESORADO EN FORMACIÓN

Claudia Vásquez, Pontificia Universidad Católica de Chile

Carmen Batanero, Universidad de Granada

Abstract:

Este estudio examina el conocimiento didáctico-matemático sobre probabilidad en 32 futuras maestras chilenas de educación infantil. Para ello, este trabajo se sitúa desde la perspectiva del Conocimiento Didáctico-Matemático, fundamentado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. Se emplea un enfoque metodológico cualitativo, analizando las respuestas a uno de los ítems del cuestionario CDM-Probabilidad Infantil a través de las prácticas matemáticas. Este enfoque ha permitido investigar aspectos vinculados a las diversas dimensiones que constituyen dicho conocimiento. Los resultados revelan un nivel insuficiente de conocimiento didáctico-matemático, aunque se observa un mayor dominio en el conocimiento común del contenido. Se concluye que es fundamental reforzar los programas de formación inicial y continua del profesorado de educación infantil, a fin de brindar mayores oportunidades para adquirir y profundizar en el conocimiento didáctico-matemático relacionado con la enseñanza de la probabilidad. Para lograrlo, se recomienda incluir actividades formativas orientadas a la enseñanza específica de este tema, así como fomentar la reflexión sobre estrategias didácticas adecuadas para su transmisión en edades tempranas.

Educación infantil, probabilidad, conocimiento didáctico-matemático, formación de profesores

INTRODUCCIÓN

En los últimos años, ha crecido el interés por incorporar conceptos relacionados con el azar y la probabilidad en la educación infantil, dada su relevancia en la sociedad contemporánea y la importancia de las experiencias informales como base para aprendizajes futuros (Beltrán-Pellicer, 2017; Vásquez y Alsina, 2019). Esta tendencia ha llevado a que diversos países incluyan la enseñanza de la probabilidad en sus currículos de educación infantil, con el objetivo de desarrollar un conocimiento intuitivo y progresivo sobre el tema (Vásquez & Cabrera, 2022). Sin embargo, este enfoque plantea un desafío para el profesorado, que debe aprovechar el desarrollo lingüístico de los niños para introducir nociones de probabilidad de manera efectiva (NCTM, 2003).

Índice

Para garantizar una enseñanza eficaz de la probabilidad en edades tempranas, es fundamental que el profesorado desarrolle un sólido conocimiento tanto didáctico como matemático que les permita, por ejemplo, identificar y gestionar las dificultades que los estudiantes puedan enfrentar durante el aprendizaje de la probabilidad. No obstante, en países como Chile o España, la presencia de la estadística y la probabilidad en los programas de formación inicial es limitada. La investigación existente sobre el conocimiento del profesorado en este ámbito se ha enfocado principalmente en la educación primaria, revelando carencias significativas. Al respecto, se evidencia, por ejemplo, que los profesores en formación de educación primaria poseen un nivel de conocimiento matemático adecuado en determinados aspectos, como comparación de probabilidades (López-Martín et al., 2023) y comprensión del enfoque clásico de esta disciplina (Gómez, 2014). No obstante, otros estudios señalan insuficiencias en la comprensión de conceptos como muestreo con y sin reposición (Gea & Fernández, 2018) y el significado subjetivo de probabilidad (Gómez, 2014).

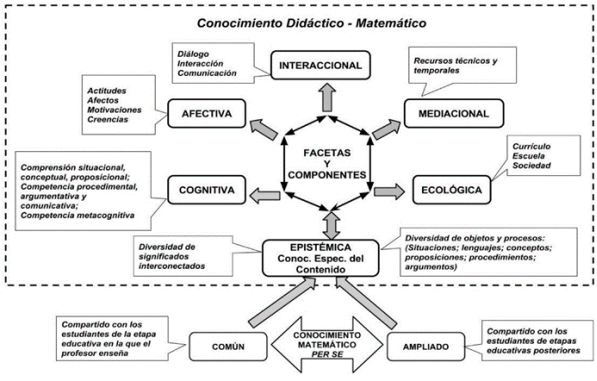
En base a estos antecedentes, este trabajo tiene como objetivo presentar los resultados de un estudio exploratorio que analiza el conocimiento didáctico-matemático de futuras maestras chilenas de educación infantil (FMI) en relación con la enseñanza de la probabilidad.

PERSPECTIVA TEÓRICA

En este trabajo, nos situamos en la perspectiva del CDM (Figura 1), fundamentado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino et al., 2007; 2019). Este marco asume que el profesor necesita *conocimiento matemático común del contenido* (CMC), que es compartido con sus estudiantes; en nuestro caso, se requiere que el profesor domine contenidos de probabilidad propios de la educación infantil y primeros cursos de educación primaria, que son los niveles en que imparten su docencia los profesores de educación infantil.

Figura 1

Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático



Fuente: Godino et al. (2017, p. 96)

Índice

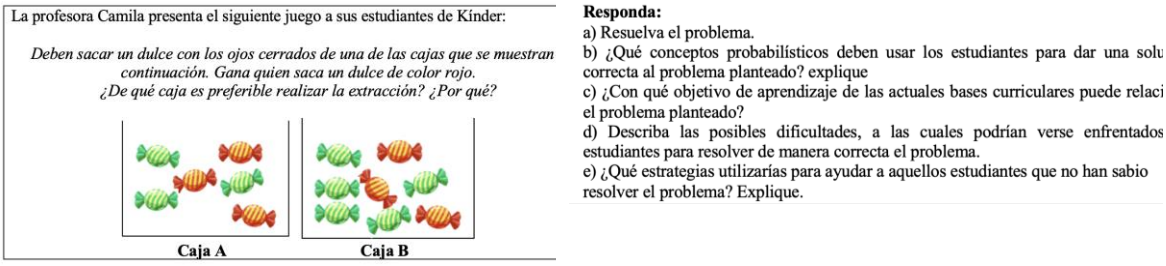
Además, precisa de un *conocimiento avanzado del contenido* (CAC), que es más amplio que el anterior y le permite articular su enseñanza con la que tendrán sus estudiantes en niveles educativos superiores y que incluiría el conocimiento probabilístico de la educación primaria y educación media. Además, el profesor necesita conocimiento didáctico-matemático (especializado), que en el modelo CDM se describe mediante las facetas epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva mediacional e interaccional.

METODOLOGÍA

Este estudio se ha realizado bajo un enfoque metodológico cualitativo de tipo descriptivo (Bisquerra, 2019) y emplea como técnica el análisis de contenido, puesto que se centra en analizar el conocimiento didáctico-matemático sobre probabilidad 32 en futuras maestras chilenas de educación infantil. Para el proceso de recolección de datos, se aplicó el instrumento CDM-Probabilidad Infantil (Vásquez y Batanero, en prensa) compuesto por cuatro tareas de probabilidad, que contienen consignas orientadas a evaluar aspectos parciales del conocimiento para la enseñanza de la probabilidad en las primeras edades. En esta comunicación se muestran los resultados de la tarea 2 (Figura 2), cuyo propósito es comparar las posibilidades de obtener un dulce de color rojo en dos cajas con el mismo número de casos favorables y diferente número de casos desfavorables. Para realizar este análisis, es necesario distinguir entre un experimento aleatorio y uno determinista, identificar tanto los casos favorables como los desfavorables, y contabilizar el número de estos en cada experimento. Es fundamental comprender que, dado un mismo número de casos favorables, la probabilidad de éxito es mayor cuando el número de casos desfavorables es menor. En consecuencia, la elección óptima será seleccionar la urna que presente una menor cantidad de casos desfavorables.

Figura 2

Tarea 2 cuestionario CDM-Probabilidad Infantil.



RESULTADOS

En el ítem 2a un 65,6% de las FMI responde correctamente que es preferible realizar la extracción desde la caja A, comparando los dulces color verde, pues la cantidad de dulces de color rojo es la misma en ambas cajas. Un 31,3% solo indica que se debe realizar la extracción

desde la caja A, sin otorgar ningún tipo de argumento y solo una participante (3,1%) ha dado una respuesta incorrecta, eligiendo la caja B. En lo que respecta a los conceptos probabilísticos involucrados, este es el que muestra un porcentaje mayor de respuestas correctas en esta categoría (31,3%) identificando 4 o más conceptos y un 53,1% da respuestas parcialmente correctas identificando 1 a 3. El ítem 2c, fue el más sencillo logrando relacionar la comparación de probabilidades de sucesos elementales no equiprobables, con el uso de cuantificadores para establecer la comparación de cantidades. El ítem 2d (3,1% de respuestas correctas y 50% parcialmente correctas), presentó dificultades al comparar únicamente el número de casos favorables sin considerar la proporción al interior de cada caja o comparar solo los casos desfavorables. Por último, en el ítem 2e, no se observan respuestas correctas, con una presencia de un 18,8% de respuestas parcialmente correctas, que se limitan a señalar de modo general el uso de material concreto para comparar las distintas cantidades.

CONSIDERACIONES FINALES

A partir del análisis de las respuestas a la tarea 2 del cuestionario CDM-Probabilidad Infantil, se evidencia que las participantes poseen un conocimiento insuficiente para la enseñanza de la probabilidad. En cuanto a las distintas categorías del conocimiento didáctico-matemático, los resultados coinciden con estudios previos con profesorado de educación primaria (Gómez, 2014; López-Martín et al., 2023; Vásquez y Alsina, 2015b), y reflejan un conocimiento débil en didáctica de la probabilidad, a pesar de que los programas formativos chilenos destacan la necesidad de una comprensión profunda de los aprendizajes matemáticos en la educación infantil (MINEDUC, 2012). Por lo tanto, se requiere un fortalecimiento de la formación inicial para asegurar que las futuras maestras adquieran un conocimiento adecuado para la enseñanza de la probabilidad desde las primeras etapas educativas.

Referencias

Beltrán-Pellicer, P. (2017). Una propuesta sobre probabilidad en educación infantil con juegos de mesa. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 6(*1), 53–61. https://doi.org/10.24197/edmain.1.2017.53-61

Bisquerra, R. (2019). *Metodología de la investigación educativa.* La Muralla.

Gea, M. M., & Fernándes, J. A. (2018). Conocimiento de futuros profesores de los primeros años escolares para enseñar probabilidad. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 14,* 15–30. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i14.213

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, *39*(1), 127–135.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics, 39*(1), 38–43.

Gómez Torres, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad en futuros profesores de Educación Primaria* [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. DIGIBUG: Repositorio Institucional de la Universidad de Granada. https://hdl.handle.net/10481/34020

López-Martín, M. M., Aguayo-Arriagada, C. G., Vásquez, C., & Burgos, M. (2023). Conocimiento didáctico-matemático de futuros maestros chilenos: implicaciones para la enseñanza de la probabilidad en Educación Básica. *Paradigma, 44*(4), 170–193. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p170-193.id1391

MINEDUC. (2012). *Estándares orientadores para carreras de Educación Parvularia*. Centro de Investigación Avanzada en Educación, Chile.

NCTM. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Vásquez, C., & Alsina, A. (2015b). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *7*, 27–48.

Vásquez, C., & Alsina, A. (2019). Intuitive ideas about chance and probability in children from 4 to 6 years old. *Acta Scientiae, 21*(3), 131–154. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss3id5215

Vásquez, C., & Cabrera, G. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de matemáticas de educación infantil y primaria de seis países representativos en el campo. *Educación Matemática, 34*(2), 245–274.

Vásquez, C., & Batanero, C. (en prensa). Conocimiento didáctico-matemático de futuras maestras de educación infantil: el caso de la probabilidad. *Revista Avances de Investigación en Educación Matemática.*

GRAFFITIS COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA LA ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA: UNA PROPUESTA DESDE COPIAPÓ

Carlos Cuevas-Urenda, Universidad de Atacama

Abstract:

La enseñanza de la estadística y la probabilidad enfrenta el desafío de superar una percepción de abstracción y desconexión con la vida cotidiana. Una vía posible es vincularla con fenómenos culturales cercanos a los estudiantes, capaces de despertar interés y ofrecer datos significativos para el análisis. En este trabajo se propone utilizar los graffitis y murales urbanos de la ciudad de Copiapó como recurso didáctico para la alfabetización estadística y el desarrollo del pensamiento crítico. Se dispone de un registro georreferenciado de intervenciones urbanas con variables como ubicación, colores predominantes, estilos, dimensiones y temáticas. A partir de este corpus se diseñan actividades de aula que abordan contenidos centrales del currículo: construcción de tablas y gráficos, medidas de tendencia central y dispersión, muestreo y estimación, probabilidad de ocurrencia de eventos, y análisis de distribución espacial con apoyo de mapas. La propuesta busca fortalecer la interpretación crítica de información derivada del entorno del estudiantado, promoviendo toma de decisiones informadas y una comprensión más significativa de la estadística. Se presentan secuencias didácticas, criterios de evaluación y resultados preliminares de implementación piloto con estudiantes de educación superior, destacando mejoras en motivación y transferencia a problemas reales. En síntesis, se ofrece un enfoque inclusivo y contextualizado para la enseñanza de la estadística, alineado con el propósito de formar ciudadanía crítica en el siglo XXI.

Alfabetización estadística, aprendizaje basado en proyectos, datos reales, contexto local

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la estadística y la probabilidad en la educación superior enfrenta el desafío de conectar los contenidos formales con experiencias significativas para el estudiantado. Diversos estudios han evidenciado una brecha entre la enseñanza tradicional —centrada en ejercicios descontextualizados— y la comprensión de la estadística como herramienta para analizar fenómenos reales y culturales (Gal, 2002; Garfield & Ben-Zvi, 2008). En este marco, se propone el uso de graffitis y murales urbanos como un recurso didáctico para acercar la estadística al entorno cotidiano del estudiante, promoviendo motivación y pensamiento crítico.

Objetivos

Este trabajo tiene como objetivos:

Índice

1. Proponer una experiencia didáctica que vincule la enseñanza de la estadística con el contexto cultural local a través del uso de graffitis urbanos.
2. Diseñar y aplicar secuencias de aula basadas en datos reales que promuevan la alfabetización estadística y el pensamiento crítico.
3. Analizar los efectos preliminares de la propuesta en términos de motivación, argumentación y transferencia de aprendizajes.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

La alfabetización estadística se entiende como la capacidad de interpretar, evaluar y comunicar información cuantitativa y probabilística en contextos significativos (Gal, 2002). Este concepto incluye tanto la comprensión de representaciones estadísticas como el desarrollo de un pensamiento crítico frente a los datos. En la educación superior, fortalecer estas competencias es clave para formar ciudadanos y ciudadanas capaces de tomar decisiones informadas en la vida personal, profesional y social (Garfield & Ben-Zvi, 2008).

El pensamiento estadístico, entendido como la habilidad para razonar con incertidumbre, reconocer variabilidad y contextualizar la información, requiere de experiencias de aprendizaje basadas en datos auténticos (Wild & Pfannkuch, 1999). En este sentido, los enfoques de modelación e indagación con datos reales se vuelven fundamentales, ya que permiten a los estudiantes establecer vínculos entre la teoría estadística y fenómenos del mundo que les resultan próximos.

Desde una perspectiva crítica de la educación matemática, resulta pertinente incorporar contextos culturales y sociales que otorguen sentido al aprendizaje. Los graffitis y murales, como expresiones artísticas urbanas, ofrecen una oportunidad para situar la estadística en un espacio cercano a la experiencia juvenil, favoreciendo tanto la motivación como la reflexión sobre fenómenos sociales y culturales (Skovsmose, 1994). De este modo, el uso de datos derivados de intervenciones urbanas puede constituirse en un puente entre la enseñanza de contenidos curriculares y la formación de una ciudadanía crítica e inclusiva.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

El corpus de datos se construyó a partir de un registro georreferenciado de graffitis y murales urbanos en la ciudad de Copiapó. Cada intervención artística fue caracterizada mediante variables observables, tales como ubicación geográfica, colores predominantes, estilo artístico, dimensiones, temática representada y nivel de accesibilidad. Este registro constituye la base empírica sobre la cual se diseñaron las propuestas didácticas.

El diseño didáctico consideró secuencias de enseñanza orientadas a estudiantes de Educación Superior, con posibilidad de adaptación a la Educación Media. Dichas secuencias buscan

integrar el análisis estadístico con fenómenos culturales cercanos, favoreciendo aprendizajes significativos y contextualizados.

Entre las actividades diseñadas destacan:

1. Frecuencias y gráficos: construcción de tablas de frecuencia y representaciones gráficas a partir de la clasificación de graffitis según categorías como color, estilo o temática.
2. Medidas de resumen: cálculo de medidas de tendencia central y dispersión para comparar características entre distintas zonas de la ciudad.
3. Probabilidad: estimación de la probabilidad de ocurrencia de ciertos atributos (por ejemplo, la probabilidad de encontrar un graffiti de un color específico en un barrio determinado).
4. Mapas y distribución espacial: uso de representaciones cartográficas para introducir nociones de aleatoriedad, dispersión y agrupamiento, favoreciendo la reflexión sobre patrones espaciales.

La evaluación se plantea a partir de rúbricas basadas en competencias, considerando dimensiones como la lectura e interpretación de datos, la capacidad de argumentación y la aplicación crítica de conceptos estadísticos. Este enfoque permite valorar no solo el dominio técnico, sino también el desarrollo de habilidades para interpretar fenómenos reales desde una perspectiva ciudadana y reflexiva.

RESULTADOS

Los resultados preliminares de la implementación piloto sugieren que el uso de graffitis como recurso didáctico genera un incremento en la participación activa del estudiantado. El carácter cercano y visual de los datos promueve la motivación, evidenciada en la disposición a discutir, clasificar y representar la información recopilada.

Entre los indicadores observados se encuentra una mejora en la calidad de los argumentos, ya que los estudiantes tienden a justificar sus conclusiones utilizando evidencias derivadas de las tablas y gráficos construidos. Asimismo, se observa un progreso en la calidad de las representaciones estadísticas, tanto en la precisión técnica de gráficos y medidas de resumen, como en la interpretación crítica de los mismos.

La propuesta favorece además la transferencia de aprendizajes a la toma de decisiones, por ejemplo, cuando los estudiantes discuten la concentración de graffitis en determinados barrios y relacionan esos patrones con factores sociales o culturales. Esta conexión potencia la idea de que la estadística no es únicamente un conjunto de procedimientos abstractos, sino una herramienta para leer y comprender la realidad.

Entre las dificultades identificadas se encuentra la heterogeneidad en el manejo previo de conceptos estadísticos, lo que genera diferencias en la profundidad de los análisis. Asimismo, el carácter abierto y contextualizado de la propuesta puede presentar desafíos para estudiantes acostumbrados a tareas más rutinarias. No obstante, estas dificultades se constituyen en oportunidades para fortalecer la enseñanza mediante andamiajes progresivos y la integración de recursos tecnológicos.

CONCLUSIONES

El uso de graffitis como recurso didáctico para la enseñanza de la estadística evidencia el valor de integrar el contexto cultural local en el aprendizaje matemático. Al situar los contenidos en fenómenos cercanos a la experiencia estudiantil, se favorece la motivación, la interpretación crítica de la información y la comprensión de la estadística como herramienta de análisis social.

Esta propuesta contribuye a la inclusión educativa, al reconocer expresiones culturales urbanas que forman parte de la vida cotidiana de muchos estudiantes y que tradicionalmente no son consideradas en el currículo formal. De este modo, se avanza en la formación de una ciudadanía crítica, capaz de reflexionar sobre su entorno y tomar decisiones informadas a partir de datos reales.

No obstante, se reconocen ciertos límites en la aplicación de la propuesta, como la heterogeneidad en los conocimientos previos de estadística o la necesidad de contar con tiempo y recursos tecnológicos para trabajar con los datos. A futuro, se proyecta el escalamiento de la experiencia hacia otros niveles educativos, particularmente en Educación Media y Básica, adaptando la complejidad de las actividades a las competencias de los distintos niveles. Asimismo, se plantea el desarrollo de un repositorio abierto de datos sobre graffitis urbanos que pueda ser utilizado como recurso por docentes e investigadores interesados en explorar nuevas formas de enseñanza de la estadística y la probabilidad en contextos auténticos.

Referencias

DelMas, R. C. (2002). Statistical literacy, reasoning, and learning: A commentary. *Journal of Statistics Education, 10*(3), 1–11.

Desrosières, A. (1998). *The politics of large numbers: A history of statistical reasoning*. Harvard University Press.

Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K–12 curriculum framework*. American Statistical Association.

Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review, 70*(1), 1–25.

Índice

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning*. Springer.

Kurniawan, H. (2023). Integrating cultural artifacts and tradition from remote regions in developing mathematics lesson. *International Journal of Progressive Research in Education, 5*(2), 45–59.

Schreiter, S. (2024). Teaching for statistical and data literacy in K-12 STEM education: A systematic review on teacher variables, teacher education, and impacts on classroom practice. *ZDM – Mathematics Education, 56*(1), 31–45.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematical education*. Kluwer.

Tintle, N., Chance, B., Cobb, G., Roy, S., Swanson, T., & VanderStoep, J. (2015). Combating anti-statistical thinking using simulation-based methods throughout the undergraduate curriculum. *Journal of Statistics Education, 23*(3), 1–15.

Weiland, T. (2024). Culturally relevant data in teaching statistics. *Journal of Statistics and Data Science Education, 32*(1), 12–25.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67*(3), 223–265.

UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA SOBRE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL GRÁFICO DE CAJA

Rodrigo Gutiérrez-Martínez, Universidad Católica del Maule

Danilo Díaz-Levicoy, Universidad Católica del Maule

Abstract:

Este trabajo presenta una revisión sistemática de la investigación empírica publicada publicada hasta el año 2025 sobre la enseñanza y el aprendizaje del gráfico de caja (boxplot). Siguiendo las directrices de la declaración PRISMA 2020, se buscaron documentos en las bases de datos Web of Science, Scopus, SciELO y en el portal bibliográfico Dialnet mediante ecuaciones en español, inglés y portugués. Tras eliminar duplicados y aplicar criterios de inclusión/exclusión, se analizó un total de 19 estudios. Los datos se extrajeron y sintetizaron con R-4.2.2. Los resultados bibliométricos muestran un claro predominio de artículos en inglés (74 %), geográficamente situados en su mayoría en Bélgica, Alemania y Australia. Los estudios sobre la heurística de área sustentan el 47 % de los trabajos; mientras que los marcos de cambio conceptual basados en texto refutacional con representaciones múltiples mostraron ser la intervención más eficaz, aunque los tiempos de reacción indican que el sesgo visual persiste pese a las intervenciones. Sólo tres estudios centran su atención en los docentes en ejercicio y ninguno evalúa efectos más allá de una semana. Se concluye que la comprensión del boxplot exige enseñanza explícita y sostenida en el tiempo. Se identifican vacíos en estudios longitudinales y con foco en los docentes y docentes en formación, lo que orienta posibles futuras investigaciones.

Gráfico de caja, revisión sistemática, declaración PRISMA, enseñanza, aprendizaje.

INTRODUCCIÓN

En la sociedad actual, la estadística está presente en prácticamente todas las esferas de la sociedad, siendo fundamental, por ejemplo, en las ciencias naturales, ciencias sociales, economía y políticas públicas, desempeñando un rol crucial en el fortalecimiento de una democracia saludable (Schoen et al., 2025). En este contexto, la formación estadística de la ciudadanía ha tomado especial relevancia, resaltando lo que autores denominan cultura estadística (*statistical literacy*), entendida como la capacidad de interpretar, comprender y evaluar datos de forma crítica (Castillo, 2024; Gal, 2019).

Una componente fundamental de la cultura estadística, necesaria para el correcto desempeño en la sociedad, es la interpretación de representaciones gráficas, presentes tanto en contextos científicos como cotidianos (Kim et al., 2020). En particular, el gráfico de caja o *boxplot* constituye una gran herramienta para resumir información sobre la distribución de datos, aunque su correcta lectura requiere comprender conceptos como mediana, cuartiles y rango

Índice

intercuartílico (Bakker et al., 2004).

A pesar de su relevancia, estudios muestran que el gráfico de caja es difícil de interpretar, generando errores persistentes en distintos niveles educativos, encontrando errores en su interpretación en estudiantes y docentes (e.g., Abt et al., 2024; Lem et al., 2015; Madrid et al., 2022).

La literatura sobre la enseñanza y aprendizaje del *boxplot* se encuentra dispersa en áreas como la Didáctica de la Estadística, la psicología cognitiva y la formación docente. Por esto, esta revisión busca reunir y analizar la evidencia empírica disponible sobre este tópico. Para esto, se pretende contribuir a responder las preguntas: ¿Qué características bibliométricas tienen los estudios?, ¿qué justificación teórica usan?, ¿qué objetivos tienen y en qué nivel educacional se han enfocado los estudios?, ¿qué metodologías se han utilizado para estudiar la enseñanza o aprendizaje del gráfico de caja? y ¿qué resultados y conclusiones arrojan?

METODOLOGÍA

Esta revisión sistemática siguió los lineamientos establecidos por la Declaración PRISMA 2020 (Page et al., 2021) para garantizar la transparencia y exhaustividad del proceso. La búsqueda de artículos se realizó en cuatro bases de datos: Web of Science (WoS), Scopus, SciELO y Dialnet. La selección de estas bases de datos responde a la necesidad de asegurar una cobertura amplia y pertinente de la literatura científica relacionada con el gráfico de caja en contextos educativos. La incorporación de WoS y Scopus obedece a su reconocida calidad editorial y cobertura internacional, lo que asegura el acceso a investigaciones relevantes y con altos estándares (Chadegani et al., 2013). Por su parte, SciELO y Dialnet fueron incorporadas por su alcance dentro de las comunidades científicas de Iberoamérica, particularmente para alcanzar investigaciones en idiomas distintos del inglés, como el español y el portugués, que no siempre están representados de manera adecuada en bases de datos anglosajonas (Mongeon y Paul-Hus, 2016).

Se diseñaron ecuaciones de búsqueda específicas en tres idiomas: inglés, español y portugués. Se incluyó el término “gráfico de caja” en distintas variantes, combinado con palabras relacionadas con la enseñanza de esta gráfica: enseñanza, aprendizaje, interpretación, construcción, conocimiento y comprensión.

Se incluyeron (CI): (1) estudios centrados en la enseñanza o aprendizaje del gráfico de caja; (2) artículos, capítulos o actas de congreso; (3) idiomas inglés, español y portugués; (4) investigaciones empíricas; (5) con acceso a texto completo. Se excluyeron (CE): (1) trabajos no centrados en el *boxplot*, (2) editoriales, tesis u otros no incluidos en CI2, (3) publicaciones en otros idiomas, (4) revisiones o estudios teóricos y (5) artículos sin acceso completo.

La búsqueda inicial arrojó 5281 registros, de los cuales en Dialnet sólo fue posible acceder a 1000 por problemas de servidor. Tras integrar todos los registros en Excel y eliminar

duplicados y triplicados, quedaron 2308. Mediante lectura de títulos, resúmenes y palabras clave se descartaron 2268, quedando 40 artículos. Posteriormente, al aplicar los criterios de inclusión/exclusión, se eliminaron 21, resultando en una muestra final de 19 estudios. En caso de dudas sobre inclusión, el investigador principal consultó a un segundo evaluador, accediendo al texto completo para fundamentar decisiones. Los 19 artículos fueron codificados y analizados siguiendo las preguntas de investigación. El análisis se realizó con apoyo de R 4.2.2 y el entorno RStudio.

RESULTADOS

En relación con las características bibliométricas de los estudios, se identificaron 19 artículos empíricos publicados entre 2010 y 2025. La mayoría corresponde a artículos en revistas indexadas (89%), mientras que un 11% son trabajos publicados en actas de congresos. Con respecto a los idiomas en que fueron escritos, de los 19 artículos, 14 fueron escritos exclusivamente en inglés, 2 contaban con versiones en inglés y español, un artículo exclusivamente en español y dos exclusivamente en portugués. La autoría de los trabajos se centra en Bélgica y Alemania, con exponentes en Estados Unidos, Brasil, Chile, entre otros.

Respecto a los marcos teóricos utilizados, un 42% de los artículos aborda la heurística del área, identificada como la dificultad más persistente en la interpretación del *boxplot*, incluso en docentes y expertos. En un 21% se emplearon estrategias de cambio conceptual. Por su parte, un 21% recurrió a los niveles de lectura de gráficos de Curcio y Friel, principalmente en estudios con alumnado de secundaria y futuros docentes. Otros marcos aparecen en menor medida, como el Enfoque Ontosemiótico, los Espacios de Trabajo Matemático y la cultura estadística.

En cuanto a los objetivos, la mayoría declara una intención de “evaluar” o “comprobar”. Respecto de la población estudiada, un 42% de los trabajos se centró en estudiantes universitarios, un 26% en estudiantes de secundaria, un 16% en docentes en formación y un 11% en docentes en ejercicio, siendo minoritarios los estudios con expertos o público general.

En cuanto a la metodología, la gran mayoría de artículos no la declara de forma explícita, declarándose sólo uno cuantitativo, uno mixto y dos cualitativos. Un 37% de los estudios se desarrolló bajo diseños experimentales/cuasi-experimentales, un 26% corresponde a estudios descriptivos, un 10% a exploratorios y un 5% a estudios de caso. En relación con los instrumentos de recogida de datos, un 58% utilizó pruebas de respuesta cerrada, un 37% pruebas abiertas, un 16% tiempos de reacción y un 5% técnicas innovadoras como el *eye-tracking*.

Sobre los principales resultados, los hallazgos confirman la persistencia de errores en la interpretación del gráfico de caja. La heurística del área es el error más recurrente, presente en secundaria, universidad y profesorado. También se reportan dificultades para identificar

la mediana correctamente y para interpretar los bigotes como indicadores del rango intercuartílico. Los estudios de intervención indican que las estrategias más eficaces combinan texto refutacional con representaciones múltiples, logrando mejoras entre 20 y 40 puntos porcentuales, aunque sin erradicar completamente los problemas de interpretación. Las investigaciones con docentes revelan que cerca del 40% interpreta erróneamente los cuartiles y que el control percibido sobre el contenido estadístico predice el desempeño. Asimismo, talleres breves de actualización logran mejoras inmediatas, pero requieren seguimiento y aplicación contextualizada.

CONCLUSIÓN

La revisión mostró que gran parte de los trabajos se han centrado en estudiantes universitarios de carreras no docentes, mientras que la investigación con profesorado en ejercicio o en formación inicial ha sido escasa. Entre los errores de interpretación, la heurística del área aparece de manera reiterada incluso en sujetos con formación avanzada, lo que refuerza la necesidad de una enseñanza explícita del diagrama de caja. Las intervenciones que muestran mejores resultados son aquellas que integran textos refutacionales junto con múltiples representaciones, aunque los sesgos visuales no se eliminan por completo y requieren de práctica sistemática y acompañada.

El uso de recursos tecnológicos contribuye a la comprensión de ciertos elementos del gráfico, pero no garantiza por sí solo una lectura completa sin la mediación del profesorado: en docentes, la autopercepción sobre su propio dominio del contenido estadístico se relaciona con el rendimiento observado. Persisten algunos vacíos: falta de estudios longitudinales, limitada triangulación y escasa precisión en la descripción metodológica. Estas debilidades dificultan la reproducibilidad de los resultados. De cara a próximas investigaciones, se sugiere diversificar poblaciones de estudio (incluido profesorado y distintos niveles), fortalecer los diseños (seguimiento y triangulación) y estandarizar el reporte metodológico, promoviendo la comparabilidad de hallazgos y su transferencia a la práctica.

Referencias

Abt, M., Leuders, T., Loibl, K., & Reinhold, F. (2024). Developing initial notions of variability when learning about box plots. *Mathematical Thinking and Learning*, Advance online publication. https://doi.org/10.1080/10986065.2024.2421412

Bakker, A., Biehler, R., & Konold, C. (2004). Should young students learn about box plots? En G. Burrill & M. Camden (Eds.), *Curricular Development in Statistics Education: International Association for Statistical Education (IASE)* (pp. 163–173). International Statistical Institute.

Castillo, I. (2024). Improving statistical literacy through evidence-based strategies among first-year education students in a state university. *Journal of Contemporary Educational Research*, *8*(1), 1. https://doi.org/10.26689/jcer.v8i1.6050

Índice

Chadegani, A. A., Salehi, H., Yunus, M. M., Farhadi, H., Fooladi, M., Farhadi, M., & Ebrahim, N. A. (2013). A comparison between two main academic literature collections: Web of Science and Scopus databases. *Asian Social Science*, *9*(5), 5. https://doi.org/10.5539/ass.v9n5p18

Gal, I. (2019). Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, & E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 1–15). FQM126.

Kim, E. M., Nabors Oláh, L., & Peters, S. (*2020*). A learning progression for constructing and interpreting data display. *ETS Research Report Series*, *2020*(1), 1–27.

Lem, S., Kempen, G., Ceulemans, E., Onghena, P., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2015). Combining multiple external representations and refutational text: An intervention on learning to interpret box plots. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *13*(4), 909–926. https://doi.org/10.1007/s10763-014-9604-3

Madrid, A., Valenzuela-Ruiz, S. M., & Batanero, C. (2022). Interpretación del diagrama de caja por estudiantes universitarios de ciencias de la actividad física y deporte. *Educación Matemática*, *34*(3), 275–300. https://doi.org/10.24844/EM3403.10

Mongeon, P., & Paul-Hus, A. (2016). The journal coverage of Web of Science and Scopus: A comparative analysis. *Scientometrics*, *106*(1), 213–228.

Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., McGuinness, L. A., ... Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ*, *372*, n71. https://doi.org/10.1136/bmj.n71

Schoen, R., Rhoads, C., Perez, A., Jacobbe, T., & Li, L. (2025). Improving the teaching and learning of statistics. *Learning and Instruction*, *95*, 102018.

Índice

EL ROL DE LOS JUEGOS DE AZAR EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO Y LA PREVENCIÓN DE LA LUDOPATÍA JUVENIL

Javiera Olmedo, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Pablo Fuentes, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Soledad Estrella, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Brahiam Ramírez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Raimundo Olfos, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

En un contexto de creciente exposición de los adolescentes a las plataformas de apuestas digitales, se aborda dicha problemática desde el aula de matemáticas con una propuesta de enseñanza basada en juegos de azar que promueve el desarrollo del pensamiento probabilístico, fomentando a su vez una reflexión crítica sobre los riesgos de la ludopatía juvenil. Se realizó una clase con estudiantes de enseñanza media, utilizando artefactos aleatorios como ruletas y urnas en contextos de apuestas simuladas. Se recopilaron datos a través de encuestas, cuestionarios y registros audiovisuales de la implementación, cuyo análisis cualitativo permitió identificar los tipos de pensamiento probabilístico de los estudiantes. Los resultados mostraron un predominio inicial del pensamiento probabilístico intuitivo, acompañado de sesgos como la falacia del jugador y la heurística de la representatividad. Tras la clase, se observó en la mayoría de los estudiantes una transición hacia un pensamiento más objetivo y una postura crítica frente a las apuestas. Se concluye que es urgente abordar la ludopatía en el ámbito escolar y que una enseñanza innovadora y contextualizada de la probabilidad, articulada con preocupaciones sociales, es una herramienta pedagógica eficaz para formar estudiantes más conscientes y preparados para tomar decisiones informadas frente al azar.

Ludopatía juvenil, juegos de azar, pensamiento probabilístico, educación matemática

INTRODUCCIÓN

El avance tecnológico y la hiperconectividad han normalizado la presencia de juegos con apuestas en la vida de los adolescentes, principalmente a través de plataformas en línea. Este fenómeno ha posicionado a la ludopatía juvenil como una amenaza creciente para la salud mental y el bienestar de los jóvenes. A pesar de que organismos como UNICEF (2024) han advertido sobre esta situación, aún falta que el sistema educativo chileno la incorpore de manera efectiva en su currículum. En Matemáticas, el eje de Estadística y Probabilidad a

Índice

menudo es enseñado de manera más técnica y descontextualizada, desconectada de los problemas reales que enfrentan los estudiantes.

Esta desconexión entre los contenidos escolares y los riesgos que los jóvenes enfrentan en la era digital evidencia una debilidad en su formación para la toma de decisiones informadas. El problema observado en Chile, a través de estudios como el de INJUV y SCJ (2023) muestran una alta familiaridad de los jóvenes con los juegos en línea, lo que motiva a preguntarse ¿cómo pueden utilizarse situaciones de juego en el aula para desarrollar el pensamiento probabilístico crítico de los estudiantes, y así contribuir a la prevención de la ludopatía juvenil en contextos escolares? Por lo que se ha planteado como objetivo analizar una propuesta de situaciones de juego para la enseñanza de la probabilidad que promueva el desarrollo del pensamiento probabilístico, fomente la reflexión crítica sobre los juegos de azar y contribuya a la prevención de la ludopatía juvenil.

ELEMENTOS CONCEPTUALES

Por un lado, la ludopatía es entendida como una adicción conductual caracterizada por la pérdida de control frente al juego. Siguiendo a Hayez (2006), su desarrollo se ve favorecido por la interacción de tres factores de riesgo: el producto (dispositivos y aplicaciones de juego diseñados para ser atractivos y adictivos), el entorno (la normalización social y la falta de control parental) y el sujeto (características y vulnerabilidades individuales).

Mientras que el pensamiento probabilístico se abordó desde la tipología adaptada de Vergara et al. (2020), que distingue tres tipos de información: *Objetivista Laplaciano*, el cual se basa en el cálculo racional de probabilidades como el cociente entre casos favorables y totales, asumiendo equiprobabilidad; el *Subjetivista Intuitivo* que es fundamentado en creencias personales, experiencias y percepciones cualitativas, a menudo expresado en lenguaje informal. Este pensamiento puede manifestar sesgos como la falacia del jugador, que es la creencia errónea de que eventos pasados influyen en resultados futuros independientes (Laplace, 1820/1951) y la heurística de la representatividad, un atajo mental que estima la probabilidad basándose en la similitud con un modelo conocido (Kahneman & Tversky, 1982); y el *Objetivista Empírico*, que se basa en la frecuencia observada de un evento en la práctica, a partir de la experimentación directa.

METODOLOGÍA

Se adoptó un enfoque cualitativo desde el paradigma sociocrítico, utilizando la investigación-acción como diseño metodológico. Esta elección permite al docente-investigador analizar críticamente su práctica para transformarla, siendo ideal en contextos escolares (Kemmis y McTaggart, 1988).

Mediante la metodología de Estudio de Clases, se realizaron ciclos de mejora continua basado en la colaboración docente que incluye la planificación, ejecución y análisis colectivo

de una clase (Estrella & Olfos, 2023). Según el modelo propuesto por estos autores, se realizaron ocho sesiones de Estudio de Clases, que incluyeron un pilotaje y tres implementaciones.

Los participantes fueron 55 estudiantes de cuarto año medio de dos establecimientos educacionales de la Región de Valparaíso, uno particular subvencionado y otro municipal, los cuales dieron su consentimiento informado para la recolección de datos anónimos.

Para la recolección de datos se utilizó (1) una encuesta online para evaluar la exposición y actitudes de los estudiantes frente a las apuestas en línea, y (2) cuestionarios pre y post para analizar el pensamiento probabilístico de los estudiantes, sus predicciones, el cálculo de la probabilidad experimental y su reflexión final sobre la ludopatía. Además, se obtuvieron (3) registros audiovisuales para capturar evidencias discursivas y contextuales del proceso de aprendizaje (ver Figura 1).

Figura 1

Juegos de azar utilizados en el aula



Nota. Los juegos consistieron en una ruleta de seis sectores, una urna con seis pelotas y un dado de seis caras, todos equiprobables y con dos resultados para cada uno de los tres colores (amarillo, rojo y azul). Para ganar en cualquiera de las tres modalidades, el jugador debía obtener el color amarillo, lo que representaba una probabilidad teórica de éxito de 1/3 en cada intento. El contexto fue la recolección de dinero para una fiesta de fin de año, por lo que se usó dinero ficticio. Se reflexionó en plenario sobre las apuestas, los resultados de los juegos y la toma de decisiones.

RESULTADOS PRINCIPALES

En cuanto a la ludopatía, la encuesta reveló una alta exposición de los jóvenes a las apuestas, el 100% de los 55 encuestados afirmó haber visto publicidad de casinos online, el 85% dijo

conocer al menos una casa de apuestas y un preocupante 25% admitió haber vuelto a apostar para intentar recuperar dinero perdido. Tras la intervención, un cuestionario reflexivo mostró que el 65% de los estudiantes del curso analizado desarrolló una postura crítica y de bajo riesgo hacia la ludopatía, calificándola como una "adicción" o algo "terrible". Sin embargo, un 10% mantuvo una visión positiva, indicando que apostar es bueno "por la emoción", lo que los sitúa en un nivel de alta propensión al riesgo.

Respecto al pensamiento probabilístico, antes de la actividad lúdica predominó la intuición en el 70% de los estudiantes, con respuestas basadas en la “suerte” o en sesgos como la falacia del jugador y la heurística de la representatividad. Tras experimentar con los juegos y comparar sus predicciones con los datos reales, se observó una transición hacia argumentar usando información objetivista. En el cálculo de la probabilidad experimental con los datos del curso (34 aciertos en 100 intentos), el 50% de los grupos lo realizó correctamente, mientras que los otros grupos evidenció confusiones, como calcular la probabilidad teórica en lugar de la experimental o cometer errores de procedimiento.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Esta investigación indagó en cómo pueden utilizarse situaciones de juego en el aula para desarrollar el pensamiento probabilístico crítico, y contribuir a la prevención de la ludopatía juvenil.

Para ello, se diseñaron situaciones de juego, con la intención pedagógica de desarrollar el pensamiento probabilístico y la reflexión crítica frente a la prevención de la ludopatía juvenil en contextos escolares. La experiencia de juego permitió a los estudiantes confrontar sus creencias intuitivas y sesgos sobre el azar con evidencia empírica, facilitando una transición hacia un pensamiento más objetivo y una comprensión más profunda de conceptos matemáticos. La conexión explícita entre la actividad matemática y la problemática social de las apuestas en línea logró que el 90% de los estudiantes adoptara una postura más crítica y reflexiva, demostrando que el juego puede cumplir un rol educativo y preventivo cuando se enmarca en una propuesta contextualizada, centrada en el estudiante y que aborda preocupaciones sociales.

La alta exposición a las apuestas confirmada en la encuesta respalda las advertencias de UNICEF (2024) sobre la normalización del juego en entornos digitales. El predominio del pensamiento intuitivo y los sesgos observados se alinea con las investigaciones de Kahneman y Tversky (1982), quienes describen cómo estos atajos mentales operan en condiciones de incertidumbre.

PROYECCIONES Y/O LÍNEAS FUTURAS

Esta propuesta responde a la necesidad de una enseñanza de la probabilidad más contextualizada, como proponen Wu y Liu (2022), situando el aprendizaje en un escenario

real y relevante para los jóvenes. Mientras que entre las limitaciones identificadas está la duración de la clase (dos sesiones de 45 minutos), que, aunque generó interés y reflexión, podría requerir más tiempo para un impacto sostenible. Como proyección para una profundización en la prevención se extenderá la secuencia de aprendizaje con una clase de reflexión de 45 minutos, permitiendo abordar la ludopatía y contrastar las probabilidades de los juegos del aula, con juegos populares de azar.

Agradecimientos

Esta investigación ha sido financiada por el proyecto FONDECYT EXPLORACIÓN N° 13240075 a través de la beca de tesista de pregrado de la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo, ANID.

Referencias

Hayez, J. Y. (2006). Quand le jeune est scotché à l'ordinateur: les consommations estimées excessives. *Neuropsychiatrie de l'enfance et de l'adolescence, 54*, 189–199.

Instituto Nacional de la Juventud y Superintendencia de Casinos de Juego. (2023). *Juventudes y Juegos*. Gobierno de Chile.

Estrella, S., & Olfos, R. (2023). Lecciones compartidas: un modelo chileno de Lesson Study aplicado con profesores de primaria y con formadoras de profesores de primaria que enseñaran matemáticas. *Paradigma, 44*(2), 110–130.

Kahneman, D., & Tversky, A. (1982). On the study of statistical intuitions. *Cognition, 11*(2), 123–141.

Kemmis, S., & McTaggart, R. (Eds.). (1988). *The action research planner*. Deakin University Press.

Laplace, P.-S. (1951). *A philosophical essay on probabilities* (F. W. Truscott & F. L. Emory, Trans.). Dover. (Trabajo original publicado en 1820).

Programa "¿Qué te juegas?". (s. f.). *Prevención escolar del abuso del juego de apuestas*. https://programaquetejuegas.org/

UNICEF. (2024). *Guía sobre apuestas online: Prevención y concientización en entornos digitales*. https://www.unicef.org/argentina/comunicados-prensa/guia-apuestas-online-UNICEF

Vergara, A., Estrella, S., & Vidal-Szabó, P. (2020). Relaciones entre pensamiento proporcional y pensamiento probabilístico en situaciones de toma de decisiones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 23*(1), 7–36.

Wu, C., & Liu, X. (2022). Research and practice on practical teaching of probability theory and mathematical statistics. *Adult and Higher Education, 4*(6), 22–26. https://doi.org/10.23977/aduhe.2022.040604

Índice

RELACIÓN ENTRE ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA Y ACTITUDES HACIA LA ESTADÍSTICA EN PROFESORES EN FORMACIÓN DE LA REGIÓN DE ÑUBLE

Eduardo Gutiérrez Turner, Universidad Adventista de Chile

Ismael Contreras Riquelme, Universidad Adventista de Chile

Alexis Rojas Rojas, Universidad Adventista de Chile

Abstract:

El objetivo del presente estudio fue analizar la relación entre la alfabetización estadística y las actitudes hacia la estadística en docentes en formación de la región de Ñuble, Chile. Se desarrolló un estudio cuantitativo-transversal, con una muestra de estudiantes de pedagogía. Se utilizó un extracto del instrumento BLIS-3 para medir la Alfabetización Estadística y la Escala de Actitudes hacia la Estadística Descriptiva y su Ensñanza para evaluar las actitudes hacia la estadística. Se encontraron diferencias actitudinales por género, con hombres mostrando actitudes más positivas en componentes afectivo, cognitivo y comportamental. No hubo diferencias por género en la Alfabetización Estadística. Por carrera, Educación General Básica presentó mayor Alfabetización Estadística y valoración del contenido que Inglés. Todas las dimensiones actitudinales se correlacionaron positivamente, pero no con la Alfabetización Estadística, salvo una relación débil con la valoración del contenido. Los resultados sugieren que actitudes positivas no siempre se traducen en mayor alfabetización estadística. Se recomienda fortalecer la formación estadística en pedagogía, adaptándola a los distintos perfiles profesionales, e integrando tanto habilidades como actitudes positivas hacia la estadística.

Alfabetización estadística, estadística descriptiva, actitudes, formación docente

INTRODUCCIÓN

La creciente presencia de información numérica resalta la importancia de la alfabetización estadística (AE), entendida como la capacidad de analizar críticamente los resultados estadísticos que inciden en la vida cotidiana (Elfitra & Siregar, 2020). Este conocimiento es un componente esencial para enfrentar los desafíos del siglo XXI y promover una participación activa en la sociedad democrática (Batanero & Borovcnik, 2016; Ben-Zvi et al., 2018). A pesar de su relevancia, existen deficiencias significativas en la educación estadística. Estudios en Chile muestran un bajo nivel de razonamiento estadístico en estudiantes de educación superior (Marchant & Su, 2021) y dificultades de futuros docentes para interpretar datos (Díaz-Levicoy et al., 2021). Esto sugiere que la persistencia del problema está directamente relacionada con la formación inicial del profesorado. Para

Índice

superar estos desafíos, es crucial que los docentes no solo dominen el contenido, sino que también desarrollen una actitud positiva hacia la estadística, ya que esta influye en el comportamiento del aprendiz (Molina-Portillo et al., 2019). Diversas investigaciones señalan que muchos docentes no se sienten suficientemente competentes para enseñar esta materia (Batanero et al., 2011; Groth & Meletiou-Mavrotheris, 2018), lo que impacta directamente en el aula. Considerando lo anterior, este estudio busca analizar la relación entre la alfabetización estadística y las actitudes hacia esta disciplina en docentes en formación de la región de Ñuble. El propósito es describir, comparar y relacionar ambas variables para comprender mejor los desafíos en la formación de futuros educadores y aportar evidencia para su mejora.

METODOLOGÍA

Este estudio utilizó un enfoque cuantitativo con un diseño transversal, analítico y observacional. Se recolectaron y analizaron datos numéricos en un único momento para evaluar la relación entre variables sin manipularlas (Manterola et al., 2023; Sarduy, 2007). La muestra, obtenida por conveniencia, estuvo compuesta por 200 estudiantes de diversas carreras de pedagogía de una universidad en la región de Ñuble, Chile. La edad promedio fue de 21 años, con un 53% de mujeres. El estudio contó con la aprobación del comité de ética de la institución y el consentimiento informado de todos los participantes. Para la recolección de datos se emplearon dos instrumentos. La alfabetización estadística se midió con 12 ítems adaptados del cuestionario BLIS-3 (Ziegler & Garfield, 2018). Las actitudes hacia la estadística se evaluaron mediante la Escala de Actitudes hacia la Estadística Descriptiva y su Enseñanza (EAEDE), que consta de 28 ítems tipo Likert y siete componentes basados en el modelo de Estrada y Batanero (2015). El análisis de datos se realizó con el software Jamovi. Se calcularon estadísticas descriptivas y, debido a la distribución no normal de los datos, se aplicaron pruebas no paramétricas. Se usó la U de Mann-Whitney para comparaciones por sexo, el test de Kruskal-Wallis para diferencias entre carreras y el coeficiente de correlación de Spearman para relacionar la alfabetización con las actitudes, todo con un nivel de significancia de $\alpha=0.05$.

RESULTADOS

El análisis de los datos reveló diferencias significativas en las actitudes hacia la estadística según el género y el programa de estudio, así como una correlación débil entre la alfabetización y las actitudes. Se encontraron diferencias estadísticamente significativas en las actitudes hacia los contenidos de estadística descriptiva. Los hombres mostraron actitudes más positivas en el componente afectivo (AED), una mayor autopercepción de competencia cognitiva (CCED) y una mayor disposición comportamental (CED) en comparación con las mujeres ($p<0.05$). Sin embargo, no se observaron diferencias significativas en las actitudes relacionadas con la enseñanza de la estadística ni en el nivel de alfabetización estadística

(AE) general entre ambos grupos. También se identificaron diferencias significativas entre las distintas carreras de pedagogía. Los estudiantes de Educación Física presentaron las actitudes más positivas (AED) y la mayor autopercepción de competencia (CCED), diferenciándose significativamente de programas como Educación Diferencial y Educación Parvularia. En cuanto a la enseñanza, los futuros docentes de Educación General Básica y Educación Diferencial mostraron una mayor disposición a la acción didáctica (CEED) y valoraron más el contenido (VEDE) que sus pares de otras carreras. Finalmente, los estudiantes de Educación General Básica obtuvieron un puntaje de alfabetización estadística (AE) significativamente más alto que los de Educación Física ($p=0.016$). El estudio encontró que, si bien todas las dimensiones de la actitud hacia la estadística se correlacionaron positivamente entre sí, la alfabetización estadística (AE) no presentó una correlación significativa con la mayoría de las actitudes. La única relación encontrada fue una correlación positiva, aunque débil ($r=0.283$), entre la alfabetización estadística y el valor que los futuros docentes otorgan al contenido y su enseñanza (VEDE).

DISCUSIÓN

Los resultados confirman investigaciones previas (Van Es & Weaver, 2018) al mostrar que los hombres tienen actitudes más positivas y una mayor autopercepción de competencia hacia el contenido de la estadística que las mujeres. Sin embargo, un hallazgo clave es que no existen diferencias de género en las actitudes hacia la enseñanza de la estadística ni en el nivel de alfabetización estadística (AE). Esto sugiere que la formación pedagógica podría estar fomentando una visión homogénea sobre la labor docente y proveyendo competencias de manera equitativa, superando los estereotipos asociados a las disciplinas cuantitativas. Las actitudes varían significativamente según la carrera. Estudiantes de Educación Física mostraron las actitudes más positivas, probablemente por la aplicación directa de la estadística en su campo, mientras que los de Educación Parvularia manifestaron las más negativas. En contraste, los futuros docentes de Educación General Básica y Educación Diferencial valoran más la disciplina (VEDE) y presentan mayores niveles de AE, lo cual se explica por la relevancia funcional de la estadística en sus futuros currículos (MINEDUC, 2012). A pesar de estas diferencias, las actitudes hacia la enseñanza de la estadística fueron homogéneas entre carreras, indicando que los futuros docentes reconocen su valor transversal en la formación ciudadana, más allá de su especialidad. El estudio encontró que todas las dimensiones de la actitud se correlacionan positivamente entre sí, lo que es coherente con la teoría de que las actitudes son un constructo multidimensional (Estrada, 2002). Esto significa que una experiencia emocional positiva (componente afectivo) se asocia con una mayor confianza en las propias habilidades (competencia cognitiva) y una mayor disposición a usar y enseñar la estadística (componente comportamental). Este hallazgo subraya que una disposición favorable hacia la disciplina se extiende a la disposición para enseñarla. Un

resultado central del estudio es la falta de una correlación significativa entre la mayoría de las actitudes y el nivel real de alfabetización estadística (AE). La única excepción fue una correlación positiva débil entre la valoración del contenido (VEDE) y la AE. Esto implica que tener una actitud positiva no es suficiente para garantizar un alto nivel de competencia estadística. La alfabetización estadística requiere habilidades cognitivas, razonamiento crítico y aplicación práctica que van más allá de una disposición favorable (Sharma, 2017). Por tanto, la formación docente debe enfocarse no solo en fomentar actitudes positivas, sino también en desarrollar de manera explícita las competencias que constituyen una verdadera alfabetización estadística. En esta línea, futuras investigaciones podrían profundizar en los factores que median la relación entre actitudes y alfabetización estadística, considerando variables como las estrategias de enseñanza, las experiencias previas con la estadística y la autoeficacia percibida. Asimismo, sería relevante explorar longitudinalmente cómo evolucionan las actitudes y competencias estadísticas a lo largo de la formación inicial docente, ampliando el estudio a diversas instituciones y contextos educativos para fortalecer la validez externa de los resultados. Finalmente, se recomienda diseñar e implementar intervenciones pedagógicas específicas orientadas al fortalecimiento simultáneo de las actitudes y la alfabetización estadística, integrando enfoques prácticos, reflexivos y colaborativos que favorezcan un aprendizaje más significativo y equitativo.

Referencias

Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (Eds.). (2011). *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0

Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Sense. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8

Ben-Zvi, D., Makar, K., & Garfield, J. (Eds.). (2018). *International handbook of research in statistics education* (1st ed.). Springer Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7

Díaz-Levicoy, D., Parra-Fica, J. H., Aravena-Díaz, M., & Gutiérrez-Saldivia, X. (2021). Lectura de gráficos estadísticos por profesores de educación primaria en activo. *Información Tecnológica, 32*(3), 57–68. https://doi.org/10.4067/s0718-07642021000300057

Elfitra, & Siregar, T. M. (2020). Statistical literacy analysis of mathematics education students through KKNI assignments. *Journal of Physics: Conference Series, 1462*, 012028. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1462/1/012028

Estrada, A. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado* [Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona].

Groth, R., & Meletiou-Mavrotheris, M. (2018). Research on statistics teachers' cognitive and affective characteristics. En D. Ben-Zvi, K. Makar, & J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 327–355). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_10

Índice

Manterola, C., Hernández-Leal, M. J., Otzen, T., Espinosa, M. E., & Grande, L. (2023). Estudios de corte transversal: Un diseño de investigación a considerar en ciencias morfológicas. *International Journal of Morphology, 41*(1), 146–155. https://doi.org/10.4067/S0717-95022023000100146

Marchant, C., & Su, C. (2021). The statistical reasoning level of Chilean students of pedagogy in mathematics on statistical hypotheses tests. *Acta Scientiae, 23*(6), 209–236. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5772

Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC). (2012). *Bases curriculares de educación básica*. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394_bases.pdf

Molina-Portillo, E., Contreras, J. M., Godino, J. D., & Ruz, F. (2019). Statistical literacy in the information society. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa, 35*(2), 148–169.

Ruz, F., Molina-Portillo, E., & Contreras, J. M. (2020). Actitudes hacia la estadística descriptiva y su enseñanza en futuros profesores. *Cadernos de Pesquisa, 50*(178), 964–980. https://doi.org/10.1590/198053146821

Ruz, F., Molina-Portillo, E., & Contreras, J. M. (2022). Escala de actitudes hacia la estadística descriptiva y su enseñanza para profesores de matemáticas. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado, 26*(1), 107–126. https://doi.org/10.30827/profesorado.v26i1.9470

Sarduy Domínguez, Y. (2007). El análisis de información y las investigaciones cuantitativa y cualitativa. *Revista Cubana de Salud Pública, 33*(3).

Sharma, S. (2017). Definitions and models of statistical literacy: A literature review. *Open Review of Educational Research, 4*, 118–133. https://doi.org/10.1080/23265507.2017.1354313

Van Es, C., & Weaver, M. (2018). Race, sex, and their influences on introductory statistics education. *Journal of Statistics Education, 26*, 48–54. https://doi.org/10.1080/10691898.2018.1434426

Ziegler, L., & Garfield, J. (2018). Developing a statistical literacy assessment for the modern introductory statistics course. *Statistics Education Research Journal, 17*(2), 161–178. https://doi.org/10.52041/serj.v17i2.164

Índice

DISEÑO Y VALIDACIÓN DE UN INSTRUMENTO PARA LA MEDICIÓN DEL PENSAMIENTO CRÍTICO EN MATEMÁTICA EN LOS PRIMEROS GRADOS

Sergio Morales, Universidad de Concepción

Josselyn Águila, Universidad de Concepción

Bárbara Erices, Universidad de Concepción

Carolina Salgado, Universidad de Concepción

David Escobar, Universidad de Concepción

Johana Espinoza, Universidad de Concepción

Abstract:

Este estudio tiene como objetivo desarrollar y validar psicométricamente un instrumento para medir el pensamiento crítico en tareas estadísticas en estudiantes de 7 a 10 años. Se diseñará una prueba de opción múltiple basada en las habilidades del informe Delphi (interpretación, análisis, evaluación, inferencia, explicación y autorregulación), que será sometida a un proceso de validación de contenido por expertos, entrevistas cognitivas con estudiantes, una aplicación piloto (n=100) y una validación final (n=300) que incluirá análisis factorial confirmatorio y el cálculo de la fiabilidad con Omega de McDonald. El resultado esperado es una herramienta válida y confiable para evaluar el pensamiento crítico en los primeros grados escolares, que aporte a la carencia de instrumentos específicos y a su integración efectiva en el currículo de matemática.

Pensamiento crítico, educación matemática, primaria, validación de psicométrica

INTRODUCCIÓN

El pensamiento crítico es reconocido como una habilidad esencial para enfrentar los desafíos del siglo XXI (UNESCO, 2025). Es un proceso intencional dirigido a fines específicos, tales como resolver problemas, interpretar significados o evaluar argumentos (Facione, 1990, 2020; Güner y Gökçe, 2021). Su propósito central radica en la capacidad de formar juicios autónomos y tomar decisiones fundamentadas, permitiendo a las personas construir creencias propias y actuar en consecuencia (Lin et al., 2017). En matemáticas, el pensamiento crítico trasciende la mera aplicación de algoritmos, fomenta habilidades como el análisis, la justificación y la toma de decisiones fundamentadas (Sosa-Gutiérrez et al., 2023), todas ellas prácticas propias, por ejemplos, de la estadística. A pesar de su relevancia, su integración sistemática en los niveles primarios ha sido descuidada, a diferencia de lo que ocurre en educación superior (Deng et al., 2023). Lo anterior se ve agravado por la multiplicidad de definiciones y marcos conceptuales asociados con el pensamiento crítico que han generado

Índice

estándares dispares para su medición, particularmente en el dominio matemático (Evendi et al., 2023) y por la ausencia de instrumentos de medición apropiados para los niveles primarios (Choque, 2019), lo que genera diversos problemas, por ejemplo, los profesores usan evaluaciones genéricas que no miden bien estas habilidades (Cañongo et al., 2020), así, la ausencia de instrumentos de evaluación apropiados dificulta en las escuelas el diseño de estrategias eficientes para monitorear el pensamiento crítico y promover una enseñanza eficaz en áreas específicas, lo que fortalece la creencia de que el pensamiento crítico es una habilidad exclusiva para alumnos mayores (Choque, 2019; Massa, 2014).

Por otro lado, a pesar de que en el contexto del currículum chileno, en el eje de estadística, los estudiantes interpretan representaciones datos en contexto, resuelven situaciones problemáticas de incertidumbre, justifican procedimientos, evalúan la validez de sus afirmaciones, y formulan hipótesis, todas ellas actividades propias del pensamiento crítico, se perciben escasos estudios con foco en estadística, en contraste con áreas matemáticas asociadas con la resolución de problemas (Sosa-Gutiérrez et al., 2023) y la aritmética (Cañongo et al., 2020).Por lo anterior, este trabajo atiende la problemática asociada con la escases de instrumentos para medir pensamiento crítico en matemática en los primeros grados escolares, particularmente en estadística, por ello, busca aportar a la integración del pensamiento crítico en los primeros grados escolares, a partir del desarrollo y validación de un instrumento de evaluación cuantitativo, psicométricamente robusto, que permita medir el pensamiento crítico a partir de tareas estadísticas contextualizadas.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

Esta habilidad fundamental del siglo XXI, transversal a las disciplinas, ha sido definida por Ennis (2018) como "el pensamiento reflexivo y razonable centrado en decidir qué creer o hacer". Según Willingham (2008) el pensamiento crítico también implica considerar distintos puntos de vista, aceptar evidencia contradictoria, razonar con imparcialidad, exigir fundamentos empíricos, inferir conclusiones y resolver problemas lógicamente.

El pensamiento crítico combina habilidades cognitivas y disposiciones personales como la búsqueda de la verdad, la mentalidad abierta y la sistematicidad, permitiendo analizar objetivamente situaciones y formular juicios fundamentados (Deng et al., 2023; Ennis, 2018; Güner y Gökçe, 2021). Es una forma de "buen pensamiento" intencionado y con propósito, opuesto al pensamiento ilógico (Facione, 2020), que implica la capacidad de cuestionar y refutar creencias o afirmaciones (Lin et al., 2017).

El informe Delphi (Facione, 1990) declara un consenso entre investigadores en cuanto a las habilidades fundamentales del pensamiento crítico, que son: 1) **Interpretación:** es comprender el contenido proporcionado, formular y expresar pensamientos en relación con dicho contenido (Lin et al., 2017), así como captar y comunicar el sentido o significado de

una amplia variedad de experiencias, situaciones, datos, acontecimientos, juicios, creencias, normas, procedimientos o criterios (Facione, 2020); **Análisis:** es identificar las relaciones inferenciales, tanto previstas como reales, presentes en un enunciado o suceso (Lin et al., 2017). Implica reconocer las conexiones lógicas entre enunciados, preguntas, conceptos, descripciones u otras formas de representación que expresan creencias, juicios, experiencias, razones, información u opiniones (Facione, 2020); **Evaluación:** acceder a opciones o soluciones en función de la credibilidad de las afirmaciones (Lin et al., 2017), valorar la credibilidad de representaciones como relatos o descripciones de percepción, experiencia, situación, juicio, creencia u opinión, y a evaluar la fuerza lógica de las relaciones inferenciales (Facione, 2020); **Inferencia:** implica identificar la información relevante para extraer conclusiones razonables y deducir las consecuencias derivadas de un enunciado o suceso (Lin et al., 2017). Consiste en reconocer y utilizar los elementos necesarios para formular conjeturas e hipótesis, considerar información pertinente y deducir consecuencias a partir de datos, afirmaciones, principios, pruebas, juicios, creencias, entre otros; **Explicación:** capacidad de justificar el razonamiento que sustenta los resultados obtenidos (Lin et al., 2017). Implica presentar de manera clara, coherente y convincente las conclusiones del propio pensamiento, exponiendo y fundamentando las razones en que se basan dichos resultados, y formulando como argumentos sólidos; y **Autorregulación:** control consciente de las propias actividades cognitivas, de los elementos involucrados y los resultados obtenidos, mediante el análisis y evaluación de los propios juicios inferenciales, con el propósito de cuestionar, confirmar, validar o corregir el propio razonamiento (Facione, 2020; Tamayo et al., 2015).

Desde la perspectiva del desarrollo cognitivo, entre los 7 y 10 años, los estudiantes transitan hacia el pensamiento operatorio concreto (Piaget, 1970); en esta etapa, son capaces de razonar lógicamente sobre objetos y situaciones reales, comparar evidencias y justificar relaciones numéricas, y por lo tanto, participar en procesos de pensamiento crítico en contextos matemáticos (Massa, 2014), lo que coincidente con la literatura sobre Theory of Mind que sugiere que a esta edad los estudiantes comienzan a reconocer perspectivas distintas a las propias (Wellman, 2014), lo que respalda la inclusión de tareas que involucren argumentación y evaluación a partir del análisis de datos, actividades propias del pensamiento crítico.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Esta investigación adopta un enfoque cuantitativo, orientado al diseño y validación de un instrumento que permita evaluar el pensamiento crítico en estudiantes de entre 7 y 10 años, específicamente en el área de matemática. Para esto, se utiliza un diseño no experimental transeccional descriptivo, el cual permite observar y medir las características del pensamiento crítico en un momento determinado, sin manipular variables independientes (Aracena et al.,

2024). Los participantes del estudio son 400 estudiantes de entre 7 y 10 años pertenecientes a establecimientos educacionales municipales y particulares subvencionados de la Región del Biobío. El instrumento por diseñar y validar en esta investigación corresponde a una prueba de respuesta cerrada de opción múltiple con única respuesta correcta. El diseño será orientado en base a las habilidades y subhabilidades de pensamiento crítico declaradas en el informe Delphi (Facione, 2020). El proceso de diseño y validación se desarrollará en cuatro etapas: 1) Diseño del instrumento: tres investigadores conjuntamente diseñarán por cada habilidad de pensamiento crítico (Facione, 2020) un conjunto de 3 a 4 ítems en contextos matemáticos, se resguardará que el lenguaje y complejidad sean apropiados para estudiantes de 7 a 10 años; 2) Validación de contenido: cinco expertos en educación matemática evaluarán de manera independiente los ítems en cuanto a claridad, pertinencia y adecuación al nivel cognitivo; se utilizará una escala Likert y se aplicará el coeficiente V de Aiken para cuantificar el grado de acuerdo entre los jueces. Además, se realizarán entrevistas cognitivas a diez estudiantes para verificar que comprendan los ítems correctamente e identificar aspectos a mejorar; 3) Aplicación piloto: se realizará a una muestra de 100 estudiantes, lo que permitirá realizar un análisis de ítems, evaluar la fiabilidad y validez a pequeña escala, de modo que se puedan identificar dificultades y efectuar los ajustes correspondientes (ITC, 2017) Validación psicométrica: se realizará a 300 estudiantes de entre 7 y 10 años, para ello, se estudiará la validez de constructo interna mediante análisis factorial confirmatorio, y la fiabilidad a través del Omega de McDonald; este análisis ofrecerá una evaluación comprehensiva de las propiedades métricas del instrumento, fundamentando así su validez para su uso en contextos educativos del primer ciclo básico (Revelle & Zinbarg, 2009).

El desarrollo y validación de un instrumento psicométrico para medir pensamiento crítico en matemática en los primeros grados constituye un aporte tanto para la investigación, al atender un vacío empírico y metodológico, y a una contribución a la práctica docente al proveer mecanismos orientadores para la evaluación objetiva del desarrollo del pensamiento crítico desde los primeros grados escolares. La presente investigación se desarrollará bajo principios éticos específicos para estudios con población infantil, respetando su dignidad, autonomía progresiva y derecho a participar de forma activa en decisiones que les afecten. Se contará con el correspondiente consentimiento y asentimiento informado de cada participante del estudio.

AVANCES Y PROYECCIONES

Actualmente se ha completado el diseño y la validación de contenido del instrumento, con cinco jueces expertos y entrevistas cognitivas realizadas a estudiantes, lo que permitió realizar ajustes a los distintos ítems que componen el instrumento. En etapas siguientes se avanzará en la prueba piloto a 100 estudiantes, cuyos datos serán analizados

psicométricamente para ajustar la redacción y dificultad de los ítems, previo a la validación psicométrica final.

Luego de su validación, se proyecta la aplicación del instrumento en diferentes niveles educativos para analizar variaciones del pensamiento crítico según género, tipo de establecimiento, nivel socioeconómico, entre otros. También, se prevé una adaptación en formato digital que provean a los docentes de retroalimentación inmediata acerca del fortalecimiento del pensamiento crítico sus estudiantes en determinados ámbitos de conocimiento.

Agradecimientos

Esta investigación fue financiada por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile, a través del proyecto Fondecyt de Iniciación N° 11250799.

Referencias

Aracena, M., Gutiérrez, J., López, M., Valenzuela, C., Cuadra-Martínez, D., Oyanadel, C., Castro, P. J., & González, I. (2024). Adaptación y validación de la Student Teacher Professional Identity Scale en estudiantes de pedagogía chilenos. *Interdisciplinaria: Revista de Psicología y Ciencias Afines*, *41*(1), 9–34. https://doi.org/10.16888/interd.2024.41.1.9

Cañongo, A., Acle, G., & Reyes, N. G. (2020). Habilidades de nivel inferencial y crítico en alumnos de primaria. *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 22*, e12. https://doi.org/10.24320/redie.2020.22.e12.2364

Choque, K. (2019). Desarrollo del pensamiento crítico en niños de educación primaria. *Asociación Centro de Investigaciones y Escuela de Pensamiento Crítico Aymara*, *1*(1), 47–64. https://doi.org/10.56736/2019/7

Deng, M., Ma, J., Lv, X., & Ren, X. (2023). Academic performance and parenting styles differentially predict critical thinking skills and dispositions among primary students: Cross-sectional and cross-lagged evidence. *Thinking Skills and Creativity, 50*, 101384. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2023.101384

Ennis, R. H. (2018). Critical thinking across the curriculum: A vision. *Topoi, 37*, 165–184. https://doi.org/10.1007/s11245-016-9401-4

Evendi, E., Retnawati, H., & Istiyono, E. (2023). Assessment of critical mathematical thinking skills: A literature review. *Beta: Jurnal Tadris Matematika, 16*(2), 85–97. https://doi.org/10.20414/betajtm.v16i2.592

Facione, P. A. (1990). *Critical thinking: A statement of expert consensus for purposes of educational assessment and instruction*. American Philosophical Association.

Facione, P. A. (2020). *Critical thinking: What it is and why it counts*. Insight Assessment. https://www.etsu.edu/teaching/documents/whatwhy.pdf

Güner, P., & Gökçe, S. (2021). Linking critical thinking disposition, cognitive flexibility and achievement: Math anxiety's mediating role. *The Journal of Educational Research, 114*(5), 458–473. https://doi.org/10.1080/00220671.2021.1975618

Índice

International Test Commission. (2017). *The ITC guidelines for translating and adapting tests* (2.ª ed.). https://www.intestcom.org/files/guideline_test_adaptation_2ed.pdf

Lin, I-H., Chew, S. W., & Chen, N-S. (2017). A vocal assessment approach to measure elementary school students' critical thinking skills. En *Proceedings of the 2017 IEEE 17th International Conference on Advanced Learning Technologies (ICALT)* (pp. 419–421). IEEE. https://doi.org/10.1109/icalt.2017.30

Massa, S. (2014). The development of critical thinking in primary school: The role of teacher's beliefs. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 141*(25), 387–392. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.05.068

Piaget, J. (1970). *La formación del símbolo en el niño.* Paidós.

Revelle, W., & Zinbarg, R. E. (2009). Coefficients alpha, beta, omega, and the GLB: Comments on Sijtsma. *Psychometrika*, *74*(1), 145–154. https://doi.org/10.1007/S11336-008-9102-Z

Sosa-Gutierrez, F., Vilca Apaza, H., Valdivia-Yábar, S., & Condori-Castillo, W. (2023). Critical thinking and teaching mathematics: An analysis from education. *International Journal of Religion*, *5*(9), 958–976. https://doi.org/10.61707/94v23344

Tamayo, O., Zona, R., & Loaiza, Y. (2015). El pensamiento crítico en la educación: Algunas categorías centrales en su estudio. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, 11*(2), 111–133. https://www.redalyc.org/pdf/1341/134146842006.pdf

UNESCO. (2025). *Cultura y educación.* https://www.unesco.org/es/cultura-y-educacion

Wellman, H. M. (2014). *Making minds: How theory of mind develops*. Oxford University Press.

Willingham, D. T. (2008). Critical thinking: Why is it so hard to teach? *Arts Education Policy Review, 109*(4), 21–32. https://doi.org/10.3200/AEPR.109.4.21-32

Índice

DISEÑO Y VALIDACIÓN DE UNA ESCALA PARA MEDIR LA CURIOSIDAD EPISTÉMICA EN MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE 7 A 10 AÑOS

Sergio Morales, Universidad de Concepción

Valeria Albial, Universidad de Concepción

Guislene Cifuentes, Universidad de Concepción

David Escobar, Universidad de Concepción

Johana Espinoza, Universidad de Concepción

Katerine Fabriga, Universidad de Concepción

Abstract:

La curiosidad es un impulsor fundamental del aprendizaje humano y componente necesario para el aprendizaje. Sin embargo, aunque investigaciones recientes destacan su importancia, en matemáticas, su rol ha sido históricamente subvalorado. Este estudio comprende la curiosidad desde el modelo bidimensional de curiosidad epistémica que distingue entre curiosidad por interés (tipo-I), motivada por disfrute intrínseco, y curiosidad por privación (tipo-D), impulsada por la necesidad de reducir la incertidumbre. El estudio tiene por objetivo, diseñar y validar un instrumento para medir la curiosidad epistémica en los primeros grados escolares en matemática, en contextos de exploración, y contempla: (1) validación de contenido por siete jueces expertos y entrevistas cognitivas con diez estudiantes; (2) aplicación piloto a 50-100 estudiantes para validación psicométrica (fiabilidad, validez de constructo y convergente); (3) aplicación final a 300 estudiantes de 7-10 años de establecimientos municipales de la Provincia del Biobío, Chile, mediante muestreo no probabilístico intencionado. Se espera obtener un instrumento válido y confiable situado en contextos matemáticos exploratorios, que contribuyan a la investigación educativa y al mejoramiento de las prácticas pedagógicas en matemáticas.

Curiosidad epistémica, exploración, matemática, educación primaria, validación de instrumento

INTRODUCCIÓN

La curiosidad es una fuerza impulsora fundamental para el aprendizaje humano, especialmente durante las etapas tempranas de la vida y es también un componente estructural y necesario para el aprendizaje significativo (Gopnik et al., 2015). En el caso específico del aprendizaje de las matemáticas, el reconocimiento de su rol ha sido históricamente menospreciado (Jirout, 2020) aunque diversos estudios han comenzado a

Índice

resignificar la relación entre esta y el aprendizaje matemático (Litman et al., 2005; Tang et al., 2024).

En matemática se ha observado que la curiosidad surge de enfoques de enseñanza que presentan las matemáticas no como un conjunto de reglas a memorizar, sino como un campo de exploración conceptual, alineándose con los principios del aprendizaje activo que reconocen la curiosidad del estudiante como una fuente legítima de motivación (Jirout, 2020; Schwartz y Martin, 2004). La participación en actividades exploratorias fomenta la curiosidad epistémica, que se manifiesta al intentar resolver una incertidumbre o comprender el porqué de un procedimiento, y no solo aplicar fórmulas mecánicamente (Tang et al., 2024). Esta curiosidad puede originarse tanto en la necesidad de reducir la incertidumbre (tipo privación) como en el placer por descubrir (tipo interés) (Litman, 2005; Tang et al., 2024).

En cuanto a la medición de la curiosidad, se observa que, aunque existen instrumentos para cuantificar la curiosidad (Ahmad y Siew, 2021; Sánchez et al., 2023; Tang et al., 2024), estos presentan limitaciones, especialmente en contextos infantiles y disciplinares específicos como las matemáticas.

Este estudio atiende la problemática del vacío metodológico y teórico asociados a la medición de la curiosidad epistémica en matemática en los primeros grados escolares, por tanto, aborda como objetivo el diseño y validación de una escala psicométrica confiable para evaluar de forma precisa y pertinente la curiosidad epistémica en estudiantes de 7 a 10 años en matemática.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

La curiosidad es un fenómeno multidimensional que ha sido abordado desde diversas disciplinas y que carece aún de una única definición. En general, suele entenderse como una tendencia o disposición a buscar información y explorar el entorno, con el fin de reducir la incertidumbre o llenar vacíos en el conocimiento (Chouinard et al., 2007; McNary, 2023). Es un impulso presente desde la infancia y puede entenderse como una necesidad básica del ser humano por comprender el mundo (Jirout, 2020), que activa la búsqueda de conocimiento frente a vacíos cognitivos (Loewenstein et al., 1994). En la actualidad se aceptan al menos dos dimensiones motivacionales distintas y complementarias asociadas con la curiosidad epistémica: la Curiosidad de Interés y la Curiosidad por Privación (Litman, 2008; 2019). La Curiosidad de Interés (Tipo I) se conceptualiza como el deseo de buscar y adquirir conocimiento impulsado por un interés genuino, el disfrute y la motivación intrínseca (Litman, 2008). Este tipo de curiosidad opera bajo un principio de aproximación de placer, donde el individuo se ve atraído por la anticipación de una recompensa emocional positiva inherente al proceso de aprendizaje en sí mismo. La actividad de explorar, descubrir y comprender genera por defecto sentimientos de interés, fascinación y disfrute, los cuales

actúan como su propio fin y recompensa (Litman, 2005; Litman y Jimerson, 2004). Por el contrario, la Curiosidad por Privación (Tipo D) surge de un estado afectivo y cognitivo marcadamente diferente: la reducción de estados aversivos de incertidumbre, ignorancia o ansiedad provocados por la falta de información específica (Litman, 2019). Esta dimensión se manifiesta cuando el individuo percibe un déficit o vacío en su conocimiento; esta percepción de carencia genera una sensación desagradable de "privación" que la conducta curiosa busca aliviar (Litman, 2005). A diferencia de la curiosidad-I, la curiosidad-D está más centrada en el desempeño y la resolución de problemas. Su objetivo principal no es el disfrute del proceso, sino la obtención de una respuesta o información precisa, correcta y relevante que elimine la incertidumbre y cierre la brecha de conocimiento percibida (Litman, 2008).

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

La presente investigación adopta un enfoque cuantitativo, de tipo instrumental y de diseño no experimental, transversal y descriptivo, cuyo propósito es diseñar y validar una escala para medir la curiosidad epistémica en estudiantes de 7 a 10 años (Aracena et al., 2024; Jirout y Klahr, 2012; Sánchez et al., 2023) en contextos matemáticos exploratorios. La validación considera la participación de 400 participantes, pertenecientes a establecimientos urbanos municipales de la provincia del Biobío, Chile, electos mediante un muestreo no probabilístico intencionado (Ahmad & Siew, 2021). La escala estará conformada por ítems de selección múltiple, con cuatro alternativas (Litman, 2005; Tang et al., 2024). La construcción de los ítems se realizará sobre la base de la literatura revisada y el trabajo de Sánchez et al. (2023).

El proceso de validación contempla (1) validación de contenido, es decir, que la escala será sometida a revisión por parte de siete jueces (Rodríguez, 2016). Complementariamente, se realizarán entrevistas cognitivas con una submuestra de diez estudiantes de entre 7 y 10 años, con el objetivo de examinar el proceso de comprensión de los ítems y su interpretación por parte de los participantes (Aracena et al., 2024).

(2) Aplicación piloto preliminar a una muestra acotada de entre 50 y 100 estudiantes (Aracena et al., 2024) y validada psicométricamente (fiabilidad, Validez constructo, Validez convergente). Posteriormente, (3) Una aplicación final, donde el instrumento será aplicado a 300 estudiantes de entre 7 y 10 años y será validada psicométricamente de manera análoga a la aplicación piloto.

Esta investigación busca contribuir teóricamente al ofrecer un instrumento validado psicométricamente que permita estudiar la curiosidad epistémica en contextos matemáticos específicos, y de manera práctica al aportar a docentes e investigadores en la promoción de ambientes de aprendizaje que estimulen mediante la curiosidad la búsqueda profunda de nuevos conocimientos.

Agradecimientos

Esta investigación fue financiada por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile, a través del proyecto Fondecyt de Iniciación N° 11250799.

Referencias

Ahmad, J., & Siew, N. M. (2021). Curiosity towards STEM education: A questionnaire for primary school students. *Journal of Baltic Science Education*, *20*(2), 289–304. https://doi.org/10.33225/jbse/21.20.289

Aracena, M., Gutiérrez, J., López, M., Valenzuela, C., Cuadra-Martínez, D., Oyanadel, C., Castro, P. J., & González, I. (2024). Adaptación y validación de la Student Teacher Professional Identity Scale en estudiantes de pedagogía chilenos. *Interdisciplinaria: Revista de Psicología y Ciencias Afines, 41*(1), 9–34. https://doi.org/10.16888/interd.2024.41.1.9

Chouinard, M. M., Harris, P. L., & Maratsos, M. P. (2007). Children's questions: A mechanism for cognitive development. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 72*(1), i–129. http://www.jstor.org/stable/30163594

Gopnik, A., Meltzoff, A. N., & Kuhl, P. K. (2015). *The scientist in the crib: Minds, brains, and how children learn*. William Morrow & Co.

Jirout, J. J. (2020). Supporting early scientific thinking through curiosity. *Frontiers in Psychology*, *11*, 1717. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.01717

Jirout, J., & Klahr, D. (2012). Children's scientific curiosity: In search of an operational definition of an elusive concept. *Developmental review*, *32*(2), 125–160. https://doi.org/10.1016/j.dr.2012.04.002

Litman, J. (2005). Curiosity and the pleasures of learning: Wanting and liking new information. *Cognition and emotion*, *19*(6), 793–814. https://doi.org/10.1080/02699930541000101

Litman, J. A. (2008). Interest and deprivation factors of epistemic curiosity. *Personality and individual differences*, *44*(7), 1585–1595. https://doi.org/10.1016/j.paid.2008.01.014

Litman, J. A., & Jimerson, T. L. (2004). The measurement of curiosity as a feeling of deprivation. *Journal of personality assessment*, *82*(2), 147–157. https://doi.org/10.1207/s15327752jpa8202_3

Litman, J. (2019). *Curiosity: Nature, dimensionality, and determinants*. https://doi.org/10.1017/9781316823279.019

Loewenstein, G. (1994). The psychology of curiosity: A review and reinterpretation. *Psychological Bulletin, 116*(1), 75–98. https://doi.org/10.1037/0033-2909.116.1.75

McNary, L. (2023). Curiosity: A conceptual re-analysis for improved measurement. *Current Psychology*, *43*(1), 575–586. https://doi.org/10.1007/s12144-022-04170-z

Rodríguez, P., Gil, L., & García, E. (2016). Validez de contenido usando la V de Aiken con intervalos de confianza: Aportes metodológicos. *Revista Electrónica de Metodología Aplicada, 21*(1), 79–97.

Índice

Sánchez, M. E., Álvarez-Montero, F. J., & Reyes-Sosa, H. (2023). Evaluación de las propiedades psicométricas de la Escala de Curiosidad Epistémica de Litman en hispano hablantes. *Acta Colombiana de Psicología*, *26*(2), 114–127. *https://doi.org/10.14718/ACP.2023.26.2.10*

Schwartz, D. L., & Martin, T. (2004). Inventing to prepare for future learning: The hidden efficiency of encouraging original student production in statistics instruction. *Cognition and instruction*, *22*(2), 129–184. https://doi.org/10.1207/s1532690xci2202_1

Tang, S., Xu, T., Jin, L., Ji, L., Chen, Q., & Qiu, J. (2024). Validation of the I-and D-type epistemic curiosity scale among young Chinese children and implications on early curiosity nurture. *BMC psychology*, *12*(1), 795. https://doi.org/10.1186/s40359-024-02286-4

UNA REVISIÓN SOBRE EL CONOCIMIENTO PROBABILÍSTICO EN LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICA

Yudi Caterine Diaz-Perdomo, Universidad Católica del Maule

Danilo Díaz-Levicoy, Universidad Católica del Maule

Gonzalo Espinoza-Vásquez, Universidad Alberto Hurtado

Abstract:

En este trabajo se presenta una revisión sistemática de la literatura sobre el conocimiento de futuros profesores de matemática de Educación Secundaria respecto de la probabilidad, mediante la búsqueda en las bases de datos internacionales WoS, Scopus y JSTOR, e iberoamericano, SciELO y Dialnet, de acuerdo con los lineamientos de la declaración PRISMA. La búsqueda dio como resultado 15 documentos, de acuerdo con los criterios de inclusión, como conocimiento sobre probabilidad o artículos científicos. A estos documentos se les realiza un análisis bibliométrico y de contenido, identificando también la metodología y la teoría abordada. Los resultados muestran mayor presencia de autores españoles en las producciones científicas. Se observa con mayor frecuencia el uso del modelo teórico Conocimiento Didáctico Matemático (CMD) y predominio en el idioma inglés en la escritura de los artículos. Así mismo, se evidencia debilidades en conocimientos probabilísticos fundamentales de los futuros profesores, así como la necesidad de actualizar los programas de formación e incluir herramientas digitales.

Probabilidad, formación de profesores, conocimiento especializado, Educación Secundaría.

INTRODUCCIÓN

Actualmente, ha aumentado el interés de formar a los ciudadanos en probabilidad (Diaz-Perdomo et al., 2023), lo que está asociado al desarrollo del razonamiento estocástico, demandando, entre otras cosas, la preparación para analizar de manera crítica los datos (Alsina, 2017). En este sentido, se requiere que los profesores de matemática que enseñan probabilidad conozcan en profundidad este contenido, así como los recursos y estrategias que desarrollen su aprendizaje, las formas de evaluar el conocimiento y en especial las necesidades de los estudiantes y sus posibilidades de aprendizaje (Alsina y García Alonso, 2023). Cabe destacar que existe gran variedad de investigaciones acerca del conocimiento para la enseñanza de la probabilidad (Batanero, 2022), sin embargo, la mayoría se ha enfocado en los futuros profesores de primaria (Alsina y García Alonso, 2023) y solo algunas de estas se han enfocado en la formación de los profesores en el tema de probabilidad (Batanero, 2022).

Índice

Con base en estos antecedentes, se hace evidente la brecha entre el conocimiento matemático adquirido en la formación inicial frente al conocimiento necesario para enseñar probabilidad. Desde esta perspectiva, surge la necesidad de revisar sistemáticamente la evidencia académica sobre el conocimiento de profesores de matemática de formación inicial, en este sentido, este trabajo tiene como propósito describir la producción científica respecto del conocimiento sobre probabilidad en futuros profesores de matemática de Educación Secundaria reportado en revistas de corriente principal, que permita determinar vacíos teóricos, metodologías y debilidades en el campo de la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad.

METODOLOGÍA

Para abordar el objetivo de esta investigación, se realizó una revisión sistemática de la literatura, la cual permite recolectar y analizar información científica, siguiendo un proceso estructural de selección, con el propósito de ofrecer datos actualizados sobre una temática específica (Letelier et al., 2005). Para ello se utilizaron los criterios propuestos en la declaración PRISMA (Page et al., 2021). Las palabras clave utilizadas fueron: probabilidad, conocimiento, formación de profesores y Educación Secundaria (probability, knowledge, teacher training and secondary education). En la búsqueda se encontraron 2046 documentos, que luego de aplicar los criterios de inclusión (artículos científicos, capítulos de libros, investigaciones empíricas, experiencias de aula, conocimiento sobre probabilidad o estocástica, profesores de matemática en formación, Educación Secundaria) y de exclusión (libros completos, tesis, artículos teóricos, ensayos, actas de congreso, conocimiento sobre estadística, solo profesores en activo, estudiantes, futuros profesores de Educación Primaria), resultaron 15 documentos para su análisis, rotulados como A1, A2, etc. En esta búsqueda, no se consideró un periodo de tiempo en específico ni idiomas determinados. Además, se descartaron los documentos repetidos. Las bases de datos consultadas fueron WoS, Scopus, Scielo, JSTOR y Dialnet.

RESULTADOS

El estudio abordó el análisis de los datos bibliométricos como del contenido de los textos. En cuanto al bibliométrico, se identificaron dos idiomas de publicación, el inglés y español, siendo el primero el de mayor predominio. Así mismo, las nacionalidades de afiliación con mayor número de trabajos son España (8), Turquía (5) y Chile (4). Además, las publicaciones se efectuaron entre el 2018 y el 2024.

Al respecto de los fundamentos teóricos/conceptuales, siete de las investigaciones adoptaron modelos relacionados con el conocimiento, siendo el Conocimiento Didáctico Matemático (Godino et al., 2017) el más frecuente. Además, se hallaron cuatro investigaciones basadas en elementos conceptuales propios de la probabilidad como alfabetización, pensamiento y

razonamiento. La metodología predominante fue la cualitativa, en un 60%, y solo un 6,6% declararon utilizar un enfoque mixto.

Durante el análisis de contenido de los artículos se identificaron los modelos teóricos/conceptuales utilizados, los aspectos relacionados con la probabilidad, los principales resultados y sus conclusiones. Se encontró que el 60% de los estudios mencionan deficiencias en el conocimiento sobre la probabilidad, entre los que se destacan dificultades en la interpretación de probabilidad condicional (A7, A8 y A15), poca comprensión del teorema de Bayes (A7 y A8), confusión entre probabilidad clásica y frecuencial (A5 y A8), entre la distribución muestral y poblacional (A13 y A15). Así mismo, se identificaron limitaciones en las habilidades para el uso de tecnologías digitales aplicadas en la enseñanza de la probabilidad (A11 y A15). Por ello, se sugiere la incorporación de software y herramientas digitales, el uso de juego y simuladores (A4, A9, A11 y A14) que fortalezcan la formación de los futuros docentes en este ámbito (53,3%). De igual manera, dentro de los resultados, algunos estudios hacen visible la necesidad de replantear los programas de formación inicial docente, sobre los cursos estocásticos que se imparten en la formación del profesorado de matemáticas (A7 y A8).

CONCLUSIONES

A pesar de que currículos escolares internacionales incluyen las temáticas de probabilidad, la revisión realizada evidencia la escasez de investigaciones interesadas en el conocimiento de los futuros profesores de matemática de Educación Secundaria sobre este tema. De acuerdo con nuestro análisis, las principales dificultades conceptuales en los docentes se presentan en la interpretación probabilidad condicional, la comprensión del T. Bayes y la confusión entre: probabilidad clásica y frecuencial, distribución muestral y poblacional. También observamos que las teorías más utilizadas para abordar los fenómenos de estudio son: Conocimiento Didáctico Matemático (DMK) (A7, A12, A13 y A15) y Modelo CCDM (A8 y A14), y que los elementos probabilísticos de mayor interés investigativo corresponden a los fundamentos de probabilidad, sucesos y espacio muestral, distribuciones y variabilidad, cálculo de probabilidades y reglas, procesos y métodos estadísticos y probabilísticos.

De lo anterior, resulta relevante para investigaciones futuras centrarse en el conocimiento de la probabilidad en futuros profesores de matemática, pues existen vacíos puntuales en la literatura sobre ello. En especial, sobre el conocimiento que se moviliza en la enseñanza (Carrillo et al., 2018), dejando abierta una oportunidad para investigaciones futuras, entorno a la comprensión del conocimiento del profesor en esta perspectiva, indagar sobre los programas de formación inicial sobre la integración de la didáctica, la aplicación de la pedagogía en los recursos tecnológicos para la enseñanza de la probabilidad. En cuanto a la metodología, es notorio el poco número de estudios con enfoque mixto, lo que indica otra posibilidad de exploración, donde se vincule el conocimiento del profesor y el aprendizaje

de los estudiantes. En este sentido, estas proyecciones revelan la necesidad de revisar y mejorar la formación de profesores de matemática, en el ámbito de la probabilidad y proyectar investigaciones que sean coherentes con los desafíos presentes en la educación matemática.

Referencias

Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, *95*, 25–48.

Alsina, Á., & García Alonso, I. (2023). La estadística y la probabilidad y su didáctica en la formación inicial de maestros en España. *Matemáticas, Educación y Sociedad, 6*(2), 11–27.

Batanero, C. (2022). Training teachers to teach probability: A promising research area. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *22*(3), 729–734.

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236–253.

Diaz-Perdomo, Y. C., Avilés-Henn, D., & Díaz-Levicoy, D. (2023). Sesgos y heurísticas probabilísticos de futuros profesores de matemática: Una revisión sistemática. *Revista Visiones Científicas*, *18*(2), 41–54.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *31*(57), 90–113.

Letelier, L. M., Manríquez, J. J., & Rada, G. (2005). Revisiones sistemáticas y metaanálisis: ¿son la mejor evidencia? *Revista Médica de Chile*, *133*(2), 246–249.

Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., McGuinness, L. A., ... Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ*, *372*, n71. https://doi.org/10.1136/bmj.n71

Índice

REFLEXIONES SOBRE EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE N! EN SITUACIONES DE AZAR CON ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN MEDIA

Kevin Rojas-Hernández, Liceo Particular Aníbal Pinto G., Asociación Aprender en Red

Juan Luis Prieto-González, Universidad de Los Lagos

Abstract:

En la formación inicial de profesores de matemáticas, el diseño de tareas matemáticas resulta fundamental para una buena planificación de la enseñanza. En este sentido, nuestro trabajo resume cómo el principio de actividad de la Teoría de la Objetivación ha guiado el diseño de tareas de Probabilidad y Estadística para el encuentro de un curso de segundo año de enseñanza media con el factorial de un número n ($n!$), dentro de situaciones azarosas. Así, presentamos el diseño de dos tareas (formada por problemas de complejidad creciente), que demandan la reflexión, el posicionamiento crítico y la aplicación de estos conocimientos en el cálculo de permutaciones de una serie de objetos concretos, con y sin repetición, en dos situaciones diferentes. Una, a través de la aparición de estudiantes en fotografías que se posicionan en ordenes determinados y, otra, a través del uso de tarjetas especiales. A partir de estas tareas, examinamos algunas condiciones que favorecen (o no) el aprendizaje colectivo en el aula, orientado a la toma de consciencia crítica de determinadas formas de pensamiento alrededor de la expresión $n!$ y la emergencia de formas éticas de colaboración basadas en la responsabilidad, el compromiso y el cuidado del otro.

Probabilidad, tareas, factorial, encuentro, combinatoria

INTRODUCCIÓN

Para profesores en ejercicio y formación inicial, una de las principales dificultades de la práctica docente consiste en promover actividades matemáticas en el aula en las que otorguen significado a los saberes para los estudiantes, especialmente si queremos repensar los procesos de enseñanza – aprendizaje para dar importancia no solo a los contenidos, sino también a las formas de interacción social y sus modos de colaboración (Lasprilla et al., 2021). En esta línea, Radford (2023, p. 163) sugiere que a toda actividad de enseñanza – aprendizaje está asociada una tarea constituida por una serie de problemas que los estudiantes son invitados a abordar. En nuestro caso, el diseño de tareas formó parte de una estrategia de formación en cursos de didáctica de las matemáticas para futuros profesores, orientada a promover aprendizajes colectivos en aulas de enseñanza media chilena. Nos centramos particularmente en diseñar tareas para el estudio de la Combinatoria, un campo escasamente investigado en didáctica a pesar de su relevancia para la matemática discreta y la teoría de probabilidades (Roa, 2000) con el fin de promover reflexiones sobre su aprendizaje colectivo.

Índice

En este contexto, definimos como objetivo de investigación *examinar cómo el diseño de tareas en el eje temático de Probabilidad y Estadística, enfocado en el aprendizaje del concepto de* $n!$ *puede favorecer (o no) un aprendizaje colectivo durante la resolución de problemas matemáticos*. Para ello, nuestras decisiones instruccionales se han fundamentado en principios educativos provenientes de la Teoría de la Objetivación (TO) (Radford, 2023a). Esta teoría coloca la atención tanto en los saberes matemáticos que circulan en el aula como en los seres que aprenden estos saberes, particularmente en sus formas de interacción y colaboración humana.

PRINCIPIOS TEÓRICOS — APRENDIZAJE

En la perspectiva de la TO, lo que hace posible el aprendizaje es una actividad humana, sensual y práctica (Radford, 2020); una actividad con un sentido distinto de las concepciones habituales que le asumen como una serie de acciones encaminadas al logro de un objetivo. Según Radford (2023a), la actividad (*Tätigkeit*, en alemán) "se refiere a un sistema dinámico en el que los individuos interactúan colectivamente en un fuerte sentido social, lo que hace que los productos de la actividad sean también colectivos" (p. 36). Para distinguir la actividad como *Tätigkei* de otras acepciones, el autor se refiere a ésta como *labor conjunta*, esto es, una única y misma actividad en la cual estudiantes y profesores trabajan juntos en la producción de una *obra común*, propiciando con ello la toma de conciencia crítica y reflexiva de las formas de pensamiento matemático constituidas cultural e históricamente (Radford, 2020).

La elaboración de las tareas aplicadas para la recopilación de datos se basa en la idea de actividad como *Tätigkeit*, lo que ha supuesto pensar en estas tareas como elementos consubstanciales de una *labor conjunta* encaminada al encuentro de estudiantes de segundo medio con saberes necesarios para sentar las bases en el estudio del azar y la probabilidad, ¡concretamente con el concepto de $n!$ aplicado a situaciones que involucran permutaciones lineales, con y sin repetición. Asimismo, esto nos lleva a repensar el *aprendizaje colectivo* como aquel que está direccionado hacia el encuentro con un objeto cultural de aprendizaje común, basado en relaciones sociales amparadas por formas de ética de responsabilidad, compromiso y cuidado de otros (Radford, 2023b).

REFERENTES METODOLÓGICOS

Para examinar las maneras en que surge el aprendizaje colectivo en el aula, se diseñaron dos tareas matemáticas alineadas con el *Programa de Estudio de Matemática* para segundo año de enseñanza media (MINEDUC, 2016), particularmente el objetivo de aprendizaje OA 11 (Utilizar permutaciones y la combinatoria sencilla para calcular probabilidades de eventos y resolver problemas) y uno de sus indicadores asociados (aplican el término $n!$ en la resolución de problemas azarosos). Con estas tareas, se busca propiciar *el encuentro de los*

estudiantes con formas de pensar y actuar acerca de todos los posibles resultados de un evento aleatorio, por medio del número de ordenamientos de n elementos, con y sin repetición. Para ello, se definieron dos objetivos de clase: (1) *deducir colaborativamente un sentido cotidiano para el uso del término n! en problemas de permutación de elementos* y (2) *aplicar n! en la resolución colaborativa de problemas de permutación de elementos*.

Cada meta se materializa en una tarea con problemas de complejidad conceptual creciente, diseñadas para ser implementadas en sesiones de 90 minutos, que en conjunto conforman una secuencia didáctica de dos clases.

Tarea 1

La tarea 1, asociada a la meta 1, consta de tres problemas (con sus respectivas preguntas) que demandan la reflexión y el posicionamiento crítico ante una situación que involucra el intercambio de posiciones de los estudiantes en determinados órdenes para aparecer en una fotografía tomada por ellos mismos. Esta tarea consta de tres problemas. Cada uno contiene preguntas que los estudiantes deben responder colectivamente y cuya progresión induce la necesidad de emplear $n!$ para resolver situaciones que involucran el calculo de permutaciones en diferentes niveles de representación y dificultad (progresando desde $n = 2$ hasta $n = 6$) empleando tanto estrategias sugeridas por el docente como las propias, para analizar, mediante la toma de fotografías, las diferentes maneras de ordenarse entre sí para un arreglo determinado, como lo es estar sentados en sillas dispuestas en fila.

Tarea 2

La tarea 2, asociada a la meta 2, consta de una narrativa y dos problemas (con sus respectivas preguntas y acciones), las cuales demandan la reflexión, el posicionamiento crítico y la aplicación de los conocimientos sobre permutaciones y $n!$ ante una situación que involucra la determinación de ordenamientos para cuatro símbolos distintos entre sí, dispuestos de izquierda a derecha, los cuales conforman una contraseña específica que se desconoce. La obtención de los diferentes ordenamientos para hallar la contraseña correcta cumple con brindar el acceso a una llave especial destinada a abrir una caja misteriosa (de contenido desconocido) presentada por el profesor.

El primero de los problemas, propone una experimentación y reflexión por medio del uso de materiales concretos, en esta ocasión, el uso de tarjetas que en su centro contienen uno de los símbolos descritos en la narrativa, para enumerar y listar la cantidad de ordenamientos para el conjunto de cuatro símbolos. El segundo, plantea reflexiones teóricas basadas en el uso de estas tarjetas que no solo contienen símbolos, sino también un fondo de tres colores diferentes en el que uno de estos se repite con mayor frecuencia para aproximar a los grupos de estudiantes al concepto de permutaciones con repetición.

IMPLEMENTACIÓN DE LAS TAREAS

La implementación se realizó en un curso de 33 estudiantes de segundo año de enseñanza media, quienes, junto a sus apoderados, otorgaron su consentimiento informado para participar en el estudio. La recolección de los datos se hizo mediante grabaciones en video y audio, las cuales fueron transcritas para su análisis.

PRIMERAS REFLEXIONES SOBRE LA IMPLEMENTACIÓN DE LAS TAREAS

A partir de unos resultados preliminares, queremos compartir unas primeras reflexiones sobre un fragmento grabado de la implementación de la Tarea 1. Relatamos un episodio de una discusión presente en un grupo conformado por Claudio, Diana y Graciela —seudónimos de estudiantes de segundo año de enseñanza media— enmarcada durante su resolución.

En particular, el grupo optó por estudiar los posibles ordenamientos de tres objetos distintos —un estuche, un celular y una botella— dispuestos en fila. Durante la discusión, surgieron discrepancias respecto a la validez de las posiciones. Por un lado, Claudio defendía que dos objetos podían ocupar la misma ubicación siempre que el tercero variara. Por otro lado, Diana afirmaba que ningún objeto debía repetir su ubicación en diferentes posiciones. Es decir, mientras Claudio consideraba distintos los ordenamientos ABC y ACB, para Diana el segundo no era válido, dado que A permanecía en la misma posición en ambos casos.

1 Claudio: A lo que me refiero… Es que puede estar así y así [*señalando distintas disposiciones del estuche y el celular*]. Y esa es otra posición diferente.

2 Diana: No, porque ya estuvieron así.

3 Claudio: ¿Dónde? [*mostrando a Diana una de las fotos capturadas con el celular*].

4 Diana: … [*su rostro refleja confusión al percatarse de que, en efecto, no existe ninguna foto con el ordenamiento señalado por Claudio*].

5 Claudio: ¡Viste! [*recalcando su error con exaltación*].

6 Diana: ¡Pero ya estuvieron en el lugar, tonto! *[confundiendo la noción de ordenamiento, pensando que un objeto no puede ocupar la misma posición en más de una configuración*].

7 Claudio: Pero no son… ¡Posiciones! ¡Son posiciones! [*insistiendo en que la interpretación de Diana es errada; exagera sus movimientos corporales e invade reiteradamente su espacio personal*].

8 Diana: ¡Sí son posiciones! [*respondiendo exaltada, encarando a Claudio y defendiendo con firmeza su punto de vista*].

En el diálogo se observa una participación de Claudio y Diana, quienes, aunque comprometidos con la actividad, se centraron en imponer sus propias ideas mediante

discusiones acaloradas y gestos físicos, sin incluir a Graciela. Este episodio muestra que la emergencia de la colectividad no garantiza por sí sola el encuentro con los saberes ni con formas genuinas de colaboración humana. Más bien, requiere prácticas de interacción éticas que no surgen de manera espontánea y que demandan la atención e intervención docente.

Agradecimientos

Esta comunicación breve fue financiada por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile, a través del proyecto Fondecyt de Iniciación No. 11250276.

Referencias

Lasprilla, A., Radford, L., & León, O. (2021). Formas de interacción social y aspectos éticos en actividades matemáticas escolares. En L. Radford & M. Silva Acuña (Eds.), *Ética: Entre educación y filosofía* (pp. 211–232). Uniandes.

Ministerio de Educación [MINEDUC]. (2016). *Programa de estudio de Matemática 2° Medio*. MINEDUC. https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Programas/34360:Programa-de-Estudio-Matematica-2-Medio

Radford, L. (2020). Un recorrido a través de la Teoría de la Objetivación. En S. Takeco-Gobara & L. Radford (Eds.), *Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (pp. 15–42). Livraria da Física.

Radford, L. (2023a). *La teoría de la objetivación: Una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Ediciones Uniandes.

Radford, L. (2023b). ¿Qué significa aprendizaje colectivo? ¿Cómo lograrlo en la clase de matemáticas? *Revista Μαθηματικά: Epistemologia e Educação*, *1*.

Roa, R. (2000). *Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación matemática avanzada*. [Tesis de doctorado, Universidad de Granada]. https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=8381

PROYECTO DE INTERVENCIÓN "DIFICULTAD DE LOS ESTUDIANTES PARA INTERPRETAR DATOS PRESENTADOS EN FORMATOS NO LITERARIOS (GRÁFICOS, TABLAS E INFOGRAFÍAS O PICTOGRAMAS) LIMITA LA CAPACIDAD DE RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS"

Eileen Juliette Astete Garcés, Universidad Católica de la Santísima Concepción

Abstract:

El presente estudio analiza la dificultad que presentan estudiantes de cuarto año básico para interpretar datos en gráficos, tablas y pictogramas, limitando su desarrollo del razonamiento matemático. La investigación se realizó en un colegio particular subvencionado de Coronel, Región del Biobío, caracterizado por un alumnado socioeconómicamente vulnerable y heterogéneo en sus ritmos de aprendizaje.

El objetivo fue diseñar una intervención didáctica orientada a fortalecer la lectura comprensiva de datos, la aplicación de conocimientos matemáticos y el uso adecuado del vocabulario específico. Para ello, se implementó un enfoque metodológico mixto, utilizando una prueba diagnóstica y una pauta de observación de clases, lo que permitió obtener una visión integral de las dificultades y estrategias de los estudiantes.

Los resultados preliminares indican que los estudiantes tienden a interpretar los datos de forma aislada, presentan limitada transferencia de habilidades y dificultades en el manejo del vocabulario matemático. La intervención propuesta evidenció mejoras en la comprensión integral de los gráficos y en la resolución significativa de problemas.

En síntesis, se concluye que la incorporación de estrategias didácticas innovadoras y contextualizadas en el eje de datos y probabilidades contribuye al desarrollo del razonamiento matemático y al fortalecimiento de competencias transferibles a situaciones cotidianas.

Interpretación de datos, razonamiento matemático, representaciones gráficas, comprensión lectora, intervención didáctica.

INTRODUCCIÓN

La capacidad de interpretar datos presentados en gráficos, tablas e infografías es una competencia central en la educación matemática, fundamental para el desarrollo del razonamiento, la resolución de problemas y la aplicación de conocimientos en contextos diversos. No obstante, investigaciones previas señalan que los estudiantes de educación básica a menudo muestran dificultades para comprender y utilizar adecuadamente la información contenida en estos formatos, lo que limita su habilidad para relacionar datos con los problemas planteados (Crespo & Nicol, 2005).

Índice

En este contexto, la presente investigación se focaliza en un cuarto año básico de un colegio particular subvencionado de Coronel, Región del Biobío, caracterizado por un alumnado socioeconómicamente vulnerable y heterogéneo en sus ritmos de aprendizaje. Estas dificultades impactan directamente el desarrollo del razonamiento matemático y la competencia para resolver problemas de manera significativa.

Este estudio busca diseñar e implementar una intervención didáctica contextualizada que fortalezca la interpretación de datos, el razonamiento matemático y la apropiación del vocabulario específico, promoviendo la comprensión integral de la información, la transferencia de habilidades a situaciones reales y un aprendizaje significativo, considerando la diversidad de ritmos de aprendizaje y el contexto socioeconómico del alumnado. De este modo, el estudio aporta una propuesta novedosa en la educación básica chilena, ofreciendo estrategias didácticas que pueden ser replicables y adaptadas a distintos contextos educativos.

ELEMENTOS TEÓRICOS Y CONCEPTUALES

Interpretación de Datos en Educación Básica

La interpretación de datos en gráficos, tablas e infografías es una competencia clave para desarrollar el razonamiento y la resolución de problemas en matemáticas. No obstante, los estudiantes de educación básica presentan dificultades significativas en este ámbito. Sánchez et al. (2021) indica que estas limitaciones afectan la comprensión y aplicación de la información contenida en gráficos y tablas. De manera más específica, Díaz-Levicoy et al. (2018) observa que alumnos de sexto y séptimo año cometen errores en la construcción de diagramas de barras, incluyendo rótulos, escalas, rangos y omisión de valores, lo que evidencia el impacto de estas dificultades en la aplicación efectiva de conocimientos matemáticos.

Razonamiento Matemático y Resolución de Problemas

El razonamiento matemático es una competencia fundamental que permite a los estudiantes abordar problemas de manera lógica y estructurada. El currículo nacional chileno establece que desarrollar el pensamiento matemático implica la capacidad de interpretar y explicar diversos elementos y situaciones del entorno, tales como relaciones de orden, clasificación, seriación e identificación de patrones (Ministerio de Educación de Chile, 2018). Estas habilidades son esenciales para la resolución de problemas y la transferencia de conocimientos a contextos cotidianos.

Intervención Didáctica en Matemáticas

La intervención didáctica es una estrategia clave para abordar las dificultades de aprendizaje en matemáticas. La Guía Metodológica para el Uso de Datos (Agencia de Calidad de la Educación, 2018) propone un proceso estructurado para transformar datos en conocimiento útil, incluyendo la identificación de desafíos, recopilación de datos, interpretación, toma de decisiones e implementación de soluciones. Este enfoque puede ser adaptado para diseñar

intervenciones que fortalezcan la comprensión de datos y la aplicación de conocimientos matemáticos en estudiantes de educación básica.

TÉCNICAS E INSTRUMENTOS UTILIZADOS PARA EL DIAGNÓSTICO DE LAS CAUSAS DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN

Para identificar las causas de la dificultad de los estudiantes en la interpretación de datos en formatos no literarios, se empleó un enfoque metodológico mixto que combinó técnicas cuantitativas y cualitativas, asegurando una visión integral del problema.

Para diagnosticar las causas de las dificultades de los estudiantes en la interpretación de datos en formatos no literarios, se diseñó una prueba diagnóstica específica que evaluó la interpretación de gráficos, tablas e infografías. Esta prueba consideró la comprensión lectora de títulos, etiquetas, unidades y leyendas; la conexión entre los datos y las preguntas planteadas; la aplicación de operaciones matemáticas básicas en contextos de manejo de datos; y el uso adecuado del vocabulario matemático específico, como “total”, “frecuencia” o “diferencia”.

Complementariamente, se implementó una pauta de observación de clase que permitió registrar las estrategias de resolución de los estudiantes y errores frecuentes, así como sus interacciones con el material didáctico, participación y comprensión de las instrucciones. Esta información cualitativa resultó fundamental para contextualizar los resultados de la prueba, comprender los procesos de aprendizaje en el aula y fundamentar el diseño de la intervención pedagógica.

Justificación Metodológica

La combinación de estos instrumentos permitió triangulación de datos, ofreciendo tanto evidencia cuantitativa del desempeño de los estudiantes como comprensión de sus procesos cognitivos, lo que fundamenta el diseño de una intervención pedagógica contextualizada y efectiva.

RESULTADOS

La intervención aplicada a los estudiantes de cuarto año básico evidenció mejoras significativas en la interpretación de datos en formatos no literarios, incluyendo gráficos, tablas e infografías, logradas mediante la implementación de estrategias didácticas centradas en la comprensión integral de la información presentada, considerando títulos, etiquetas, leyendas y unidades de medida; en la conexión explícita entre los datos y las preguntas planteadas en los problemas; en el refuerzo y uso adecuado del vocabulario matemático específico; y en la aplicación consciente de operaciones matemáticas básicas en contextos de manejo de datos.

Para alcanzar estos objetivos, se realizaron actividades guiadas de lectura de gráficos, resolución de problemas contextualizados, discusiones grupales y ejercicios de transferencia a situaciones cotidianas. Como resultado, los estudiantes mostraron mayor autonomía al

interpretar datos, mayor coherencia al aplicar sus conocimientos matemáticos y un razonamiento más sólido en la resolución de problemas. Estas mejoras se alinean con los objetivos del currículo nacional chileno, fortaleciendo competencias transferibles y contribuyendo al desarrollo integral del razonamiento matemático en un contexto educativo diverso y socioeconómicamente vulnerable.

CONCLUSIONES Y LÍNEAS PARA LA INTERVENCIÓN

Los hallazgos indican que los estudiantes de cuarto año básico presentan dificultades iniciales para interpretar datos en formatos no literarios, especialmente en la comprensión de gráficos, la relación entre datos y preguntas, y el manejo del vocabulario matemático. La intervención didáctica aplicada, centrada en la comprensión integral de gráficos, resolución de problemas contextualizados y discusión guiada, mejoró significativamente estas habilidades, favoreciendo la transferencia de conocimientos y el desarrollo del razonamiento matemático.

A partir de estos resultados, se proponen las siguientes líneas para futuras intervenciones:

Fortalecimiento de la lectura integral de datos: promover la interpretación de títulos, etiquetas, unidades y leyendas para una comprensión global de la información.

Integración explícita de problemas contextualizados: vincular los datos con situaciones cotidianas y problemas significativos para aplicar conocimientos matemáticos de manera crítica.

Desarrollo de vocabulario matemático: incorporar sistemáticamente términos de estadística y probabilidad, promoviendo su apropiación y uso correcto en la resolución de problemas.

Uso de estrategias colaborativas: fomentar discusiones grupales y actividades de transferencia que fortalezcan el razonamiento y la argumentación.

Estas líneas de intervención buscan consolidar habilidades de interpretación de datos, reforzar la comprensión matemática y asegurar la transferencia de competencias a contextos reales, contribuyendo a un aprendizaje más significativo y duradero en la educación básica. En síntesis, este estudio evidencia que la implementación de estrategias didácticas contextualizadas no solo mejora la interpretación de datos y el razonamiento matemático, sino que también aporta herramientas replicables y adaptables a distintos contextos educativos, fortaleciendo la enseñanza de matemáticas en el marco de la diversidad y la inclusión.

Referencias

Agencia de Calidad de la Educación. (2018). *Guía metodológica para el uso de datos.* https://archivos.agenciaeducacion.cl/Libro_uso_guia_metodologica.pdf

Crespo, S., & Nicol, C. (2005). Exploring mathematics in imaginative places: Re-thinking what counts as meaningful contexts for learning mathematics. *School Science and Mathematics, 105*(5), 240–251.

Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P., & Batanero, C. (2018). Dificultades de los estudiantes chilenos de educación básica en la construcción de diagramas de barras. *Revista Paradigma*, *39*(2), 107–129. https://www.researchgate.net/publication/330006216_Dificultades_de_los_estudiantes_chilenos_de_Educacion_Basica_en_la_construccion_de_diagramas_de_barras

Ministerio de Educación de Chile. (2018). *Bases Curriculares de la Educación Básica.* https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394_bases.pdf

Sánchez Acevedo, N., Toro Barbieri, E., & Araya Bastias, D. (2021). Interpretación y comprensión de gráficos estadísticos por profesores de Matemáticas en formación. *Revista Chilena De Educación Matemática*, *13*(4), 230–243. https://doi.org/10.46219/rechiem.v13i4.86

PENSAMIENTO COMPUTACIONAL Y ESTADÍSTICO EN LOS NUEVOS LIBROS ESCOLARES DE MATEMÁTICA: UNA REVISIÓN DE TAREAS DEL GRADO 1 AL 3

Brahiam Ramírez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Soledad Estrella, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Patricio Santibáñez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Alejandra Mondaca-Saavedra, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Daniela Diaz-Rojas, Universidad de Chile

Abstract:

Con los nuevos textos escolares de matemática Sumo Primero en el sistema educativo chileno, esta investigación tiene como objetivo caracterizar las tareas que promueven el Pensamiento Computacional (CT) y el Pensamiento Estadístico (ST) en dichos textos, para los niveles escolares de primer a tercer grado. Se realizó un análisis de contenido cualitativo y documental de todas las tareas presentes, categorizando un total de 301 tareas mediante un marco de análisis secuencial y codificándolas según componentes del CT y fundamentos del ST. Los resultados revelaron un predominio de tareas de aplicación y evocación, indicando un enfoque pedagógico centrado en la ejercitación y activación del contexto. Se identificó una mayor presencia de tareas vinculadas al CT (n=205) que al ST (n=96) aunque el CT no esté presente explícitamente dentro del currículo escolar. Dentro del CT, los componentes más frecuentes fueron la descomposición (n=120) y la Abstracción (n=68). En el ST, las actividades se concentraron en la transnumeración (n=55), con pocas asociadas a un razonamiento estadístico más profundo. Se concluye que los textos escolares integran de manera implícita habilidades fundamentales del CT, ofreciendo una valiosa oportunidad para su articulación temprana en el currículo mientras que las tareas de ST tienen un incremento destacable en los aspectos de interpretación y problematización.

Pensamiento computacional, pensamiento estadístico, textos escolares, análisis de contenido

INTRODUCCIÓN

El texto escolar del estudiante persiste como la herramienta fundamental en la mayoría de los sistemas educativos a pesar del auge de otros recursos educativos. Esto lo convierte en un objeto de estudio crucial pues su análisis, además de revelar secuencias de contenidos, expone estrategias pedagógicas detrás de diversas tareas. El texto escolar puede actuar como una barrera, reforzando un aprendizaje rígido y memorístico, o como un portador de cambio,

Índice

fomentando el pensamiento crítico y las habilidades socioemocionales necesarias para futuros inciertos (Smart et al., 2020).

Estos textos actúan como mediadores entre el currículo previsto y el implementado en el aula. Aunque tradicionalmente la enseñanza se ha basado en un enfoque expositivo, en que el conocimiento matemático se transmite como un producto terminado, las tendencias recientes van hacia a un cambio pedagógico. Estos nuevos enfoques son los promotores de la contextualización y la resolución de problemas al concebir las matemáticas como una actividad del alumno; un proceso de reinvención guiada que se vincula con sus experiencias cotidianas (Rezat et al., 2021).

Las tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas han involucrado nuevos pensamientos en el aula de clase, como el pensamiento computacional (CT), cuyas ideas en convergencia con el pensamiento estadístico (ST), pueden presentarse de forma implícita para ser abordados con objetivos de aprendizajes desde los niveles tempranos de escolaridad (MINEDUC, 2022), siendo determinante en estos niveles la forma de presentar los conceptos matemáticos para fomentar el desarrollo cognitivo de los estudiantes (Rodríguez-García y Reye-Meza, 2022).

ELEMENTOS CONCEPTUALES

El análisis secuencial es una herramienta para revisar textos escolares que considera la fragmentación y categorización de las tareas, el análisis de las ilustraciones y el análisis de la secuencia didáctica (Jiménez & Perales, 2001). Para este escrito, se abarcará la parte de fragmentación y categorización del texto, incluyendo el análisis en las ilustraciones según seis categorías: *evocación*, referida a un concepto o hecho cotidiano que se asume conocido por el estudiante; *definición*, que establece el significado de un nuevo concepto; *aplicación*, correspondiente a extender o consolidar una definición; *descripción*, referida a hechos que se suponen desconocidos y que aportan un contexto; *interpretación*, pasajes que utilizan conceptos teóricos para describir las relaciones entre eventos: y *problematización* al plantear preguntas que no se pueden resolver con los conceptos ya definidos.

Para el CT, las tareas pueden abordar la *descomposición* (dividir un problema complejo en partes más pequeñas); *abstracción* (capturar la esencia de un sistema complejo: recolectar y analizar datos, reconocer patrones y modelar); *diseño de algoritmos* (diseñar instrucciones lógicas y ordenadas); *depuración* (detectar y corregir errores); *iteración* (repetir operaciones para refinar soluciones); y de *generalización* (transferir estrategias a distintas situaciones). Mientras que en el ST, se tienen fundamentos como el *reconocimiento de la necesidad de datos,* con situaciones que impulsan la búsqueda de información para tomar decisiones; la *transnumeración,* referida a transformar datos en diferentes formatos (tablas, gráficos) para una mayor comprensión; *percepción de la variación,* al reconocer que la variación está presente en distintos fenómenos; *razonar con modelos,* al tener la capacidad para interpretar y evaluar modelos estadísticos; e *integrar la estadística y el contexto,* al relacionar los datos con un contexto específico.

La revisión de textos escolares con esta metodología permitiría identificar si un libro promueve un enfoque tradicional, centrado en la definición y memorización, o prioriza la resolución de problemas y la construcción del conocimiento a partir de la experiencia del estudiante. En función del análisis secuencial, las preguntas que orientan esta investigación son ¿qué caracteriza a las tareas que promueven el pensamiento computacional y/o estadísticos presentes en los textos de matemática de los grados 1 a 3? ¿cuáles componentes del pensamiento computacional y fundamentos del pensamiento estadístico están presentes en las tareas identificadas?

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

La investigación adoptó un enfoque cualitativo con el fin de analizar tres textos de primer a tercer grado de educación primaria en Chile de la colección Sumo Primero, elegidos debido a su uso obligatorio en el sistema escolar el año 2025. Se enmarcó en un paradigma interpretativo, para comprender cómo los textos escolares integran los componentes del pensamiento computacional y estadístico. El diseño del estudio fue de tipo documental, centrándose en el análisis del contenido de los materiales educativos para identificar la presencia de estos dos tipos de pensamiento.

Se llevó a cabo un análisis de los textos por uno de los autores y consensuado por el resto de los autores, utilizando como marco de referencia los componentes clave del CT definidos por Shute et al. (2017) y los fundamentos del ST según Wild y Pfannkuch (1999). Este análisis se realizó a partir de la codificación y categorización de las actividades y contenidos de cada texto, lo que permitió identificar la frecuencia y el tipo de presencia de cada componente en los diferentes grados escolares. Para esta revisión no se consideró el método de explicación mediante algoritmos de las operaciones elementales como adición, sustracción, multiplicación y división. En cambio, se consideraron aquellas tareas en que estas operaciones significaban ir más allá del algoritmo y la ejercitación.

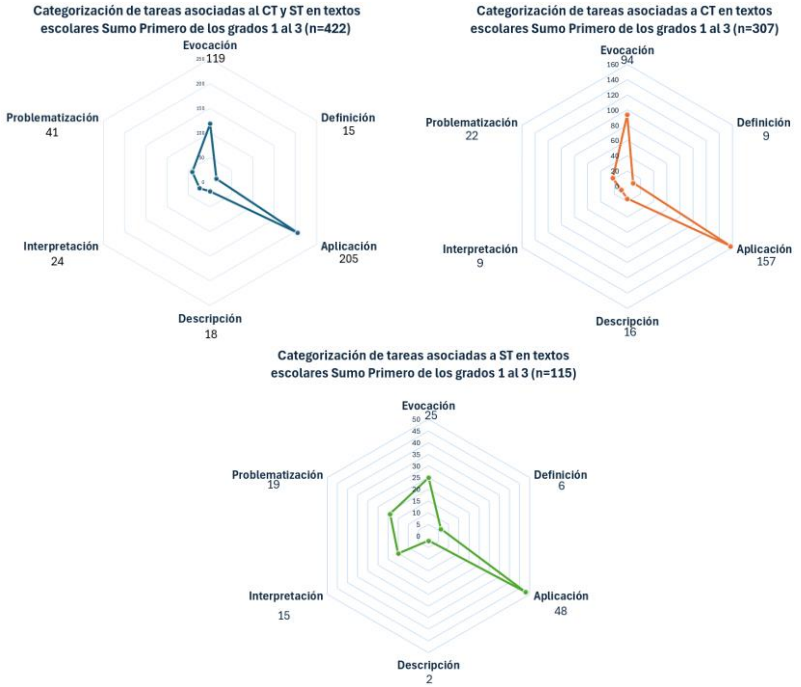
RESULTADOS

El análisis secuencial de los textos escolares de primer a tercer grado permitió identificar un total de 301 tareas que promovían el ST o el CT, las cuales generaron 422 clasificaciones según las seis categorías. Los resultados generales (ver Figura 1) muestran un predominio de tareas de *aplicación* (n=205), diseñadas para ejercitar conceptos previamente introducidos, seguidas por tareas de *evocación* (n=119), que buscaban activar conocimientos previos basándose en contextos cercanos al estudiante. Mientras que las tareas de *problematización* (n=41) y de *interpretación* (n=24) tuvieron una presencia menor. Las categorías con la frecuencia más baja fueron *definición* (n=15) y *descripción* (n=18). Al desglosar por tipo de pensamiento, tanto el ST como el CT se centraron mayoritariamente en aplicar

procedimientos, siendo el 51% de las tareas del CT (157 de 307) y el 42% de las tareas del ST (48 de 115) de aplicación.

Figura 1

Categorización de tareas de CT y ST desde el texto de matemáticas para estudiantes de primer a tercer grado



Al examinar los componentes específicos de cada pensamiento, se encontró una mayor presencia de tareas vinculadas al CT (n=205) que al ST (n=96). Dentro del CT, el componente más frecuente fue la *descomposición* (n=120), que implica dividir un problema en partes más pequeñas, seguido de la *abstracción* (n=68), orientada a reconocer patrones y modelar. En el ámbito del ST, las actividades se concentraron en la *transnumeración* (n=55), es decir, en la habilidad de cambiar la representación de los datos (de listas a tablas o gráficos). Si bien se observó una presencia moderada de la *percepción de la variación* (n=24), otros componentes fundamentales que profundizan el razonamiento estadístico, como el *reconocimiento de la necesidad de datos* (n=8), el *razonamiento con modelos estadísticos* (n=2) y la *integración de la estadística y el contexto* (n=2), resultaron en menor presencia.

CONCLUSIONES

Este estudio buscaba caracterizar las tareas que promueven el CT y ST en los textos escolares de Sumo Primero para los grados 1 al 3 y precisar sus componentes y fundamentos, respectivamente. Los resultados revelan un enfoque pedagógico que, si bien se centra predominantemente en la aplicación de procedimientos y la evocación de conocimientos, muestra hallazgos de gran relevancia para el currículo matemático chileno. Es destacable la

presencia, aunque implícita, de componentes del CT, especialmente la *descomposición* y la *abstracción*. Dado que el CT no está formalmente integrado en el currículo de estos niveles, este hallazgo sugiere que los textos escolares sientan una base natural y orgánica para su futura articulación desde edades tempranas. En cuanto al ST, el foco estuvo en la *transnumeración*, siendo coherente con una aproximación introductoria, con un aumento progresivo de tareas de *problematización* a medida que se avanza de nivel.

La revisión excluyó las tareas que implicaban la resolución de operaciones elementales mediante algoritmos, pero sí consideró elementos gráficos en ellas. Esta decisión explica en parte la alta frecuencia del componente de *descomposición* del CT, ya que está intrínsecamente ligado a estos procesos matemáticos. A su vez, la baja presencia de otros componentes como la *iteración* puede deberse a que la simple repetición de un mismo tipo de ejercicio no se consideró como un proceso de refinamiento de una solución. Al ser un estudio cualitativo, existe un posible sesgo en la selección e interpretación de las tareas por parte de los autores.

Agradecimientos

Grupo de Investigación en Estadística Temprana [GIET PUCV], Grupo Estudio de Clase [GEC PUCV], ANID/Exploración 13240075, ANID/Apoyo 2024 AFB240004, ANID Becas/Doctorado Nacional 21241378, 21231116 y 21241086.

Referencias

Jiménez Valladares, J. de D., & Perales Palacios, F. J. (2001). Aplicación del análisis secuencial al estudio del texto escrito e ilustraciones de los libros de física y química de la ESO. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, *19*(1), 3–19. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.4010

Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC]. (2022). *Ruta de Aprendizaje para el Pensamiento Computacional*. Centro de Innovación, Ministerio de Educación.

Rezat, S., Fan, L., & Pepin, B. (2021). Mathematics textbooks and curriculum resources as instruments for change. *ZDM Mathematics Education, 53*, 1189–1206. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01309-3

Rodríguez-García, V. L. G., & Reye-Meza, O. B. (2022). Development of mathematical skills at the cognitive level of basic general education students. *International Research Journal of Management, IT and Social Sciences*, *9*(4), 514–523. https://doi.org/10.21744/irjmis.v9n4.2112

Shute, V. J., Sun, C., & Asbell-Clarke, J. (2017). Demystifying computational thinking. *Educational Research Review*, *22*, 142–158. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2017.09.003

Smart, A., Sinclair, M., Benavot, A., Bernard, J., Chabbott, C., Russell, S. G., & Williams, J. (2020). *Learning for uncertain futures: The role of textbooks, curriculum, and pedagogy*. UNESCO. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000374075

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, *67*(3), 223–265. https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x

Índice

APLICACIÓN MÓVIL PARA LA EVALUACIÓN DE SECUENCIAS DE TARJETAS QUE APOYAN LA RETROALIMENTACIÓN DOCENTE EN PENSAMIENTO COMPUTACIONAL DE K-4

Alessandro Roco, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Daniela Diaz-Rojas, Universidad de Chile

Patricio Santibáñez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Brahiam Ramírez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Soledad Estrella, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Alejandra Mondaca, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

Esta comunicación presenta un prototipo de aplicación móvil destinada a apoyar la retroalimentación docente inmediata en el aula de tareas unplugged que propician el desarrollo del pensamiento computacional en estudiantes de grados 1 a 4. En estas tareas, los estudiantes diseñan algoritmos utilizando tarjetas de instrucciones que representan secuencias de movimiento y dirección. La evaluación de dichas secuencias requiere una revisión in situ por parte del docente, lo cual puede retrasar la retroalimentación y limitar la posibilidad de atender a toda la clase en tiempo real. La aplicación propuesta captura mediante celular una fotografía de la secuencia de instrucciones del estudiante. Esta aplicación usa un sistema de detección de tarjetas preconfiguradas con el modelo YOLO (You Only Look Once) que permite detectar objetos en tiempo real y comparar automáticamente secuencias construidas con la solución esperada. La aplicación despliega las tarjetas reconocidas e informa al instante si la secuencia es correcta, facilitando la inmediatez de la retroalimentación docente. En la validación del modelo se llegó a un 99,84% de precisión en la identificación de secuencias. Se prevé que su uso contribuya a disminuir los tiempos de corrección y apoyar el aprendizaje de los estudiantes con retroalimentación oportuna. Asimismo, está proyectado desarrollar otras funcionalidades que permitan hacer seguimiento de los patrones de respuesta de los estudiantes para detectar estrategias y/o encontrar errores comunes, que faciliten devoluciones docentes.

Pensamiento computacional, educación primaria, herramienta digital, innovación educativa, unplugged

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, resulta fundamental integrar y promover el pensamiento computacional (CT) desde la primera infancia, pues esta potencia el desarrollo de diversas habilidades cognitivas, como la creatividad y la resolución de problemas, además de fortalecer la

Índice

competencia digital (e.g., Yang et al., 2023). En el marco del diseño de una secuencia de tareas lúdicas unplugged, se utilizaron tres tipos de tarjetas: “girar a la derecha”, “girar a la izquierda” y “avanzar”. La narrativa asociada a la tarea trata de una cría que sube un árbol de tipo binario y su madre toma decisiones sobre las rutas a seguir para el encuentro de ambas. Los estudiantes forman algoritmos con las tarjetas de instrucciones que representan las secuencias de decisión y movimiento.

La evaluación de dichas secuencias de tarjetas requiere una revisión manual por parte del docente, lo cual retrasa la retroalimentación y limita la posibilidad de atender a toda la clase en tiempo real. A partir de esta problemática se construye una aplicación de soporte para la docencia, la cual pueda leer y corroborar la correctitud/exactitud de las secuencias, determinando el punto en el árbol de llegada, y si efectivamente este corresponde al punto de encuentro entre madre y cría. Esta actividad está dirigida inicialmente a niños de entre 6 y 8 años (grados 1 y 2), experiencia que ha mostrado resultados positivos en el desarrollo del CT (Estrella et al., 2025), y que actualmente se adapta para niños de 9 a 10 años (grados 3 y 4).

El sistema evaluativo emplea el modelo de detección de objetos You Only Looks Once (YOLO) para la detección de las tarjetas y genera en tiempo real un reporte de las instrucciones reconocidas y el punto de llegada, contrastando con la solución esperada. A partir de esta propuesta tecnológica surge la pregunta que orienta este estudio: ¿De qué manera el uso de una aplicación móvil contribuye a mejorar la retroalimentación docente inmediata relativa al desarrollo de componentes del CT en estudiantes de 1° a 4° básico al resolver tareas lúdicas unplugged?

ELEMENTOS TEÓRICOS

Se ha destacado la importancia de promover el CT desde los primeros niveles educativos (Zeng et al., 2023), particularmente mediante estrategias como el uso de actividades unplugged y propuestas desde la ciencia de la computación, que potencian la construcción de algoritmos y la depuración de errores (Huang y Looi, 2021; Lee et al., 2022). Estas prácticas se alinean con componentes esenciales del CT, como la descomposición, la abstracción, la depuración, la iteración, la generalización y la creación de algoritmos (Shute et al., 2017).

Una alta cantidad de estudiantes en las aulas y poco tiempo pedagógico para la retroalimentación docente constituyen barreras para aquellos que integran tecnologías en sus aulas escolares. En su metaanálisis de retroalimentación educativa Wisniewski et al. (2020), destacan la pertinencia del momento de la retroalimentación, transitando desde centrarse en la tarea, a las estrategias subyacentes a la tarea y la autorregulación de los procesos, teniendo mayor impacto en los resultados de las habilidades cognitivas.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

El prototipo de aplicación para el apoyo docente se fundamenta como un desarrollo experimental, pues con base en conocimientos existentes se busca elaborar un producto, con un enfoque cuantitativo en la validación del modelo a emplear, y proyectándose un análisis cualitativo del impacto de la aplicación en el aula. Durante el proceso de programación y documentación del código, se emplearon herramientas basadas en modelos de lenguaje y asistencia al desarrollo de software, específicamente ChatGPT (OpenAI, 2025) y Copilot (GitHub, 2025). Estas herramientas facilitaron la generación y depuración de fragmentos de código, complementando el trabajo principal de desarrollo.

Desarrollo del modelo

Al inicio de este proyecto, se contaba con 849 fotos de secuencias de tarjetas, las cuales se utilizaron como base para entrenar al modelo. Se optó por entrenar una red neuronal convolucional (CNN), es decir, una red neuronal especializada en reconocer patrones e imágenes, dado que 849 fotos es un número muy bajo para entrenar una red desde cero, se optó por utilizar un modelo con una arquitectura ya definida y un preentrenamiento ya optimizado para la detección de imágenes, cumpliendo YOLO con los requisitos, y permitiendo segmentar e identificar objetos dentro de la imagen. Las 849 imágenes se repartieron en 212 imágenes para el entrenamiento, obteniéndose una precisión de aproximadamente 97% en la validación de las 637 imágenes restantes.

Desarrollo del software de detección

Para complementar la detección, en el preprocesado se escalaron las imágenes a 640x640 píxeles, que corresponde al tamaño de imagen en el que está entrenado el modelo. En el postprocesamiento, las tarjetas detectadas se ordenan de acuerdo con su posición en el eje vertical y se utiliza la mediana como punto de referencia para definir el rango de interés. Solo se toman en cuenta las tarjetas que se encuentren dentro de un rango definido respecto a la altura promedio de las detecciones, y dentro de ese margen se establece la secuencia de tarjetas en orden de izquierda a derecha.

Se usó Flutter (Google, 2025) para desarrollar aplicaciones multiplataforma con un único código base. Además, ofrece una amplia comunidad y soporte de librerías que agilizan el desarrollo. Por otra parte, Android Studio es utilizado para la compilación y despliegue en dispositivos Android, al ser el entorno oficial de Google, está optimizado para pruebas, depuración y compatibilidad con este sistema operativo. Posteriormente la aplicación creada fue instalada en los dispositivos móviles de los docentes

RESULTADOS

La Figura 1 presenta la situación a resolver desde un punto de inicio a un punto de llegada en el árbol de tipo binario, y la resolución correcta de una pareja de niños del grado 1 con la secuencia de tarjetas izquierda-avanzar-izquierda-avanzar-derecha.

Figura 1

Secuencia real de tarjetas de instrucción con detección de YOLO



Gracias al postprocesado, la precisión del 97% inicial ha aumentado a un 99,84% en el conjunto de 637 fotos de validación, con un único error de detección en todo el proceso. En la presentación de esta comunicación se expondrán más análisis de los resultados obtenidos sobre retroalimentación docente con la aplicación implementada en aulas de primaria.

CONCLUSIONES

El estudio buscaba describir las maneras en que el uso de un prototipo de aplicación móvil contribuye a mejorar la retroalimentación docente relativa al desarrollo de componentes del CT en estudiantes de 1° a 4° básico al resolver tareas lúdicas unplugged. Para ello, se ha usado el modelo YOLO, que mediante una aplicación de celular contribuye a acortar los tiempos de retroalimentación docente, permitiendo una atención más equitativa a la clase. Dado que la aplicación guarda las secuencias de tarjetas de instrucciones creadas por los estudiantes, se proyecta desarrollar otras funcionalidades como la sugerencia de devoluciones y retroalimentaciones personalizadas, además de entregar la detección de errores comunes y un análisis de las respuestas de la clase en su conjunto.

Agradecimientos

ANID/Exploración 13240075, ANID/Apoyo 2024 AFB240004, ANID Becas/Doctorado Nacional 21241378, 21231116 y 21241086. Y a Grupo de Estadística Temprana [GIET PUCV], Grupo Estudio de Clase [GEC PUCV],

Referencias

Estrella, S., Ramírez, B., Santibáñez, P., Mondaca-Saavedra, A., Araya, R., Olfos, R., & Parraguez, M. (2025). Computational thinking in early childhood education: Exploring fundamental components through playful unplugged tasks and storytelling. Manuscrito submitido para publicación.

GitHub. (2025). *GitHub Copilot* [Herramienta de autocompletado de código con IA]. https://github.com/features/copilot

Google. (2025). *Flutter* (versión 3.35.1) [Kit de desarrollo de software]. https://flutter.dev/

Huang, W., & Looi, C. K. (2021). A critical review of literature on "unplugged" pedagogies in K-12 computer science and computational thinking education. *Computer Science Education, 31*(1), 83–111. https://doi.org/10.1080/08993408.2020.1789411

OpenAI. (2025). *ChatGPT* (versión de julio) [Modelo de lenguaje]. https://chat.openai.com/

Shute, V. J., Sun, C., & Asbell-Clarke, J. (2017). Demystifying computational thinking. *Educational Research Review, 22*, 142–158. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2017.09.003

Wisniewski, B., Zierer, K., & Hattie, J. (2020). The power of feedback revisited: A meta-analysis of educational feedback research. *Frontiers in Psychology*, *10*, 487662. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.03087

Yang, W., Ng, D. T. K., & Su, J. (2023). The impact of story-inspired programming on preschool children's computational thinking: A multi-group experiment. *Thinking Skills and Creativity, 47*, 101218. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2022.101218

Zeng, Y., Yang, W., & Bautista, A. (2023). Computational thinking in early childhood education: Reviewing the literature and redeveloping the three-dimensional framework. *Educational Research Review, 39*, 100520. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2023.100520

EMMA: TALLERES DE LATEX E IA CON QUARTO PARA PROMOVER LA PARTICIPACIÓN DE MUJERES EN MATEMÁTICA

Francisco Alfaro Medina, Universidad Técnica Federico Santa María

Valeska Canales Pozo, Universidad Técnica Federico Santa María

Abstract:

El Encuentro de Mujeres Matemáticas (EMMA), iniciativa de la Universidad Técnica Federico Santa María (USM), tiene como propósito fortalecer la participación y visibilización de mujeres en el ámbito matemático mediante actividades académicas y de divulgación. En agosto de 2025 se realizaron dos talleres orientados principalmente a estudiantes mujeres: ¡Adiós Word, Hola LaTeX! y No es Magia, es Ciencia: Cómo conversar mejor con asistentes de IA, ambos desarrollados en Quarto para integrar presentaciones interactivas y ejercicios prácticos. El primer taller abordó el uso de LaTeX y Overleaf como herramientas para la producción de documentos científicos con estándares profesionales, mientras que el segundo introdujo los modelos de lenguaje de gran escala (LLM) y el diseño de prompts aplicados a la enseñanza y aprendizaje de la matemática. La experiencia se llevó a cabo en dos sedes (Casa Central y San Joaquín) con una mayoría de asistentes mujeres y la conducción de una investigadora, reforzando así la relevancia de contar con referentes femeninos en áreas históricamente masculinizadas. Las encuestas aplicadas al término de cada sesión reflejaron una valoración promedio superior a 9 en una escala de 1 a 10, destacando la claridad de la exposición, la utilidad práctica de los contenidos y la motivación generada. Estos resultados evidencian que iniciativas como EMMA favorecen la equidad de género en la educación matemática al integrar tecnologías digitales abiertas y promover espacios inclusivos que combinan innovación pedagógica, referentes femeninos y alfabetización tecnológica.

Equidad de género; educación matemática; LaTeX; inteligencia artificial; plataformas digitales

INTRODUCCIÓN

La brecha de género en matemáticas y disciplinas afines persiste en distintos niveles educativos, manifestándose en la subrepresentación de mujeres tanto en carreras STEM como en espacios académicos. Diversos estudios evidencian que estas diferencias de acceso, motivación y permanencia pueden reducirse mediante la creación de entornos inclusivos que fortalezcan la confianza y visibilicen referentes femeninos (Boaler, 2016; Hummes & Seckel, 2024).

Índice

En este contexto, el Encuentro de Mujeres Matemáticas (EMMA), iniciativa de la Universidad Técnica Federico Santa María (USM), se consolida como un espacio de formación y encuentro que promueve la participación activa de mujeres en la comunidad académica a través de experiencias educativas innovadoras.

Durante agosto de 2025 se llevaron a cabo dos talleres orientados a integrar herramientas tecnológicas en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: ¡Adiós Word, Hola LaTeX! y No es Magia, es Ciencia: Cómo conversar mejor con asistentes de IA. Ambos se desarrollaron en la plataforma *Quarto*, la cual permitió articular teoría y práctica en un formato interactivo. Los talleres abordaron dos competencias transversales clave para la formación científica actual: la redacción profesional con LATEX y el uso pedagógico de modelos de lenguaje de gran escala (LLM) mediante el diseño de prompts.

El propósito de este trabajo es presentar los fundamentos, el diseño y los resultados de esta experiencia, evaluada mediante encuestas de satisfacción aplicadas en las sedes San Joaquín y Casa Central de la USM. Asimismo, se discuten sus implicancias en torno a la equidad de género en la educación matemática y al potencial de las tecnologías abiertas para construir comunidades académicas más inclusivas y colaborativas.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

La literatura en educación matemática ha destacado la equidad de género como un eje central pa- ra promover la participación de mujeres en disciplinas científicas y tecnológicas. Diversos estudios señalan que las brechas de acceso, motivación y permanencia pueden disminuir mediante entornos inclusivos que fortalezcan la confianza, fomenten el sentido de pertenencia y visibilicen referen- tes femeninos (Boaler, 2016; Hummes & Seckel, 2024). En este marco, el Encuentro de Mujeres Matemáticas (EMMA) se inscribe en una perspectiva de equidad y justicia social en la educación, buscando generar experiencias formativas que combinen la enseñanza de contenidos matemáticos con el desarrollo de competencias digitales y colaborativas.

Desde el ámbito pedagógico, la integración de herramientas digitales abiertas se reconoce como un componente esencial para el desarrollo de las competencias del siglo XXI. Sistemas de edición académica como LATEX facilitan la producción de documentos científicos con estándares profesionales, mientras que los modelos de lenguaje de gran escala (LLM) ofrecen nuevas posibilidades para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática mediante el diseño de prompts y la exploración guiada de conceptos (Chen et al., 2020; OpenAI, 2023). Los materiales elaborados para los talleres fueron diseñados por el equipo docente y publicados en línea bajo licencias abiertas, a través de repositorios en GitHub y sitios en Quarto Pages, promoviendo la transparencia y la reproducibilidad educativa.

Estas tecnologías se relacionan estrechamente con el pensamiento computacional, entendido como la capacidad de formular problemas y diseñar soluciones procesables por un agente computacional. Desde esta perspectiva, su enseñanza no solo potencia la alfabetización digital, sino que también favorece el desarrollo del pensamiento lógico y creativo en el aprendizaje de la matemática.

Finalmente, la literatura reciente destaca el valor de los enfoques interdisciplinarios que integran matemática, computación y comunicación científica. En este sentido, talleres que combinan LATEX, inteligencia artificial y plataformas interactivas como Quarto pueden contribuir al desarrollo de competencias digitales avanzadas y, al mismo tiempo, a la creación de entornos de aprendizaje más equitativos, reflexivos e innovadores.

METODOLOGÍA

Diseño: La investigación adoptó un diseño descriptivo con enfoque mixto, orientado a caracterizar la expe- riencia formativa de los dos talleres desarrollados en el Encuentro de Mujeres Matemáticas (EMMA) 2025. Cada sesión combinó exposición teórica y actividades prácticas, con una duración aproximada de 45 minutos. La recolección de datos se realizó mediante encuestas de satisfacción aplicadas al finalizar cada taller.

Participantes: Los talleres se llevaron a cabo en dos sedes de la Universidad Técnica Federico Santa María: Casa Central (Valparaíso) y San Joaquín (Santiago), con un total de 35 participantes (20 y 15, respecti- vamente). La mayoría correspondió a estudiantes mujeres de enseñanza media y superior, junto con algunos asistentes varones. La conducción de los talleres por parte de una investigadora mujer reforzó el componente de equidad y la visibilización de referentes femeninos en matemáticas, elemento central de la iniciativa EMMA.

Instrumentos: Se aplicó una encuesta en línea que combinó ítems cerrados y abiertos. Los ítems cerrados utilizaron una escala Likert de 1 a 10 para evaluar la satisfacción global, la claridad de la exposición, la utilidad práctica y la motivación. Las preguntas abiertas permitieron recoger percepciones cualitativas sobre la experiencia, el aprendizaje y la aplicación futura de los contenidos.

Procedimientos: Ambos talleres fueron diseñados en la plataforma Quarto, integrando presentaciones interactivas, ejemplos en vivo y ejercicios prácticos. En el taller de LATEX, las y los participantes elaboraron un documento en Overleaf siguiendo una guía estructurada, mientras que en el taller de inteligencia artificial exploraron el uso de asistentes virtuales a través del diseño y prueba de distintos tipos de prompts. Al finalizar las actividades, las personas participantes completaron la encuesta en línea de manera anónima.

Análisis de Datos: Los datos cuantitativos se procesaron mediante estadística descriptiva (cálculo de medias, desviaciones estándar y porcentajes). Las respuestas abiertas fueron analizadas mediante codificación temática inductiva, identificando patrones y tendencias emergentes. Por ejemplo, se agruparon los comentarios en tres categorías principales: motivación, interactividad y referentes femeninos, las cuales fueron revisadas de forma independiente por dos investigadores para asegurar la consistencia interpretativa y la validez del análisis.

RESULTADOS

Los resultados obtenidos en ambas sedes evidencian una valoración altamente positiva de los talleres. Las y los participantes destacaron principalmente tres dimensiones: la claridad de la exposición, la utilidad práctica de los contenidos y la motivación para continuar aprendiendo.

La Figura 1 presenta la distribución de las puntuaciones de satisfacción global, concentradas en los niveles superiores de la escala (9 y 10). Este patrón refleja una aceptación generalizada y sugiere que las estrategias pedagógicas implementadas —basadas en el uso de LATEX, la inteligencia artificial y la interacción directa con las herramientas— fueron percibidas como eficaces y significativas para el aprendizaje.

El análisis cualitativo de las respuestas abiertas complementa estos hallazgos, permitiendo identificar tanto fortalezas como aspectos susceptibles de mejora (Tabla 1).

Entre las fortalezas, se destacó la claridad de las explicaciones, la interactividad del formato y el carácter innovador de los contenidos, así como la importancia simbólica y pedagógica de contar con una investigadora mujer como tallerista, lo que reforzó el componente de equidad de género de la iniciativa. En cuanto a las oportunidades de mejora, las y los participantes mencionaron la necesidad de disponer de más tiempo de práctica, mejor equipamiento en sala y materiales complementarios que permitan profundizar en los temas abordados.

En conjunto, estos resultados evidencian que los talleres EMMA lograron combinar la innovación tecnológica con la motivación por aprender matemáticas, generando un entorno inclusivo y participativo que favorece la apropiación de herramientas digitales en contextos educativos.

Figura 1

Distribución de puntuaciones de satisfacción en los talleres EMMA

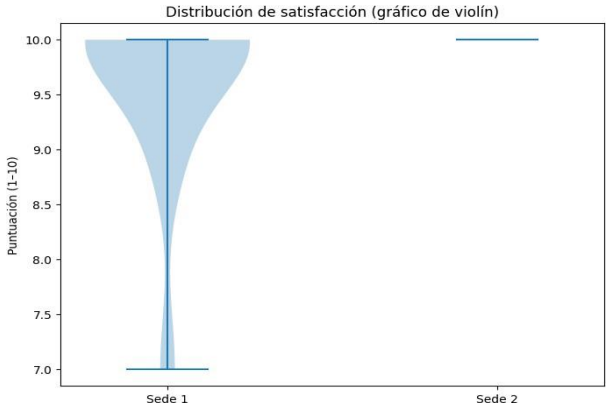


Tabla 1

Síntesis de fortalezas y aspectos a mejorar en las respuestas abiertas

Año	No. de estudiantes	No. de contribuciones
Claridad, interactividad y utilidad de LaTeX e IA.	Más tiempo de práctica.	"Hubiese sido bueno contar con más tiempo en Overleaf."
Contenidos motivadores e innovadores.	Mejorar equipamiento.	"En la Sede 2 no tuvimos computadores."
Valor de referentes femeninos en matemática.	Explorar funciones más avanzadas	"Me gustaría ver ejemplos más complejos de prompts."

Nota. Elaboración propia

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los talleres desarrollados en el marco de EMMA obtuvieron una valoración altamente positiva en ambas sedes. En Casa Central, la recomendación promedio alcanzó 9.64 (n = 14, desviación estándar = 0.84), mientras que en San Joaquín la evaluación fue unánime, con promedio 10.0 (n = 11, desviación estándar = 0.0). Estos resultados confirman que la metodología aplicada y los contenidos fueron percibidos como claros, útiles y motivadores, en concordancia con las fortalezas identificadas en las respuestas abiertas (Tabla 1).

Un elemento central en la experiencia fue la equidad de género. La conducción por parte de una investigadora mujer tuvo un impacto simbólico y pedagógico significativo, reforzando la relevancia de contar con referentes femeninos en áreas históricamente masculinizadas (Boaler, 2016). Este componente de representatividad, junto con el enfoque colaborativo del

aprendizaje, favoreció un ambiente inclusivo donde las participantes expresaron sentirse seguras y motivadas a explorar herramientas tecnológicas avanzadas.

El uso de LATEX, Overleaf y Quarto se mostró eficaz para fomentar un aprendizaje activo e interactivo, mientras que la incorporación de inteligencia artificial permitió abrir reflexiones sobre sus alcances pedagógicos, éticos y de equidad digital (Chen et al., 2020; OpenAI, 2023). Estos resultados respaldan la idea de que la integración de tecnologías abiertas puede ser un medio para reducir brechas de acceso y promover una participación más equitativa en la educación matemática.

Referencias

Boaler, J. (2016). Mathematical mindsets: The need for equitable mathematics teaching practices. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, *7*(1), 3–12. https://eric.ed.gov/?id=EJ1107493

Chen, L., Chen, P., & Lin, Z. (2020). Artificial intelligence in education: A review. *IEEE Access*, *8*, 75264-75278. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2988510

Hummes, V., & Seckel, M. J. (2024). Advancing teacher reflective competence: Integrating lesson study and didactic suitability criteria in training. *Frontiers in Education*, *9*, 1331199. https://doi.org/10.3389/feduc.2024.1331199

Li, M., & Manzari, E. (2025). AI utilization in primary mathematics education: A case study from a southwestern Chinese city. *Education and Information Technologies*, *30*, 11717-11750. https://doi.org/10.1007/s10639-025-13315-z

OpenAI. (2023). ChatGPT (March 14 version) [Large language model]. https://chat.openai.com/

Opesemowo, F. (2024). A systematic review of artificial intelligence in mathematics education: The emergence of 4IR tools like ChatGPT. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *20*(5), em2305. https://doi.org/10.29333/ejmste/14762

DISEÑO Y VALIDACIÓN DE UN TEST DE COMBINATORIA CON EL ANDAMIAJE DEL PENSAMIENTO COMPUTACIONAL

Patricio Santibáñez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Marcela Parraguez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

Este trabajo presenta el proceso de diseño, validación y pilotaje de un test de combinatoria considerando el andamiaje del Pensamiento Computacional (CT). Esto considerando que en la literatura no se encontró un instrumento validado. Por tanto, se decidió construir un test que incluyera diversidad de problemas, priorizando los de enumeración y generación. Se consideraron inicialmente 30 ítems, revisados por 17 expertos en matemática y didáctica de la matemática, quienes evaluaron claridad, coherencia y dificultad mediante escalas Likert. Los índices de validez de contenido confirmaron la fiabilidad del promedio de las evaluaciones. El instrumento fue piloteado en dos cursos de III Medio ($n = 67$) y posteriormente aplicado a 75 estudiantes de un taller extraprogramático (luego de ser instruidos en combinatoria). Se analizaron estadísticas descriptivas, consistencia interna ($\alpha = 0.63$), modelos IRT y análisis factorial. Las revisiones permitieron obtener un test de 21 preguntas: 12 de enumeración, 8 de generación y 1 de construcción. Aunque, los componentes del CT iteración y generalización fueron excluidas deliberadamente por coherencia con los objetivos del estudio, al igual que las preguntas de existencia y optimización. Es necesario seguir mejorando los ítems, puesto que algunos demuestran baja discriminación. Pero, los resultados parciales parecen apoyar la idea de que la combinatoria es un tema complejo para los estudiantes.

Combinatoria, pensamiento computacional, test de combinatoria

INTRODUCCIÓN

En el marco de la investigación doctoral "Un modelo cognitivo de la Combinatoria con el andamiaje del Pensamiento Computacional", se necesitaba un test de Combinatoria para poder recabar datos y seleccionar a estudiantes para una etapa posterior de la investigación. Al revisar una búsqueda en Scopus, WoS, EBSCO y Google Scholar, bajo "combinatorics AND test" se filtra la búsqueda agregando "validation" y, en otra, búsqueda "multiple choice", sin filtró por años. En cada una de ellas se revisan los resultados (por título y/o abstract) sin encontrar un test de combinatoria validado.

Es por lo anterior, que se decide construir un test que pudiese ajustarse a los objetivos del estudio. En particular, que pudiera considerar variedad de problemas combinatorios, y que

Índice

incluyese dos tipos específicos de preguntas combinatorias, aquellas de enumeración y las de generación.

Para la construcción del test, se revisaron problema de combinatoria que aparecieran en la literatura relacionada. En particular, se consideraron los problemas combinatoria de las investigaciones realizadas por Batanero et al. (1997) y Lockwood et al. (2018); del Campeonato Escolar de Matemática (CMAT); de las pruebas de selección universitaria de Chile (PAES, PDT, o PSU); y, libros de Combinatoria. La intención fue poder tener diferentes estilos de problemas y niveles de dificultad de estos como base para la creación del test.

El objetivo de esta comunicación es presentar el proceso de diseño y construcción del test, además del proceso de validación correspondiente.

MARCO TEÓRICO/CONCEPTUAL

Kavousian (2008) menciona que los problemas de combinatoria se pueden centrar en: enumeración (contar ciertas estructuras discretas), existencia (examinar la existencia de ciertas estructuras discretas), construcción (construir ciertas estructuras discretas), y optimización (encontrar máximo, mínimo, o la estructura discreta optima). Y, por su parte, Knuth (2011) agrega a esta lista anterior una categoría más (generación), advirtiendo que éstas no necesariamente tienen la misma dificultad. Además, existen categorizaciones más finas de los problemas de enumeración.

Por otro lado, varios autores han intentado precisar los componentes del CT, pero no hay consenso todavía en su definición (Peracaula-Bosch & González-Martínez, 2024), aunque se reconoce su valor para formular y expresar soluciones que sean entendidos por agentes computacionales (humanos o máquinas). Shute et al. (2017) definen estos componentes como: descomposición (Des), abstracción (Abs), diseño de algoritmos (DA), depuración (Dep), iteración (It) y generalización (Gen).

METODOLOGÍA

El test inicial fue diseñado para 90 minutos, con 22 preguntas (una de desarrollo) sobre técnicas de conteo y problemas vinculados a CT y Combinatoria. Se seleccionaron 30 para ser validarlas y definir las finales, priorizando las relacionadas con enumeración y generación. Diecisiete expertos en matemática (organizadores de campeonato de Matemática, y/o personas con postgrados), profesores y didactas de la Matemática evaluaron cada ítem según claridad, coherencia y dificultad.

Posterior a ello, se realiza una selección de las preguntas en función de: la relación con el modelo teórico de construcción mental de la Combinatoria propuesto para la investigación macro; tener una muestra de variedad de técnicas combinatorias evaluadas; considerar una

variedad de tipos de preguntas combinatorias; el tiempo total de rendición; y, la retroalimentación recibida a partir del proceso de validación. Con ello, se construyó un test de 24 preguntas (dos de desarrollo). Solo 15 de preguntas fueron presentadas casi sin cambios de la presentación a los validadores, tres se ajustaron a los comentarios dados por los validadores, y otras tres nuevas se crearon.

El piloto se aplicó en dos secciones del electivo "Probabilidades y estadística descriptiva e inferencial" de III Medio de un colegio de Santiago ($n = 37$ y $n = 30$). El profesor a cargo del curso declaró que los estudiantes fueron instruidos en II Medio (el año anterior) en Combinatoria básica. En ambos casos, los estudiantes tuvieron aproximadamente 90 minutos para rendir la evaluación.

Posteriormente, el test se aplicó a 75 estudiantes (37 hombres, 38 mujeres, de III o IV Medio) de un taller extraprogramático, quienes tuvieron dos horas para completarlo.

RESULTADOS

En cuanto a la validación por expertos, ellos evaluaron cada una de las 30 preguntas, según la claridad de la pregunta, y la coherencia con la solución propuesta, en escalas Likert de 1 a 4. Para determinar el grado de acuerdo con respecto a estos criterios se calculó la V de Aiken. En donde se observa que casi todos los ítems son claros y/o coherentes, aunque los jueces difieran un poco en su calificación (entre 3 y 4). Pero, algunas preguntas no generaron consenso en cuando estos criterios. Esto se suma al resultado del Coeficiente de Coherencia Intraclase, ICC(3,k), que para la coherencia fue de 0.821 y para la claridad de 0.785; por lo que se puede confiar en el promedio obtenido del proceso.

Además, los evaluadores opinaron respecto a la posible dificultad de cada y si debía ser incluida en el test. En relación con la primera, al calcular la alfa de Krippendorff, al considerar las respuestas de dificultad como ordinales, se obtiene un valor de 0.236; que demuestra desacuerdos leves. Pero, que al revisarlo con el Coeficiente de Coherencia Intraclase ICC(3,1) se obtiene 0.264 lo que demuestra una baja fiabilidad de una calificación individual. Finalmente, al analizar el ICC(3,k) se obtiene un 0.859, o una alta fiabilidad del promedio de los 17 jueves. Lo que implica que se puede confiar en el promedio entregado por los jueces.

Finalmente, los validadores entregaron comentarios de mejora de las preguntas, las alternativas de respuestas para cada pregunta de selección única, y soluciones. A partir de los comentarios, se construyó el test que posteriormente fue piloteado en dos grupos. Cada uno de estos pilotajes se estudió mediante medidas estadísticas descriptivas, y en base a Teoría de Respuesta al Ítem (IRT). A partir de esto, se revisaron las preguntas, en particular, la redacción de aquellas que hubiesen obtenido bajos índices de discriminación o al momento de tomar la evaluación hubiesen recibido más preguntas de parte de los estudiantes en cuanto

a su claridad. Con ello, se construye un test de 12 preguntas de Enumeración, una de Construcción y ocho de Generación, dejando de lado existencia y optimización, por coherencia con el estudio macro.

A su vez, cada una de las preguntas fue categorizada según la componente del CT que pretende medir cuando una persona se enfrente a ella, considerando que cada pregunta puede estar relacionada con más de una componente, aunque algunas sobresalen. Lo que permite evidenciar que se ha dejado fuera dos componentes de forma deliberada (iteración y generalización), tanto por el formato del test como por la coherencia con el objetivo macro.

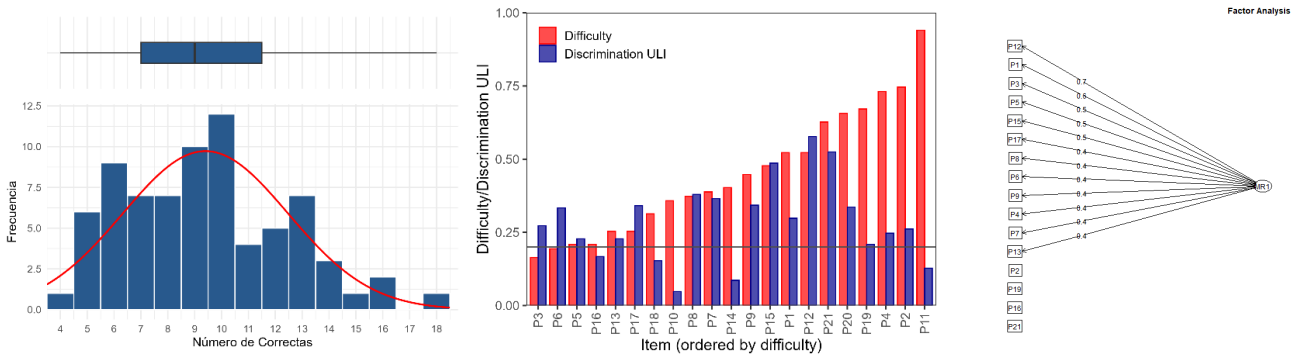
En relación con una tercera implementación del test, el promedio de tiempo de rendición fue de 87 minutos, con una desviación estándar de 17 min. El rendimiento de los estudiantes es presentado en la Figura 1a, con un promedio de 9.4 puntos (solo en las preguntas de alternativas) y el comportamiento de cada pregunta en la Figura 1b. Además, al realizar pruebas de normalidad, el test de Shapiro-Wilk, rechaza que sean estrictamente normal.

En cuanto a las preguntas P10, P14 y P18 al tener una dificultad media, pero tener un índice de discriminación menor a 0.2, es necesario que sean revisadas con mayor detención. Para revisar la consistencia interna del test se puede utilizar la Alpha de Cronbach. Al calcularla se obtiene $\alpha = 0.61$, que muestra una consistencia interna moderada, pero baja. Si se quitan las preguntas P10, P14 y P18, sube un poco el valor a $\alpha = 0.63$. A su vez, al realizar un modelo 2PL, haciendo pruebas eliminado las P11 y P16 que también tienen un índice de discriminación bajo el umbral; de las cuales se decide eliminar P11, puesto que hace que en conjunto el resto de las preguntas funcionen adecuadamente.

Al realizar un análisis factorial, se nota que P20 y P21 son muy parecidas, y producen ruido en el modelo; así se deja solo una de ellas. Así, en su mayoría el test podría responder a un solo factor. Lo que podría interpretarse como que evalúa lo deseado: Combinatoria (con la perspectiva del CT).

Figura 1

Gráficos relacionados con la última implementación



1a. Puntajes obtenidos 1b. Índices de los ítems 1c. Análisis factorial

CONCLUSIÓN

El proceso de construcción, validación y pilotaje del test muestran que poco a poco se va mejorando la respuesta de las preguntas en su conjunto, a partir de las revisiones de cada ítem y selección de otros que se ajusten a los objetivos deseados. Por otro lado, se debe decidir qué hacer con los ítems que todavía no responden correctamente según la IRT, ya sea mantenerlos por su asociación con el objetivo inicial, mejora de su redacción/presentación o su eliminación definitiva. Además, para análisis posteriores parece necesario agrupar las preguntas que son similares (P20 y P21) o eliminar una de ellas del test. Así, pese a los avances todavía puede mejorarse los resultados de diseño del test. Pero, de las implementaciones realizadas, parecen apoyar que la Combinatoria es un tema complejo para los estudiantes (Lockwood, 2013), incluso aquellos que han sido instruidos en ella.

Agradecimientos: ANID Becas/Doctorado Nacional 21241086

Referencias

Batanero, C., Navarro-Pelayo, V., & Godino, J. D. (1997). Effect of the implicit combinatorial model on combinatorial reasoning in secondary school pupils. *Educational Studies in Mathematics*, *32*(2), 181–199.

Dubois, J. G. (1984). Une systematique des configurations combinatoires simples. *Educational studies in Mathematics*, *15*(1), 37–57.

Kavousian, S. (2008). *Enquiries into undergraduate students' understanding of combinatorial structures* [PhD thesis]. Simon Fraser University.

Knuth, D. E. (2011). *The art of computer programming, volume 4A: combinatorial algorithms, part 1*. Pearson Education.

Lockwood, E. (2013). A model of students' combinatorial thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, *32*(2), 251–265.

Índice

Lockwood, E., Wasserman, N. H., & McGuffey, W. (2018). Classifying combinations: Do students distinguish between different categories of combination problems. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, *4*(2), 305–322.

Peracaula-Bosch, M., & González-Martínez, J. (2024). Towards a hermeneutics of computational thinking in wing's approximations. *Journal of Educational Computing Research*, *61*(8), 1675–1694.

Shute, V. J., Sun, C., & Asbell-Clarke, J. (2017). Demystifying computational thinking. *Educational research review*, *22*, 142–158.

JUEGOS UNPLUGGED PARA K-6: REVISIÓN SISTEMÁTICA

Patricio Santibáñez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Soledad Estrella, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Alejandra Mondaca-Saavedra, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Brahiam Ramírez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Daniela Diaz-Rojas, Universidad de Chile

Abstract:

En los últimos años han aumentado las investigaciones sobre el Pensamiento Computacional (CT por sus siglas en inglés) en educación primaria, en particular, aquellas que consideran juegos unplugged. Esta investigación busca identificar qué características tienen los juegos unplugged para el desarrollo del CT en los grados de K-6. Para ello, se realizó una búsqueda sistemática mediante la metodología PRISMA sobre juegos unplugged diseñados o adaptados para estudiantes de K-6 (de 5 a 12 años). En ella, se consideraron bases de datos como Scopus, Web of Science y EBSCO (2016 a 2025), utilizando criterios que incluyeron juegos o actividades lúdicas y excluyendo propuestas sin descripción. De 869 artículos se analizaron 12 de ellos, destacando creaciones originales como adaptaciones de juegos tradicionales. Los juegos se caracterizaron por el uso de tableros y piezas físicas. Algunos autores declaraban fomentar el diseño de algoritmos mientras que otros, la depuración. Uno de los juegos, al ser híbrido, permitía un feedback inmediato, y otro, fue diseñado para estudiantes con discapacidad visual. La mayoría de los juegos puede ser categorizado como de construcción de código, y algunos son de bajo costo de producción. La revisión evidencia vacíos y oportunidades para diseñar nuevas propuestas que integren el contexto cultural, la accesibilidad universal y elementos narrativos que enriquezcan el aprendizaje del CT.

Computational Thinking, unplugged, serious games, gamification, smart games

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas a nivel internacional ha crecido el interés por el desarrollo del Pensamiento Computacional (CT) (Chen et al., 2023). Varios autores han intentado definir y precisar sus componentes, pero no hay consenso todavía en su definición (Peracaula-Bosch & González-Martínez, 2024), aunque se reconoce su valor para formular y expresar soluciones.

Las actividades *unplugged* para el desarrollo del CT se han vuelto populares por accesibilidad y bajo costo. Estas utilizan, por ejemplo, juegos de mesa, cartas, *stickers*, o el uso del cuerpo, pero no computadores, elementos digitales ni hardware específico. También han ido en

Índice

aumento el número de investigaciones sobre este tipo de actividades (i.e. Santibáñez et al., 2024), mostrando sus beneficios. Aunque todavía falta investigación de cómo integrar de manera efectiva el enfoque *unplugged* y el *plugged*, hay evidencia de que en conjunto se potencian, aunque esta conclusión no es generalizada dentro de los estudios (Chen et al., 2023).

Ma et al. (2023) concluyen que el aprendizaje basado en juego (ABJ) es un método efectivo para desarrollar el CT. Además, afirman entre otras conclusiones que, los juegos *unplugged* son mejores para desarrollar el CT y pertinentes para niveles educativos iniciales; el uso de actividades colaborativas en el ABJ facilita el desarrollo del CT; y, que estudiantes con bajos niveles de experiencia en programación, muestran mayores mejoras en actividades relacionadas con el CT.

En este contexto, este trabajo busca explorar ¿qué características tienen los juegos *unplugged* para el desarrollo del CT en K-6?

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

Shute et al. (2017) describen componentes del CT, como la descomposición (Des), abstracción (Abs), diseño de algoritmos (DA), depuración (Dep), iteración (It) y generalización (Gen).

Manzano-León et al. (2021) definen la gamificación como la aplicación de elementos y principios de diseño de juegos (e.g. puntos, insignias, niveles) en contextos que no lo son. Así, en el aula el objetivo es aumentar la motivación, el compromiso y la participación. A su vez, estos autores señalan que no es lo mismo que usar juegos directamente; más bien es integrar mecánicas, dinámicas y estéticas de juego. Para Fatta et al. (2018) se diferencia con el ABJ, en que este implica el uso de juegos completos como herramientas de aprendizaje. Vale decir, que deben tener los elementos que definen un juego: (1) reglas, (2) metas y objetivos, (3) resultados y retroalimentación, (4) conflicto o competencia o desafío u oposición, (5) interacción y (6) representación o historia (Prensky, 2001).

En la revisión sistemática de juegos de mesa de Poole et al. (2021), se categorizaron 24 juegos, en cuatro categorías. Vale decir, construcción de código (se debe crear un código o algoritmo utilizando una serie de movimientos o código en una pila de acción para ser ejecutadas), ejecución de código (se debe ejecutar un algoritmo dado, y dependiendo de lo bien que se ejecute se puede avanzar en el juego, o sea, no crean algoritmos) y juegos basados en mecánicas de puzzles (se debe resolver identificando o emparejando un patrón); y una categoría que es la combinación de las otras.

METODOLOGÍA

Se utiliza la metodología PRISMA, considerando una búsqueda en Scopus, WoS y EBSCO, en base a "computational thinking" AND (game OR play OR gamification OR boardgame OR board-game), filtrando solo artículos por año desde 2016 a 2025. Con este procedimiento, se obtuvieron 1309 resultados, y al eliminar duplicados se obtienen 869. La búsqueda se refinó incluyendo solo aquellos que consideraran dentro de su título, resumen o palabras claves el concepto de *unplugged,* y se controló manualmente aquellos excluidos revisando que conceptos similares a este no fueran dejados fuera. Con ello se consiguen 64 artículos. Luego, tras la lectura de los resúmenes, y/o el documento completo, se excluyó todo trabajo que no considerase al menos una parte *unplugged*, el grupo etario al que estaba destinado fuese mayor al K-6 (≤12 años) o no se utilizara directamente un juego o actividad gamificada. Se revisaron las secuencias didácticas, descartando las que no profundizaran en el juego. Con ello, se obtuvieron 12 artículos.

En cada uno de los 12 artículos se buscan los componentes del CT que son declarados por los autores originales, y luego se contrastan con los propuestos por Shute et al. (2017). Si se considera que debe agregarse alguno, estos son propuestos (y presentados posteriormente entre paréntesis). Además, se categorizan según Juego o Actividad gamificada *unplugged*, según si utilizan un juego completo (y sus características) o no, y si estos cumplen los criterios presentados por Prensky (2001); y, también según las categorías utilizadas por Poole et al. (2022).

RESULTADOS

Las Tabla 1 y Tabla 2 presentan la categorización expuesta anteriormente, junto con los componentes del CT que se declaran en el artículo, junto con los propuestos basados en Shute et al. (2017).

Tabla 1

Actividades gamificadas unplugged

Artículo	Tipo	Componentes
Lim et al. (2024)	Diseño y construcción de objetos con materiales reciclados	DA, Dep, (Des, Abs)
Yang et al. (2022)	Construcción con bloques de madera	DA, Dep
Houssin (2025)	Escalada contextualizada en Educación Física	DA, Dep, Des

Nota. Elaboración propia

Tabla 2

Juegos unplugged

Artículo	Tipo	Juego	Componentes
Yung y Park (2021)	Tablero	*Hacking Principle*	DA, Dep, (Des, Abs)
Yoon y Khambari (2022)	Tablero	*Robobugg*	DA, Dep
Yang & Kopcha (2025)	Tablero	*Lucky Codes*	DA, Dep, Des
Wang et al. (2024)	Tablero gigante	*Coding Adventure*	DA, (Des)
Hsu y Liang (2021)	Tablero	Sin nombre	DA, Dep, Des
Rodrigues Machado et al. (2023)	Tablero	*Little Red Riding Hood*	DA, Dep, (Des, Abs)
Huang et al. (2023)	Tablero + AR	*Coding Ocean*	DA. (Dep, Des, Abs)
Bayeck (2023)	Tablero	*Songo*	DA, (Des, Abs)
Kim (2019)	Tablero	*Yutnori*	DA, (Des, Abs)

Nota. Elaboración propia

Todos los juegos analizados usan tableros y piezas físicas (e.g. cartas, tokens o semillas), aunque algunos utilizan tableros más grandes (i.e. muros de escaladas o un tablero de fantasía preparado en el piso). En particular, *Coding Ocean* es un juego híbrido que utiliza la tecnología para entregar feedback y guiar el aprendizaje. Todos los juegos propician el diseño de algoritmos, aunque solo algunos consideran bucles y condicionales explícitos, y algunos, la depuración a partir de acciones que obligan a revisar lo propuesto. Asimismo, otros componentes del CT están subrepresentados (i.e. abstracción, descomposición de problemas, generalización, e iteración), tanto por las diferentes formas de conceptualizar el CT como por el diseño propio de los juegos.

Mientras que, *Little Red Riding Hood* y *Hacking Principle* utilizan una historia, favoreciendo el involucramiento de los estudiantes desde la narrativa, *Songo* y *Yutnori* (juegos que no fueron creados para la enseñanza) involucran desde su conexión con sus raíces culturales. Otros son meramente abstractos, como *Lucky Codes*. A su vez, tanto *Songo* como *Yutnori* tienen relación con matemática, y el juego de Hsu y Liang (2021) promueve el aprendizaje del inglés.

Según la clasificación de Poole et al. (2022), los juegos en esta lista solo caen en la categoría de construcción de código, salvo *Songo* (juego tipo puzzle de proceso determinista) y *Hacking Principle*. Y, como categoría emergente se observa que si bien, algunos de los juegos o actividades intentan ser de bajo costo (e.g. *Coding Adventure*), no es declarado en todos, aunque varios de ellos podrían ser replicados con materiales más económicos, permitiendo mayor acceso a este tipo de actividades.

CONCLUSIONES

Esta comunicación presenta 12 juegos o actividades gamificadas descritas en artículos científicos de 2016 a 2025, ninguno de los cuales apareció en el conjunto de 24 juegos de Poole et al. (2022), lo que añade valor a la presente investigación. Se destaca la importancia de diseñar juegos con fines pedagógicos, pero también se reconoce el potencial de adaptar juegos tradicionales como Songo y Yutnori para la enseñanza del CT. La predominancia de juegos enfocados en la construcción de código advierte la oportunidad de explorar otros formatos, y se sugiere que futuras investigaciones incluyan evaluaciones empíricas, como pre-post test, para medir el impacto del juego en el aprendizaje, como lo han estudiado Huang et al. (2023) y Yoon y Khambari (2022).

Agradecimientos: ANID/Exploración 13240075, ANID/Apoyo 2024 AFB240004, ANID Becas/Doctorado Nacional 21241378, 21231116 y 21241086.

Referencias

Al Fatta, H., Maksom, Z., & Zakaria, M. H. (2018). Game-based learning and gamification: Searching for definitions. *International Journal of Simulation: Systems, Science and Technology*, *19*(6), 41–1.

Chen, P., Yang, D., Metwally, A. H. S., Lavonen, J., y Wang, X. (2023). Fostering computational thinking through unplugged activities: A systematic literature review and meta-analysis. *International Journal of STEM Education*, *10*(1), 47.

Ma, J., Zhang, Y., Zhu, Z., Zhao, S., y Wang, Q. (2023). Game-based learning for students' computational thinking: A meta-analysis. *Journal of educational computing research*, *61*(7), 1430–1463.

Manzano-León, A., Camacho-Lazarraga, P., Guerrero, M. A., Guerrero-Puerta, L., Aguilar-Parra, J. M., Trigueros, R., y Alias, A. (2021). Between level up and game over: A systematic literature review of gamification in education. *Sustainability*, *13*(4), 2247.

Peracaula-Bosch, M., y González-Martínez, J. (2024). Towards a hermeneutics of computational thinking in Wing's approximations. *Journal of Educational Computing Research, 61*(8), 139–158.

Poole, F. J., Clarke-Midura, J., Rasmussen, M., Shehzad, U., y Lee, V. R. (2022). Tabletop games designed to promote computational thinking. *Computer Science Education*, *32*(4), 449–475.

Prensky, M. (2001). Fun, play and games: What makes games engaging. *Digital game-based learning*, *5*(1), 5–31.

Santibáñez, P., Mondaca-Saavedra, A., Ramírez, B., Estrella, S., Olfos, R., y Parraguez, M. (2024). *Desarrollando el Pensamiento Computacional en K-2: una propuesta de secuencia de aprendizaje lúdica* [Presentación en congreso]. XXVIII Jornadas Nacionales de Educación Matemática, Chile.

Shute, V. J., Sun, C., y Asbell–Clarke, J. (2017). Demystifying computational thinking. *Educational research review*, *22*, 142–158.

Índice

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UN PROFESOR DE MATEMÁTICAS AL ENSEÑAR LÍMITES DE FUNCIONES REALES

Eduardo Orellana, Universidad de Extremadura

Abstract:

Se presenta un avance del trabajo que se enmarca en la línea de investigación conocimiento especializado del profesor de matemáticas, al enseñar límites que imparte un docente del plan de formación diferenciado-matemática en el norte de Chile. El estudio se desarrolla en tres etapas: revisión bibliográfica, recopilación de información de la práctica docente y análisis del conocimiento especializado del profesor de matemáticas bajo la mirada del modelo MTSK con el objetivo de comprender los subdominios KoT, KSM y KPM dentro del dominio KM y cuya metodología consiste en analizarlas las prácticas docentes del profesor de matemáticas observado al enseñar límites de funciones reales, Carrillo, 2013. El marco teórico en el que se enmarca la investigación se sustenta en la caracterización sobre el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido, Shulman, 1986 al enseñar matemáticas, así como el de la caracterización del conocimiento requerido para enseñar matemática Ball, 2008, centrándonos en abordar una discusión sobre esta investigación en el modelo MTSK del contenido límite que se referirán en una posterior etapa. Se espera a partir del análisis de todas las sesiones poder sintetizar el conocimiento matemático MK pero esencialmente, a través del subdominio KoT del profesor observado para que se evidencien términos informativos mientras enseña el contenido límite de funciones reales de funciones de variable real y así que los subdominios se asocien a situaciones matemáticamente criticas Ribeiro y Carrillo, 2011.

Conocimiento especializado, límites reales, funciones reales, profesor de matemáticas, MTSK.

INTRODUCCIÓN

Cuando nos enfrentamos a la enseñanza de las matemáticas, la mayoría del contenido presente en el currículo conlleva a una variedad de dudas cuando se explica, esto naturalmente genera faltas o también errores en su aprendizaje (Moreira & Lemon, 2011). Trabajos como los de Mochón y Morales (2010, p.11) nos mencionan que el elemento sobresaliente para determinar la enseñanza de la matemática es el propio profesor y, sólo fortaleciendo sus conocimientos, se podrá llegar a un proceso de aprendizaje y enseñanza de calidad.

Los estudios acerca de las concepciones de los profesores de matemáticas han tomado cada vez más fuerza y han permitido profundizar y ampliar diferentes aspectos presentes en su

Índice

conocimiento, llegando a desarrollar diferentes marcos teóricos para entender el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, entre ellos el MTSK, que nos permite dimensionar el MK y PCK. Respecto de lo anterior, Blanco y Contreras (2001) nos presentan una revisión interesante sobre trabajos que dan notorias deficiencias relacionadas con el conocimiento matemático que presentan los sujetos observados en su investigación, tales como estudiantes para maestros y maestros en ejercicio, reflexiones que nos llevan a estudiar desde el dominio MK al profesor observado en este trabajo pero que no implica considerar sólo este dominio.

El modelo MTSK entonces, es un referente fundamental que nos ofrece aportes teóricos y metodológicos al conjunto de investigaciones sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas, dentro de ellos se encuentra el dominio de conocimiento matemático es posible que nos permita obtener algunas evidencias de algunos subdominios del conocimiento especializado que se relacionen y puedan originarse entre el KoT y el KMT, en relación con la categoría estrategias, técnicas, tareas y ejemplos de este último dentro del análisis del profesor observado al enseñar el contenido límites de funciones reales.

Así, desde el subdominio KoT como subdominio del MK del profesor de matemáticas, autores como Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán (2013) nos orientan a mirar, desde una perspectiva centrada en la actividad específica del profesor, a cambio de mirar en el contenido matemático mismo con el que el profesor trabaja, pues esta actividad causará enunciados sustentados en el tipo de facultades que los conocimientos proporcionan al docente y no del propio conocimiento.

El conjunto de actividades metodológicas con base al modelo MTSK que se realizan en esta investigación pero que no se anotarán ahora por ser demasiadas y necesarias para alcanzar el objetivo de ella, tienen que ver con el siguiente objetivo general de la investigación: describir subdominioos dentro del conocimiento especializado del contenido que emplea un profesor de matemáticas de enseñanza media del sistema escolar chileno para la enseñanza de límites de funciones (García, 2008) a partir del modelo MTSK.

METODOLOGÍA

La metodología de investigación es de tipo cualitativo bajo el paradigma interpretativo, pues se debe a que con ella se busca comprender la realidad del contenido especializado del profesor de matemáticas al observar y analizar su práctica docente dinámica y diversa dirigida al significado de su acción humana, su práctica social, su comprensión y significación, según Cohen (2002). Este tipo de investigación implica una relación de participación democrática y comunicativa entre el investigador y el profesor investigado, es decir, se utilizará como diseño de investigación el estudio de caso, entendido

en el sentido de Bassey (1999), a decir, con criterio de máxima rentabilidad al enseñarse el contenido límites en base a nuestros objetivos para llevarnos aciertos observables considerando tiempo limitados para el trabajo de campos por lo que la elección de nuestro profesor observado tiene una facilidad de ser observado como informante.

La investigación consta de diferentes momentos y del uso de diferentes instrumentos de investigación para la recogida de datos, distinguiendo de las técnicas de investigación. Las categorías de análisis serán consideradas en futuros informes de la investigación, así como el detalle de su proceso de recogida de datos. Por una parte, se ha de realizar un estado del arte sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas y de la enseñanza de los límites de funciones reales. Para ello, será necesario realizar un análisis de:

- la literatura sobre investigación existente, referida al conocimiento matemático especializado del profesor en análisis matemático sobre los límites a nivel escolar,
- la literatura sobre enseñanza/aprendizaje de los límites en el nivel escolar,
- el currículo de enseñanza media en Chile,
- los textos escolares de algunos años anteriores que se emplean en la educación escolar de Chile.

Posteriormente se buscará el cómo relacionaremos el análisis con el modelo MTSK.

DISCUSIÓN

A pesar de ser metodológico, será preciso hacer el análisis del conocimiento manifestado por el docente al enseñar límites de funciones reales en la educación media chilena. Para ello, será necesario recoger dicha información siguiendo diferentes estrategias:

- Video-grabación con audio de las sesiones de clase en las que el profesor enseña límites de funciones reales a alumnos del liceo donde ejerce docencia.
- Documentos de las planificaciones hechas por parte del profesor sobre la clase a impartir acerca de los límites de funciones reales.
- Los instrumentos de evaluación que emplea el profesor para evaluar dicho contenido.
- Entrevistas en profundidad al profesor para comprender lo que se ha realizado en las sesiones de clase.

Esta información se recoge y se analiza empleando como método el análisis de contenido (Carrillo, 2008) en busca de comprender las diferentes acciones del profesor en lo que respecta al conocimiento especializado bajo el modelo del MTSK.

Dentro del enfoque de las categorías del modelo en la observación del profesor se presenta una tabla representativa de las categorías como se muestra en la tabla 1 y consideradas a lo largo de la investigación.

Tabla 1

Algunas categorías usadas para caracterizar el contenido del KoT

Categorías	Característica de la categoría	
Propiedades y sus fundamentos	Se analizan qué conocimientos de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a los límites o procedimiento en particular como la presentación algebraica y geométrica funcional dada por Fermat al estudiar las curvas de funciones reales se consideran como un fundamento fuerte por parte del profesor observado.	Se observa si el profesor al estudiar las curvas de funciones reales las considera como un fundamento fuerte o si estima la dada por Weierstrass quien entrega las bases de la técnica "épsilon-delta".
Registros de Representaciones	Se observa el conocimiento que tiene el profesor de las distintas formas en que se pueden representar los límites (numérica, gráfica, verbal, analítica, etcétera, (García, 2008)), así como el conocimiento de la notación y vocabulario adecuado asociado a dichas representaciones.	Se observa si el profesor da una mirada que nos acerque a las distintas representaciones que se presentan en las clases por los tipos de límites de funciones y que refieren al límite en un punto.

Nota. Elaboración propia

CONCLUSIONES PREVIAS

Es de aclarar lo fundamental que en esta investigación *en ningún momento pretende evaluar o indicar si el profesor desarrolla de manera adecuada o no un conocimiento.* Por ejemplo, en las clases, se observa el tipo de recursos que se utilizan durante la clase grabada y la manera de utilizar esos recursos, el tipo de preguntas que se plantea a los alumnos desde el contenido especializado del contenido límites de funciones reales, se observan las

Índice

planificaciones del profesor para tratar este contenido especializado, se ve si existe continuidad y coherencia entre las actividades presentes en la planificación en el nivel que se imparte la clase con el contenido, el tipo de bibliografía utilizada por el docente, sus apuntes personales, el tipo de competencias del profesor presentes en las clases, etc., en concreto, conocer en qué categorías del modelo MTSK se focaliza o si se mueve a través de ellas. Se focalizará la investigación en los hallazgos y también resultados previos confrontando la literatura sobre el modelo y la observación del profesor en cuestión.

Referencias

Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Open University press.

Blanco, L., y Contreras, L. (2001). ¿Qué conocen los maestros sobre el contenido que enseñan? *XXI Revista de Educación*, *3*, 211–221.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C., y Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Haser, & M. Mariotti (Eds.). *Proceedings of the CERME 8* (pp. 2985–2994).

Cohen, L. y Manihon L. (2002). *Métodos de investigación educativa*. La Muralla S.A.

García, M. (2008). Significados institucionales y personales del límite de una función en el proceso de instrucción de una clase de primero de bachillerato [Tesis doctoral, Universidad de Jaén]. Universidad de Jaén.

Moreira, M. A., & Lemos, E. S. (2011). A avaliação da aprendizagem significativa em biologia: um exemplo com a disciplina embriologia. *Aprendizagem Significativa em Revista, 1*(2), 15–26.

Mochón, S. y Morales, M. (2010). En qué consiste el "conocimiento matemático para la enseñanza" de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación Matemática, 22*(1), 87–113.

ASISTENCIA DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL PARA EL DISEÑO DE TAREAS DEL CUADRADO DE BINOMIO

Victoria Soledad Marambio Campos, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Giovanny Joel Agüero Marquizani, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Brahiam Ramírez Jofré, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Soledad Estrella Romero, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Raimundo Olfos Ayarza, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

Se presenta una propuesta de uso de Inteligencia Artificial (IA) mediante la estrategia CO-STAR para la creación de una experiencia de aprendizaje del cuadrado de binomio enfocándose en la resolución de problemas. El estudio se centró en la problemática de la enseñanza tradicional y mecanizada del álgebra, agravada por las limitaciones de tiempo que enfrentan los docentes para la planificación innovadora. El objetivo principal fue evaluar la efectividad de la IA como asistente en la creación de tareas para el aprendizaje que, bajo el enfoque de Resolución de Problemas y la Teoría de Registros Semióticos (TRS), promuevan la aprehensión del concepto matemático. La metodología empleada fue cualitativa, con un diseño de investigación-acción enmarcado en un Estudio de Clases (EC). Participaron 22 estudiantes de primer año de enseñanza media (noveno grado). Los hallazgos indican que un 59.1% de los estudiantes logró la aprehensión del cuadrado de binomio al realizar conversiones entre sus registros figural y algebraico con las tareas creadas con asistencia de IA. Esta es una herramienta de asistencia efectiva para generar ideas y tareas específicas, que requiere una cuidadosa supervisión y un proceso de humanización por parte del docente.

Inteligencia artificial, resolución de problemas, productos notables, representaciones semióticas, estudio de clases.

INTRODUCCIÓN

El avance de la IA ha permeado múltiples facetas de la sociedad, incluyendo el ámbito educativo. Su relevancia se ha incrementado al punto que organismos como la UNESCO (2024) subrayan la necesidad de que los docentes se formen en su uso adecuado y ético para la planificación educativa. Este estudio se sitúa en el contexto de la enseñanza de las matemáticas, donde persisten métodos tradicionales que promueven una mecanización de fórmulas y la repetición de ejercicios rutinarios, particularmente en el álgebra elemental (Olfos et al., 2005). Esta aproximación pedagógica conduce a un bajo desempeño estudiantil, como lo evidencian evaluaciones estandarizadas internacionales (OECD, 2023).

El problema se agudiza por factores administrativos que limitan el tiempo de los docentes. La ley chilena N° 20.903 (2016) destina un 35% de la jornada laboral a tareas no lectivas, un

Índice

tiempo que resulta insuficiente para la planificación detallada y la creación de material innovador, considerando la carga de trabajo que incluye la evaluación y la colaboración profesional (Cabezas et al., 2016). Esta falta de tiempo a menudo conduce a la implementación de clases expositivas y a la entrega de fórmulas sin un contexto que promueva la comprensión profunda (Castro & Rivadeneira, 2022).

En este marco, la investigación se propuso explorar el potencial de la IA como herramienta para mitigar esta problemática, asistiendo en la creación de experiencias de aprendizaje basadas en metodologías activas como la Resolución de Problemas (Chacón et al., 2020). La pregunta central que guió el estudio fue: ¿Qué tan efectiva es la asistencia de la IA en la creación de tareas que establezcan la aprehensión del cuadrado de binomio, por medio de la resolución de problemas? Se espera evaluar la asistencia de la IA en la creación de tareas que establezcan la aprehensión del cuadrado de binomio, por medio de la resolución de problemas.

ELEMENTOS CONCEPTUALES

Teoría de Registros Semióticos

Según los lineamientos de la TRS (Duval, 1993), se definen los registros de un objeto matemático, los cuáles pueden entenderse como las variadas representaciones que pueda tener. Estos registros pueden ser transformados de dos maneras, por medio de conversiones y tratamientos; las conversiones es el tránsito de un registro a otro; mientras que los tratamientos es una transformación en un mismo registro.

La teoría también define la aprehensión del objeto matemático, lo cual se entiende como la plena concepción del mismo, proceso que es favorecido por las conversiones y tratamientos, esto se logra al establecer un proceso bidireccional, es decir, si se establece la conversión desde lo figural a lo algebraico, se debe también realizar la conversión inversa desde lo algebraico a lo figural (Duval, 1993).

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

La investigación es realizada en lo propuesto por Bisquerra et al. (2009), adoptando un enfoque cualitativo para analizar el uso de IA en la creación de tareas escolares acerca del trabajo con representaciones del cuadrado de binomio. Se enmarcó en un paradigma interpretativo, buscando comprender la incidencia de la IA en la realidad escolar. El diseño fue de investigación-acción, ya que pretendía resolver una problemática práctica a través de un ciclo de intervención y reflexión, utilizando la metodología de Estudio de Clases (Estrella & Olfos, 2023).

La muestra fue por conveniencia y consistió en 22 estudiantes de primer año de enseñanza media (14-15 años) de un establecimiento en Viña del Mar, Chile. Se obtuvo el consentimiento informado de los apoderados para la recolección de datos, garantizando el anonimato.

Para abordar el uso de la IA en la planificación educativa, esta investigación se fundamenta en una metodología que estructura la interacción entre el usuario y la herramienta. Este enfoque se centra en la *ingeniería de prompts* como proceso para obtener resultados precisos y coherentes (Sorensen et al. 2022).

Redes de *Prompts*

Basado en Penabad et al. (2024), quien propone estructurar la interacción con la IA como una conversación documentada para alcanzar un resultado deseado. Se compone de tres tipos de *prompts*: *Prompt inicial*, que es la primera instrucción para comenzar la tarea; el *Prompt Secundario* que son instrucciones posteriores para refinar o aclarar la respuesta de la IA; y el *Prompt complementario*, que son instrucciones finales para modificar el formato o traducir el resultado ya satisfactorio.

Estructura CO-STAR

Para mejorar la claridad de cada instrucción, se utiliza el formato CO-STAR (Ecevit et al., 2024). Este organiza el *prompt* en seis áreas para guiar a la IA:

Contexto: Define el rol de la IA y los antecedentes de la tarea.

Objetivo: Establece la meta principal de la respuesta.

Estilo: Indica el estilo de escritura deseado (ej. académico, formal).

Tono: Define la actitud que debe reflejar el texto (ej. persuasivo, objetivo).

Audiencia: Especifica para quién es la respuesta.

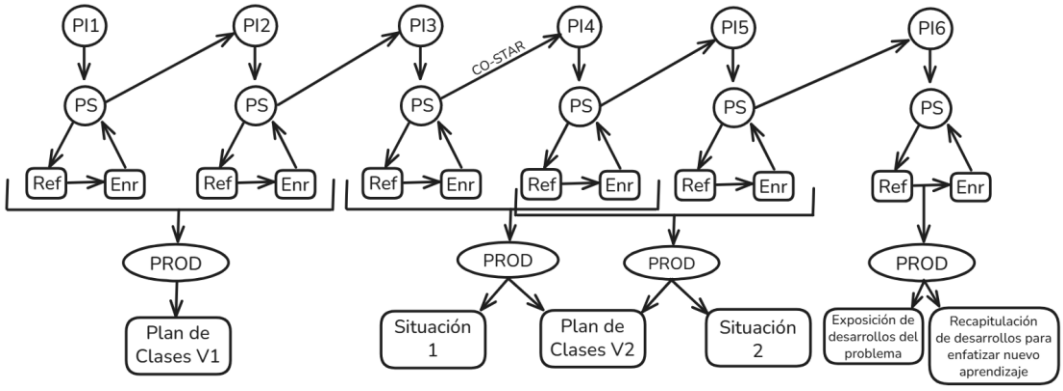
Respuesta: Detalla cómo debe estructurarse el resultado final (ej. en una tabla, como lista).

En conjunto, estas directrices ofrecen un enfoque sistemático para que la planificación educativa asistida por IA sea más eficaz y transparente.

Se utilizaron tres IA generativas (ChatGPT, Gemini, Deepseek) a las cuales se les entrenó con información específica sobre el contenido a trabajar. Se crearon y refinaron *prompts*, empleando la estructura CO-STAR, para generar ideas de actividades y una planificación base que luego fue presentada a un Grupo de Estudio de Clase antes de implementarla con los estudiantes, y se crearon redes de Prompts, según lineamientos de Penabad et al. (2024) (ver Figura 1). Se pudieron obtener conclusiones a partir del rendimiento de los estudiantes en las hojas de trabajo, observando las conversiones del objeto matemático trabajado.

Figura 1

Red de trabajo para la creación de un plan de clase usando ChatGPT



Nota. Se usan las abreviaciones establecidas por Penabad et al. (2024); PI (prompt inicial), PS (prompt secundario), Ref (refinamiento), Enr (enriquecimiento), PROD (producto).

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El proceso de planificación requirió un total de 66 *prompts* (23 iniciales y 43 secundarios) distribuidos entre ChatGPT, Gemini y Deepseek, lo que implicó un tiempo acumulado de 5 horas y 43 minutos. Este resultado evidencia que la planificación de una clase completa a través de IA es un proceso poco eficiente y que las propuestas generadas no se ajustan a las dinámicas y tiempos reales de un aula sin un proceso de adaptación humana.

El análisis de las redes de *prompts* demostró que la estrategia más efectiva fue utilizar la IA para generar ideas de tareas específicas (como las situaciones problema o las fases de exposición y recapitulación de desarrollos) en lugar de solicitar una planificación completa. Esta focalización redujo la carga de procesamiento de las herramientas y generó respuestas más rápidas y satisfactorias. No se encontraron diferencias significativas en la eficiencia al utilizar la estructura de *prompt* CO-STAR en comparación con una redacción más libre, aunque sí mejoró la organización de la información para los investigadores.

El análisis de las producciones estudiantiles reveló un progreso significativo en la comprensión del cuadrado de binomio. La tarea de conversión del registro figural al algebraico (construir la fórmula a partir de un dibujo) fue lograda por un 68.2% de los estudiantes. Por su parte, la conversión inversa del registro algebraico al figural (construir el dibujo a partir de la fórmula) fue alcanzada por un 59.1% de los participantes. Es importante destacar que los estudiantes que lograron la segunda conversión también habían logrado la primera, lo que indica que un 59.1% del curso pudo alcanzar la aprehensión del objeto matemático con estas representaciones.

Por lo que se concluye que la IA es una herramienta de asistencia efectiva para el diseño de tareas de aprendizaje al trabajar con la TRS y la Resolución de Problemas. Se determinó con base a las redes de Prompts elaboradas (y las bitácoras de registro) que el uso de IA es más eficiente cuando se enfoca en crear momentos específicos de una clase en lugar de la lección completa. El proceso de humanización a través del Estudio de Clases fue fundamental para

adaptar las propuestas de la IA a la realidad del aula, validando su pertinencia pedagógica y ética.

Referencias

Bisquerra, R., Dorio, I., Gómez, J,. Latorre, A., Martínez, F., Massot, I., Mateos, J., Sabriego, M., Sans, A., Torrado, M. y Vilá, R. (2009). *Metodología de la Investigación Educativa*. Editorial La Muralla, S.A.

Cabezas, V., Inostroza, D., Medeiros, M., Gómez, C., y Loyola, V. (2016). Horas no lectivas y su relación con la satisfacción laboral docente. *Estudios Pedagógicos, 42*(3), 61–77.

Castro, M., y Rivadeneira, F. (2022). Posibles causas del bajo rendimiento en las matemáticas: Una revisión a la literatura. *Polo del Conocimiento: Revista científico profesional*, *7*(2), 1089–1098.

Chacón, D., Rodríguez, A., y Burguet, I. (2020). Aprendizaje basado en problemas para la enseñanza de la matemática en un entorno virtual de aprendizaje. *Serie Científica de La Universidad de Las Ciencias Informáticas, 13*(12), 191–201.

Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *5*, 37–65.

Ecevit, I., Lu, L., & Crestani, F. (2024). Responses to conversational information retrieval clarifying questions with user emotions. *Proceedings of the 1st Workshop on User Modelling in Conversational Information Retrieval.* 3854. https://ceur-ws.org/Vol-3854/um-cir-2.pdf

Estrella, S., y Olfos, R. (2023). Lecciones compartidas: un modelo chileno de Lesson Study aplicado con profesores de primaria y con formadoras de profesores de primaria que enseñaran matemáticas. *Paradigma, 44*(2), 110–130. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p110-130.id1414

Chile. Ley N° 20.903. (2016, 1 de abril). *Crea el sistema de desarrollo profesional docente y modifica otras normas*. Diario Oficial de la República de Chile.

Olfos, R., Soto, D., y Silva, H. (2005). Renovación de la enseñanza del Álgebra Elemental: Un aporte desde la didáctica. *Estudios pedagógicos, 33*(2), 81–100. https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052007000200005ed6fbcc5-en/chile_d038b73d-en.html

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OECD). (2023). *PISA 2022 results (Volume I and II) Country Notes: Chile*. OECD Publishing.

Penabad, L., Morera, M. y Penabad, M. (2024). Guía para uso y reporte de inteligencia artificial en revistas científico-académicas. *Revista electrónica educare, 28*, 1–41.

Sorensen, T., Robinson, J., Rytting, C., Shaw, A., Rogers, K., Delorey, A., Khalil. M., Fulda, N. & Wingate, D. (2022). An Information-theoretic Approach to Prompt Engineering Without Ground Truth Labels. *Association for Computational Linguistics*, *1*, 819–862. https://aclanthology.org/2022.acl-long.60/

United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (UNESCO). (2024). *AI competency framework for students*. UNESCO.

Índice

NOTICING DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN SU PRÁCTICA PROFESIONAL: PAUTAS PARA ELABORAR NARRATIVAS

José L. Morales-Reyes, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Diana Zakaryan, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

En esta ponencia se presenta el avance de una investigación doctoral orientada a caracterizar los cambios en la competencia noticing de futuros profesores de matemáticas durante su práctica profesional final, específicamente al enseñar la función cuadrática. El noticing se entiende como la capacidad de atender, interpretar y generar interacciones para explorar el pensamiento matemático de los estudiantes. Este estudio, de tipo cualitativo, se desarrolla con cinco futuros docentes de una universidad chilena, quienes elaboran narrativas de situaciones significativas de sus propias clases. Para la elaboración de las narrativas se diseñaron pautas estructuradas en torno a tres dimensiones: atención, interpretación y shaping. Estas pautas, actualmente en validación por expertos, se presentan en este trabajo como una oportunidad de valoración por parte de la comunidad académica. Se espera que las pautas diseñadas, acompañadas de retroalimentación de los docentes encargados de la práctica profesional, promuevan reflexiones más profundas y exhiban cambios en las tres dimensiones del noticing de los futuros profesores de matemáticas.

Formación inicial, práctica docente, profesores en formación, pensamiento matemático, narrativas

INTRODUCCIÓN

En todo acto de enseñanza es necesario prestar atención a lo que hace el estudiantado, a cómo responde, a la comprensión de lo que dice o hace, y decidir en función de ello cómo continuar la enseñanza (Mason, 2002). Una competencia que permite realizar estas acciones es el *noticing*, un constructo que ha tomado relevancia alrededor del mundo y que se ha definido generalmente como la forma en que los docentes observan, prestan atención y dan sentido a los acontecimientos e interacciones que tienen lugar en el aula (König et al., 2022).

Para el estudio del *noticing*, se han utilizado diversos métodos. Por ejemplo, König et al. (2022) señalan el uso de videoclubs como una estrategia destacada. Adicionalmente, diversos estudios (p.ej. Fernández et al., 2020; Fernández et al., 2023) han documentado cómo la escritura de narrativas, usualmente acompañada de retroalimentación, también puede contribuir al desarrollo de la competencia *noticing*. En este trabajo se presenta el avance de una investigación doctoral cuyo objetivo general es caracterizar los cambios en la competencia *noticing* del futuro profesorado durante las instancias formativas de su práctica

Índice

profesional final, en relación con el uso de su conocimiento especializado, al enseñar la función cuadrática. Se entiende por instancias formativas las reflexiones sobre las lecciones que realizan los futuros docentes —particularmente mediante la escritura de narrativas— y la retroalimentación que reciben de su profesor universitario. El desarrollo actual de la investigación doctoral se centra en la validación de pautas para la escritura de narrativas que permitan exhibir niveles de *noticing* (van Es, 2011). En esta ponencia, se presentan las pautas y su respectiva justificación, destacando que se trata de una versión en proceso, actualmente en validación por expertos. En este sentido, esta presentación se concibe también como una instancia de valoración por parte de la comunidad académica.

MARCO TEÓRICO

En esta investigación se considera que el *noticing* es una competencia docente que consiste en tres dimensiones: (1) atención - identificar aspectos clave de la enseñanza y dejar de lado elementos menos relevantes de las interacciones en el aula, (2) interpretación -dar sentido a lo observado y (3) *shaping*- crear oportunidades que permitan acceder a más información sobre el aprendizaje de los estudiantes (van Es y Sherin, 2021). Para determinar los niveles de *noticing* se recurrirá a los indicadores y niveles que proponen Lee y Choy (2017) a partir del trabajo de van Es (2011), estos se organizan en cuatro niveles progresivos: base, mixto, enfocado y extendido, tanto para las dimensiones atención (¿qué notan?) e interpretación (¿cómo lo notan?).

Se espera que quienes desarrollan un *noticing* más sofisticado logren las acciones del nivel extendido, como reconocer relaciones, interpretar con precisión, referirse a eventos específicos y conectar lo observado con principios de enseñanza y aprendizaje; así como realizar interpretaciones que lleven a soluciones de los eventos observados (véase, por ejemplo, Morales-Reyes y Zakaryan, en prensa). Es importante clarificar que para *shaping* aún no se disponen de indicadores en la literatura, pero se espera proponer una construcción con base en los datos empíricos de la presente investigación.

MÉTODO

Esta investigación es de carácter cualitativo basada en un estudio de caso instrumental (Stake, 2020). Los participantes del estudio serán cinco futuros profesores de matemáticas en el último semestre de la carrera de Pedagogía en Matemáticas, en una universidad chilena, orientada a la formación docente para la educación media (estudiantes de entre 12 y 17 años). Su plan de estudios considera cuatro prácticas profesionales progresivas, culminando con una práctica final de 16 semanas, en la cual los futuros docentes asumen la enseñanza en un establecimiento educativo bajo la supervisión de un profesor mentor y un académico universitario, la cual corresponde al contexto de este estudio.

Los datos provendrán de narrativas escritas por los futuros profesores sobre sus propias clases. En esta ponencia se comparten las pautas que se han diseñado para que los futuros profesores estructuren la escritura de estas narrativas de manera que proporcionen evidencias sobre las dimensiones y niveles de su competencia *noticing* (van Es, 2011; van Es y Sherin 2021). Cada futuro profesor escribirá tres narrativas semanales en las que describan una situación relevante de su clase para el desarrollo de los objetivos de aprendizaje matemáticos de sus estudiantes, utilizando las pautas de la Tabla 1.

Tabla 1

Pautas para la escritura de narrativas

Dimensión	Pautas	Justificación
Atención	1. Para la situación de clase que seleccionaste describe: (a) La tarea/actividad propuesta en la clase. (b) Cuál era tu rol y el de los estudiantes. Por ejemplo, puedes describir cómo trabajabas la actividad en el aula (agrupación de los alumnos, interacciones…) (c) El pensamiento matemático del estudiantado. Por ejemplo, errores o dificultades reveladoras sobre cómo están comprendiendo los contenidos matemáticos, ideas matemáticas que expresaron durante las clases, respuestas contradictorias, preguntas que excedían el nivel de la clase o confusión de procedimientos.	La intención de esta primera indicación es obtener información sobre el contexto de la situación relevante seleccionada por cada futuro docente en su narrativa y su papel en esta. De forma específica: El ítem (a) busca establecer el origen de la situación seleccionada: si fue por una tarea propuesta, por sus explicaciones en clase, por una consulta de los estudiantes u otro motivo. El ítem (b) se plantea para comprender si la situación se dio en la interacción con un solo estudiante, si se originó en una discusión entre compañeros o con la clase completa. El ítem (c) tiene la intención de orientar la reflexión del futuro profesor hacia el pensamiento matemático que despliegan los estudiantes en la situación seleccionada.
Interpretación	2. Interpreta la situación, usa como base las siguientes preguntas: (a) ¿Qué podrían indicar las respuestas o producciones escritas del estudiantado —incluyendo el uso de definiciones, procedimientos o representaciones— sobre su comprensión del contenido matemático? ¿Qué conocimientos previos o posibles concepciones alternativas podrían estar influyendo en su pensamiento? (b) ¿Qué hipótesis puedes plantearte sobre las ideas que están construyendo los estudiantes? ¿Qué otras explicaciones serían posibles?	En este apartado se proponen dos ítems cuyo propósito es promover que los futuros docentes establezcan vínculos entre la situación analizada y principios fundamentales de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. El ítem (a) busca que el futuro profesor establezca relaciones entre las respuestas del estudiantado, conocimientos previos y aspectos matemáticos específicos (definiciones, procedimientos, representaciones, etc.). El ítem (b) tiene la intención de propiciar la consideración de múltiples explicaciones posibles. Es decir, propiciar la reflexión sobre la situación.

Índice

Shaping	3. Describe qué hiciste para explorar y comprender el pensamiento matemático de los estudiantes. (a) Describe las preguntas o las intervenciones que realizaste que promovieron la justificación de ideas, la comparación entre estudiantes, la revisión de producciones escritas o la oportunidad de retomar ideas previas, cambiar de estrategia o enfrentar contradicciones productivas. (b) Plantea preguntas o intervenciones que podrías haber hecho para explorar acerca de la situación que describiste y que en el momento de clases no se hicieron.	Dado que la dimensión *shaping* se manifiesta cuando los docentes interactúan durante el propio proceso de *noticing* con el objetivo de acceder a información adicional que fortalezca su comprensión del pensamiento del estudiante, y considerando que esto puede variar según la situación seleccionada, en el ítem (a), se proponen distintos escenarios posibles con los que el futuro profesor se puede identificar, a partir de acciones particulares, para abordar esta dimensión. Además, en el ítem (b) se le propone realizar una metareflexión en la que considere críticamente su actuación a partir de la propuesta de preguntas o acciones alternativas que le hubieran permitido explorar y comprender el pensamiento matemático de los estudiantes.
Interpretación	Explora caminos alternativos a la situación que seleccionaste. Considera cómo podrías modificar la situación/tarea, extenderla o replantearla para favorecer el desarrollo de la habilidad matemática requerida o algún otro aspecto de la habilidad que no se haya contemplado inicialmente.	Este ítem se enmarca en los indicadores del nivel extendido de interpretación, el cual establece explícitamente: "A partir de las interpretaciones, propone soluciones pedagógicas alternativas". Se ha decidido ubicar este ítem como cierre de la narrativa, ya que se considera una etapa posterior al proceso de *shaping*. La interacción con los estudiantes para confirmar o ampliar las interpretaciones realizadas sobre los elementos notables constituye un paso fundamental que sustenta la formulación de soluciones pedagógicas alternativas.

Nota. Elaboración propia

Recolectar tres narrativas por participante, sobre sus clases acerca de la función cuadrática, responde tanto al número de lecciones asignadas a dicha temática como a la necesidad de que los futuros docentes dispongan de tiempo suficiente para recibir y analizar las retroalimentaciones proporcionadas sobre sus narrativas. Dado que algunos participantes podrían tener clases en días consecutivos, podría no ser viable ofrecer retroalimentación inmediata ni garantizar que puedan revisarla con la atención necesaria antes de su siguiente clase. Las narrativas serán redactadas el mismo día en que se implemente cada clase, con el propósito de preservar la vivacidad y la precisión de los acontecimientos relatados.

COMENTARIOS FINALES

Con estas pautas y la retroalimentación del profesorado universitario se espera que los futuros docentes exhiban cambios en sus niveles de *noticing*. Estudios previos han mostrado que los futuros profesores se enfocan inicialmente en aspectos relacionados con su gestión docente (Morales-Reyes y Zakaryan, en prensa); por lo que, las pautas y la retroalimentación tienen como objetivo incluir preguntas y reflexiones que permitan progresivamente considerar el pensamiento matemático del estudiantado. Además, aunque en este escrito no se aborda el conocimiento de los futuros profesores, los niveles de *noticing* serán caracterizados en

relación con el modelo de Conocimiento Especializado del Profesorado de Matemáticas (MTSK). En general, se espera que en los niveles más altos de noticing se exhiba más articulación entre subdominios de conocimiento.

Agradecimientos

Este trabajo es financiado por la Beca de Doctorado Nacional ANID (21210589) y proyecto FONDECYT Regular No. 1230434.

Referencias

Fernández, C., Llinares, S. y Rojas, Y. (2020). Prospective mathematics teachers' development of noticing in an online teacher education program. *ZDM Mathematics Education*, 52, 959–972. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01149-7

Fernández, C., Ivars, P. y Llinares, S. (2023). El desarrollo de la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes durante los períodos de práctica. *Revista Interuniversitaria De Formación Del Profesorado*, *98*(37), 127–146. https://doi.org/10.47553/rifop.v98i37.2.99296

König, J., Santagata, R., Scheiner, T., Adleff, A. K., Yang, X. y Kaiser, G. (2022). Teacher noticing: A systematic literature review of conceptualizations, research designs, and findings on learning to notice. *Educational Research Review*, 36, 1–18. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100453

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. Routledge.

Morales-Reyes, J. L. y Zakaryan, D. (en prensa). Levels of noticing competence among preservice secondary mathematics teachers in a video analysis of functions. En P*roceedings of CERME14*. Free University of Bozen-Bolzano and ERME.

Stake, R. E. (2020). *Investigación con estudio de casos* (6ª ed.). Ediciones Morata.

van Es, E. A. (2011). A framework for learning to notice student thinking. En M. G. Sherin, V. R. Jacobs y R. A. Philipp (Eds.), *Studies in mathematical thinking and learning. Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 164–181). Routledge.

van Es, E.A. y Sherin, M.G. (2021). Expanding on prior conceptualizations of teacher noticing. *ZDM Mathematics Education*, 53, 17–27. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01211-4

HABILIDADES DE ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA EN TESIS DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA: EVIDENCIAS A PARTIR DE UN ANÁLISIS DE INVESTIGACIÓN

Javiera I. Castro-González, Universidad Católica del Maule

Francisco Rodríguez, Universidad del Bío-Bío

Carolina Marchant, Universidad Católica del Maule

Abstract:

La estadística es una competencia fundamental para la formación de ciudadanos críticos y, especialmente, para el profesorado de matemática. Este estudio descriptivo de enfoque cualitativo analizó el nivel de alfabetización estadística en el análisis descriptivo de 18 tesis de pregrado de futuros profesores de matemática del centro-sur de Chile. Se empleó un instrumento propio, validado por expertos (V de Aiken = 0.93), que categoriza las competencias en cuatro dimensiones: lectura de tablas y gráficos, interpretación de estadígrafos, uso del lenguaje y simbología estadística. Los resultados, obtenidos mediante análisis de contenido, permitieron identificar y clasificar el dominio de estas habilidades en las producciones académicas. La aplicación del instrumento demostró su efectividad para evaluar la profundidad del análisis estadístico, revelando evidencia empírica sobre las competencias alcanzadas al final del proceso formativo. Se concluye que la herramienta es fiable y replicable, subrayando la importancia de estas competencias para la formación docente y la ciudadanía informada.

Alfabetización estadística, profesores de matemática en formación, habilidades estadísticas, formación docente, análisis de resultados

INTRODUCCIÓN

La estadística es una competencia clave para la formación de un ciudadano crítico en el siglo XXI y, en particular para el profesorado de matemática. Para enseñar estadística, se requiere de habilidades esenciales para transmitir el conocimiento desde niveles iniciales, algunas de estas son comprender, entender e interpretar críticamente la información basada en datos (Gal, 2002). En este contexto, surge la necesidad de identificar cómo estas se manifiestan en el análisis estadístico descriptivo, particularmente de Tesis de Pregrado de futuros profesores de matemática, cuyos proyectos reflejan el cierre de un proceso formativo (Gal, 2004; Batanero y Díaz, 2010).

Actualmente la escasez de información acerca del conocimiento estadístico que poseen los futuros docentes de matemática, envía una invitación para poder describir el dominio alcanzado de estas ideas en el análisis de los proyectos de tesis. Por lo que, es necesario

Índice

conocer si los futuros docentes dominan y logran interpretar los conceptos estadísticos descriptivos presentes en tablas univariada, bivariada, gráficos, estadígrafos, así como la expresión del lenguaje y el uso de simbología estadística. El dominio de estas competencias podrá brindar a través de la categorización de dimensiones de alfabetización estadística, identificar las habilidades en los análisis de sus investigaciones de tesis, por su parte Bernal-Valdés et al. (2025) reafirma que, es crucial que se fomente una comprensión profunda de los datos para una clara toma de decisiones en contexto.

MARCO CONCEPTUAL

La lectura y escritura de tablas y gráficos constituyen una competencia clave para organizar y analizar información. Interpretar diferentes representaciones gráficas implica niveles crecientes de complejidad según Curcio (1989) y Friel, Curcio y Bright (2001), y que, a su vez esta se ve complementada con la alfabetización estadística, ya que los estudiantes entienden la información, comprenden los fenómenos en contextos reales e interpretan los resultados obtenidos a partir de lo trabajado con las tablas y gráficos (Wild & Pfannkuch, 1999).

Por su parte los estadígrafos, son fundamentales para sintetizar información, sin embargo, las investigaciones muestran que los estudiantes presentan dificultades al interpretarlos, especialmente en la aplicabilidad de estos (Batanero & Díaz, 2010). Por lo que, el dominio de estas medidas favorece la descripción de distribuciones, considerándola un requisito para comprender conceptos estadísticos, por lo que la interpretación de estos logra poner en práctica el instrumento elaborado (Rodríguez et al., 2016).

En este mismo contexto, el lenguaje estadístico es indispensable para comunicar hallazgos de manera clara y precisa, identificando las dimensiones propicias de estas competencias, que van desde comprensión de la terminología básica hasta la integración de los conceptos, sin embargo, las carencias léxicas limitan la interpretación y explicación de resultados (Castro et al., 2024; Giammateo y Albano, 2006).

Asimismo, la simbología estadística, compuesta por números, fórmulas y notaciones, constituyen otra dimensión propicia de la alfabetización estadística, favoreciendo la comunicación universal de procedimientos y métodos. De esta manera, recientes investigaciones muestran que los estudiantes perciben la estadística de forma algorítmica, dejando de lado en diversas oportunidades el propio significado del contexto trabajado. A raíz de ello, la puesta en marcha de esta herramienta mostrará como los futuros profesores de matemática lograron los análisis descriptivos de sus proyectos de tesis (Lukman et al., 2022).

Estas competencias, permite a los futuros profesores de matemática no solo resolver "sistemáticamente", sino interpretar la información de dichos problemas estadísticos en

contextos reales, para dar respuesta a las interrogantes, entendiendo, comprendiendo e interpretando lo trabajado para así formar ciudadanos críticos e informados (Gal, 2004).

METODOLOGÍA

La investigación se enmarca en un enfoque cualitativo transversal de alcance descriptivo, empleando un diseño no experimental-transeccional, usando un instrumento de elaboración propia que permite determinar en qué dimensión se categorizan las competencias estadísticas, contemplando los puntos clave para dicha categorización las competencias estadísticas trabajadas en las tesis de futuros profesores de matemática, siendo estas la población a considerar de esta investigación. Para realizar el análisis de estos trabajos de tesis, se utilizará un instrumento de elaboración propia, que permitirá determinar en qué dimensión se clasifican las competencias estadísticas, considerando como puntos clave para dicha categorización, las habilidades de alfabetización estadística.

Este se elaboró considerando la taxonomía de Curcio (1989) como principal eje. Friel et al. (2001) proponen una secuencia con cuatro niveles de lectura, sin embargo, esta herramienta incorpora dos sub-dimensiones adicionales previas "Leer los datos", las cuales son D1 ("Ausencia de interpretación datos resumidos") y D2 ("Leer incorrectamente los datos resumidos"), que serán utilizadas en las dimensiones de "Lectura de tablas y gráficos" y "Lectura de estadígrafos".

En otras palabras, la muestra utilizada posee un muestreo no probabilístico intencionado, ya que se optó por trabajar sólo con investigaciones de pregrado de carácter cuantitativo con el fin de lograr un mayor control del proceso, por lo que la muestra utilizada serán las tesis de pedagogía en matemática de dos universidades del centro-sur de Chile, correspondiente a un n=18.

La técnica de recolección de datos consistió en una revisión detallada de la muestra, considerando que se utilizó una técnica del tipo cuantitativa, en base a un análisis de contenido y las observaciones de los trabajos de tesis de pedagogía en matemática de estas dos universidades.

El análisis se efectuó utilizando el instrumento de elaboración propia, que fue previamente validado mediante juicio de expertos, considerando análisis de fiabilidad V de Aiken igual a 0.93, y un Coeficiente de Validez de Contenido igual a 0.96 siendo de alta fiabilidad e interpretación positiva por parte de los expertos, por lo que en torno a estos valores el instrumento puede ser utilizado. Este procedimiento permitió identificar la presencia y profundidad con que se abordan estos criterios en los trabajos de tesis.

RESULTADOS

El análisis de las 18 tesis de pregrado de dos universidades del Centro-Sur de Chile permitió evaluar el nivel de alfabetización estadística en sus cuatro dimensiones. Para efectos de esta propuesta, se mostrará un extracto de los resultados de la investigación

En la figura 1 se puede observar los resultados y la interpretación otorgada de la gráfica de una de las tesis analizadas (Obs. se eliminó el título de este gráfico por confidencialidad).

Figura 1

Extracto de resultados de un gráfico propuesto en el capítulo de resultados de Tesis x

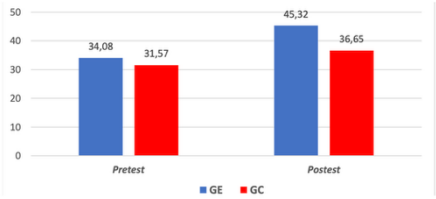


Figura 23. Porcentaje de variación de las medias del Liceo ---------.

En la figura 23, se presenta a través de un gráfico la variación porcentual de medias entre el pretest y postest, del grupo experimental y grupo control de los estudiantes pertenecientes al Liceo ------. En el diagrama de barras agrupadas, se observa que existe una diferencia entre las medias de los puntajes que se obtuvieron, resultados a favor del grupo experimental (11,24%), en contraste con el grupo control tiene una diferencia de 5,08%.

La figura 1 estaría catalogada en la dimensión de lectura de tablas y gráficos, con una sub-dimensión (D4) correspondiente a "leer dentro de los datos", siendo esta la comparación del gráfico asociado a datos cualitativos y/o cuantitativos, relacionando y comparando los estadígrafos de tendencia central en la gráfica. Por lo que la tabla 1, muestra un extracto del instrumento utilizado para evaluar y categorizar los análisis estadísticos trabajados en cada una de las tesis que pertenecen a la muestra.

Tabla 1.

Extracto de instrumento de evaluación dimensiones de alfabetización estadística.

Dimensión	Sub-Dimensión	Descriptores de análisis
Lectura de tablas y gráficos	**Leer dentro de los datos (D4)** Comparan la información de la tabla y/o gráfico estadístico asociado a datos cualitativos y/o cuantitativos.	- Hacen relación y comparan frecuencias presentes en las tablas de distribución univariada o bivariada y las interpretan en el contexto del problema, por ejemplo, comparan información presentada en tablas de estadística descriptiva. - Mencionan los estadígrafos de tendencia central, variabilidad, posición o forma presentes en las representaciones gráficas afines a variables cualitativas o cuantitativas, comparan e interpretan en el contexto de la investigación.

Nota. Elaboración propia

Índice

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos con la puesta en marcha del instrumento, permite responder al objetivo de estudio, a través de sus cuatro dimensiones, se observaron evidencias empíricas que validan su utilidad para identificar las habilidades estadísticas presentes en las producciones académicas de finalización de carrera. La categorización de las competencias estadísticas reflejadas en el instrumento demuestra que puede ser utilizado en áreas de educación como en otros contextos. Estas competencias continúan siendo vitales para la formación docente de pedagogía en matemática y la ciudadanía estadística en los contextos educativos.

Referencias

Batanero, C., y Díaz, C. (2010). Training teachers to teach statistics: What can we learn from research? *Statistique et Enseignement*, *1*(1), 5–20. https://www.persee.fr/doc/staso_2108-6745_2010_num_1_1_1182

Bernal-Valdés, Franco, Díaz-Levicoy, Danilo, & Rodríguez-Alveal, Francisco. (2025). Statistical literacy in the undergraduate education of future mathematics teachers in Chilean secondary education. *Formación universitaria, 18*(4), 13–26. https://dx.doi.org/10.4067/s0718-50062025000400013

Castro-González, J. I., Rodríguez-Alveal, F., & Marchant, C. (2024). Alfabetización estadística en profesores de matemática en formación: una mirada desde sus tesis de pregrado. *Actas de la XXXVII Jornada de Matemática de la Zona Sur* (2024). https://doi.org/10.13140/RG.2.2.18660.23686

Curcio, F. R. (1989). Developing graph comprehension. En R. D. Shulte (Ed.), *New directions for elementary school mathematics* (pp. 115–126). National Council of Teachers of Mathematics.

Friel, S. N., Curcio, F. R., y Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124–158. https://doi.org/10.2307/749673

Gal. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. International Statistical Review, 70(1), 1–25., 1–25.

Gal, I. (2004). Statistical Literacy. In: Ben-Zvi, D., Garfield, J. (eds) The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking. *Springer*, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_3

Giammatteo, M., & Albano, H. (2006). ¿Cómo se clasifican las palabras?. Editorial Biblos. https://www.dgeip.edu.uy/IFS/documentos/2014/lengua/bibliografia/GIAMMATTEO_Lengua_.pdf

Lukman, L., Wahyudin, W., Suryadi, D., Dasari, D., & Prabawanto, S. (2022). Studying student statistical literacy in statistics lectures on higher education using grounded theory approach. *Infinity, 11*(1), 163–176. https://doi.org/10.22460/infinity.v11i1.p163-176

Rodríguez Alveal, F. E., Maldonado Fuentes, A. C., & Sandoval Rubilar, P. R. (2016). Comprensión de las medidas de tendencia central: un estudio comparativo en estudiantes de pedagogía en

matemática en dos instituciones formadoras chilenas. *Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior, 21*(3), 929–952. https://doi.org/10.1590/S1414-40772016000300013

Wild, C. J., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223–248. https://doi.org/10.2307/1403699

Índice

CONSTRUCCIÓN DE SENTIDOS SOBRE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN CONTINUA DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN CHILE

Karla Bastías Sepúlveda, Universidad de Granada

Antonio Moreno Verdejo, Universidad de Granada

María Florencia Cruz, Universidad de Córdoba

Abstract:

El presente trabajo se enmarca en una investigación más amplia y tiene como objetivo describir el sentido construido por un grupo de profesorado de matemática de educación primaria en torno a la modelización matemática. Se lleva adelante un estudio de caso en el marco de una investigación de naturaleza cualitativa. Para producir la información y analizar, se diseña y desarrolla un proceso de formación continua dirigido a profesores en Chile, que imparten clases en los niveles de 5° y 6° básico (educación primaria). La formación promueve el trabajo con aspectos teóricos y análisis de la práctica vinculados, entre otros, con modelización matemática. La experiencia en este proceso formativo implicó el desarrollo, diseño e implementación de tareas de modelización por parte de los profesores participantes. Se analizan respuestas a interrogantes que se centran en lo que entienden hoy por modelización matemática, los cambios en sus formas de pensar y las ideas o experiencias que consideran al explicar la modelización matemática. Los resultados ponen de manifiesto conocimientos adquiridos por los docentes en relación con su práctica como modelizadores y con el desarrollo en el aula, así como una modificación en la construcción de sentidos de los participantes respecto de la modelización matemática.

Modelización matemática, formación de profesorado de primaria, sentido matemático, tareas de modelización matemática.

INTRODUCCIÓN

La modelización matemática ha ganado importancia en la Educación Matemática, siendo objeto de estudio en diversas investigaciones, ahondando en avances teóricos y empíricos y sus implicaciones para las prácticas pedagógicas (Barquero, 2023). Moreno et al. (2021) indican que "a partir de la traducción de problemas reales al mundo matemático el estudiantado percibe la aplicabilidad de las matemáticas, y adquiere estos conocimientos como herramientas para su uso fuera del aula" (p.110).

Autores como Verschaffel et al. (2010) y Esteley y Cruz (2021) señalan la necesidad de prestar atención a los sentidos que el profesorado tiene sobre la modelización, el modo en que implementan estos procesos y establecen conexiones entre las matemáticas escolares y

Índice

situaciones de la realidad. Asimismo, Cruz (2023), Huincahue et al. (2018) y Biembengut y Hein (2013) resaltan la importancia de la formación de profesores en modelización matemática.

Por todo ello, la presente comunicación tiene como objetivo describir el sentido construido por dos docentes de matemáticas (una profesora y un profesor) de educación primaria sobre modelización matemática en el contexto de un proceso de formación continua en Chile.

ELEMENTOS TEÓRICOS

Formación del profesorado de educación primaria y modelización matemática

En educación matemática, la modelización matemática puede ser una estrategia metodológica, una práctica, una competencia o herramienta didáctica que potencia la comprensión de los contenidos por parte del estudiantado al considerar el desarrollo de tareas donde se plantean problemas reales (por ejemplo, Bassanezi, 1994; Borromeo Ferri, 2018; Fulton et al., 2019). Desde una perspectiva metodológica, la modelización "es utilizada para que el aprendizaje se realice a partir de la realidad del estudiante y sea dirigido hacia el conocimiento matemático" (Huincahue et al., 2018, p. 100).

En Kaiser y Sriraman (2006) se explicitan detalladamente diversas perspectivas de modelización matemática que coexisten en la educación matemática. A pesar de esto, parecen compartir algunas cuestiones, como la organización del desarrollo del proceso de modelización matemática a través de un ciclo que puede esquematizarse. El ciclo se inicia con un problema del mundo real, que se simplifica para construir un modelo; este proceso exige formular supuestos e identificar los factores relevantes. La traducción del modelo real a un modelo matemático es un proceso de desarrollo que se encuentra entrelazado, debido a que el modelo del mundo real está relacionado con los conocimientos matemáticos del o de la modelizador/a. Los resultados se obtienen del uso de las matemáticas en el modelo matemático. Luego se interpretan y validan los resultados, así como todo el proceso, considerando volver a desarrollar partes individuales o todo el proceso (Kaiser, 2020).

Con relación al proceso de formación docente, Bassanezi (1994) afirma que el uso de la metodología en cursos de especialización ha logrado mejoras educativas, además de fomentar el desarrollo de profesionales altamente cualificados. "Reflexionar sobre sus propios procesos de aprendizaje y desarrollar una comprensión de lo que significa el modelado didáctico ayuda al profesor a ponerlo en práctica en la siguiente lección" (Borromeo Ferri, 2018, p.2).

Fulton et al. (2019) describen que la práctica de modelización matemática podría desarrollar características clave tanto en modelizares noveles como experimentados: lidiar con la apertura de las tareas, plantear problemas reales, tomar decisiones creativas al modelizar, considerando la capacidad de identificar qué matemáticas se utilizarán, y la revisión de ideas

y soluciones en el contexto de la enseñanza y el aprendizaje. Además, consideran que la modelización como un proceso abierto, exploratorio y dinámico comprende la necesidad de variedad de experiencias y apoyo hacia el profesorado, donde aprendan de sus propias prácticas, involucrando eficazmente al estudiantado. Por tanto, para que la estrategia de modelización matemática resulte un elemento que contribuya a la enseñanza, el profesorado debe realizar procesos formativos, que involucren esta metodología, experimentando, diseñando e implementando tareas contextualizadas.

Sentido sobre modelización matemática

Siguiendo a Bajtín (1982), el atribuir o producir sentido a un tema o palabra requiere, por parte del sujeto, desarrollar respuestas y/o realizar acciones que le permitan abordar un interrogante que lo interpela y, para lo cual, el sujeto moviliza conocimientos disponibles. En esta misma línea, Cruz (2023) describe que "el sentido puede ser diferente entre personas e incluso ir modificando y variando en una misma persona, presenta infinitud porque siempre puede ir cambiando, es decir el sentido fluye, no satura, siempre se pueden construir nuevos sentidos frente a una determinada cuestión" (p. 70).

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

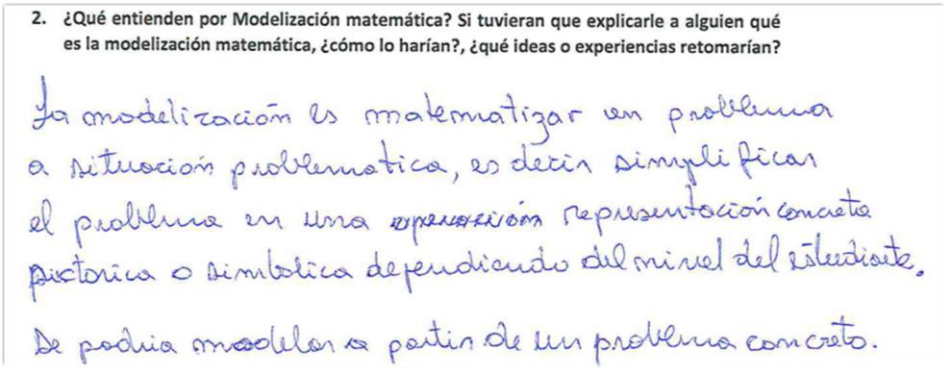
Llevamos a cabo un estudio de caso de naturaleza cualitativa. El caso está constituido por dos profesores de matemática que participan de un curso de formación continua en el que se trabaja, entre otras nociones, la modelización matemática como estrategia pedagógica. Ambos profesores imparten clases en los niveles de 5° y 6° básico en establecimientos de la Fundación del Magisterio de La Araucanía (Chile). En el desarrollo de las sesiones, se abordaron elementos teóricos y prácticos vinculados al marco teórico del estudio. Los participantes desarrollaron, diseñaron e implementaron tareas de modelización matemática. Se realizan entrevistas previas y posteriores al desarrollo del curso. En esta comunicación estudiamos información obtenida de estas entrevistas. Cabe mencionar que se tiene consentimiento para que la información producida en estas entrevistas sea utilizada en el ámbito de la investigación.

RESULTADOS

A continuación, analizaremos las respuestas de dos docentes, profesor 1 y profesora 2 (P1-P2), participantes del proceso formativo, según lo descrito en la figura 1 y las transcripciones que se presentan a continuación.

Figura 1

Entrevista inicial respondida por el grupo de profesores



Preguntas entrevistas final: ¿Qué entienden hoy por modelización matemática? ¿Qué ha cambiado en vuestra forma de pensar sobre la modelización de la primera definición a la segunda? ¿Qué ideas o experiencias consideran al explicar la estrategia de modelización matemática?

1 P1: […] Entiendo la modelización más allá del simple hecho de traducir un concepto a las matemáticas, sino que tiene una serie de otros elementos […] que me van a llevar a traducir un problema real en un sistema matemático. Pero hay otras determinantes […] como el contexto, la forma como voy a ir ideando […] esta idea para […] convertir en un trabajo matemático y finalmente poder llegar a una respuesta, y no solo quedarme ahí en la respuesta, sino que también ver su interpretación y luego su validación, y seguir el ciclo nuevamente. Entonces, para mí, la modelización hoy día, más allá de un simple resultado de un ejercicio, creo que abarca otros aspectos más.

2 I: Y, ¿qué querías complementar…?

3 P2: Yo creo que la modelización tiene que ver con cómo explotar el máximo las habilidades de los estudiantes, en el fondo para poder llegar a esta que no es la respuesta, pero esta reflexión final que se llega a través de la modelización, y claro, los docentes somos los encargados de guiar este proceso, […] no en sí como dar el paso a paso, sino que solo ir guiando el camino de los estudiantes, ir sacando las habilidades, los conocimientos para poder lograrlo. […]

4 P1: […] Nosotros pensamos, deducimos que el alumno no va a ser capaz de resolver algo y resulta que los niños bajo esta estrategia van descubriendo, van creando, van descubriendo nuevas variables dentro de una situación problemática, y eso va aumentando […] su nivel de comprensión va aumentando también su aprendizaje, el nivel de logro, y van creando nuevas situaciones a partir de una que ya han descubierto; entonces, va más allá del estudiante de quedarse con un simple resultado.

Índice

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Analizamos los sentidos atribuidos a la modelización matemática por docentes en la respuesta final y los comparamos con los iniciales. Inicialmente, los participantes describen la modelización de forma más acotada que las ideas que emergen al final. En la entrevista final, sobre el ciclo de modelización (P1), mencionan el contexto del problema real y el tránsito hacia el trabajo con las matemáticas. Esto se vincula con Huincahue et al. (2018). Así, observamos un primer indicio de construcción de un nuevo sentido, conforme a Cruz (2023).

Ambos entrevistados subrayan al docente como guía, promoviendo en el estudiantado habilidades y conocimientos que culminan en una reflexión final: rasgos clave de quien modeliza (Fulton et al., 2019). En la misma línea, P1 describe un pensamiento limitante del docente respecto del desarrollo de este tipo de problemas por parte del estudiantado. Esto se modifica con el uso de esta estrategia, que permite descubrir nuevas variables, crear, comprender y mejorar el aprendizaje. Cabe señalar que el profesorado entrevistado reconoce la posibilidad de un trabajo cíclico en los procesos de modelización y, en particular, de la posibilidad de modificar el modelo emergente, lo que puede potenciar el trabajo con el error de forma constructiva en el aula, tal como lo señala Cruz (2023).

Los primeros resultados del estudio muestran que los docentes, tras un proceso formativo que implicó elementos teóricos en relación con el objeto de estudio y experiencias a través del desarrollo de tareas de modelización en el aula, comienzan a manejar estrategias de modelización matemática. El desarrollo del trabajo con modelización desde un punto de vista matemático y didáctico facilitaría un conocimiento profundo de la modelización matemática y la producción de sentidos amplios en relación con esta noción, cuestión que se encuentra en relación con lo mostrado por Esteley y Cruz (2021) para futuras profesoras en matemática.

Referencias

Bajtín, M. (1982). *Estética de la creación verbal*. Siglo XXI Editores.

Barquero, B. (2023). Mathematical modelling as a research field: Transposition cha-llenges and future directions. En P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi y E. Herendiné-Kónya (eds.), *Proceedings of CERME13* (pp. 6–30). Alfréd Rényi Institute of Mathematics y ERME.

Bassanezi, R. (1994). Modelling as a teaching-learning strategy. *For the Learning of Matehematics, 14*(2), 31–35.

Biembengut, M.S. y Hein, N. (2013). Mathematical Modeling: Implications for Teaching. In: Lesh, R., Galbraith, P., Haines, C., Hurford, A. (eds) *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6271-8_41

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9

Índice

Cruz, M. F. (2023). *Sentidos, validaciones y definiciones al interior de una vivencia de formación de futuras profesoras en matemática mediada por un escenario de modelización matemática en el contexto de una universidad pública argentina*. Universidad Nacional de Córdoba. https://rdu.unc.edu.ar/handle/11086/548249

Esteley, C. y Cruz, M. F. (2021). *Producción de sentidos sobre modelización: el caso de un grupo de futuras profesoras, 30 (2), 269–296.* https://doi.org/10.48489/quadrante.23937

Fulton, E. W., Wickstrom, M. H., Carlson, M. A., y Burroughs, E. A. (2019). Teachers as learners: Engaging communities of learners in mathematical modelling through professional development. In *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp. 125–142). Cham: Springer International Publishing.

Huincahue, J., Borromeo-Ferri, R. y Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias, 36*(1), 99–115. https://ensciencias.uab.cat/article/view/v36-n1-huincahue-borromeo-mena

Kaiser, G. (2020). Mathematical Modelling and Applications in Education. En S. Lerman (Ed.),

Encyclopedia of Mathematics Education (2ª ed.) (pp. 553–561). Springer.

Kaiser, G. y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM Mathematics Education, 38*(8), 302–310. https://doi.org/10.1007/BF02652813

Moreno, A., Marín, M., y Ramírez-Uclés, R. (2021). Errores de profesores de matemáticas en formación inicial al resolver una tarea de modelización. *PNA*, *15*(2), 109–136. https://doi.org/10.30827/pna.v15i2.20746

Verschaffel, L., van Dooren, W., Greer, B. y Mukhopadhyay, S. (2010). Reconceptualising Word Problems as Exercises in Mathematical Modelling. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*(1), 9–29.

PROMOVER UN ESPÍRITU DE COLECTIVIDAD A TRAVÉS DE UNA ACTIVIDAD DE FORMACIÓN INICIAL CENTRADA EN EDOs: UNA PROPUESTA PARA FUTUROS PROFESORES

Alan Basilio Pizarro-Ayavire, Asociación Aprender en Red

Juan Luis Prieto-González, Universidad de Los Lagos, Asociación Aprender en Red

Rafael Enrique Gutiérrez-Araujo, Asociación Aprender en Red

Abstract:

Los saberes asociados a las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs) ocupan un lugar central en los programas de formación inicial de profesores de matemáticas en Chile, no solo por sus múltiples aplicaciones prácticas en distintos campos científicos, sino también por su potencial para generar discusiones críticas y reflexivas sobre el quehacer matemático y pedagógico. No obstante, con frecuencia estos contenidos suelen enseñarse bajo un paradigma tradicional basado en clases magistrales, lo que termina por limitar la emergencia del aprendizaje como un proceso colectivo, en el que las formas de relación con el Otro pueden favorecer un mayor nivel de comprensión de tales saberes. Frente a esta situación, presentamos nuestras primeras reflexiones sobre el diseño de una actividad de enseñanza-aprendizaje centrada en EDOs y orientada a promover la posibilidad de "aprender juntos" entre futuros profesores de matemáticas. Para ello, nos inspiramos en el principio de aprendizaje de la Teoría de la Objetivación, que concibe este proceso como inherentemente colectivo, cultural e históricamente situado, y entiende la actividad como el espacio donde dicho aprendizaje puede ocurrir. Específicamente, describimos una secuencia de problemas sobre EDOs y reflexionamos sobre las formas de implementación de estos problemas en un contexto de formación inicial de profesores de matemáticas.

Formación inicial de profesores, aprendizaje colectivo, ecuaciones diferenciales, actividad de enseñanza-aprendizaje, colectividad

INTRODUCCIÓN

La formación inicial de profesores constituye una oportunidad para acercar a los futuros profesores de matemáticas (FPMs) a los saberes docentes necesarios para su práctica profesional (Llinares, 2018). Entre estos, los contenidos de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs) destacan por su potencial para generar discusiones críticas, colectivas y reflexivas sobre la práctica matemática y pedagógica. Sin embargo, su enseñanza suele estar a cargo de académicos especialistas en matemáticas —o ciencias afines— que, desde paradigmas tradicionales, conciben la enseñanza como un acto de transmisión individual más que como un proceso colectivo (Henao & Rodríguez, 2016), relegando el estudio de las EDOs a la clase magistral y privando a los FPMs de experiencias dialógicas y colaborativas.

Índice

Bajo este paradigma (Radford, 2023b), la relación de los FPMs con el saber se reduce a la reproducción de procedimientos rutinarios, y su relación con el Otro —sus pares, el formador, y la comunidad— se ve severamente limitada en su formación pedagógica. Este hecho obstaculiza la producción de sentidos compartidos alrededor del aprendizaje de EDOs, la realización personal a través de lo colectivo y, crucialmente, la emergencia de un espíritu de colectividad que es constitutivo del aprendizaje desde una perspectiva sociocultural. Ante esto, es imperativo diseñar actividades que permitan a los FPMs involucrarse en discusiones colectivas, reflexionar críticamente y tomar decisiones conjuntas, lo que exige contar con espacios dialógicos (Fernández Moujan, 2016) que posibiliten el encuentro con el mundo como espacio de saberes y subjetividades.

Para atender esta problemática, en este trabajo presentamos nuestras primeras reflexiones sobre el diseño de una actividad de enseñanza-aprendizaje de EDOs para FPMs que permita la emergencia de un espíritu de colectividad que oriente su actuar hacia la producción de reflexiones disciplinares y pedagógicas y la movilización de posturas críticas y éticas ante diferentes voces y consciencias.

CONSIDERACIONES TEÓRICAS DEL DISEÑO

Nuestro diseño se fundamenta en el principio de *aprendizaje* de la Teoría de la Objetivación (TO), entendido "como un proceso *colectivo*, *cultural e históricamente situado* que pone de relieve el papel del trabajo social humano, el cuerpo, las emociones y el mundo material" (Radford, 2021, pp. 113-114). Así, aprender matemáticas trasciende la adquisición de saberes; es una transformación subjetiva del individuo a través del *encuentro* colectivo con los saberes culturales (Radford, 2023b).

En la TO, este proceso de aprendizaje se constituye dentro de las posibilidades que ofrece la actividad de estudiantes y profesores en el aula (Radford, 2023a). Por este motivo, asumimos la *actividad* como un principio teórico y metodológico central en nuestro diseño. Según Radford (2020b), la actividad se conceptualiza no como un mero conjunto de acciones para lograr un objetivo, sino como un proceso social y colectivo en el que los individuos, al producir sus medios de subsistencia —en nuestro caso, la comprensión de los objetos matemáticos en un sentido disciplinar y pedagógico—, se realizan como sujetos comprometidos, solidarios y responsables con el Otro.

En el marco de nuestra propuesta, la actividad se configura como el espacio donde los FPMs y el formador se involucran en la producción de una *obra común*[7] (Radford, 2023a). Esto implica

[7] Radford (2023a) define la obra común "[…] como el aparecimiento sensual o sensible del saber […] mediante el planteamiento y la resolución de problemas colectivos, y de la discusión y el debate en el aula de clases" (p. 29)

actuar colectivamente sobre una serie de problemas referidos a EDOs, en los cuales se deben tomar decisiones instruccionales sobre la marcha de su enseñanza en la realidad del aula.

CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS DEL DISEÑO

Desde la perspectiva metodológica de la TO, la actividad de enseñanza-aprendizaje se analiza a través de dos componentes: la estructura Φ y la estructura Θ. La primera se refiere a la organización didáctica de la actividad —pensada antes de su ocurrencia—, mientras que la segunda alude a su puesta en acto, su despliegue en el aula —lo que implica, como ya hemos señalado, más que un simple conjunto de acciones para el logro de un objetivo—. En este trabajo, centramos la atención la estructura Φ, organizada en torno a un objeto, una meta y una tarea:

> La actividad de enseñanza-aprendizaje tiene un *objeto* [...]. Para que la actividad se desarrolle en la dirección de su objeto, se pueden identificar una o varias *metas* [...]. Para lograr las metas de la actividad, se puede concebir una *tarea* específica. (Radford, 2023a, pp. 108-109, énfasis en el original)

Basándonos en esta estructura, hemos definido para nuestro diseño lo siguiente: (1) el *objeto* de la actividad como el encuentro de los FPMs con formas de pensamiento acerca de las EDOs —en tanto objetos matemáticos o pedagógicos—, y con otras voces y consciencias; (2) la *meta* de resolver problemas sobre EDOs con base en decisiones colectivas —por ejemplo, decisiones frente a errores detectados en respuestas de estudiantes—; (3) y una *tarea* elaborada especialmente a partir de ciertas pautas entregadas por Radford (2023a) para el diseño de problemas matemáticos. En la siguiente sección presentamos uno de los problemas que compone la tarea en cuestión.

UN PROBLEMA QUE BUSCA MOVILICE LA COLABORACIÓN

El problema que presentamos fue pensado para que los FPMs respondieran de manera individual y colectiva a una serie de preguntas que los lleven a pensar pedagógicamente en los errores que suelen cometer los estudiantes cuando resuelven problemas sobre EDOs (ver Figura 1).

Figura 1

Problema de la Tarea 1

Ítem 1: Resolución de EDOs

Lean las instrucciones antes de resolver: (i) cada uno tendrá media hora para resolver la evaluación de forma independiente, eligiendo 2 de los 4 problemas presentados; (ii) luego, se reunirán en grupo de 3 integrantes y seleccionarán dos problemas que presentarán como solución.

Listado de ecuaciones diferenciales:

1) $\frac{dy}{dx} = 1 + x + y^2 + xy^2$

2) $-\frac{y}{x^2}dx + \left(\frac{1}{x} - 2y^2\right)dy = 0,\ y(1) = -2$

3) $y' = \frac{x+y+4}{x-y-6}$

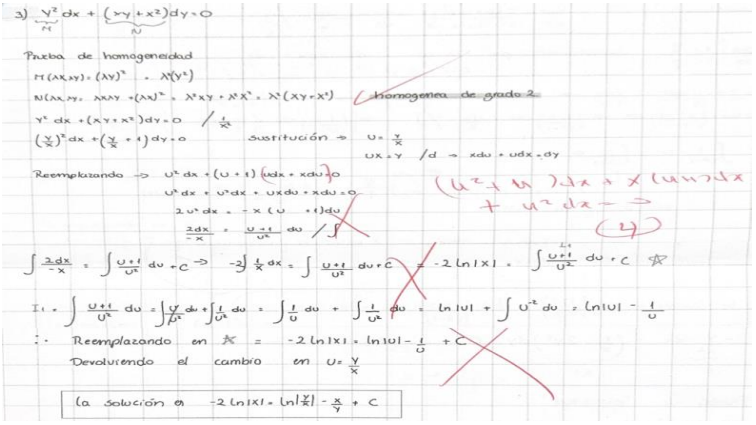
Índice

4) Usando la sustitución $z = ax + by + c$, resuelva: $(2x - y)dx + (4x - 2y + 3)dy = 0$

Ítem 2: ¿Cómo mejorar el aprendizaje?

La siguiente imagen muestra el desarrollo de un estudiante al resolver la siguiente EDO:

$$y^2dx + (xy + x^2)dy = 0$$



¿Qué acciones pedagógicas le propondrían al estudiante para mejorar su desarrollo? Mencionen 5 y enlístenlas según un orden de prioridad.

El ítem 1 invita a los FPMs a posicionarse individualmente ante la elección de dos problemas de EDOs para ser resueltas. No obstante, la posterior instancia de reunión en grupos desafía esa elección personal, pues los FPMs deben consensuar qué problemas elegir. Este tránsito de lo individual a lo colectivo abre un espacio para el diálogo y la toma de decisiones consensuadas, donde los FPMs se enfrentan a las tensiones entre mantener sus preferencias personales o ceder en función del bien común. En este proceso, el rol del formador resulta decisivo ya que debe buscar que se propicien condiciones para la emergencia de una colectividad basada en el compromiso, la responsabilidad, y el cuidado del Otro. Tal y como menciona Radford (2020a) las "discusiones colectivas son insumos para el verdadero proceso de aprendizaje" (p. 33) y quienes impulsan la actividad hacia su desarrollo.

El ítem 2, en cambio, busca movilizar a los FPM hacia decisiones pedagógicas frente al desarrollo incorrecto de un ejercicio de EDOs. Más que centrarse en la corrección de errores, buscamos centrarnos en la deliberación colectiva que puede surgir al discutir posibles acciones pedagógicas de los FPM. De este modo, creemos que el problema habilita un espacio rico para la emergencia de un trabajo colectivo, movilizándose hacia la necesidad de ofrecer sugerencias, los FPM pueden llegar a estar más cerca de un aprendizaje común (Radford, 2023b).

Índice

Agradecimientos

Esta comunicación breve fue financiada por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile, a través del proyecto Fondecyt de Iniciación No. 11250276.

Referencias

Radford, L. (2021). La ética en la teoría de la objetivación [Ethics in the theory of objectification]. En L. Radford & Silva Acuña (Eds.), *Ética: Entre educación y filosofía*, (pp. 107–141). Bogotá: Universidad de los Andes.

Henao, S., Rodríguez, F. (2016). Enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones diferenciales: revisión bibliográfica. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, *1*, 393–401

Fernández Moujan, I. (2016). *Elogio da Paulo Freire*. Argentina: Noveduc.

Llinares, S. (2018). La formación del docente de matemáticas. Realidades y desafíos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *13*(17), 55–61.

Radford, L. (2020a). El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada desde la teoría de la objetivación. *Revista matemática, ensino e cultura* (*REMATEC*), *15*(36), 27–42 https://orcid.org/0000-0001-6062-0605

Radford, L. (2020b). Un recorrido a partir de la teoría de la objetivación. En S. Takeco Gobara, & L. Radford (Eds.), *Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (*Vol. 1*), (pp. 15–42). Livraria da Física.

Radford, L. (2023a). *La teoría de la objetivación. Una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: Uniandes.

Radford, L. (2023b). ¿Qué significa aprendizaje colectivo? ¿Cómo lograrlo en la clase de matemáticas? *Revista Μαθηματικά: epistemologia e educação*, *1*, e2023101. https://doi.org/10.51359/2965-1794.2023.257280

EVIDENCIAS DE STSK EN DOCENTES DE K-3: UNA COMPARACIÓN ENTRE ANÁLISIS MANUAL Y CHATGPT

Alejandra Mondaca-Saavedra, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Soledad Estrella, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

La educación estadística ha adquirido creciente relevancia en el currículum escolar, destacando la importancia de promoverla desde edades tempranas. En este contexto, el estudio del Conocimiento Especializado del Profesor de Estadística (STSK), como extensión del modelo MTSK, constituye un desafío para comprender y fortalecer la enseñanza de la estadística. El objetivo de esta investigación es caracterizar evidencias de STSK en el discurso docente mediante un análisis comparativo entre clasificación manual y automatizada con ChatGPT. El estudio se enmarca en un diseño cualitativo de estudio de caso instrumental, cuatro docentes de niveles K–3 de una escuela pública chilena, quienes participaron en dos ciclos de Lesson Study (LS) orientados al desarrollo del razonamiento inferencial informal. Para el análisis se seleccionó la transcripción de una sesión final de reflexión docente, que fue clasificada por un didacta de la matemática y un ChatGPT entrenado con los dominios y subdominios del STSK. Los resultados muestran que ambos análisis coincidieron en identificar predominantemente conocimientos del dominio Conocimiento Didáctico del Contenido, especialmente en los subdominios vinculados a la enseñanza y aprendizaje de la estadística. Sin embargo, ChatGPT realizó un número mayor de clasificaciones, incorporando además una categoría de "no clasificación", lo que evidencia un aporte en objetividad al evitar asignaciones forzadas. Este trabajo contribuye a la discusión sobre el potencial de la inteligencia artificial como recurso metodológico en la investigación en educación, así como a la necesidad de reforzar los conocimientos estadísticos de los docentes en formación y en ejercicio.

Conocimiento especializado del profesor, STSK, Educación Estadística, Inteligencia artificial, Lesson Study

ANTECEDENTES

Varios investigadores consideran que la estadística es una disciplina independiente de las matemáticas, lo que ha implicado la incorporación de este eje disciplinar a los diferentes currículos escolares, evidenciando la importancia de la estadística en la educación de niños y jóvenes. Considerando la relevancia que ha adquirido la educación estadística en las aulas escolares, Vidal-Szabó y Estrella (2020), identificaron la necesidad de sugerir un modelo "que entregue directrices sobre qué conocimiento especializado podría considerarse para la formación del profesorado de matemática que enseña estadística en el contexto de la

Índice

educación primaria" (Vidal-Szabó y Estrella, 2020, p.2), y propusieron la extensión del modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) al Conocimiento Especializado del Profesor que enseña Estadística (STSK). Sin embargo, identificar este conocimiento en un contexto de enseñanza auténtico sigue siendo un desafío. Dado que el uso de IA puede favorecer la capacidad de reconocer dicho conocimiento, este estudio tiene por objetivo caracterizar evidencias de STSK en los discursos de los profesores K-3 utilizando tanto un análisis manual (humano) como un modelo de lenguaje entrenado.

MARCO TEÓRICO

Para comprender el conocimiento docente en estadística, Vidal-Szabó y Estrella (2020) propusieron una extensión del modelo MTSK al Conocimiento Especializado del Profesor de Estadística (STSK), que distingue entre Conocimiento Estadístico (SK) y Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK). En coherencia con el modelo base, los investigadores presentaron una adaptación de los dominios y subdominios al nuevo modelo propuesto. Para una comprensión más exhaustiva sobre el alcance de cada subdominio, dichos investigadores han propuesto una descripción teórica de cada uno.

Dentro del Conocimiento Estadístico (SK) se encuentra el *Conocimiento de los temas estadísticos (KoT)*, orientado a la comprensión fenomenológica y contextual de los conceptos; el *Conocimiento de la estructura estadística (KSS)*, que aborda las conexiones entre medidas como la media, la dispersión o las representaciones gráficas; y el *Conocimiento de la práctica estadística (KPS)*, referido a la estadística entendida como un proceso. En cuanto al Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), se incluyen el *Conocimiento de la enseñanza de la estadística (KST)*, centrado en estrategias de instrucción, secuenciación de actividades y diseño de tareas; el *Conocimiento de las características del aprendizaje de la estadística (KFLS)*, vinculado a las dificultades, errores y patrones de razonamiento de los estudiantes; y el *Conocimiento del currículo de estadística (KSLS)*, que considera las metas curriculares, los estándares y la progresión en la enseñanza. Estos subdominios permiten operacionalizar el modelo en contextos de enseñanza reales (Vidal-Szabó, 2022).

METODOLOGÍA

Esta investigación corresponde a un estudio de caso instrumental (Stake, 2020), realizado en una escuela pública chilena, bajo la metodología de desarrollo profesional Lesson Study (LS). Se implementaron dos ciclos de LS enfocados en el desarrollo del razonamiento inferencial informal con cuatro docentes de los grados K-3 que desarrollaban clases de matemáticas en sus respectivos niveles. La tarea central consideraba tres cajas negras (botellas) con distinta proporción de perlas de oro cada una (Estrella, 2025). La recolección de datos se hizo a través de videograbación de las sesiones de LS, las cuales, fueron transcritas para su análisis. Se seleccionó la sesión siete de ocho sesiones de LS y su

respectiva transcripción para identificar evidencias de conocimientos presentes en el discurso del profesor asociadas a los dominios y subdominios del STSK, a través de clasificación manual (humana) y del uso de ChatGPT. El análisis manual fue realizado por un didacta de la matemática. Paralelamente, se entrenó un ChatGPT con la descripción de cada dominio y subdominio del STSK y se generó un prompt que permitió la clasificación del discurso del profesor.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

El análisis se aplicó sobre la transcripción de la sesión siete del ciclo de LS en la escuela. Esta sesión fue planificada para propiciar la reflexión docente luego de dos implementaciones de lecciones sobre el desarrollo del razonamiento inferencial informal. Tanto el análisis manual como el de la IA se realizaron sobre el mismo corpus de datos, garantizando condiciones de comparación.

A continuación, se presenta el episodio 1 de la sesión siete, mediante un extracto analizado tanto de manera manual como por ChtaGPT. El color rojo da cuenta de la clasificación KFLS, el color amarillo representa KSS y el color azul KoT.

> Profesor A: sí, ahí había gente [estudiantes] que estaba clarísima, desde que empezaron a lanzar con la [botella] tres, decían, ah no, esta es otra cosa, se empezaron a dar cuenta y decían: en la otra jamás nos salió un 3, aquí nos salió cinco, mira a los de allá les salió 7, ah no, estamos bien, mucho más probable que esta botella tenga números grandes [más perlas de oro]. Y empezaban entre ellos: esta botella sí, esta botella si es buena. Porque se dieron cuenta que habían mayores probabilidades de que el número que saliera al agitar la 3, fuese mucho más alto que lo que salía con las botellas 1 y 2.

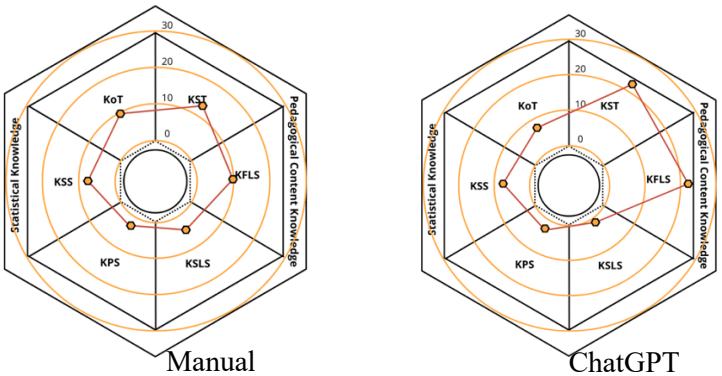
De manera manual, el Episodio 1 fue clasificado en dos subdominios: *KFLS* y *KSS*. La primera clasificación aborda la comprensión docente sobre la comprensión de la situación (tarea) por parte de los estudiantes a partir de las estrategias. Por otro lado, la segunda clasificación (KSS) se realizó aludiendo al reconocimiento del trabajo con la variabilidad de los datos.

ChatGPT clasificó automáticamente el episodio en tres subdominios: ***KFLS*, *KoT* y *KSS***. La primera clasificación se realizó en función de la comprensión docente sobre cómo los estudiantes comprendieron los resultados de la tarea con las botellas, lo que refleja su conocimiento sobre la interpretación de patrones en contextos de aprendizaje estadístico. La segunda clasificación (KoT), correspondió al reconocimiento de patrones de frecuencia y variabilidad, vinculados al conocimiento de los temas estadísticos, ya que el docente comprende cómo los estudiantes interpretaron repeticiones de números altos como un indicador de probabilidad de eventos. Finalmente, la tercera clasificación (KSS), alude al

conocimiento de la estructura estadística, ya que los estudiantes compararon distintas botellas y elaboraron conclusiones basadas en los datos.

Figura 1

Comparación entre clasificación manual v/s ChatGPT



Manual ChatGPT

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados del análisis manual muestran un total de 47 clasificaciones, de las cuales 21 corresponden a SK y 26 a PCK. Aquellos fragmentos sin clasificar en su mayoría correspondían a intervenciones de los investigadores en la sesión de LS. La clasificación manual tiende a ser equilibrada entre ambos dominios del modelo STSK. Sin embargo, se reconoce una mayor clasificación de los extractos en el subdominio *Conocimiento de la enseñanza de la Estadística (KST)*.

Comparativamente los resultados muestran un comportamiento similar, aunque el uso de ChatGPT permitió identificar elementos que componen el STSK, reconociendo 76 clasificaciones, de las cuales 18 correspondían a SK, 44 a PCK y 14 a "No hay clasificación". El ChatGPT identificó esta última en aquellos diálogos que no calzaban con la descripción proporcionada para cada uno de los dominios y subdominios, dejándolos en una clasificación distinta sin alucinar. Se reconocen dos subdominios predominantes en la clasificación realizada de manera automatizada, las cuales son el *Conocimiento de la enseñanza de la estadística* (21) y el *Conocimiento de las características del aprendizaje de la estadística* (22), indicando un predominio del dominio PCK sobre el dominio SK.

CONCLUSIÓN

Esta investigación buscaba caracterizar evidencias de STSK en los discursos de los profesores K-3 utilizando un análisis manual y un modelo de lenguaje entrenado. Se encontró que ChatGPT identifica conocimientos docentes sin generar clasificaciones subjetivas, fortaleciendo así el análisis de datos que se ha realizado manualmente, previo al uso del software (Mondaca-Saavedra y Estrella, 2025). El uso de ChatGPT también reveló que los docentes de primaria que enseñan estadística exhibieron principalmente conocimientos

vinculados al dominio PCK, destacando la necesidad de fortalecer sus conocimientos disciplinarios (SK). Estos hallazgos son consistentes con el análisis manual realizado por el humano, destacando el potencial de las herramientas basadas en IA como recursos metodológicos en la investigación.

Agradecimientos

ANID/Exploración 13240075; VINCI 039.493/2024 y ANID Beca Doctorado Nacional 21231116.

Referencias

Estrella, S. (2025). What does preparing our boys and girls to interact with artificial agents mean? Perspectives from Early Statistical Education in Today's Classroom. En Cornejo, C., Felmer, P., Gómez, D. M., Dartnell, P., Araya, P., Peri, A., & Randolph, V. (Eds.), *Proceedings of the 48th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: General Contributions* (pp. 55–69).

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., … Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Mondaca-Saavedra, A., y Estrella, S. (2025). Exploring teacher statistical knowledge using AI: An análisis with chat GPT. En Cornejo, C., Felmer, P., Gómez, D. M., Dartnell, P., Araya, P., Peri, A., & Randolph, V. (Eds.), *Proceedings of the 48th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: General Contributions* (pp. 385).

Stake, R. (2020*). Investigación con estudio de casos*. (6a ed.). Ediciones Morata.

Vidal-Szabó, P., & Estrella, S. (2020). Extensión del modelo MTSK al dominio estadístico. En Y. Morales-López & Á. Ruíz (Eds.), *Educación matemática en las Américas 2019: Actas del XV CIAEM-IACME* (pp. 1036–1042). Comité Interamericano de Educación Matemática. https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/view/692/327

Vidal-Szabó, P. (2022). *Representaciones de datos en situaciones de exploración, análisis y comunicación: una contribución a la estadística temprana* [Tesis doctoral, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso]. Repositorio Institucional PUCV. https://catalogo.pucv.cl/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=436178

¿CÓMO SE INTEGRA LA COMPETENCIA SOCIOAFECTIVA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS?: UNA APROXIMACIÓN AL CONOCIMIENTO DEL PROFESORADO

Neyse Toledo, Universidad Católica de Temuco - Universidad de Girona

Nataly Pincheira, Universidad de Girona

Ángel Alsina, Universidad de Girona

Abstract:

En este estudio se analiza cómo se integra la competencia socioafectiva en el currículo de matemáticas de educación primaria en Chile. A través de una metodología cualitativa descriptiva, se examina la presencia de términos vinculados al dominio afectivo y a sus componentes (creencias, actitudes y emociones), en los documentos curriculares vigentes. Con este propósito, el análisis se organiza en torno a las bases curriculares y a los programas de estudios, considerando tanto sus secciones generales como las específicas del área de matemáticas. Los resultados revelan que: 1) si bien se reconoce la importancia de los aspectos socioafectivos en la enseñanza de las matemáticas, este no se integra como una competencia socioafectiva como tal; 2) el currículo chileno destaca principalmente el desarrollo de actitudes positivas hacia la disciplina, sin una referencia a las creencias ni a las emociones. Se concluye que, es de vital importancia para el profesorado y la formación inicial de este, contar con un currículo que además de considerar un componente del dominio afectivo, considere la integración sistemática de todos los componentes del dominio afectivo y entregue las directrices de como integrarlo en la enseñanza de las matemáticas. Esto contribuiría a la formación del profesorado entregando herramientas para abordar y promover una enseñanza de la matemática basada en las competencias socioafectivas.

Competencia socioafectiva, dominio afectivo, educación matemática, profesorado, currículo.

INTRODUCCIÓN

Antiguamente las matemáticas se concebían únicamente desde un enfoque conceptual. En la actualidad, su enseñanza implica mucho más que habilidades cognitivas y procedimentales, reconociéndose la importancia de incorporar aspectos socioafectivos, ya que estos influyen no solo en el bienestar general y el rendimiento académico, sino también en el proceso de enseñanza y aprendizaje, favoreciendo la relación con la disciplina. Desde este marco, la enseñanza de las matemáticas no puede comprenderse al margen de las emociones, creencias y actitudes que la configuran, pues estas influyen tanto en el aprendizaje del estudiantado como en las decisiones pedagógicas del profesorado. La inclusión de dimensiones afectivas

Índice

y emocionales contribuye a mejorar la actitud hacia las matemáticas, a disminuir la ansiedad matemática y a fomentar un aprendizaje más significativo (Gil et al., 2006).

En este contexto comprender como se integra la competencia socioafectiva en el currículo resulta esencial para la práctica docente y la formación inicial del profesorado, ya que permite reconocer la influencia de las emociones, actitudes y creencias en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Por tanto, analizar el currículo resulta fundamental, dado que este orienta al profesorado sobre ideas y competencias que deben recibir especial atención en diferentes etapas del proceso educativo.

En este sentido, resulta de interés obtener una panorámica general de la competencia socioafectiva en la enseñanza de las matemáticas. Desde esta perspectiva, el objetivo del estudio es analizar cómo se integra la competencia socioafectiva en el currículo de matemáticas de educación primaria de Chile.

MARCO DE REFERENCIA

El aprendizaje de las matemáticas no solo implica procesos cognitivos, sino también una fuerte dimensión afectiva. El dominio afectivo en las matemáticas se entiende como "un constructo formado por las creencias matemáticas, las emociones y las actitudes hacia esta materia" (Marbán et al., 2020, p. 73). Estos componentes interrelacionados condicionan la manera en que el alumnado se enfrenta a los desafíos matemáticos, determinando su confianza y perseverancia ante las tareas matemáticas.

Por otra parte, el concepto de competencia alude a una integración de componentes que trasciende la simple acumulación de contenidos. Zabala y Arnau (2007) señalan que "la competencia y los conocimientos no son antagónicos, ya que cualquier actuación competente siempre implica el uso de conocimientos interrelacionados con habilidades y actitudes" (p. 45). Por tanto, las competencias representan una la articulación integrada para el aprendizaje. Así pues, en el ámbito específico de las matemáticas, hablar de competencia matemática implica referirse tanto a su definición como a las estrategias pedagógicas que permiten su desarrollo en el aula. En esta línea, Beltrán-Pellicer y Alsina (2022) destacan que la competencia matemática busca utilizar procesos matemáticos como herramientas para gestionar tanto el conocimiento como las habilidades y las emociones, y así lograr resolver situaciones prácticas y cotidianas, más allá de fines académicos. Además, los autores mencionan que desarrollar la competencia matemática implica una gestión de la enseñanza fundamentada en aspectos que tienen la base en los conocimientos que el alumnado puede movilizar, considerando en todos los casos el dominio socioafectivo. Desde esta mirada, "La dimensión socioafectiva es fundamental en el desempeño de la práctica pedagógica y se constituye en el eje transversal de las relaciones interpersonales e intrapersonales; es el

soporte de la vocación, la personalidad y el estilo de vida de un maestro." (Carvajal et al., 2022, p. 56).

METODOLOGÍA

Se ha adaptado un enfoque cualitativo descriptivo (Cauas, 2015), ya que permite comprender cómo se integra la competencia socioafectiva en los documentos curriculares chilenos. Para ello, se han establecido unidades sintácticas a través de un conjunto de palabras claves que tienen relación con los términos vinculados con la competencia socioafectiva (creencias, actitudes y emociones). Los documentos analizados corresponden a los currículos oficiales vigentes: Bases Curriculares (MINEDUC, 2012a) y los programas de Estudio de Matemáticas para Educación Básica (1° a 6° Básico) (MINEDUC, 2012b).

El análisis de los datos ha considerado la codificación de las unidades sintácticas, asignando puntuaciones de acuerdo a la presencia (1) o ausencia (0). Tales codificaciones fueron registradas en una hoja de cálculo de MS Excel®, para analizar posteriormente el contexto en el que se emplean al interior de los documentos.

RESULTADOS

Se exponen los resultados de la presencia de elementos del dominio afectivo en los documentos curriculares oficiales de educación primaria de Chile, contabilizando la frecuencia de los términos y registrando fragmentos donde estos se encuentran insertos. La Tabla 1 muestra la frecuencia con que aparecen términos vinculados al dominio afectivo.

Tabla 1.

Distribución de términos relacionados con el dominio afectivo

Términos	**B. Curriculares**	**1°**	**2°**	**3°**	**4°**	**5°**	**6°**	**Total**
Dimensión socioafectiva /dominio afectivo	11	4	4	4	4	4	4	35
Creencias	1	0	0	0	0	0	0	0
Actitudes	28	54	63	54	56	31	56	371
Emociones	0	0	0	0	0	0	0	0

Nota. Elaboración propia

Se observa que el término con mayor frecuencia corresponde a "actitudes", con un total de 371 menciones, 28 apariciones en las bases curricular y entre 31 y 63 veces en cada programa de estudio. Cabe destacar que existen aspectos que se repiten en todos los programas de

Índice

estudio. La "dimensión socioafectiva" o "dominio afectivo", con 11 menciones en las bases curriculares y 4 menciones en cada programa de estudio. Se debe considerar que en muchas ocasiones, por ejemplo, en la visión general, en el resumen de la unidad, entre otros, la palabra "actitud" está reflejada como título o como definición de una de las seis actitudes. En relación con las "creencias", mantienen una única aparición en las bases curriculares. En contraste, no se identificaron referencias al término "emociones". La Tabla 2 recopila fragmentos del currículo de matemática que hacen alusión al dominio afectivo.

Tabla 2.

Ejemplos de fragmentos relacionados con el Dominio afectivo y sus componentes

Términos	Fragmentos
Afectivo	"Se trata de una disciplina creativa, multifacética en sus aspectos cognitivos, afectivos y sociales, que es accesible a los niños desde la educación básica, que puede brindar momentos de entusiasmo al estudiante cuando se enfrenta a un desafío, de alegría y sorpresa cuando descubre una solución a simple vista, o de triunfo cuando logra resolver una situación difícil" ([DC1], p.214).
Actitud	"Es muy necesario que el profesor desarrolle en los alumnos una actitud de esfuerzo y perseverancia debido a que este OA aborda temas nuevos para el estudiante y que resultan un poco más complejos" (DC2-DC7, p.153)

Nota. Elaboración propia

Se evidencia la presencia de términos vinculados al dominio afectivo. En particular, se menciona el término "afectivo" en el contexto de una visión amplia de la disciplina matemática, junto con dimensiones cognitivas y sociales. Asimismo, aparecen expresiones vinculadas a las "actitudes", como la disposición positiva hacia el aprendizaje, y cualidades específicas como el "esfuerzo" y la "perseverancia". No se encontraron referencias explícitas a los términos "creencias" ni "emociones". Esto da cuenta de una incorporación parcial del enfoque socioafectivo en el área.

CONCLUSIONES

El currículo chileno de matemática incorpora principalmente las actitudes, uno de los componentes del dominio afectivo. De acuerdo con Marbán et al. (2020), las actitudes hacia las matemáticas hacen referencia a "la valoración, el aprecio y el gusto por esta disciplina y por su aprendizaje y reflejan más el componente afectivo que el cognitivo" (p. 2). Por lo tanto, si bien se incluyen actitudes deseables hacia las matemáticas, se integran de manera general sin una orientación explicita de prácticas en el aula. Mientras que, en los programas de estudio se abordan de manera parcial, pues se limita a sugerir fomentarlas, pero no se señala cómo abordarlas e integrarlas en todos los niveles educativos. Desde este prisma, se interpreta que es responsabilidad del profesorado integrar en el objetivo de aprendizaje tanto

los contenidos, las habilidades y las actitudes, ya que no se evidencia una articulación explicita entre estos elementos. En esta misma línea, la nula mención de las creencias y emociones limita la comprensión de cómo estas influyen en el aprendizaje.

Por otra parte, aunque el currículo chileno no emplea el término "competencia socioafectiva" de forma explícita, promueve el desarrollo de habilidades y actitudes por medio de los objetivos de aprendizaje. Se concluye que el currículo chileno requiere avanzar hacia una inclusión más completa del dominio afectivo, integrando sistemáticamente todos sus componentes.

Finalmente, los resultados evidencian la necesidad de fortalecer la formación inicial y continua del profesorado, entregándole herramientas para abordar de manera efectiva la dimensión socioafectiva en el aula. Incorporar orientaciones pedagógicas concretas permitiría transformar las prácticas, promoviendo una enseñanza de las matemáticas más reflexiva y significativa para los estudiantes, lo cual requiere de una evaluación y mejora del currículo.

Referencias

Beltrán-Pellicer, P., & Alsina, Á. (2022). La competencia matemática en el currículo español de Educación Primaria. *Márgenes, Revista de Educación de la Universidad de Málaga*, *3*(2), 31–58. https://doi.org/10.24310/mgnmar.v3i2.14693

Cauas, D. (2015). Definición de las variables, enfoque y tipo de investigación. Biblioteca Electrónica de la Universidad Nacional de Colombia.

Carvajal-Palacios, C. E., Cassetta-Córdoba, J. P., & Mesa-Monosalva, E. (2022). Implicaciones de la socioafectividad en la práctica pedagógica de maestros en formación inicial. *Revista UNIMAR, 40*(2), 44–57. https://doi.org/10.31948/Rev.unimar/unimar40-2-art3

Gil Ignacio, N., Guerrero Barona, E., & Blanco Nieto, L. (2006). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 4*(1), 47–72.

Marbán, J. M., Palacios, A., & Maroto, A. (2020). Desarrollo del dominio afectivo matemático en la formación inicial de maestros de primaria. *AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática, 18*, 73–86.

Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC]. (2012a). *Bases Curriculares de la Educación Básica*.

Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC]. (2012b). *Programa de estudio: Matemática 1º a 6º año básico*.

Zabala, A., & Arnau, L. (2007). *11 ideas clave: Cómo aprender y enseñar competencias*. Editorial Graó.

HERRAMIENTAS SOCIOCULTURALES EN LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE: ELEMENTOS NECESARIOS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Maximina Márquez-Torres, Universidad de Los Lagos

Renán Adolfo Concha-Zelada, Universidad de Los Lagos

Abstract:

El objetivo de esta investigación fue caracterizar e identificar las competencias interculturales que desarrollan los profesores en formación de la carrera de pedagogía en matemática del sur de Chile. Para este propósito de utilizó un diseño de investigación de tipo cualitativo descriptivo en el que participaron un total de seis estudiantes de último de la carrera de pedagogía en matemática a los que se aplicó una entrevista de tipo semiestructurada compuesta por seis preguntas referida a las competencias interculturales que debe desarrollar futuro profesor en contexto de diversidad cultural, las cuales fueron analizadas en una matriz de información por medio de Atlas ti con la intención de que a través de lecturas en profundidad y respectiva codificación emergerían cada una de las categorías analizadas. Los resultados expresan que los profesores en formación durante sus prácticas son conscientes de la diversidad cultural presente en aula, generalmente caracterizada por estudiantes migrantes, sin embargo, desconocen como abordar esta situación en el aula, en especial en clases de matemática. Finalmente, las conclusiones de esta investigación establecen que a partir de los relatos de los participantes del estudio es necesario integrar y desarrollar cursos que fomenten el desarrollo de competencias interculturales en formación de profesores de matemáticas, dado que sus experiencias durante sus prácticas revelan la necesidad de contar en con estas herramientas.

Competencia intercultural, formación docente, educación matemática

INTRODUCCIÓN

Comprender y asumir los aspectos socioculturales en el aula se hace indispensable en las diversas instancias educativas. En el caso de educación matemática, por ejemplo, implica entender la relación entre *el conocimiento, el comportamiento y la cultura* (Jaramillo, 2011). En un contexto marcado por la creciente presencia de un estudiantado culturalmente diverso en las instituciones educativas, es necesario dar una respuesta pedagógica que se adapte a las necesidades socioculturales, se considera un desafío la construcción de escuelas inclusivas e interculturales (Leiva, 2012).

Desde una visión intercultural de la educación matemática, Panes-Chavarría et al. (2018) describen esta mirada entre el entorno sociocultural y la matemática, como el desarrollo propio del razonamiento lógico, simbologías y maneras de representar el mundo. En este sentido, una visión intercultural en la educación matemática integra los saberes, experiencias

Índice

y prácticas culturales de los estudiantes en el aula, no como una anécdota, sino como un conocimiento legítimo que aporta a la comprensión matemática inclusiva. Desde una perspectiva intercultural, se reconoce la diversidad cultural como un espacio para la contextualización de contenidos en el aula de clase.

Por otra parte, Aranda (2011) releva la importancia de establecer un paradigma que potencie la interculturalidad en el aula de clase, atendiendo la diversidad y la complejidad que ella implica, con el propósito de favorecer interacciones humanas más enriquecedoras. La autora sostiene que, junto al quehacer pedagógico en el aula de clases, la relación del profesorado constituye un segundo parámetro de la educación intercultural lo cual exige que la formación docente incorpore de manera explícita la interculturalidad como un eje vertebral de las nuevas relaciones sociales que experimenta la sociedad chilena cambiante.

En concordancia con lo anterior, Quilaqueo et al. (2016) señala que, en paralelo a la construcción de la identidad profesional docente, se desarrollan tanto la sensibilidad intercultural como las competencias necesarias para enseñar en contextos transculturales. Desde una perspectiva complementaria, Friz et al. (2022), afirman que la formación inicial docente requiere del conocimiento de diversas epistemologías de la diversidad cultural. Asimismo, plantean que dicha formación debe propiciar experiencias en las que se manifiesten relaciones con "otros culturalmente diferentes" promoviéndose el desarrollo de dimensiones afectivas, personales y sociales, con proyección al pasado y al futuro.

En respuesta a lo anterior, Quilaqueo et al. (2016) proponen un enfoque educativo como marco referencial que permita al profesorado en formación alcanzar una comprensión mínima sobre la cultura de sus estudiantes, adquirir conocimientos claves respecto a la diversidad cultural y tomar conciencia de los obstáculos que conllevan las relaciones interculturales, tales como la discriminación, el racismo y la monoculturalidad.

En esta investigación, se asume como competencia intercultural como "la capacidad de insertarse en contextos diferentes, familiarizarse con ellos y actuar de manera respetuosa con las diferentes posibilidades de construir identidad que han adoptado otras personas, mostrando la habilidad de intercambiar información de manera efectiva" (Friz et al., 2022, p. 286).

Finalmente, otros autores como Quintriqueo et al. (2015) y Quilaqueo et al. (2014) describen con mayor detalle las competencias y habilidades que debe desarrollar el futuro profesorado para desenvolverse en contextos de diversidad cultural. Dichas competencias abarcan dimensiones cognitivas, afectivas, pedagógicas y comportamentales, algunas las podemos resumir en:

Tabla 1

Competencias de un futuro profesor en contextos de diversidad cultural a partir de Quintriqueo et al. (2015) y Quilaqueo et al. (2014).

Dimensión	Competencia
Comportamentales	•Explorar, conocer y reconocer culturas diferentes en el aula. •Participar en procesos de mediación intercultural, negociación y resolución de conflictos con base en la democracia. •Disposición al cambio en contextos de diversidad cultural. •Apertura a la colaboración entre escuela, familia u comunidad.
Afectivas	•Desarrollar empatía, respeto y disposición con los estudiantes. •Mostrar apertura hacia culturas distintas y la propia.
Pedagógicas	•Diseñar andamiajes de aprendizaje considerando las características y experiencias del estudiantado. •Proponer clases que favorezcan aprendizajes de alto nivel mediante estrategias múltiples y contextualizadas. •Construir criterios de evaluación que consideren la diversidad cultural (valores, saberes, expresiones, etc.).

Nota. Elaboración propia

Considerando que las prácticas educativas son también prácticas sociales, estas involucran un diálogo entre culturas; un proceso que no surge de manera espontánea, sino que requiere ser promovido y desarrollado desde la formación inicial docente (Friz et al., 2022).

En coherencia con lo antes expuesto, la investigación principal se plantea la siguiente pregunta: *¿Cuáles son las competencias interculturales que poseen los profesores en formación de último año de carrea de Pedagogía en Matemática en el Sur de Chile?*

METODOLOGÍA

El enfoque de la investigación es cualitativo, de carácter descriptivo, ya que se pretende identificar y caracterizar las competencias interculturales que desarrollan los profesores en formación de la carrera de pedagogía en matemática del sur de Chile.

La muestra estuvo conformada por seis estudiantes de último año, quienes aceptaron participar de manera voluntaria en una entrevista semiestructurada sobre competencias interculturales.

Índice

La entrevista contempló seis preguntas, elaboradas en base a las competencias que un futuro profesor debe desarrollar en contextos de diversidad cultural según Quintriqueo et al. (2015) y Quilaqueo et al. (2014). Para efectos de este trabajo, se presentan resultados correspondientes a la siguiente pregunta 4 de la entrevista:

¿Qué herramientas consideras que les faltan y que su formación de pregrado no les ha proporcionado para gestionar el proceso de enseñanza-aprendizaje desde una visión sociocultural?

De este modo, el diseño metodológico permitió recoger las percepciones del estudiantado respecto de las competencias interculturales adquiridas y las herramientas que aún consideran necesarias en su formación inicial.

RESULTADOS

A continuación, se presentan algunos resultados preliminares a partir de la cuarta pregunta de la entrevista aplicada a los participantes del estudio, es decir, ¿Qué herramientas consideras que le faltan y que su formación de pregrado no le ha proporcionado para gestionar el proceso de enseñanza-aprendizaje desde una visión sociocultural?, los participantes manifestaron la *carencia de recursos pedagógicos que permitan abordar la enseñanza desde una perspectiva intercultural*. Un ejemplo de esta categoría es el estudiante E5 que indica:

> "… [se necesita] *charlas, presentaciones*, no lo sé muy bien, sobre cómo tratar ciertos temas, cómo llevar cierto contenido al aula, sobre todo cuando tenemos estudiantes que pertenecen a pueblos originarios, que pertenecen a etnias que son extranjeros, ya que, igual ellos tienen costumbres distintas, usamos palabras distintas, entonces puede ser que yo al utilizar una palabra ellos no sé, no lo entiendan, no la comprendan".

Otro ejemplo, es el estudiante E2 quien comenta:

> [me falta tener] … "*conocimiento de la Etnomatemática*, por ejemplo, en filosofía de la matemática, podríamos filosofar en torno a los conocimientos nociones de las matemáticas que *tenían los pueblos indígenas* también podríamos abordar levemente un poco de las nociones de las matemáticas que tienen los otros países que ha predominado su migración hacia Chile por ejemplo Colombia, Perú, Venezuela o Bolivia…"

Esta necesidad surge, según relatan, principalmente de sus experiencias en los centros de práctica, donde constataron que la diversidad cultural es una característica creciente en las aulas, donde constataron que la diversidad cultural constituye una característica cada vez más presente en las aulas, lo cual demanda una preparación más sólida durante la formación inicial docente.

Del mismo modo, los participantes señalaron que, si bien en su formación existieron algunas instancias en las que se mencionaron temáticas vinculadas a la diversidad cultural o ala etnomatemática, estas no fueron suficientemente profundizadas por los formadores, ya que el foco de las clases se mantuvo centrado en los aspectos disciplinar o didáctico.

CONCLUSIONES

Los antecedentes revisados y resultados de esta investigación evidencia que la formación de profesores de matemática aún presenta desafíos significativos en la preparación intercultural, si bien la literatura señala constantemente la importancia de trabajar en el proceso de enseñanza con la diversidad cultural presente en el aula, esta no se expresa en una incorporación sistemática de herramientas pedagógicas que permutan responder a los desafíos reales donde los futuros profesores desempeñaran su labor. Situación que plantea la necesidad de avanzar en programas de formación que integren estos conocimientos para que los futuros profesores puedan desarrollar su labor en aulas heterogéneas, donde está presente la diversidad cultural.

Agradecimientos:

Este trabajo forma parte del Proyecto Regular I22-23 "Identidad profesional docente y conocimiento matemático para la enseñanza desde las prácticas profesionales: una mirada intercultural", financiado por la Vicerrectoría de Investigación y Postgrado de la Universidad de Los Lagos.

Referencias

Aranda, V. (2011). Reflexión y análisis de políticas y prácticas innovadoras a la luz de las representaciones sociales y de la necesidad de una educación intercultural en la formación inicial docente. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, *37*(2), 301–314.

Carrillo, M. F., Mendoza, K. M., Rojas, V. S., Colipán, X., Moreno, M. M., & Toloza, C. A. (2022). Construir la identidad profesional docente desde las experiencias interculturales. *Interciencia*, *47*(7), 284–292.

https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33973071006

Jaramillo, D. (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías, futuros posibles. *Revista Educación y pedagogía*, *23*(59), 13–36.

http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052011000200018

Leiva J (2012) La Formación en Educación Intercultural del Profesorado y la Comunidad Educativa. *Revista Electrónica de Investigación y Docencia*, Número Monográfico: 8-31. https://revistaselectronicas.ujaen.es/index.php/reid/article/view/1148/970

Panes-Chavarría, R., Friz-Carrillo, M., Lazzaro-Salazar, M., & Sanhueza-Henríquez, S. (2018). Matemática, cultura y práctica docente: un análisis de creencias y elecciones socioculturales. *Bolema: Boletim de Educação Matemática,* 32(61), 570–592.

Quilaqueo, D., Quintriqueo, S., Torres, H., y Muñoz, G. (2014). Saberes educativos mapuches: aportes epistémicos para un enfoque de educación intercultural. *Revista Chungará*, *46*(2), 271–284. http://dx.doi.org/10.4067/S0717-73562014000200008

Quilaqueo D, Quintriqueo S, Riquelme E (2016) Identidad Profesional Docente: Practica Pedagógica en Contexto Mapuche. *Estudios Pedagógicos (Valdivia), 42*(2), 269–284. http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052016000200015

Quintriqueo, S., Quilaqueo, D., Peña-Cortés, F., & Muñoz, G. (2015). Conocimientos culturales como contenidos de la educación familiar mapuche. *Revista Alpha*, (40), 131–146. http://dx.doi.org/10.4067/S0718-22012015000100010

Índice

INTELIGENCIA ARTIFICIAL GENERATIVA Y BIENESTAR DOCENTE: PERCEPCIONES DE PROFESORES DE MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN USACH

Francisco Mesa Jerez, Universidad de Santiago de Chile

Gabriel Meza-Pereira, Universidad Católica Silva Henríquez

Abstract

Este estudio analiza las percepciones de docentes de matemática y computación respecto a la incorporación de inteligencia artificial generativa (IAG) en la planificación de clases y su relación con el bienestar profesional. Si bien la investigación sobre inteligencia artificial en educación superior ha experimentado un crecimiento significativo, aún existe escasa evidencia en el contexto escolar, especialmente en Chile y América Latina, donde las voces docentes rara vez son consideradas. El propósito de este trabajo es explorar dichas percepciones, describiendo tanto la utilidad y factibilidad de la IAG como herramienta de apoyo pedagógico, como los factores que facilitan o dificultan su integración en la práctica docente. La investigación se enmarca en un estudio de caso cualitativo, a partir de entrevistas semiestructuradas a docentes en ejercicio, y el análisis se sustenta en el Modelo de Aceptación Tecnológica 2 (TAM2), que permite examinar dimensiones como la utilidad percibida, la facilidad de uso y factores sociales y cognitivos que influyen en su aceptación. Los resultados esperados implican que estas herramientas pueden impactar positivamente en la gestión del tiempo, la calidad de la planificación y la satisfacción profesional. No obstante, también emergen tensiones asociadas a la necesidad de formación inicial y continua en competencias digitales, condición crítica para un uso efectivo y sostenible de la IAG. Este trabajo busca contribuir a la discusión sobre cómo integrar tecnologías innovadoras en la enseñanza de las matemáticas a nivel secundario de manera pedagógica, crítica y ética.

Inteligencia Artificial Generativa, Planificación de clases, Bienestar docente, Percepciones, Competencias digitales.

INTRODUCCIÓN

La irrupción de la inteligencia artificial generativa (IAG) ha transformado múltiples ámbitos, incluida la educación. Esta tecnología se posiciona como una herramienta con potencial para apoyar funciones pedagógicas, entre ellas la planificación de clases, la generación de contenidos, la retroalimentación personalizada y la optimización del tiempo docente (Rivas et al., 2024). Su uso, sin embargo, plantea también desafíos éticos, formativos y laborales que exigen una adopción crítica de la IAG (Shah, 2023). En matemática, la planificación demanda tanto dominio disciplinar como capacidad de adaptación didáctica (Ministerio de

Índice

Educación, 2023), y suele verse limitada por el agobio laboral, la burocratización y la falta de tiempo para innovar (Colegio de Profesores de Chile, 2018). En este escenario, la IAG se presenta como una alternativa para aliviar la carga docente, aunque su integración requiere formación y reflexión crítica (Rondón-Morel et al., 2024).

A pesar del creciente interés por la IA en educación, aún son escasos los estudios que recojan las percepciones de docentes en ejercicio sobre estas herramientas, particularmente en América Latina (Cruz & Ruiz, 2024; Rondon-Morel et al., 2024; Sucapuca Quispe et al., 2021). Investigaciones recientes se han concentrado principalmente en el nivel universitario o en contextos tecnológicos avanzados, dejando un vacío en la comprensión situada de las experiencias docentes en la educación escolar. En este contexto, el estudio tiene como objetivo general: Analizar las percepciones de docentes en ejercicio de matemática y computación sobre la incorporación de la inteligencia artificial generativa (IAG) en la planificación de clases y su relación con el bienestar profesional. A través de un enfoque cualitativo, se espera generar evidencia situada que oriente futuras políticas de formación y desarrollo profesional en contextos escolares en transformación.

MARCO TEÓRICO

La inteligencia artificial generativa (IAG) se basa en modelos capaces de crear contenido nuevo a partir de grandes volúmenes de datos, destacando tecnologías como las redes generativas antagónicas (Cruz & Ruiz, 2024). En educación, estas herramientas han comenzado a explorarse como apoyo en la planificación docente, la elaboración de materiales y la personalización del aprendizaje. Desde una mirada crítica, se advierte que su implementación requiere formación ética y pedagógica, pues podría alterar el rol docente y reproducir prácticas automatizadas si no se integra reflexivamente (Shah, 2023).

La planificación en matemática demanda tiempo, conocimientos especializados y criterios didácticos ajustados al contexto, los cuales pueden verse afectados por el agobio laboral y la sobrecarga administrativa (Colegio de Profesores de Chile, 2018). La literatura destaca que la planificación constituye una instancia clave en el desarrollo del conocimiento didáctico del profesor de matemáticas, al articular decisiones sobre contenido, representaciones y gestión del aprendizaje (Ball et al., 2008; Carrillo et al., 2018). La calidad de la planificación impacta directamente en la coherencia entre los objetivos de aprendizaje, las estrategias de enseñanza y la evaluación (Montes et al., 2022). Por ello, analizar cómo la IAG se integra en este proceso resulta fundamental para comprender sus implicancias didácticas y profesionales.

La evidencia sugiere que la integración adecuada de IAG puede aliviar tensiones de tiempo y favorecer la satisfacción profesional y el bienestar docente, siempre mediada por políticas

de formación y apropiación crítica (Sucapuca Quispe et al., 2021; Rivas et al., 2024; OCDE, 2024).

A su vez, este estudio se sustenta en el Modelo de Aceptación de la Tecnología 2 (TAM2) el cual resulta pertinente para esta investigación porque ofrece un marco sólido para comprender los factores que influyen en la disposición de los docentes a integrar la IAG en la planificación de clases. Su aporte radica en identificar cómo la utilidad percibida, la facilidad de uso y la influencia social inciden en la aceptación de estas herramientas, lo que permite analizar no solo su potencial pedagógico, sino también las barreras asociadas al contexto escolar y al bienestar profesional docente (Venkatesh & Davis, 2000).

Este foco en docentes de matemática se justifica porque esta asignatura demanda altos niveles de conocimiento especializado y una planificación estructurada, aspectos donde la inteligencia artificial generativa podría tener un impacto diferencial. A diferencia de otras disciplinas, la enseñanza de la matemática requiere una coordinación precisa entre conceptos, procedimientos y representaciones, lo que hace especialmente relevante examinar cómo los docentes perciben la integración de herramientas tecnológicas en ese proceso (Carrillo et al., 2018; Montes et al., 2022).

MARCO METODOLÓGICO

Estudio cualitativo con diseño de casos instrumental-colectivo (Stake, 2005; Hernández-Sampieri y Mendoza Torres, 2018) orientado a explorar percepciones de docentes de Matemática y de Computación sobre la incorporación de IAG en la planificación y su vínculo con el bienestar profesional. El diseño se justifica por la necesidad de comprender un fenómeno emergente en contextos reales, mediado por trayectorias, condiciones laborales y visiones pedagógicas (Shah, 2023). La muestra será intencionada: seis docentes en ejercicio de secundaria, egresados de Pedagogía en Matemática y Computación, entre 25 y 50 años, con diversidad en experiencia, tipo de establecimiento y contexto socioeducativo. La recolección se realizará mediante entrevistas semiestructuradas; el análisis seguirá codificación temática con categorías teóricas y emergentes (Hernández-Sampieri y Mendoza Torres, 2018) para identificar patrones, tensiones y oportunidades de integración crítica. A la fecha, se dispone de entrevistas piloto transcritas; el trabajo de campo principal se efectuará durante el segundo semestre de 2025, de modo de contar con resultados presentables en las Jornadas Nacionales de Educación Matemática.

RESULTADOS ESPERADOS

Se prevé que los participantes atribuyan a la IAG utilidad para optimizar la planificación, automatizar tareas repetitivas, diversificar recursos y apoyar la personalización, con especial impacto en Matemática dadas sus demandas (Rivas et al., 2024). En paralelo, es probable que emerjan tensiones por desconocimiento del funcionamiento, falta de formación

específica y temores de desvalorización del rol docente, con variaciones según experiencia, cultura digital institucional y acceso a tecnología (Shah, 2023; OCDE, 2024). En bienestar profesional, se anticipa mayor satisfacción y menor agobio entre quienes cuenten con preparación y apoyos organizacionales, frente a efectos inversos ante barreras tecnológicas o institucionales (Colegio de Profesores de Chile, 2018). Asimismo, se estiman diferencias por especialidad: en Matemática, valoración por apoyo a la planificación conceptual y variedad de tareas; en Computación, énfasis en pertinencia técnica y uso transversal. Los hallazgos se organizarán conforme a TAM2 (utilidad percibida, facilidad de uso, influencia social, relevancia para el trabajo, calidad del resultado y demostrabilidad) y se presentarán en la Jornada con citas ilustrativas una vez concluida la recolección.

CONCLUSIONES

Con base en el marco teórico, se prevé concluir que la IAG ofrecerá oportunidades para aliviar carga administrativa y enriquecer la planificación, con especial pertinencia en Matemática (Rivas et al., 2024). Su adopción efectiva dependerá menos del acceso y más del desarrollo de competencias digitales, de instancias de formación continua y de condiciones institucionales que permitan una apropiación crítica y situada (Sucapuca Quispe et al., 2021). Será necesario resguardar el juicio profesional y los criterios éticos para evitar delegar decisiones pedagógicas a sistemas automatizados (Shah, 2023). Comprender las percepciones docentes permitiría delinear políticas y apoyos pertinentes con impacto en innovación, bienestar y dignificación del trabajo educativo (Colegio de Profesores de Chile, 2018).

REFERENCIAS

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., … Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Colegio de Profesores de Chile. (2018). *Agobio laboral y fortalecimiento del sentido educativo*. Colegio de Profesores de Chile.

Cruz Ulloa, L., & Ruiz Rojas, L. D. (2024). El impacto de la inteligencia artificial en la vida estudiantil universitaria. *Investigatio*, *22*. https://doi.org/10.31095/investigatio.2024.22.7

Rivas Díaz, J. P., Cevallos Méndez, C. de las M., & Llange Nieves, Z. J. (2024). Uso de modelos de inteligencia artificial en la optimización de la enseñanza de matemáticas en la educación superior. *Reincisol*, *3*(6), 4334–4355. https://doi.org/10.59282/reincisol.v3(6)4334-4355

Índice

Hernández-Sampieri, R., & Mendoza Torres, C. P. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill Interamericana.

Ministerio de Educación. (2023). *Orientaciones didácticas: Matemática*. División de Educación General, Gobierno de Chile.

Montes Navarro, M. Á., Climent, N., & Contreras, L. C. (2022). Construyendo conocimiento especializado en geometría: Un experimento de enseñanza en formación inicial de maestros. *Aula Abierta*, *51*(1), 27–36. https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022.27-36

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2024). *Do adults have the skills they need to thrive in a changing world? Survey of adult skills 2023 (OECD Skills Studies)*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/b263dc5d-en

Chile. Ministerio de Educación. División de Educación General. (2015). *Ord. N° 05/000167: Orientaciones sobre planificación de clases y condiciones de trabajo docente*. Ministerio de Educación de Chile.

Rondón-Morel, R. O., Pacotaipe-Delacruz, R., Alarcón-Nuñez, E. A., & Yepez-Salvatierra, P. N. (2024). El Impacto de la Inteligencia Artificial en la Formación Docente. *Revista Docentes 2.0*, *17*(2), 368–375. https://doi.org/10.37843/rted.v17i2.566

Shah, P. (2023). *AI and the future of education: Teaching in the age of artificial intelligence*. Jossey-Bass.

Stake, R. E. (2005). *Investigación con estudio de casos*. Morata.

Sucapuca Quispe, V. L., Supo Choque, J. L., & Guerra-Ayala, M. J. (2021). Importancia del uso de las TIC en la formación inicial docente. *Revista Pensamiento Transformacional*, *1*(3), 74–90.

Venkatesh, V., & Davis, F. D. (2000). A theoretical extension of the technology acceptance model: Four longitudinal field studies. *Management Science*, *46*(2), 186–204. https://doi.org/10.1287/mnsc.46.2.186.11926

Índice

ANSIEDAD EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DEL SISTEMA ESCOLAR CHILENO EN EL 2024: INFLUENCIA DEL SÍNDROME DE BURNOUT Y LOS RASGOS DE LA PERSONALIDAD

Andrea Pinto-Vergara, Universidad Católica de Córdoba - Universidad de Santiago de Chile

Daniver Morales Nejaz, Universidad de Santiago de Chile

Abstract:

Esta investigación aborda la ansiedad en docentes de matemática de enseñanza básica y media en Chile durante el año 2024, considerando su relación con los rasgos de personalidad del modelo de los Cinco Grandes y el Síndrome de Burnout. Se parte de la premisa de que la ansiedad constituye una emoción universal con efectos directos en el bienestar y la práctica pedagógica. La literatura reciente vincula el estrés docente con un menor rendimiento académico en los estudiantes (Madigan & Kim, 2021) y reconoce la relevancia de los rasgos de personalidad en la regulación emocional (Kankaraš & Suárez-Álvarez, 2019). Este estudio desarrolla un diseño mixto secuencial explicativo: en la fase cuantitativa se aplicará el Inventario de los Cinco Grandes y el Maslach Burnout Inventory a una muestra representativa de 377 docentes de matemática; en la fase cualitativa se recogerán percepciones mediante entrevistas en profundidad. Los resultados esperados buscan identificar correlaciones significativas entre ansiedad, burnout y personalidad. Este proyecto pretende aportar a la comprensión integral de la salud emocional de los profesores de matemática, ofreciendo evidencias para el diseño de políticas educativas y programas de apoyo que fortalezcan su bienestar.

Ansiedad docente, Burnout, Personalidad, Regulación emocional, Educación matemática

INTRODUCCIÓN

La educación es un pilar fundamental en las sociedades contemporáneas y, en las últimas décadas, ha surgido un interés global por mejorar la calidad de los sistemas educativos y fortalecer el rol clave del profesorado (Aguaded & Cavaco, 2016). En este marco, el bienestar docente adquiere una importancia creciente, ya que las emociones, el estrés y la salud mental influyen directamente en la práctica pedagógica y en los procesos de enseñanza-aprendizaje. La ansiedad, reconocida como una emoción universal y adaptativa que el ser humano experimenta de manera inherente y que desencadena la activación de este como reacción a situaciones percibidas como amenazantes (García Fernández-Abascal et al., 2003), constituye un factor crítico al afectar tanto la calidad de vida como la efectividad en la enseñanza. A nivel internacional, se ha vinculado estrechamente con el Síndrome de Burnout, definido como un estado de agotamiento emocional, despersonalización y baja realización personal (Maslach & Jackson, 1981), y con diferencias individuales explicadas por los rasgos

Índice

de personalidad (Costa & McCrae, 1980). En Chile, la pandemia de COVID-19 profundizó la crisis socioeducativa y la sobrecarga laboral, generando un aumento en las licencias médicas por salud mental en docentes (Tralma, 2022). Si bien el Ministerio de Educación impulsó políticas de apoyo socioemocional tras la pandemia, aún persisten vacíos en torno a cómo los profesores de matemática experimentan y significan la ansiedad, especialmente en su relación con el burnout y la regulación emocional. Diversos estudios evidencian que el estrés docente repercute en el aprendizaje y motivación de los estudiantes (Madigan & Kim, 2021). Chang et al. (2022) proporcionaron una visión detallada de las experiencias emocionales en EEUU. Sin embargo, se carece de investigaciones específicas que aborden este fenómeno en docentes de matemática del sistema escolar chileno, lo que hace urgente avanzar en su comprensión para orientar políticas educativas y estrategias de apoyo que fortalezcan tanto el bienestar de los profesores como la calidad de la enseñanza. Los docentes desempeñan un papel clave en el desarrollo de la educación actual. Entre las distintas asignaturas que son parte del currículum chileno, la matemática destaca como una disciplina de relevancia. En este contexto se evidencia la necesidad de explorar lo que está pasando con los docentes de matemática, en enseñanza básica y media, respecto de la ansiedad que pueden estar viviendo pudiendo estar afectada por las múltiples tareas que su cargo implica llevándolos a tener agotamiento o Síndrome de Burnout y por la influencia de la regulación emocional presente dentro de los rasgos de personalidad propios de cada persona, medida por el Inventario de los Cinco Grandes, estos elementos plantean la siguiente pregunta central: ¿Cuál es el nivel de ansiedad experimentado por profesores de matemática en Chile en 2024-2025 y cómo se relaciona este con los rasgos de personalidad y el Síndrome de Burnout?

MARCO TEÓRICO

Durante años las emociones fueron vistas con prejuicio, asociándolas a lo irracional o a una debilidad femenina (Zembylas, 2003). Hoy se reconoce su papel central en los procesos educativos, en particular en los docentes, ya que se entrelazan con las emociones de sus estudiantes (Meyer & Turner, 2006). Definirlas no es sencillo, pues implican miradas psicológicas y antropológicas (Oatley, 2000). En este marco, Fried et al. (2015) proponen un modelo conceptual de las emociones docentes con componentes intra e interpersonales, que cumplen funciones cognitivas, motivacionales y de regulación del comportamiento, afectando el bienestar y la enseñanza. Una emoción clave es la ansiedad, definida por la Asociación Estadounidense de Psicología como “una emoción caracterizada por sentimientos de tensión, pensamientos de preocupación y cambios físicos como el aumento de la presión arterial” (APA, s.f.). Esta se reconoce como una respuesta emocional y cognitiva universal y adaptativa, que emerge ante situaciones percibidas como amenazantes y que desencadena mecanismos de activación fisiológica y conductual (Fernández-Abascal et al., 2003). Ligado

a lo anterior se encuentra el Síndrome de Burnout, definido como agotamiento físico y emocional derivado del exceso de demandas. Descrito como pérdida de interés y actitudes negativas, y Maslach y Jackson (1981) desarrollaron el Maslach Burnout Inventory con tres dimensiones: agotamiento emocional, despersonalización y baja realización personal. Este síndrome, al afectar el bienestar, interfiere directamente con la docencia. Por otro lado, para comprender diferencias individuales, los estudios de personalidad han destacado el modelo de los Cinco Grandes (Costa & McCrae, 1980), que incluye apertura, responsabilidad, extraversión, amabilidad y neuroticismo. Estos rasgos influyen en cómo los profesores enfrentan el estrés, se relacionan con su entorno y desempeñan su labor (Gonzales & Rosales, 2022). La OCDE (2021) ha propuesto una nomenclatura revisada para dichos rasgos: mentalidad abierta, desempeño de tareas, implicación con otros, colaboración y regulación emocional. Particular relevancia tiene la regulación emocional, dimensión que afecta el bienestar personal, las relaciones interpersonales y la enseñanza. La ansiedad y depresión, ya sea como proceso de ajuste fisiológico al entorno o como habilidad social para responder adaptativamente (Hewitt-Ramírez et al., 2023). En el caso de los docentes, esta competencia resulta esencial para afrontar situaciones estresantes y reconocer las emociones de sus estudiantes (Santander Trigo et al., 2020).

METODOLOGÍA

La propuesta metodológica se basa en un diseño de carácter mixto secuencial (Creswell & Plano, 2011), que integra diversas técnicas de observación de información, como la recolección de datos demográficos ampliados, con información sobre región, dependencia, formación, experiencia y nivel escolar enseñando, para caracterizar la muestra y analizar diferencias contextuales. Además, se considera la aplicación del Inventario de los Cinco Grandes (que evalúa los rasgos de la personalidad: apertura, responsabilidad, extraversión, amabilidad y regulación emocional), la Escala de Agotamiento Emocional de Burnout de Maslach-Educador, para medir el burnout docente; ambos son instrumentos internacionalmente validados y utilizados en contextos educativos y los datos serán analizados mediante estadística descriptiva e inferencial para identificar niveles y relaciones entre las variables estudiadas. Además, se considera hacer entrevistas en profundidad. La ventaja de aplicar una metodología mixta está en que proporcionan más información al investigador al enriquecer las respuestas a las preguntas planteadas. En esta investigación se empleará el diseño explicativo, que corresponden a diseños de dos fases, los datos cualitativos contribuyen a explicar en mayor profundidad los resultados cuantitativos previamente obtenidos. Los participantes serán docentes de matemática de enseñanza básica y media del sistema escolar chileno. Según datos del MINEDUC (2021–2023), la población total corresponde a 19.537 profesores en ejercicio. A partir de esta población, se seleccionará una muestra representativa, con un margen de error del 1% y un nivel de confianza del 95%.

RESULTADOS

Se espera identificar niveles de ansiedad y burnout en docentes de matemática, y que existan correlaciones significativas con los rasgos de personalidad, así como diferencias según variables demográficas, experiencia docente y nivel escolar enseñado. La fase cualitativa permitirá comprender cómo los profesores significan su experiencia de ansiedad. Se proyecta contar con resultados preliminares cuantitativos y un primer análisis cualitativo para la fecha de la jornada, asegurando evidencia suficiente para su presentación y discusión.

CONCLUSIONES

El estudio busca generar evidencia empírica sobre la interacción entre ansiedad, burnout y personalidad en docentes de matemática chilenos, aportando al campo de la neurociencia educativa y al desarrollo profesional docente. Sus resultados contribuirán a orientar políticas y programas de apoyo que promuevan un ambiente laboral saludable, prevengan el agotamiento y fortalezcan la enseñanza de la matemática en el sistema escolar chileno.

Referencias

Aguaded, J. I., & Cavaco, C. (2016). La formación docente y la calidad educativa en el contexto de la sociedad del conocimiento. *Revista de Educación a Distancia*, *50*, 1–17. https://doi.org/10.6018/red/50/1

American Psychological Association. (s.f.). Ansiedad. En *APA Dictionary of Psychology*. https://dictionary.apa.org/anxiety

Arteaga-Martínez, B., Ramírez-García, A., & Ortiz-Jiménez, G. (2019). Ansiedad matemática en maestros en formación: un estudio mixto en la universidad pública española. *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 21*(1), 1–12. https://doi.org/10.24320/redie.2019.21.e04

Costa, P. T., & McCrae, R. R. (1980). Personality in adulthood: A five-factor theory perspective. *Journal of Personality and Social Psychology, 38*(1), 50–55.

Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2011). *Mixed methods research: A guide to the field*. Sage.

Fernández-Abascal, E. G., Jiménez, M. P., & Martín, M. D. (2003). *Emoción y motivación: La adaptación humana*. Madrid: Ramón Areces.

Fernández-Cézar, R., & Aguirre-Pérez, C. (2010). Ansiedad matemática: una aproximación a su estudio. *Revista de Psicodidáctica, 15*(2), 187–203.

Fried, L., Mansfield, C., & Dobozy, E. (2015). Teacher emotion research: Introducing a conceptual model to guide future research. *Issues in Educational Research, 25*(4), 415–441.

González, M., & Rosales, A. (2022). Rasgos de personalidad y desempeño docente: un análisis desde el modelo de los Cinco Grandes. *Revista Iberoamericana de Educación, 88*(2), 45–60.

Hewitt-Ramírez, N., Rueda Prada, C. M., Vega Ruiz, Á. M., Alarcón Jordán, M. A., Velandia Archila, S. P., & Villamil Huertas, R. D. (2023). Regulación emocional y habilidades de afrontamiento en profesores colombianos de Educación Básica Primaria. *Revista Guillermo de Ockham, 21*(1), 45–63. https://doi.org/10.21500/22563202.5681

Índice

Madigan, D. J., & Kim, L. (2021). Does teacher burnout affect students? A systematic review of its association with academic achievement and student-reported outcomes. *International Journal of Educational Research*, *105*, 101714. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2020.101714

Maslach, C., & Jackson, S. E. (1981). The measurement of experienced burnout. *Journal of Occupational Behavior, 2*(2), 99–113. https://doi.org/10.1002/job.4030020205

Meyer, D. K., & Turner, J. C. (2006). Re-conceptualizing emotion and motivation to learn in classroom contexts. *Educational Psychology Review, 18*, 377–390. https://doi.org/10.1007/s10648-006-9032-1

Oatley, K. (2000). *Emotions: A brief history*. Oxford: Blackwell.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). (2021). *Beyond Academic Learning: First results from the OECD Study on Social and Emotional Skills*. Paris: OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/92a11084-en

Rodríguez Ramírez, J. A., Guevara Araiza, A., y Viramontes Anaya, E. (2017). Síndrome de burnout en docentes. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, *8*(14), 45–67.

Santander Trigo, J., García-Sancho, E., & Salguero, J. M. (2020). Regulación emocional y salud mental en docentes: un estudio correlacional. *Revista de Psicología Educativa, 26*(1), 9–17.

Tralma, F. (2022). Licencias médicas en docentes de la Región Metropolitana: un análisis comparativo 2021–2022. *Revista Chilena de Salud Pública, 26*(3), 67–79.

Zembylas, M. (2003). Emotions and teacher identity: A poststructural perspective. *Teachers and Teaching, 9*(3), 213–238. https://doi.org/10.1080/13540600309378

LA FIGURA DEL PROFESOR/A GUÍA EN SU ROL DE CO-FORMADOR DE FUTUROS/AS DOCENTES: CAPACIDADES Y ACTITUDES DEL ACOMPAÑAMIENTO EN LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE

María del Pilar Merino Gómez, Universidad Alberto Hurtado

Ma. Soledad Montoya González, Universidad Alberto Hurtado

Roberto Andrés Pizarro Larrea, Universidad Alberto Hurtado

Abstract:

En el marco de la formación inicial docente, la figura del profesor y profesora guía constituye un actor clave en la co-formación de futuros/as profesores/as, al articular el vínculo entre escuela y universidad. Este estudio explora las capacidades profesionales y actitudinales que despliegan los/as profesores/as guía en su acompañamiento a estudiantes de pedagogía en Matemática y Pedagogía para Profesionales, ya que son ellos/ellas quienes acogen al docente en formación y desarrollan un rol clave para que se construyan conocimientos y desempeños a través de la reflexión sobre la práctica (Díaz, 2013). Se desarrolla una investigación cualitativa, de enfoque interpretativo y basada en la teoría fundamentada, mediante entrevistas y grupos focales con profesores y profesoras guía, jefes/as de UTP y estudiantes en práctica profesional. Los resultados preliminares identifican siete categorías: motivación para guiar, introducción a la rutina escolar, orientación a la interacción pedagógica, orientación a la labor docente, retroalimentación formativa, habilidades socioemocionales y perfil del profesor guía. Estos hallazgos evidencian que el profesor y profesora guía no solo modelan el quehacer pedagógico, sino que también promueve aprendizajes profesionales mediados por la reflexión y la colaboración. Se discuten implicancias para fortalecer la vinculación entre universidad y escuela y avanzar en la definición de un perfil formativo para los profesores/as guía.

Profesor/a guía, co-formación, capacidades profesionales y formación inicial docente.

INTRODUCCIÓN

En el complejo proceso de formación inicial docente, la figura del profesor/a guía se erige como un referente pedagógico y ético que media entre la teoría universitaria y la práctica profesional (Lafferty, 2018). Su rol no se limita a orientar la enseñanza, sino que se vincula con la construcción identitaria del futuro docente a través de procesos de acompañamiento, modelamiento y reflexión compartida (Díaz, 2013). Sin embargo, la literatura ha señalado la falta de una definición clara del perfil, funciones y competencias de los/as profesores/as guía, lo que debilita su contribución al aprendizaje profesional (Montecinos, 2010; OEI, 2010).

Índice

Esta investigación busca aportar evidencia empírica que contribuya a caracterizar las capacidades profesionales y actitudinales que definen a un profesor/a guía en su rol co-formador, particularmente en las carreras de Pedagogía en Matemática y Pedagogía para Profesionales de la Universidad Alberto Hurtado.

MARCO CONCEPTUAL

La función del profesor guía puede comprenderse desde la noción de co-formación, entendida como un proceso colaborativo mediante el cual el saber profesional se construye en la interacción entre distintos actores educativos (Vaillant & Marcelo, 2001). Este enfoque reconoce al profesor guía como mediador del aprendizaje situado, donde la práctica se convierte en un espacio legítimo de construcción de saber pedagógico. Las capacidades profesionales se asocian con los saberes, habilidades y disposiciones que orientan la enseñanza, la retroalimentación formativa y el pensamiento pedagógico (Davini, 2015), mientras que las actitudes profesionales refieren a disposiciones afectivas, éticas y relacionales que favorecen el vínculo pedagógico y el acompañamiento reflexivo (Hass, 2012). Ambas dimensiones se integran en un marco de desarrollo docente continuo que requiere reconocimiento institucional y formación específica.

El profesor de aula que acompaña a los y las futuros/as docentes recibe diversas denominaciones: profesor/a colaborador/a (Flores et al., 2023), profesor/a guía (OEI, 2010), tutor/a (Martínez & Raposo, 2011) o mentor/a (Hass, 2012). Sin embargo, su rol y perfil presentan ambigüedades. Varios estudios señalan que los docentes de aula carecen de claridad respecto a las funciones de apoyo que desempeñan (Montecinos, 2010; OEI, 2010; Romero y Maturana, 2012), ya que la elección del profesor guía depende de la disponibilidad y motivación personal, sin criterios definidos sobre las características de un buen formador (OEI, 2010). El profesor/a guía está llamado a ser un referente profesional y humano, con competencias técnicas y cualidades personales que faciliten su trabajo colaborativo (Hass, 2012). Desde esta perspectiva, las capacidades profesionales articulan saberes disciplinares, didácticos y pedagógicos en situaciones reales (Davini, 2015), mientras que las actitudes éticas y personales orientan la mediación formativa y la retroalimentación (Hass, 2012), configurando así el rol co-formador (López, 2004). El Marco para la Buena Enseñanza (2021) plantea que la formación docente implica procesos cognitivos, reflexivos y valorativos (Davini, 2015), legitimados en experiencias prácticas que abordan problemáticas reales del quehacer pedagógico (Guevara, 2018) y que favorecen la reflexión crítica, el trabajo colaborativo y la retroalimentación (Galaz et al., 1999).

Diversos estudios (López, 2004; Vaillant y Marcelo, 2001) advierten una débil vinculación entre escuelas y universidades, lo que invisibiliza el rol del profesor guía (Montecinos, 2010; OEI, 2010; Romero y Maturana, 2012). La falta de preparación específica limita la retroalimentación crítica (Lafferty, 2018), por lo que urge promover una relación

colaborativa e institucionalizada entre ambos espacios formativos que clarifique funciones y potencie el aprendizaje docente.

OBJETIVO GENERAL

Analizar las capacidades profesionales y actitudinales que despliegan los/as profesores/as guía en el acompañamiento a estudiantes de pedagogía, desde las perspectivas de los propios profesores/as guía, jefaturas técnico-pedagógicas y estudiantes en práctica.

Objetivos Específicos

A) Describir las capacidades y actitudes valoradas por los distintos actores en el proceso de acompañamiento.

B) Interpretar cómo estas capacidades se manifiestan en las interacciones formativas entre profesor/a guía y estudiante en práctica.

C) Proponer orientaciones para fortalecer el rol co-formador del profesor/a guía en la formación inicial docente.

METODOLOGÍA

El estudio corresponde a la primera fase de un proyecto cualitativo exploratorio, sustentado en la teoría fundamentada (Requena, Planes & Soriano, 2006). Se emplearon entrevistas semiestructuradas y grupos focales con una muestra intencional compuesta por ocho profesores/as guías de las carreras de Pedagogía en Matemática y Pedagogía para Profesionales, dos jefaturas de UTP y doce estudiantes en práctica. Esta diversidad de actores permitió contrastar perspectivas y ampliar la comprensión del rol del profesor/a guía. El análisis de los datos se realizó mediante codificación abierta y axial, lo que posibilitó la construcción de categorías emergentes a partir de los relatos y experiencias de los participantes. Este procedimiento permitió caracterizar las capacidades profesionales y actitudinales desplegadas por los/as profesores/as guía sin imponer marcos predefinidos, garantizando un enfoque inductivo y situado.

En esta fase se presentan los resultados preliminares obtenidos tras la validación de las categorías con actores participantes y externo, proceso que permitió revisar y enriquecer la caracterización inicial. De este modo se consolidaron siete ámbitos de capacidades y actitudes del profesor/a guía: motivación para acompañar, introducción a la rutina escolar, orientación pedagógica, orientar la labor docente, retroalimentación formativa, habilidades socioemocionales y perfil del profesor guía. Del análisis podemos señalar: 1) Motivación para acompañar: las y los docentes guías asumen este rol desde el compromiso con la enseñanza y el deseo de contribuir al aprendizaje profesional del futuro docente. 2) Introducción a la rutina escolar: facilitar la inserción del/a estudiante en práctica en la cultura institucional y en las dinámicas de la cultura escolar. 3) Orientación de la interacción

pedagógica: promover la reflexión sobre la práctica docente, guiando las decisiones didácticas de la gestión del aula. 4) Orientar la labor docente: mediar entre la teoría y la práctica, ayudando al estudiante a vincular su conocimiento disciplinar con la acción pedagógica. 5) Retroalimentación formativa: entregar devoluciones centradas en la mejora continua, integrando las dimensiones técnicas, éticas y relacionales. 6) Habilidades socioemocionales: despliegan empatía, escucha activa y contención, favoreciendo un acompañamiento reflexivo y humano. 7) Perfil del profesor/a guía: se define por un conjunto de capacidades relacionales, reflexivas, experienciales y pedagógicas que sostienen su rol co-formador y su aporte al vínculo entre universidad y escuela.

En conjunto, estas categorías muestras que el acompañamiento del profesor/a guía combina dimensiones técnicas, pedagógicas y socioemocionales, revelando la necesidad de fortalecer su formación específica e institucionalizar su papel como agente co-formador en la formación inicial docente.

Referencias

Díaz Larenas, C., & Bastías Díaz, C. (2013). Los procesos de mentoría en la formación inicial docente. *Rev. Int. Investig. Cienc. Soc.*, *9*(2), 301–315.

Davini, M. C. (2015). *La formación en la práctica docente.* Paidós.

Flores, C., Pérez, J., & Villalobos, P. (2023). Rol del profesor colaborador en contextos de práctica profesional, desde la voz de sus protagonistas. *Sophia Austral, 29*(1), 1–22.

Galaz, J., Gómez, M. V., & Noguera, M. I. (1999). Desarrollo profesional docente en el liceo: Un marco para una enseñanza efectiva. Mineduc.

Guevara, J. (2018). Saberes prácticos en la formación docente para la educación inicial. *Pedagogía y Saberes*, *48*, 127–139.

Hass, V. (2012). *Una aproximación a las características personales del buen mentor desde las concepciones de los propios estudiantes de práctica final de educación básica* [Tesis de pregrado, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso].

Lafferty, K. E. (2018). The difference explicit preparation makes in cooperating teacher practice. *Teacher Education Quarterly*, *45*(3), 73–95.

López, Y. (2004). La educación superior en México, tendencias y desafíos. *Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior*, *13*(2), 293–311.

Matinez, E., & Raposo, M. (2011). Funciones generales de la tutoría en el Practicum: entre la realidad y el deseo en el desempeño de la acción tutorial. *Revista de Educación*, *354*, 155–181.

Montecinos, C. (2010). *El impacto de la formación práctica en el proceso de aprender a enseñar* [Proyecto FONDECYT N° 1070807]. Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico (FONDECYT), Chile.

Organización de Estados Iberoamericanos. (2010). *Percepciones en torno al rol y las competencias del profesor guía por parte de actores educativos involucrados en la experiencia de práctica profesional docente en la región metropolitana*. Santiago de Chile: OEI.

Índice

Romero, M., & Maturana, D. (2012). La supervisión de prácticas pedagógicas. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, *4*(9), 653–667.

Requena, A., Planes, V., & Soriano, R. (2015). Teoría fundamentada "Grounded Theory". La construcción de la teoría a través del análisis interpretacional. CIS.

Vaillant, D., & Marcelo, C. (2001). Las tareas del formador. Ediciones Aljibe.

Índice

METODOLOGÍA DE TRABAJO PARA EL ESTUDIO DE PRÁCTICAS REFLEXIVAS DESDE LA CONSTRUCCIÓN SOCIAL DE CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

Tamara Del Valle Contreras, Universidad Católica Silva Henríquez

Maritza Méndez-Reina, Universidad Católica Silva Henríquez

Abstract:

Este trabajo de investigación se centra en la transformación de la práctica de docentes de matemáticas a través de la reflexión profesional que se produce al promover acciones desde la Construcción Social de Conocimiento. La problemática se funda en una crítica al "discurso Matemático Escolar" (dME), que impone un conocimiento normado y excluyente, y se propone en su lugar un enfoque que valora el saber matemático cotidiano y la construcción social del conocimiento matemático (CSCM). El objetivo principal de este estudio es caracterizar los "hitos reflexivos" que conducen a la transformación de la práctica de profesores de matemáticas que participan en un ciclo de acompañamiento. Se busca analizar la planeación y ejecución de clases antes, durante y después del acompañamiento, identificar los episodios que provocan hitos reflexivos y analizar cómo estos episodios contribuyen a la transformación de la práctica. La metodología de estudio de caso contempla dos fases: una de implementación del acompañamiento y recolección de datos, y otra de sistematización y análisis. Se espera que los hallazgos no solo identifiquen los episodios clave de reflexión, sino que también aporten herramientas para que los docentes utilicen el conocimiento cultural de sus estudiantes y diseñen situaciones de aprendizaje más relevantes.

Prácticas reflexivas, construcción social de conocimiento matemático, hitos reflexivos

LAS PRÁCTICAS REFLEXIVAS PARA LA TRANSFORMACIÓN DOCENTE

Esta investigación parte de una crítica al dME, donde predomina una forma de enseñanza que, según la Teoría Socioepistemológica, impone un conocimiento normado y excluyente, ignorando el conocimiento matemático que las personas usan en su vida cotidiana (Cordero et al., 2015). El dME se enfoca en los objetos matemáticos y sus explicaciones, mientras que desde la Teoría Socioepistemológica se propone una visión diferente, donde el conocimiento matemático debe entenderse como algo que se construye socialmente a través del debate y la negociación, a partir de prácticas culturalmente situadas (Cantoral, 2013). Para revertir esta situación, los autores proponen un rediseño del dME, depositando la atención en la funcionalidad de la matemática y, para ello, se sustenta en la CSCM, con la idea de que los estudiantes puedan entender y transformar su propia realidad.

Índice

En el mismo sentido, el enfoque de los Fondos de Conocimientos reconoce las habilidades y saberes que existen en los hogares y comunidades de los estudiantes (González et al.,2005), tomando atención en cómo la matemática se usa en el día a día. La integración de estos fondos en la enseñanza no solo mejora el aprendizaje, sino que también cumple un rol de justicia social al valorar la cultura de sectores desfavorecidos.

Lo anterior nos invita a gestionar una reflexión docente del quehacer profesional desde una CSCM como herramienta para la transformación docente y, para tal fin, esta investigación se apoya en modelos de práctica reflexiva que sugieren que el desarrollo profesional docente es un proceso continuo que exige una postura crítica e indagadora (Báez y Farfán, 2022; Parada y Fiallo 2022; Cerecero, 2019). Específicamente, se busca ir más allá del habitual ¿cómo enseñar? para cuestionar también el ¿qué enseñar?, promoviendo una nueva relación del docente con el conocimiento matemático.

La pregunta central es ¿Qué características tienen los episodios que provocan hitos reflexivos y conducen a la transformación de la práctica de docentes de matemáticas? Para responder a esto, se han definido tres objetivos específicos: analizar la planeación y ejecución de las clases de los docentes antes, durante y después del acompañamiento, identificar los episodios que provocan estos hitos reflexivos, y analizar cómo estos episodios conducen a la transformación de la práctica. Para lograr lo anterior, se diseña un acompañamiento docente sustentado en el Modelo de Práctica Reflexiva Mediada (PRM) y un modelo reflexivo orientado en planteamientos socioepistemológicos.

El modelo de PRM (Cerecero,2019) se divide en tres fases. La primera es el conocimiento, donde el docente busca el autoconocimiento y contrasta su propia percepción con las observaciones de otros. Luego, la significación, donde identifica un problema en su práctica, lo fundamenta y crea un plan de acción para resolverlo. Finalmente, la resignificación, en donde se implementa el plan, evalúa su intervención y reflexiona sobre la coherencia entre lo que piensa, dice y hace. El éxito para Cerecero (2019) significa una "emancipación" del docente, volviéndose más crítico y reflexivo. El modelo anterior se articula con el trabajo de Báez y Farfán (2022), quienes identifican tres componentes del proceso reflexivo: la confrontación al dME, la resignificación a través de la construcción de significados y el uso de conocimiento y, finalmente, un cambio de relación del docente con el conocimiento matemático.

MARCO METODOLÓGICO

El proyecto se enmarca en un estudio de caso, que busca analizar la particularidad y complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes (Stake, 2020). En este se destacan diferencias sutiles, secuenciando los acontecimientos del contexto y la globalidad de las situaciones personales. Para la recogida

de información se utilizan los siguientes instrumentos: La observación participante; La entrevista etnográfica, la cual pueda variar de discusiones casuales a una entrevista en profundidad; y materiales escritos de documentos oficiales, de relatos espontáneos y una Bitácora de Reflexión Profesional (BRP).

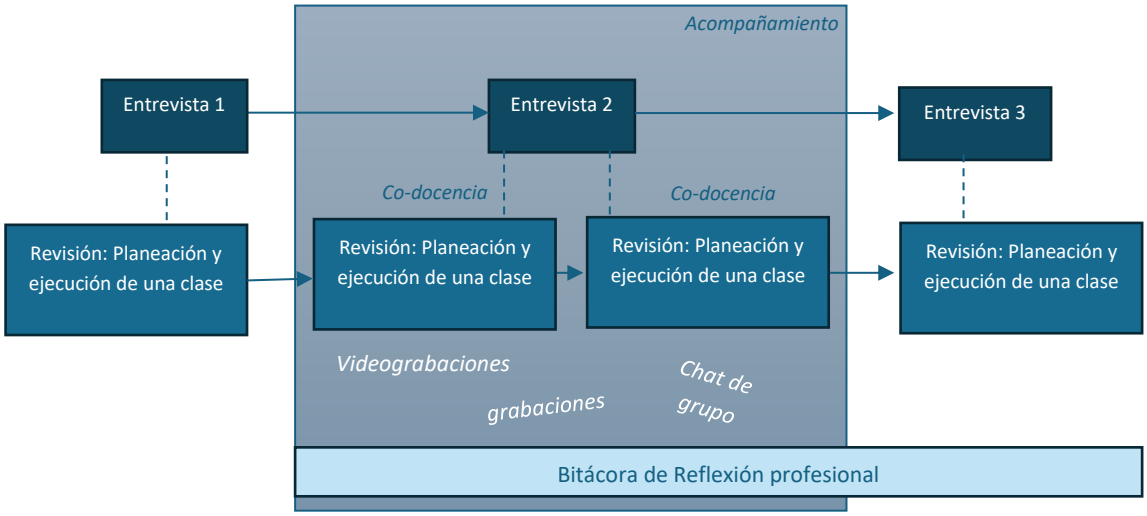
La investigación implica la participación de 4 docentes que están siendo acompañados durante un total de 72 horas, distribuidos en dos horas semanales por un año, iniciando en julio del año 2025 y terminando en septiembre del año 2026. En reuniones grupales centradas en conducir el proceso reflexivo del quehacer docente, se establecen tanto espacios de trabajo personalizado con cada docente con el fin de co-planear clases con los integrantes del grupo de investigación, como talleres grupales de profundización para el desarrollo de la docencia.

PLAN DE TRABAJO METODOLÓGICO

La estructura metodológica (ver figura 1) ubica el acompañamiento docente en el centro de la recolección de información, ya que se establecen tres momentos; antes, durante y después del acompañamiento.

Figura 1

Estructura metodológica



Antes del acompañamiento se comienza con la revisión de la planificación de una clase del participante, esta puede incluir documentos como guía del estudiante o láminas de @PowerPoint. Dicha clase es grabada y observada in-situ. En esta fase del acompañamiento, la toma de datos se complementa con una entrevista individual, cuyo objetivo es indagar en la relación que cada profesor/a establece con el conocimiento disciplinar matemático de la clase observada.

Índice

Durante el acompañamiento, se orienta un proceso de autoconocimiento del participante, a través de distintas actividades personalizadas o grupales que le permiten indagar tanto en su trayectoria profesional como en analizar su propia docencia, y se proponen actividades desde la CSCM para provocar una reflexión y cambio de relación con el saber matemático. Posteriormente, se trabaja en parejas profesor acompañado e investigador/a para la planificación e implementación en co-docencia de sesiones de clases. A su vez, se promueven instancias de colaboración entre los establecimientos de los participantes con actividades de divulgación matemática y se evalúan las distintas acciones implementadas. Este ciclo se repite dos veces durante el año de acompañamiento.

Los datos provenientes de estas instancias de acompañamiento se recogen a través de la BRP e informalmente a través de un chat. A la mitad del proceso, se prevé validar las interpretaciones analíticas de la revisión de la BRP por medio de una entrevista individual.

Después del acompañamiento, se monitorea nuevamente al profesor/a después de tres meses finalizado el acompañamiento, se efectúa la revisión de la planificación de una clase que puede incluir documentos como guía del estudiante o láminas de @PowerPoint para posteriormente grabar y observar dicha clase. En la BRP se siguen registrando aspectos de su proceso reflexivo a través de diversas actividades respecto a su identidad profesional, su relación con el conocimiento matemático, los procesos de planificación, sus decisiones en el aula y una evaluación de la clase observada. Para finalizar, utilizamos la entrevista individual con el fin de validar las interpretaciones que se hagan luego de revisar la BRP.

CONCLUSIONES Y PROYECCIONES PRELIMINARES

Esta investigación, aún en curso, propone una vía para comprender los complejos procesos que impulsan la transformación en la práctica de los profesores, al enfocarnos en la caracterización de los "hitos reflexivos" -entendidos como acontecimientos significativos que causan reflexión-. En este sentido, la principal contribución de este trabajo es la de proporcionar herramientas conceptuales para promover la autonomía profesional del docente y, a su vez, generar una reflexión que se traduzca en una nueva relación con el conocimiento matemático. Los hallazgos, una vez sistematizados, no solo darán cuenta de los episodios que provocan una transformación, sino que también servirán como base para el diseño de futuros programas de desarrollo profesional, diseñados para empoderar a los docentes a que resignifiquen la matemática que enseñan y la presenten como algo funcional y relevante para sus estudiantes.

Agradecimientos

ANID Fondecyt de Iniciación 11250204 “Prácticas reflexivas desde la construcción social del conocimiento: hacia la transformación de la práctica del docente de matemáticas”.

Referencias

Báez, M., & Farfán, R. (2022). Sistematización y análisis de un proceso de reflexión sobre la matemática escolar: aspectos para la profesionalización docente. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *25*(1), 35–62.

Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Gedisa S. A.

Cerecero, I. (2019). Diez modelos relacionados con la práctica reflexiva. *Revista Latinoamericana de Pedagogías. Saberes y que haceres del pedagogo*, *28*(1), 155–181. https://doi.org/10.21555/rpp.v0i28.1671

Cordero, F., Gómez, K., Silva, H., & Soto, D. (2015). *El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad*. Gedisa S. A.

González, N., Moll, L., & Amanti, C. (2005). *Funds of knowledge: Theorizing practices in households, communities, and classrooms*. Lawrence Erlbaum Associates.

Parada Rico, S. E., & Fiallo Leal, J. E. (2022). *Comunidades de práctica de profesores de matemáticas que incorporan tecnologías digitales en el aula.* Universidad Industrial de Santander.

Stake, R. E. (2020). *Investigación con estudio de casos* (6.ª ed.). Morata.

CARACTERIZACIÓN DEL TRABAJO MATEMÁTICO EN TRIGONOMETRÍA DE DOCENTES EN FORMACIÓN: UN ENFOQUE DESDE LOS ESPACIOS DE TRABAJO MATEMÁTICO

Javier Andrés Pérez Fossa, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Abstract:

La trigonometría es un eje central de la geometría en la educación escolar, aunque su enseñanza suele estar marcada por enfoques excesivamente procedimentales y una escasa articulación de representaciones. En este escenario, resulta relevante caracterizar cómo los futuros profesores de matemáticas trabajan con la trigonometría, con el fin de reconocer fortalezas y debilidades en su formación. El propósito de este estudio fue describir y analizar el trabajo matemático personal de docentes en formación al abordar tareas trigonométricas, utilizando como marco teórico los Espacios de Trabajo Matemático (ETM). La investigación se realizó con estudiantes de Licenciatura en Educación Matemática de una universidad pública de la Región Metropolitana, quienes respondieron un cuestionario compuesto por siete tareas. El análisis de las producciones se efectuó considerando los planos y génesis del ETM. Los resultados muestran un predominio de la génesis instrumental, acompañada de un uso limitado de la génesis semiótica y de una débil presencia de la génesis discursiva. En consecuencia, el trabajo matemático se caracteriza como fragmentado y centrado en procedimientos, con baja articulación entre planos. Estos hallazgos evidencian la necesidad de fortalecer la formación inicial docente mediante tareas que integren representaciones y justificaciones, promoviendo así un trabajo matemático más integral y significativo.

Espacio de Trabajo Matemático; formación inicial docente; trigonometría; educación matemática

INTRODUCCIÓN

La trigonometría conforma parte del currículo escolar, al articular nociones geométricas y funcionales relevantes en la formación matemática de los estudiantes. No obstante, múltiples investigaciones han documentado que su enseñanza se centra en enfoques procedimentales, reduciendo el aprendizaje a la aplicación mecánica de fórmulas (Mendoza, 2019; Aray et al., 2020). Esta perspectiva limita la comprensión conceptual y la coordinación entre diferentes registros de representación (Duval, 2016).

En este escenario, resulta pertinente indagar cómo los futuros profesores en formación enfrentan tareas trigonométricas. La pregunta que orienta esta investigación es: *¿Cuáles son las características del trabajo matemático personal de futuros docentes de matemáticas al resolver tareas de trigonometría?*

Índice

MARCO TEÓRICO

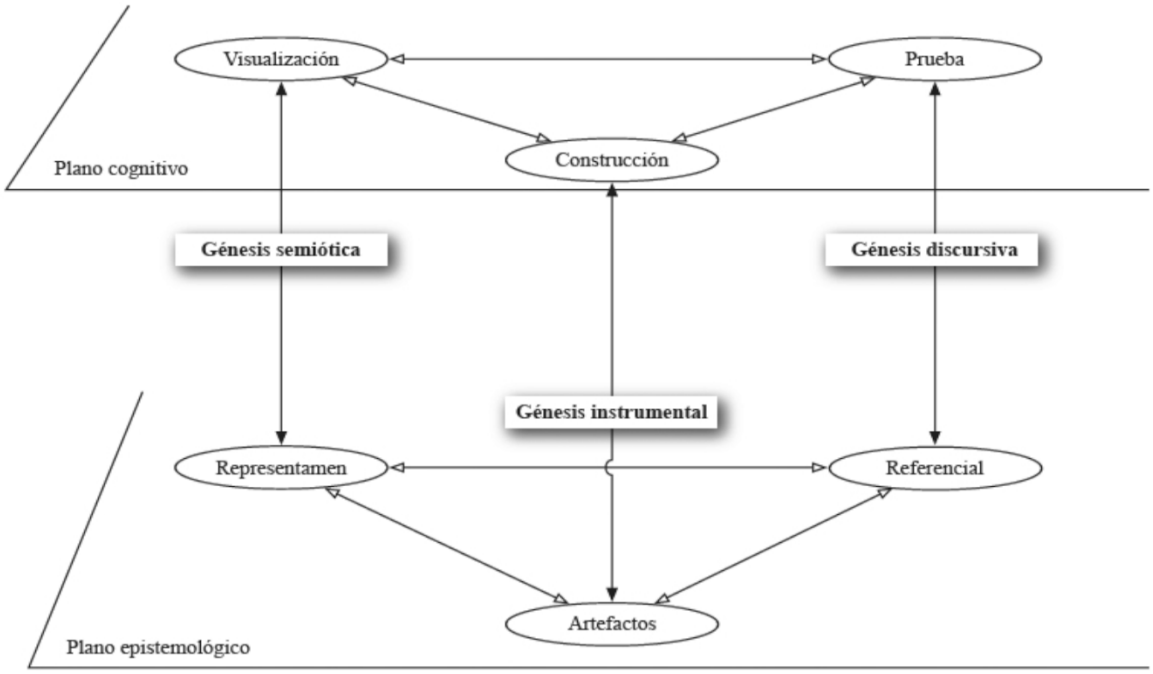
Este estudio se enmarca en la Teoría de los Espacios de Trabajo Matemático (ETM) (Kuzniak, 2022). Según esta, el trabajo matemático se desarrolla a partir de la interacción entre tres génesis:

- Instrumental: asociada al uso de técnicas, procedimientos y herramientas.
- Semiótica: vinculada a la producción y transformación de representaciones.
- Discursiva: relacionada con el uso de definiciones, propiedades y argumentaciones.

La articulación entre estas génesis configura tres planos: Sem-Ins, Ins-Dis, Sem-Dis, cuya integración resulta clave para un trabajo matemático robusto. En este marco, la caracterización del trabajo de los participantes se realizó identificando las génesis y planos predominantes en sus producciones.

Figura 1

Modelo teórico del ETM (Kuzniak & Richard, 2014)



METODOLOGÍA

El presente estudio se enmarca en un enfoque cualitativo de carácter interpretativo, cuyo propósito es comprender y caracterizar el trabajo matemático personal de los docentes en formación al enfrentarse a tareas vinculadas con el contenido de trigonometría. Este enfoque resulta pertinente, pues permite acceder a las estrategias, razonamientos y recursos que los

participantes movilizan en su actividad matemática, elementos que no pueden reducirse a mediciones cuantitativas (Cerrón Rojas, 2019).

El instrumento consistió en un cuestionario escrito con siete tareas de trigonometría, que abordaban distintos contenidos: identidades trigonométricas, resolución de ecuaciones, aplicaciones geométricas y análisis de funciones periódicas. El análisis se centró en identificar las génesis activadas en cada respuesta y caracterizar los planos movilizados en el trabajo matemático personal.

Para el análisis de las respuestas del cuestionario se siguió la metodología propuesta por Nechache y Gómez-Chacón (2022), que permite caracterizar el trabajo matemático personal a partir de las categorías analíticas del ETM. En términos generales, se efectuó primero un análisis de arriba hacia abajo**,** comparando el desarrollo de las tareas con el ETM de referencia, y luego un análisis de abajo hacia arriba para reconstruir el ETM personal de cada participante. Finalmente, se integraron ambos niveles con el fin de identificar patrones, fortalezas y áreas de mejora en el trabajo matemático de los futuros docentes.

RESULTADOS

Los resultados evidencian un predominio de la génesis instrumental, presente en la mayoría de los procedimientos. Los participantes resolvieron las tareas principalmente a través de cálculos algebraicos y aplicación de fórmulas, con escasas justificaciones.

La génesis semiótica se activó en menor medida, asociada a la construcción de representaciones gráficas (como circunferencia unitaria o triángulos), aunque estas no siempre fueron utilizadas como soporte argumentativo.

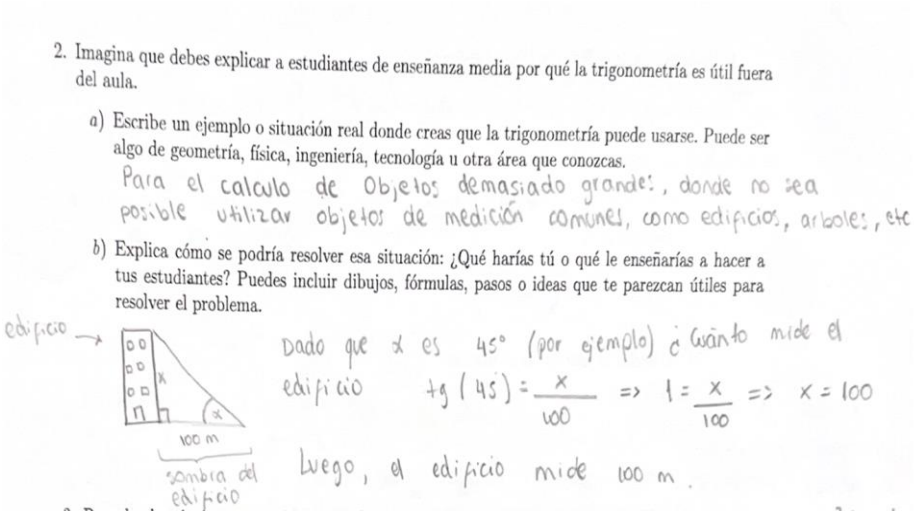
La génesis discursiva se observó de forma limitada: solo algunos participantes apelaron a definiciones o propiedades trigonométricas para justificar sus procedimientos. Esta ausencia se tradujo en una baja circulación en los planos Sem-Dis e Ins-Dis, mientras que el plano Sem-Ins fue el más recurrente.

En síntesis, el trabajo matemático personal de los futuros docentes se caracterizó como fragmentado, con fuerte dependencia de lo procedimental y limitada articulación entre planos.

Para ilustrar esto, se presenta a continuación una de las tareas incluidas en el cuestionario respondida por un participante

Figura 2

Ejemplo de Tarea y Respuesta Entregada



En este caso, la representación gráfica del edificio y la sombra que proyecta, muestran la activación de la génesis semiótica, actuando de apoyo para la situación propuesta. Sin embargo, no se incluye la definición de tangente ni una justificación de su uso, quedando así en un mero cálculo.

CONCLUSIONES

Este estudio permitió caracterizar el trabajo matemático de futuros docentes de matemáticas en torno a la trigonometría. Se constató que su desempeño se centra en procedimientos algorítmicos (génesis instrumental), acompañado de un uso restringido de representaciones (semiótica) y una baja explicitación de propiedades (discursiva).

Los hallazgos sugieren la necesidad de fortalecer la formación inicial docente mediante el diseño de tareas que promuevan la articulación entre génesis y planos. En particular, se recomienda:

- Incentivar el uso de registros gráficos y su vinculación con propiedades trigonométricas.
- Promover instancias de justificación y validación de resultados.
- Favorecer actividades que integren lo algebraico, lo geométrico y lo discursivo.

En este sentido, los resultados coinciden con estudios previos (Duval, 2016; Fernández et al., 2022) que destacan la importancia de coordinar representaciones en la enseñanza de la trigonometría, y aportan evidencia sobre las carencias y desafíos que enfrentan los futuros docentes en este ámbito.

Índice

Referencias

Aray, J., Ramírez, J., & González, P. (2020). Dificultades en el aprendizaje de la trigonometría en educación media. *Revista Paradigma, 41*(2), 45–60.

Cerrón Rojas, W. (2019). La investigación cualitativa en educación. *Horizonte de la Ciencia*, *9*(17). https://doi.org/10.26490/uncp.horizonteciencia.2019.17.510

Duval, R. (2016). *Understanding the mathematical way of thinking*. Springer.

Kuzniak, A., & Richard, P. R. (2014). Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *17*(4), 5–15. https://doi.org/10.12802/relime.13.1741a

Kuzniak, A. (2022). The theory of mathematical working spaces—theoretical characteristics. En A. Kuzniak, E. Montoya-Delgadillo, & P. R. Richard (Eds.), *Mathematical work in educational context* (Vol. 18, pp. 3-31). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8_1

Fernández, E., Ruiz-Hidalgo, J., & Romero, L. (2022). Conversions between trigonometric representation systems by pre-service secondary school teachers. *PNA*, *16*(3), 237–263. https://doi.org/10.30827/pna.v16i3.21957

Mendoza, J. (2020). Análisis conceptual y de instrucción de las razones y funciones trigonométricas: visión desde las civilizaciones antiguas. *DIALÓGICA, 16*(2), 49–87. http://historico.upel.edu.ve:81/revistas/index.php/dialogica/article/view/8548

Nechache, A., & Gómez-Chacón, I. (2022). Methodological aspects in the theory of mathematical working spaces. En A. Kuzniak, E. Montoya Delgadillo, & P. Richard (Eds.), *Mathematical work in educational context. Mathematics education in the digital era* (Vol. 18, pp. 33-56). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8_2

EXPERIENCIAS EN LABORATORIOS DE MATEMÁTICA: PERCEPCIONES DE FUTUROS DOCENTES

Viviane Beatriz Hummes, Universidade Federal de Santa Catarina

Eduardo Sabel, Universidade Federal de Santa Catarina

Abstract:

Este trabajo presenta un relato de experiencia sobre actividades de enseñanza de matemáticas desarrolladas en un laboratorio matemático, en la asignatura Laboratorio de Práctica de Enseñanza y Aprendizaje de Matemática de la Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Brasil. Participaron estudiantes de 8º básico y futuros docentes, quienes diseñaron y aplicaron recursos didácticos, juegos y actividades digitales, algunos adaptados para alumnos con necesidades educativas especiales. La investigación se enmarca en un enfoque cualitativo interpretativo y se basa en el análisis de contenido de las narrativas escritas producidas por los futuros docentes tras la experiencia. El análisis reveló temáticas como el nerviosismo inicial, la diversidad de ritmos de aprendizaje, las barreras lingüísticas, la motivación de los estudiantes, las limitaciones de tiempo y la relevancia de los recursos lúdicos. Los resultados indican que los futuros docentes ganaron confianza al mediar las actividades y que los recursos digitales y manipulativos fomentaron la motivación, la participación y la comprensión matemática de los estudiantes. La narrativa escrita se consolidó como herramienta de reflexión y autoevaluación de la práctica docente, evidenciando el potencial de los laboratorios de matemáticas como espacios que promueven aprendizajes significativos, fortalecen la colaboración entre escuela y universidad y contribuyen a la formación integral de los futuros docentes en contextos reales de enseñanza.

Laboratorios de matemática, formación inicial docente, recursos didácticos, narrativas escritas

PRESENTACIÓN DE LA EXPERIENCIA Y BASES CONCEPTUALES

En los grados de Pedagogía en Matemática, un laboratorio de matemáticas se concibe como un entorno de aprendizaje que promueve la exploración, la formulación y validación de ideas, y la reflexión sobre el pensamiento matemático. Más que un espacio de aplicación de contenidos busca articular teoría y práctica, permitiendo a los futuros docentes vivenciar la enseñanza desde una perspectiva investigativa y colaborativa. En este marco, el presente trabajo relata una experiencia desarrollada en la asignatura Laboratorio de Práctica de Enseñanza y Aprendizaje de Matemática, del programa de Licenciatura en Matemática de la UFSC, Brasil, en colaboración con un curso de 8º básico de una escuela pública.

Índice

La propuesta implicó que los estudiantes de la asignatura diseñaran recursos manipulativos y digitales, aplicados luego en una actividad práctica con alumnos de educación básica, favoreciendo la interacción, el intercambio de saberes y la reflexión sobre la enseñanza y el aprendizaje. Al finalizar la experiencia, los estudiantes registraron sus percepciones y los futuros docentes reflexionaron sobre la planificación y aplicación de los materiales. Estas narrativas fueron analizadas desde un enfoque cualitativo interpretativo, inspirado en el análisis de contenido, con el propósito de identificar los significados atribuidos a la vivencia. Desde una perspectiva teórica, Menezes (2010) señala que enseñar y aprender están estrechamente vinculados a la comunicación, considerando el aula como un espacio mediado por prácticas discursivas. En la misma línea, Trevisan y Buriasco (2016) destacan que la escritura de los estudiantes permite expresar sus experiencias, dificultades y reflexiones, constituyéndose en un instrumento válido de comunicación y evaluación. Por su parte, García (2009) enfatiza que la percepción de los estudiantes sobre el entorno de aprendizaje influye en la manera en que construyen conocimiento.

En este sentido, las narrativas de los estudiantes sobre sus propias experiencias se conciben como instrumentos que permiten a los docentes evaluar el aprendizaje y, al mismo tiempo, reflexionar críticamente sobre su práctica pedagógica. Así, el objetivo de este relato es comprender cómo los futuros docentes percibieron sus vivencias en un laboratorio de matemáticas, considerando las narrativas como una herramienta de reflexión, evaluación y desarrollo de la autonomía profesional.

MATERIALES Y ORGANIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA

Durante la actividad práctica, los estudiantes de Licenciatura en Matemática desarrollaron ocho recursos didácticos con diferentes objetivos pedagógicos, que incluían juegos y construcciones concretas (Figura 1), actividades digitales (https://www.geogebra.org/m/btt72fqk; https://www.geogebra.org/m/gc9hpstj) y adaptaciones para alumnos con Necesidades Educativas Especiales (NEE). Entre los materiales se encontraban: juegos de multiplicación y álgebra, actividades interactivas en GeoGebra sobre polinomios y plano cartesiano y Tangram online, una versión adaptada de Sudoku y construcciones manuales con regla y compás. Los recursos digitales fueron diseñados con interfaces accesibles para facilitar la participación de todos los estudiantes.

Figura 1

Construcciones concretas producidas por los futuros profesores



La elaboración de los materiales se realizó a lo largo del semestre en la asignatura en el *Laboratório de Ensino de Matemática* (LEMA) (https://lema.ufsc.br/) de la UFSC. Cinco estudiantes participaron en la creación de los recursos durante 14 encuentros de cuatro períodos semanales. Como etapa final, se llevó a cabo una actividad de experimentación con 16 estudiantes de 8º básico de una escuela pública, incluyendo dos alumnos con NEE. Los estudiantes se organizaron en cinco grupos, que rotaron por estaciones dentro del LEMA, dedicando aproximadamente 20 minutos a cada actividad, con mediación directa de los futuros docentes. Las actividades fueron distribuidas de manera que los alumnos con NEE participaran en juegos y actividades adaptadas, mientras los demás estudiantes realizaron los restantes recursos.

Al finalizar la visita, se solicitó a ambos niveles de estudiantes que produjeran una narrativa escrita sobre su experiencia en el laboratorio, con el objetivo de reflexionar sobre las actividades. Por limitaciones de espacio y enfoque de este trabajo, se analizan únicamente las narrativas de los futuros profesores.

PERCEPCIÓN DOCENTE A TRAVÉS DE LA ESCRITURA

Las narrativas se conciben aquí como instrumentos de reflexión y construcción de conocimiento profesional en educación matemática. Al relatar sus experiencias, los futuros docentes re-significan los conceptos abordados en la formación, articulando teoría y práctica y reconociendo desafíos propios de la enseñanza de contenidos matemáticos. Este enfoque permite comprender no solo aspectos emocionales, sino también cómo los participantes interpretan la enseñanza, el aprendizaje y la comunicación matemática en contextos reales.

El análisis de las producciones escritas de los futuros docentes de matemáticas reveló un conjunto significativo de percepciones y emociones relacionadas con la experiencia vivida en el LEMA/UFSC. A partir de la recurrencia de ciertas expresiones y comentarios, se identificaron temáticas emergentes que sintetizan la experiencia de los participantes. A continuación, se presentan dichas temáticas junto con ejemplos de las producciones escritas y, posteriormente, comentarios breves sobre cada una. Los nombres utilizados en los extractos son ficticios y se emplean únicamente con fines ilustrativos, a fin de resguardar la identidad de los participantes.

Tabla 1

Análisis general de los relatos escritos de los futuros docentes

Temática emergente	Extractos representativos de los relatos
Nerviosismo inicial y aprendizaje docente	"En mi primer grupo, tartamudeé mucho para explicar el contenido." (Tiago) "La actividad nos permitió poner a prueba nuestros materiales y habilidades como futuros profesores, enfrentándonos a la experiencia real de enseñar a los alumnos, lo cual fue desafiante al inicio." (Luigi)
Diversidad de alumnos y ritmos de aprendizaje	"Algunos hacían los cálculos más rápido, mientras que otros necesitaban más tiempo para obtener las soluciones." (Víctor) "Las dificultades se debieron principalmente a la falta de familiaridad de algunos alumnos con operaciones de potencias." (Luigi)
Barreras lingüísticas	"Uno de los alumnos del trío no hablaba portugués, así que el inglés fue el único idioma que compartimos." (Martin) "Me sorprendió que hubiera un extranjero en el grupo, que hablaba inglés." (Roger)
Motivación y compromiso de los alumnos	"Se pudo notar el alto grado de involucramiento y motivación de los alumnos." (Víctor) "En el Grupo A había una niña que parecía muy entusiasmada con el contenido del plano cartesiano." (Tiago)
Limitaciones de tiempo y metodología	"Concluyo que 20 minutos es poco tiempo para dibujar." (Roger) "Mientras ayudaba a un alumno a hacer los cálculos, los demás ya avanzaban en el juego, generando falta de armonía." (Luigi)
Valor de la ludicidad y los recursos concretos	"La actividad evidenció el poder que tienen las prácticas innovadoras en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas." (Víctor) "El juego fue pensado para trabajar con alumnos con necesidades especiales, ya que las piezas físicas permiten fácil manipulación y los colores llamativos captan su atención." (Luigi)

Nota. Elaboración propia

Los relatos de los participantes muestran que el nerviosismo inicial es una experiencia común entre los futuros profesores, quienes al enfrentarse a la práctica real de enseñar sienten inseguridad al inicio, pero ganan confianza y seguridad conforme avanzan las actividades; la diversidad de alumnos y ritmos de aprendizaje se hizo evidente, con estudiantes que resolvían las tareas rápidamente y otros que necesitaban más apoyo, lo que resalta la necesidad de estrategias pedagógicas diferenciadas y adaptadas a los distintos niveles de conocimiento. Asimismo, la presencia de barreras lingüísticas generó desafíos de comunicación que limitaron la participación plena de algunos estudiantes, evidenciando la importancia de recursos visuales o multilingües. A pesar de ello, el compromiso y la motivación de los

alumnos fueron altos, y el carácter lúdico y los recursos concretos resultaron fundamentales para despertar interés y favorecer la comprensión de los contenidos. Las limitaciones de tiempo y la complejidad de algunas actividades evidenciaron la necesidad de planificar con mayor precisión la duración y el nivel de las tareas, en consonancia con lo señalado por Trevisan y Buriasco (2016) y Barbosa y Vale (2019) respecto a los desafíos de gestión del tiempo y adecuación metodológica en experiencias de educación matemática.

CONSIDERACIONES FINALES

La experiencia evidencia el potencial de espacios formativos no convencionales, como los laboratorios matemáticos, para promover aprendizajes significativos en la educación básica. La visita de los estudiantes de 8º básico al LEMA/UFSC propició vivencias caracterizadas por la dimensión lúdica, la interactividad y el acercamiento al entorno académico. Las narrativas escritas muestran que el uso de juegos, recursos digitales y materiales manipulativos otorgó un nuevo sentido a la enseñanza de la matemática, haciéndola más atractiva, accesible y conectada con la realidad de los alumnos, además de permitir acceder a sus percepciones y reconocer elementos que favorecieron el aprendizaje y desafíos enfrentados. Las narrativas escritas se constituyó en un instrumento para que los estudiantes expresaran sus experiencias y, para los docentes, posibilitó identificar aspectos positivos y áreas de mejora, funcionando también como forma de autoevaluación y reflexión sobre la práctica pedagógica, en línea con Barbosa y Vale (2019) respecto al papel de la comunicación escrita en contextos de retroalimentación. Finalmente, la participación de futuros docentes en prácticas colaborativas como las realizadas en el LEMA ofreció una formación significativa, fortaleciendo vínculos entre escuela y universidad y reafirmando la importancia de una educación matemática más humana, inclusiva y dialógica.

Referencias

Barbosa, A., & Vale, I. (2019). Tens correio! – A comunicação escrita e o feedback na aula de matemática. *Interacções, (50)*, 109–123. https://doi.org/10.25755/int.18792

García, J. (2009). Avaliação e aprendizagem na educação superior. *Estudos em Avaliação Educacional, 20*(43), 201–213. https://doi.org/10.18222/eae204320092045

Menezes, L. (2010). Concepções sobre a comunicação matemática de uma futura professora. *Comunicação no Ensino e na Aprendizagem da Matemática, 1*, 238–253. http://hdl.handle.net/10400.19/1143

Trevisan, A. L., & Buriasco, R. L. C. de. (2016). Percepções de estudantes acerca de um instrumento diferenciado de avaliação em aulas de matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 30*(56), 1207–1222. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a19

Índice

CONOCIMIENTO DE FORMADORES DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE PRIMARIA

Macarena Reyes-Bravo, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Soledad Estrella, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Luis Carlos Contreras, Universidad de Huelva

Abstract:

El rol del formador de profesores de matemáticas es clave en la formación del profesorado que enseñará matemáticas; sin embargo, los estudios sobre él son incipientes. En este estudio se emplea una metodología cualitativa, específicamente un estudio de caso, con el fin de caracterizar el conocimiento de un grupo de ocho formadores de profesores de matemáticas de primaria de diversas regiones de Chile, en el contexto de un Lesson Study en que diseñaron, implementaron y rediseñaron una lección centrada en la promoción del sentido numérico al dividir números naturales. Usando los enfoques de análisis de datos bottom-up y top-down, se identificaron 37 categorías asociadas al conocimiento del contenido y al conocimiento didáctico del contenido de la formación inicial docente, y cuatro categorías emergentes que abarcan otros tipos de conocimiento manifestado por el grupo de formadores. Estos resultados contribuyen a una propuesta de constitución de modelo de conocimiento del formador de profesores de matemáticas y promueven su desarrollo profesional.

Formador de profesores de matemáticas, conocimiento del contenido de la formación inicial docente, conocimiento didáctico del contenido de la formación inicial docente, educación primaria

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas se han desarrollado enfoques para analizar y comprender el conocimiento del profesorado de matemáticas. No obstante, los estudios sobre los formadores de profesores de matemáticas (MTE por sus siglas en inglés) son incipientes (Chapman, 2021).

En este marco, el conocimiento de los MTE adquiere un rol central, ya que sus conocimientos inciden en cómo los futuros profesores aprenden a enseñar matemática (Reyes-Bravo et al., 2024). El presente estudio tiene como propósito describir el conocimiento del contenido y el conocimiento didáctico del contenido de la formación inicial docente de un grupo de MTE de primaria, en el contexto de un Lesson Study sobre sentido numérico.

Índice

REFERENTES TEÓRICOS

Los modelos sobre el conocimiento del profesorado de matemáticas en las últimas décadas han sido base para la investigación sobre los MTE (Chick & Beswick, 2018). En esa línea, el objetivo de la formación escolar es distinto al de la formación inicial docente (Zopf, 2010) pues "cuando enseñamos a niños, el conocimiento matemático es el objetivo. Cuando enseñamos a profesores, desarrollar conocimiento matemático en conocimiento matemático para la enseñanza es el objetivo" (p. 69).

A partir de estas discusiones se consolida la utilidad de distinguir conocimiento de contenido (CK) y conocimiento didáctico del contenido (PCK) para pensar la formación inicial (Shulman, 1986) y, simultáneamente, de reformular qué constituye el contenido de la formación inicial docente (C'), considerando que no se encuentra supeditado exclusivamente al conocimiento de la disciplina, sino que al conocimiento para enseñar dicha disciplina (Chick & Beswick, 2018).

Ponte (2011), considera tres pilares en el conocimiento del MTE sobre el contenido de la formación inicial docente (C'K): el conocimiento profesional para la enseñanza de las matemáticas (vinculado al conocimiento del contenido, de los estudiantes, de la enseñanza o del currículo), la práctica de enseñanza de la matemática (el papel del profesor en su quehacer docente) y la identidad profesional (como individuo y como miembro de una comunidad educativa). Por otra parte, Pascual (2021) en su tesis doctoral configuró el conocimiento didáctico del contenido de la formación inicial docente de los MTE (PC'K) en conocimiento de la enseñanza de C', sobre las características de aprendizaje de los profesores en formación sobre C' y de los estándares de la formación docente, tomando como base el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (Carrillo et al., 2018).

METODOLOGÍA

Se presenta un estudio de caso instrumental (Stake, 2007) por su potencial para aportar elementos teóricos al análisis del conocimiento del MTE de primaria, que permitirían configurar un modelo para describirlo. La recolección de datos se realizó en el contexto de un Lesson Study (Estrella et al., 2022) compuesto por ocho MTE de primaria de diversas regiones de Chile, quienes diseñaron, implementaron y reflexionaron una lección que promovió el sentido numérico de la división entre números naturales para futuros profesores de primaria. Las evidencias analizadas incluyen transcripciones de las sesiones de Lesson Study y las implementaciones del plan de lección.

El análisis de datos combinó los enfoques bottom-up y top-down con triangulación entre cuatro investigadores. Se identificaron e interpretaron 217 manifestaciones de conocimiento del grupo de MTE mediante análisis de contenido que dieron lugar a 37 categorías inductivas. Estas categorías se contrastaron con las propuestas teóricas de Ponte (2011) y Pascual (2021).

RESULTADOS

Conocimiento del contenido de la formación inicial docente (C'K)

Los MTE alternan su rol como formadores y como profesores de matemáticas al diseñar e implementar la lección, mostrando conocimientos matemáticos y didáctico-matemáticos. Por este motivo, el conocimiento del grupo de MTE incluyó el conocimiento de un profesor de matemáticas de primaria, pero reconociendo que puede diferir en profundidad y alcance (Zopf, 2010).

Acerca de prácticas de enseñanza de las matemáticas, el grupo de MTE relevó la importancia de desarrollar en los futuros profesores la práctica de interpretar el pensamiento matemático de los alumnos de primaria, relacionada con el constructo de Noticing (Jacobs et al., 2010), entre otras prácticas de enseñanza alineadas con la propuesta del NCTM (2014).

Sobre identidad profesional, el grupo de MTE manifestó conocimiento sobre características que determinan perfiles, ya sea del profesor de matemáticas de primaria en formación como en ejercicio. Se destacó su conocimiento sobre la identidad profesional considerando elementos como actitudes hacia las matemáticas y las concepciones sobre su enseñanza y aprendizaje, la forma en que han aprendido matemática, el tipo de clases de matemáticas que realizan los profesores en ejercicio, y la incidencia del entorno en que se forman y en que se desempeñarán.

Conocimiento didáctico del contenido de la formación inicial docente (PC'K)

El PC'K del grupo de MTE se enfocó mayormente en "enseñar a enseñar" la división con énfasis en el sentido numérico, destacando el diseño de tareas para la formación inicial docente que promuevan tanto el desarrollo del conocimiento profesional (matemático y didáctico-matemático) como prácticas de enseñanza. El grupo de MTE empleó estrategias como modelación pedagógica de clases de primaria, el uso del niño hipotético y estudios de casos. Además, los MTE mostraron como característica una doble mirada (Reyes-Bravo et al., 2024) al considerar a la vez al futuro profesor y al futuro alumno de primaria. El conocimiento de los MTE sobre las características de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de primaria respecto a C' destaca dificultades y errores clásicos en divisiones y el uso mecánico del algoritmo tradicional. Por otra parte, el grupo de MTE manifestó conocimiento sobre los estándares de la formación inicial docente seleccionando estándares adecuados para diseñar la lección centrada en la división desde el sentido numérico.

Otros conocimientos

El grupo de MTE manifestó conocimiento sobre investigaciones en educación matemática, usándolas para fundamentar el diseño de lecciones. Jaworski (2008) lo señala como conocimiento del MTE. Asimismo, los MTE manifestaron conocimientos sobre el diseño de

clases en la en la formación inicial docente, generando y gestionando oportunidades de aprendizaje y diferenciando entre objetivos para futuros profesores y para alumnos de primaria (Zopf, 2010).

Por otra parte, el grupo de MTE manifestó un conocimiento sobre la interpretación del pensamiento profesional de los futuros profesores de primaria mientras estos interpretaban el pensamiento de alumnos de primaria. Este metaconocimiento (Chick & Beswick, 2018), destaca como una práctica de enseñanza de C' por parte de los MTE. Se identificó conocimiento de los MTE sobre su perfil como formadores, destacando su tendencia a explicar contenidos en la formación inicial docente. A la vez, reflexionaron que su conocimiento como MTE se construye y reconstruye en la profesión.

CONCLUSIONES

Instancias de desarrollo profesional de los MTE podrían beneficiarse de los conocimientos identificados en este estudio ya que pueden orientar programas de formación, diseño de clases en la formación inicial docente y reflexiones pedagógicas. En este estudio, el conocimiento se ha denominado Mathematics Teacher Educator Knowledge ($MTEK_P$), con "P" de educación primaria.

El Lesson Study mostró que el conocimiento del grupo de MTE sobre la enseñanza de la división con sentido numérico es profundo y se configura de manera sistémica, integrando múltiples secuencias de conocimientos en la práctica. Estos conocimientos fueron organizados en los dominios C'K y PC'K, lo que permitió evidenciar el carácter relacional y compartido del $MTEK_P$ como saber profesional. Se reconoce, sin embargo, que la propuesta no es exhaustiva, dado que el dominio C' depende de las particularidades institucionales y de los conocimientos manifestados por los MTE.

Referencias

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco-Mora, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253.

Chapman, O. (2021). Mathematics teacher educator knowledge for teaching teachers. En M. Goos & K. Beswick (Eds.), *The learning and development of mathematics teacher educators: International perspectives and challenges* (pp. 403–416). Springer.

Chick, H., & Beswick, K. (2018). Teaching teachers to teach Boris: A framework for mathematics teacher educator pedagogical content knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education, 21*, 475–499. https://doi.org/10.1007/s10857-016-9362-y

Estrella, S., Morales, S., Olfos, R., & Salinas, R. (2022). Estudio de e-Clases en Chile: cambios percibidos por profesores que diseñan, mejoran e implementan una tarea. En A. Richit, J. da Ponte, & E. Soto (Eds.), *Estudos de aula na formação inicial e continuada de professores* (pp. 83–113). Editora Livraria da Física.

Jacobs, V. R., Lamb, L. L., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41*(2), 169–202. https://doi.org/10.5951/JRESEMATHEDUC.41.2.0169

Jaworski, B. (2008). Development of the mathematics teacher educator and its relation to teaching development. En B. Jaworski & T. Wood (Eds.), *The international handbook of mathematics teacher education: The mathematics teacher educator as a developing professional* (Vol. 4, pp. 335-361). Sense Publishers. https://dspace.lboro.ac.uk/2134/8812

NCTM. (2014). *De los principios a la acción: Para garantizar el éxito matemático para todos*. NCTM.

Pascual, M. I. (2021). El conocimiento del formador de maestros en la etapa de formación inicial, en relación con la enseñanza de la Didáctica de las Matemáticas. Un estudio de caso [Tesis doctoral no publicada, Universidad de Huelva].

Ponte, J. P. (2011). Teachers' knowledge, practice, and identity: Essential aspects of teachers' learning. *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*(6), 413–417. https://doi.org/10.1007/s10857-011-9195-7

Reyes-Bravo, M., Pascual, M. I., Contreras, L. C., & Estrella, S. (2024). Doble mirada del formador de profesorado de matemáticas: oportunidad para identificar su conocimiento. *PNA, 18*(5), 467–493. https://doi.org/10.30827/pna.v18i5.29431

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4–14. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004

Stake, R. E. (2007). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata.

Zopf, D. A. (2010). *Mathematical knowledge for teaching teachers: The mathematical work of and knowledge entailed by teacher education* [Doctoral dissertation, University of Michigan]. University of Michigan.

Índice

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO CRÍTICO EN ESTUDIANTES DE PRIMARIA Y MATEMÁTICA: UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA DE ENFOQUES, DESAFÍOS Y CONDICIONES

Yazna Cisternas-Rojas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Yasna Salgado-Astudillo, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Elisabeth Ramos-Rodríguez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

Esta revisión sistemática analiza la producción científica reciente (2020-2025) sobre el desarrollo del pensamiento crítico (PC) en estudiantes de primaria y en matemática, identificando estrategias efectivas y desafíos clave. Se empleó el protocolo PRISMA para examinar artículos empíricos indexados en Web of Science y Scopus, aplicando análisis bibliométrico y de contenido. Del total de 79 documentos identificados, cinco cumplieron los criterios de inclusión. Los resultados muestran que la producción científica se concentra principalmente en Asia (Indonesia y Turquía), con escasa presencia de estudios en América Latina. Las investigaciones revisadas destacan que los enfoques interdisciplinarios, como el Aprendizaje Basado en Problemas con perspectiva multicultural y los programas STEM, favorecen el desarrollo de habilidades y disposiciones de PC, además de mejorar el rendimiento académico. Sin embargo, se observan tensiones asociadas a limitaciones estructurales: falta de tiempo, escasos recursos y brechas en la formación docente. Asimismo, se evidencia una ausencia de marcos didácticos específicamente matemáticos que orienten la enseñanza del PC en este nivel escolar. En consecuencia, se plantea la necesidad de fortalecer la formación de profesores, diversificar los contextos de estudio y promover investigaciones que integren dimensiones de equidad e inclusión. Este trabajo aporta una síntesis actualizada y comparativa que contribuye al campo de la didáctica de la matemática y a la comprensión del pensamiento crítico como competencia clave para la educación del siglo XXI.

Pensamiento crítico, enseñanza de las matemáticas, maestro de escuela primaria, revisión exhaustiva, análisis de contenido

INTRODUCCIÓN

El pensamiento crítico (PC) constituye una competencia fundamental del siglo XXI, particularmente en educación primaria y en la enseñanza de matemática, por lo que su desarrollo prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos de una sociedad digitalizada y compleja (Bohlmann y Benölken, 2020). Sin embargo, la literatura reporta insuficiencias en los conocimientos conceptuales y pedagógicos de los docentes de primaria en torno a este constructo (Kumm & Graven, 2024). A su vez, los futuros profesores poseen creencias previas sobre el PC que condicionan sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (Lau, 2022). En este contexto, se plantea como propósito de estudio realizar

Índice

una revisión sistemática sobre la producción científica actual que vincula PC desarrollado a través de la matemática escolar, identificando enfoques efectivos y tensiones en su implementación en el aula de primaria. Las preguntas que guían esta revisión: ¿Cómo se operacionaliza el pensamiento crítico en las investigaciones sobre enseñanza de la matemática en primaria entre 2020 y 2025, y qué tensiones conceptuales o metodológicas emergen en su aplicación?

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

El PC se entiende como una competencia enseñable que combina habilidades, disposiciones, emociones y motivaciones para resolver problemas reales, con impacto en la metacognición, la empatía y el bienestar psicológico (Guamanga, Saiz, Rivas & Morales, 2025). En matemáticas, este se articula a través de la resolución de problemas, la argumentación y la modelación (Amanda et al., 2024; Bulut y Borromeo Ferri, 2025), habilidades que se promueven en el currículo escolar chileno.

METODOLOGÍA

El estudio se desarrolló mediante una revisión sistemática bajo el protocolo PRISMA (Page et al., 2021). Se consultaron las bases Web of Science y Scopus, delimitando el periodo 2020–2025 y seleccionando exclusivamente artículos empíricos en educación primaria vinculados al área de matemáticas. La Tabla 1 muestra la ecuación de búsqueda utilizada:

Tabla 1

Ecuaciones de búsqueda en WoS y SCOPUS para estudios sobre PC y Educación Primaria

Base de Datos	Ecuación
WOS	(TITLE ("critical thinking" AND "primary education" OR "primary school" OR "early childhood education" OR "elementary education" OR "elementary school") AND ABS ("critical thinking" AND "primary education" OR "primary school" OR "early childhood education" OR "elementary education" OR "elementary school")
SCOPUS	"critical thinking" AND (“primary education” OR "primary school” OR "early childhood education" OR "early childhood education" OR "elementary education" OR "elementary school")

Nota. Elaboración propia

De un total de 79 documentos iniciales, usando los filtros: año, tipo de artículo, área temática, carácter empírico y participantes, se conformó un corpus final de 5 estudios, examinados con técnicas bibliométricas (VOSviewer) y análisis cualitativo de contenido (Krippendorff, 2019).

RESULTADOS

La distribución de las publicaciones por año, sobre PC en el área temática matemática, de carácter empírico y que involucren a profesores o estudiantes de educación primaria como participantes, predomina en el año 2022. Así también, la distribución por países/regiones evidencia que hay estudios de 3 países diferentes, como muestra la Tabla 2.

Tabla 2

Distribución de las publicaciones sobre PC y matemáticas por países/regiones

Países/Regiones	Frecuencia
Indonesia	2
Turquía/Chipre	2
Irak	1

Nota. Elaboración propia

Por otra parte, el acoplamiento de palabras clave realizado permite señalar que "Disposición al Pensamiento Crítico" fue la palabra clave más utilizada, y que las tendencias en torno a los estudios son: a) docentes y estrategias didáctico-pedagógicas; b) emergencia de la dimensión tecnológica (crece el interés por integrar herramientas digitales y enfoques interdisciplinarios para potenciar el PC.) y; c) persistencia de la variable de rendimiento académico. El acoplamiento bibliográfico de términos mediante VOSviewer presenta una evidencia significativa sobre el término "critical thinking disposition", ya que aparece como nodo de gran tamaño, con múltiples conexiones hacia otros conceptos en el análisis de los estudios seleccionados.

Respecto al análisis de contenido, los hallazgos revelan que la mayoría (3 de 5 estudios) de los estudios incorpora enfoques interdisciplinarios como ABP con un enfoque en lo multicultural y programas STEAM, y efectos significativos en el desarrollo del PC y en el rendimiento académico (Dimas et al., 2022; Küçük et al., 2023). Así también Aydın (2022) evidencia empíricamente que existe una relación significativa entre la autoeficacia para las prácticas STEM y la disposición al PC en profesores en formación de primaria. Por otro lado, se identifican carencias en la formación docente y en la implementación del currículo (Trisnani et al., 2024), y no se hace foco en estrategias o metodologías activas propias del área disciplinar de matemáticas.

CONCLUSIONES

El desarrollo del PC en matemáticas para educación primaria constituye un campo emergente, aunque aún incipiente y con una producción concentrada en Asia, según lo que indica el estudio bibliométrico realizado. Las estrategias interdisciplinarias como ABP y

STEAM muestran eficacia en el desarrollo del PC; sin embargo, la revisión evidencia una deuda investigativa en torno a marcos didácticos estrictamente matemáticos, dado que los estudios analizados se sitúan en enfoques amplios y no en marcos disciplinares propios de la didáctica de la matemática (p. ej., resolución de problemas de Polya, registros de representación semiótica, teoría de situaciones didácticas). Este hallazgo tributa a la tercera pregunta de investigación, referida a las tensiones y limitaciones en la implementación del PC en la matemática escolar, al mostrar que, más allá de enfoques interdisciplinarios, aún no se ha profundizado en modelos didácticos genuinamente matemáticos. Se concluye la necesidad de fortalecer la formación docente, diversificar los contextos de investigación y atender dimensiones de equidad e inclusión para articular de forma genuina el PC en la enseñanza de la matemática escolar.

Referencias

Amanda, F. F., Sumitro, S. B., Lestari, S. R., & Ibrohim. (2024). Enhancing critical thinking and problem-solving skills by complexity science-problem based learning model. *Multidisciplinary Journal of Educational Research, 14*(1), 96–114. https://doi.org/10.17583/remie.9409

Aydın-Gürler, S. (2022). State of prediction of the critical thinking dispositions of primary school teacher candidates through their self-efficacy for STEM practices. *Participatory Educational Research, 9*(3), 61–68. https://doi.org/10.17275/per.22.54.9.3

Bohlmann, N., & Benölken, R. (2020). Complex tasks: Potentials and pitfalls. *Mathematics, 8*(10), 1780. https://doi.org/10.3390/math8101780

Bulut, N., & Borromeo Ferri, R. (2025). Bridging mathematical modelling and education for sustainable development in pre-service primary teacher education. *Education Sciences, 15*(2), 248. https://doi.org/10.3390/educsci15020248

Dimas, Q., Lasmawan, W., Dantes, N., & Arnyana, I. B. P. (2022). Effectiveness of multicultural problem-based learning models in improving social attitudes and critical thinking skills of elementary school students. *Journal of Education and e-Learning Research, 9*(2), 62–70. https://doi.org/10.20448/jeelr.v9i2.3812

Guamanga, M. H., Saiz, C., Rivas, S. F., & Bueno, P. M. (2025). Pensamiento crítico y metacognición: caminos hacia la empatía y el bienestar psicológico. *Journal of Intelligence*, *13*(3), 34. https://doi.org/10.3390/jintelligence13030034

Facione, P. A. (1990). *Critical thinking: A statement of expert consensus for purposes of educational assessment and instruction (The Delphi report)*. American Philosophical Association.

Facione, P. A. (2007). *Critical thinking: What it is and why it counts. Insight Assessment* (The California Academic Press).

Küçük, H., Zeki, C. P., Iskifoglu, G., & Caner, H. (2023). The impact of a sustainable progressive STEAM program on primary school students' critical thinking dispositions and mathematics achievements. *Sustainability, 15*(21), 15356. https://doi.org/10.3390/su152115356

Krippendorff, K. (2019). *Content analysis: An introduction to its methodology* (4th ed.). SAGE.

Kumm, M., & Graven, M. (2024). Exploring pre-service teachers' knowledge of efficient calculation strategies. *South African Journal of Childhood Education, 14*(1). https://doi.org/10.4102/sajce.v14i1.1494

Lai, E. R. (2011). *Critical thinking: A literature review*. Pearson Research Reports.

Lau, W. (2022). Predicting pre-service mathematics teachers' teaching and learning conceptions: The role of mathematical beliefs, mathematics self-efficacy, and teaching practices. *Educational Studies in Mathematics, 109*(2), 223–245. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10204-y

Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., McGuinness, L. A., ... Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ*, *372*, n71. https://doi.org/10.1136/bmj.n71

Strunk, K. K., & Betties, J. S. (2019). Uso de la teoría crítica en la investigación educativa. En K. K. Strunk & L. A. Locke (Eds.), *Research methods for social justice and equity in education* (pp. 71–79). Palgrave Macmillan. https://doi.org/10.1007/978-3-030-05900-2

NOTICING DOCENTE Y RETROALIMENTACIÓN EFECTIVA EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN MEDIA

Daniel Ángel Luna Flores, Universidad Católica de Temuco

Benjamín Osvaldo Muñoz Inostroza, Universidad Católica de Temuco

Felipe Esteban Quidel Quijada, Universidad Católica de Temuco

Abstract:

Este estudio examina cómo el noticing docente, entendido como atender, interpretar y responder (A-I-R), condiciona la calidad de la retroalimentación en clases de matemática de educación media en La Araucanía. Con un diseño interpretativo de casos múltiples (tres docentes de establecimientos públicos/subvencionados), se produjeron datos mediante observaciones de aula durante tres semanas consecutivas, diarios reflexivos y entrevistas; los episodios profesor–estudiante se mapearon con A-I-R y se clasificó el feedback en cuatro tipos: verificativo, de proceso, explicativo y autorregulador. Los resultados evidencian un patrón consistente: una interpretación avanzada del razonamiento estudiantil que no siempre se traduce en respuestas pedagógicas transformadoras; hacia el cierre de la clase predomina la verificación dicotómica y corrección procedimental, mientras que al inicio emergen preguntas que abren proceso y favorecen explicaciones. Esta dinámica temporal sugiere que el noticing es una práctica situada, sensible al contexto y a las presiones de tiempo, por lo que un buen desempeño en interpretación no garantiza por sí mismo una respuesta formativa. Se discute la necesidad de formación focalizada en responding (diseño de preguntas de proceso, andamiajes explicativos y rutinas de autorregulación) y de estructuras de clase que resguarden tiempo para retroalimentación de calidad. Los resultados brindan orientación práctica para la mejora del desarrollo docente y criterios para decisiones institucionales en contextos reales de la región del estudio.

Noticing docente, retroalimentación, educación matemática, educación media

INTRODUCCIÓN

La retroalimentación en clases de matemática suele quedarse en la verificación de procedimientos y no en la explicación de causas. Esto ocurre con frecuencia por presiones curriculares, clases numerosas y evaluaciones centradas en el resultado, lo que reduce el tiempo para analizar el pensamiento del estudiante. En ese contexto, cuando el docente no nota (no atiende ni interpreta evidencias del razonamiento estudiantil), la retroalimentación tiende a ser genérica y poco útil.

El noticing docente, esta capacidad de observar, interpretar y responder condiciona la calidad del feedback en matemática. Cuando falta la observación e interpretación del pensamiento estudiantil, la retroalimentación tiende a ser verificativa (correcto/incorrecto); en cambio, cuando el docente interpreta lo que el estudiante piensa y por qué se equivoca, emergen devoluciones explicativas y de proceso que corrigen concepciones, orientan estrategias y

Índice

favorecen el aprendizaje. Por ello, el problema de "no notar" empobrece la retroalimentación formativa y limita oportunidades de aprendizaje en matemática.

Este estudio aporta valor local al enfocarse en educación media en La Araucanía, donde la heterogeneidad de trayectorias y la masificación tensionan la personalización pedagógica. Analizamos cómo el noticing impacta la calidad del feedback en aulas reales, generando insumos para formación docente y para decisiones en centros educativos de la región con el objetivo de comprender las relaciones existentes y las variables que influyen.

MARCO TEÓRICO

El marco teórico se fundamenta en el noticing docente y su vínculo con la retroalimentación efectiva. Conforme a Van Es y Sherin (2002), el noticing se entiende como la capacidad del profesor para atender e interpretar el pensamiento matemático estudiantil. Este constructo se articula principalmente a través de la Atención (selección de estrategias, errores conceptuales y expresiones de razonamiento) y la Interpretación (uso del conocimiento pedagógico-disciplinar para orientar decisiones instruccionales).

Para este estudio se adopta un enfoque más comprensivo que incorpora la Respuesta (Responding) como eslabón decisional de la práctica. Si bien no aparece formulada como dimensión explícita en la propuesta original, desarrollos posteriores (Scheiner, 2021) y la praxis docente la reconocen como el paso que conecta lo notado con la intervención. Analizar conjuntamente Atención - Interpretación - Respuesta (A-I-R) permite evaluar cómo el noticing se traduce en acción pedagógica concreta y efectiva.

La retroalimentación efectiva en matemáticas (Hattie y Timperley, 2007; Shute, 2008) exige especificidad, oportunidad y orientación a la comprensión conceptual. Docentes con noticing desarrollado promueven metacognición y justificación de procedimientos, superando la mera corrección. No obstante, en el aula suelen predominar devoluciones genéricas y procedimentales (Fernández et al., 2012), lo que evidencia que la fase de Respuesta demanda habilidades complejas para adaptar la enseñanza en tiempo real. En consecuencia, este estudio indaga cómo el noticing fortalece la retroalimentación como herramienta formativa y contextualizada, aportando al mejoramiento de la enseñanza de la matemática en aulas de educación media de La Araucanía.

METODOLOGÍA

Se desarrolló un estudio interpretativo con diseño de casos múltiples en educación media de La Araucanía, considerando tres docentes de matemática de establecimientos públicos y subvencionados (al menos 10 horas de docencia semanal, 3 años de experiencia mínima y consentimiento informado). La producción de datos combinó observaciones de aula durante tres semanas consecutivas, diarios reflexivos y entrevistas semiestructuradas; los episodios profesor–estudiante fueron transcritos y organizados como unidades de análisis.

El marco analítico operativiza el noticing en Atención (A), Interpretación (I) y Respuesta (R), retomando aportes de Van Es y Sherin (2002) y desarrollos posteriores para la práctica

situada. En paralelo, la retroalimentación docente se clasificó en cuatro tipos funcionales: verificativa (resultado), de proceso (procedimientos/estrategias), explicativa (causas/razones) y autorreguladora (metacognición). Con una rúbrica se valoró el desempeño en cada dimensión A–I–R como Básico, Intermedio o Avanzado, atendiendo a exhaustividad, sistematicidad y profundidad conceptual.

El análisis siguió tres pasos encadenados: (1) mapeo A–I–R de cada episodio para identificar qué se atiende (errores, estrategias, señales del razonamiento), cómo se interpreta (ideas/categorías matemáticas implicadas) y cómo se responde (toma de decisión pedagógica); (2) asignación del tipo de retroalimentación predominante en el episodio; y (3) calificación del nivel por dimensión, según la rúbrica. La codificación se efectuó en Atlas.ti (abierta, axial y selectiva), con triangulación entre observaciones, diarios y entrevistas, doble codificación en una submuestra y validación con participantes para robustecer la credibilidad.

RESULTADOS PRELIMINARES

Sin incluir imágenes, presentamos evidencia transcrita y sintetizada de episodios en operatoria combinada del docente 1, organizada según A-I-R y la tipología de retroalimentación. El desempeño fue: Atención (A)=2 - Intermedio, Interpretación (I)=3 - Avanzado y Respuesta (R)=2 - Intermedio; promedio 2,3 y calidad global del feedback=2 (Intermedio). En los fragmentos, el docente identifica errores y valida procedimientos ante demandas estudiantiles, interpreta con precisión el razonamiento subyacente, pero responde predominantemente con correcciones procedimentales y verificación dicotómica. Por ejemplo, ante la consulta de un alumno sobre la distributiva en $3(x+2)-2x$, se observó: “Profe, ¿está bien si hago $3x+2-2x$?”; el docente responde: “No, aquí te faltó multiplicar el 3 por el 2; debería ser $3x+6-2x$”. Este intercambio muestra atención al error puntual y una corrección eficaz del procedimiento, aunque sin explorar la causa del error ni promover una explicación del estudiante.

En Atención, se detecta capacidad para localizar errores específicos cuando los estudiantes solicitan validación (“Profe, me quedó $4x+5x=9x$”; “Revisa si 4 y 5 son términos semejantes con x”), y para focalizar la ejecución de algoritmos en cuaderno. Sin embargo, la atención no se sistematiza para priorizar evidencias clave ni anticipar patrones; predomina una gestión reactiva al llamado. Un ejemplo típico en simplificación de términos semejantes: “¿Está bien $2x+3-x+5=2x+8$?”, a lo que el docente contesta: “Te faltó combinar x con x; sería $(2x-x)+(3+5)=x+8$”. Aunque la corrección es correcta y oportuna, no se indaga en la confusión sobre estructura algebraica (qué define que $2x$ y $-x$ sean semejantes), lo que limita el tránsito hacia feedback explicativo o de proceso.

En Interpretación, el desempeño avanzado se expresa en inferencias de causa: al revisar $5-2(3-x)$, el docente identifica la dificultad con la jerarquía de operaciones y signos: “Aplicaste primero la resta dentro del paréntesis como $5-2\cdot3-x$; en realidad debes distribuir el -2: $5-6+2x$”. Del mismo modo, en $2(x-3)+x$ el profesor explica: “Tu error viene de tratar ‘-3’ como si fuera un término independiente del paréntesis; al distribuir te queda $2x-6+x$, y

luego combinas términos". No obstante, esta fortaleza interpretativa no se capitaliza del todo en Respuesta: tras interpretar la causa, el cierre suele orientarse a señalar el siguiente paso o el resultado esperado, como en: "Ahora combina: 2x−6+x queda 3x−6", sin preguntas de proceso que activen verbalización ("¿por qué 2x y x son semejantes?") o autorregulación ("¿cómo verificarías tu resultado con un valor de prueba para x?").

El análisis longitudinal por sesiones muestra patrones estables a partir de la sesión 5: dentro de un mismo docente, las formas de atender y responder se vuelven recurrentes. Además, la posición temporal en la clase modula el A–I–R y el tipo de feedback. Al inicio, frente a los primeros llamados, el docente abre el proceso con preguntas que favorecen interpretación y, ocasionalmente, feedback explicativo o de proceso: "Si en 3(2x−1) te quedó 6x−1, ¿qué pasó con el 3 y el −1?"; "Explícame por qué 4x y 3x se combinan y 4x y 3 no". Hacia el cierre, bajo presión de tiempo, acorta la atención y migra a verificación rápida: "¿El resultado final de 2(x+4)−(x−2) te dio x+10?; entonces está bien". En otro episodio, ante 6−2(x+1)=0, se observa: "Distribuye y resuelve", seguido, pocos minutos después, por "La solución es x=2; anótala". Estas secuencias muestran que la calidad del feedback depende tanto del perfil A–I–R del docente como del timing de aula: un I robusto no garantiza una R formativa si la atención no prioriza evidencias clave ni si el cierre de clase empuja respuestas verificativas de alta velocidad.

DISCUSIONES

Los resultados evidencian una brecha entre una interpretación robusta del razonamiento estudiantil (I=Avanzado) y su traducción en respuestas que impulsen comprensión y autorregulación (R=Intermedio). Este desajuste es coherente con hallazgos sobre predominio de devoluciones procedimentales en matemática (Fernández et al., 2012) y recuerda que el dominio disciplinar no garantiza retroalimentaciones transformadoras si no se convierten las interpretaciones en andamiajes explicativos y de proceso (Hattie & Timperley, 2007; Shute, 2008).

La evidencia sugiere, además, que el A-I-R es sensible al tiempo y organización de la clase: al inicio emergen preguntas que abren el proceso, mientras que hacia el cierre predomina la verificación dicotómica. Este patrón estabilizado desde la sesión 5 respalda un noticing situado y contextualmente mediado, más que lineal (Scheiner, 2021), y muestra que un I avanzado no garantiza R formativa si la Atención no prioriza evidencias clave o el timing de aula empuja decisiones de cierre (Van Es & Sherin, 2002).

En consecuencia, se requieren acciones de formación focalizadas en responding: diseño de preguntas de proceso y explicativas, rutinas para autorregulación y estructura de clase que resguarde tiempo para feedback de calidad (Hattie & Timperley, 2007; Shute, 2008). Integrar el noticing matemático como competencia central en desarrollo docente permitiría adaptar respuestas a entornos complejos y masificados como los de La Araucanía (Scheiner, 2021).

Referencias

Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through online discussions. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 44*(6), 747–759. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0425-y

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research, 77*(1), 81–112. https://doi.org/10.3102/003465430298487

Lee, H. J., Kim, H. J., & Cho, H. (2024). Investigating preservice teachers' feedback to students' mathematical solutions. *Journal of Education for Teaching, 50*(4), 564–581. https://doi.org/10.1080/02607476.2024.2326508

Santagata, R., & Yeh, C. (2014). Learning to teach mathematics and to analyze teaching effectiveness: Evidence from a video-based teacher education program. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *65*(3), 203–216. https://doi.org/10.1007/s10857-013-9263-2

Scheiner, T. (2021). Towards a more comprehensive model of teacher noticing. *ZDM Mathematics Education, 53*, 85–94. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01202-5

Shute, V. J. (2008). Focus on formative feedback. *Review of Educational Research, 78*(1), 153–189. https://doi.org/10.3102/0034654307313795

Van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education, 10*(4), 571–596. https://www.researchgate.net/publication/252692170_Learning_to_Notice_Scaffolding_New_Teachers'_Interpretations_of_Classroom_Interactions

FORMACIÓN INICIAL DOCENTE EN EL NÚCLEO PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE LA CARRERA EDUCACIÓN PARVULARIA

Cecilia Alejandra Marambio Carrasco, Universidad Andrés Bello

Abstract:

El presente estudio analiza cómo se estructura la formación matemática en las carreras de Educación Parvularia de dos universidades chilenas, con el fin de identificar los contenidos y enfoques prioritarios en la formación inicial docente. Desde el marco teórico, se destaca la relevancia del desarrollo del pensamiento lógico-matemático en la primera infancia, según las Bases Curriculares de la Educación Parvularia y referentes internacionales como el NCTM. Se enfatiza que las educadoras deben comprender profundamente los conceptos matemáticos para apoyar y ampliar el razonamiento lógico de los párvulos mediante estrategias contextualizadas y significativas. La investigación adopta un enfoque cualitativo de análisis documental, revisando los programas de Didáctica de las Matemáticas donde se aplicó codificación selectiva para su análisis. Los resultados evidencian diferencias entre ambas instituciones: la universidad pública privilegia la reflexión crítica, la planificación y el dominio disciplinar, mientras que la privada se centra en la aplicación práctica, el juego y la articulación con la educación básica. No obstante, en ambos casos se detecta una limitada actualización bibliográfica y escaso fortalecimiento del conocimiento matemático en los futuros educadores de párvulo.

Educación de la primera infancia, enseñanza superior, formación de docentes de preescolar, matemáticas, razonamiento abstracto.

INTRODUCCIÓN

El objetivo del presente estudio es analizar cómo se plantea curricularmente la formación en el área matemática de las educadoras y educadores de párvulo en los programas de su carrera, con ello dar cuenta de los contenidos centrales que se priorizan en la formación inicial docente (SdEP, 2018; NCTM, 2014). El propósito es evidenciar los procesos formativos de enseñanza matemática en la formación docente de educadores infantiles, que las universidades en estudio realizan actualmente. Es relevante aportar una formación inicial de calidad en el área curricular de las matemáticas para que las/os educadoras/res infantiles, puedan desarrollar competencias de razonamiento lógico matemático efectivas en los párvulos (Frazerhurst, 2024).

MARCO TEÓRICO

Desde la Política Pública se puede apreciar la importancia de desarrollar la habilidad matemática de las/os educadoras/res de educación infantil, expresadas en las Bases

Índice

Curriculares de la Educación Parvularia, destacando el Núcleo del Pensamiento Matemático, el que prioriza las habilidades que resultan necesarias para potenciar en los párvulos el pensar lógico y la comprensión de los números, con el fin de "comunicar y resolver situaciones prácticas cotidianas. De esta manera, se amplían sus recursos para comprender y actuar en el entorno" (SdEP,2018, p. 94).

Para promover el razonamiento de estudiantes mediante conceptos matemáticos, éstos deben ser planificados eficazmente, los educadores infantiles deben poseer una comprensión sólida de los conceptos que los/as estudiantes explorarán, a fin de apoyar sus explicaciones y ampliar su habilidad de pensamiento lógico (Frazerhurst, 2024).

Las/os educadoras/res deben propiciar la potenciación de un pensamiento lógico, para que el párvulo logre comprender el sentido numérico y sus propiedades, de esta forma logre operar con los números adiciones, sustracciones entre otros, mediante estrategias de resolución de problemas aplicables a su contexto social. Cuando los docentes se involucran en los procesos de aprendizaje del pensamiento matemático, facilitan que los párvulos comprendan de manera significativa, lo que va más allá de memorizar pasos o fórmulas (Leng & Wang, 2024), de tal modo se impulsa en los niños y niñas el interés por desarrollar razonamiento matemático adaptativo (NCTM, 2014).

METODOLOGÍA

Se aplica el método de análisis documental con enfoque cualitativo, en la revisión de los programas de la asignatura de Didáctica de las Matemáticas de la Carrera de Educación Parvularia, de dos universidades chilenas de la Región Metropolitana, una pública y otra privada con el fin de contrastar sus priorizaciones formativas, se extraen los datos relevantes de los programas, mediante la técnica de codificación selectiva, donde los datos observados se exponen como un sistema de conceptos vinculados entre sí, y no simplemente como una enumeración de temas. Las proposiciones que muestran dichas relaciones, se extraen como abstracciones a partir de los datos. (Strauss & Corbin 2002). Las categorías se enuncian después de realizado el análisis cualitativo de los programas antes mencionados.

RESULTADOS

El análisis de los programas de la asignatura Didáctica de las matemáticas se ejecuta mediante codificación selectiva donde se identifican los contenidos centrales de cada programa organizado por categorías que se relacionan, como se puede observar en la tabla 1.

Tabla 1

Codificación selectiva programas de didáctica de las matemáticas

Categoría	Universidad Pública	Universidad Privada
Enfoque de aprendizajes esperados	Análisis crítico de propuestas educativas, diseño de recursos, planificación-. Orientación al dominio didáctico y reflexivo desde la enseñanza.	Comprensión de características del pensamiento lógico-matemático infantil, diseño de estrategias y con aplicación de recursos materiales, además incorpora articulación con Educación Básica
Contenidos curriculares	Amplios y variados: centrados en numeración, sistema decimal, operaciones básicas, geometría, estadística, probabilidad y representaciones. También incluye perspectivas teóricas, planificación y ambientes educativos. Se observa equilibrio entre lo disciplinar y lo didáctico.	Enfoque progresivo: desarrollo evolutivo del pensamiento matemático → estructuras lógico-matemáticas → números, gráficos y medición a través del juego. Incluye programas y bases curriculares. Predomina el uso del juego y materiales concretos. Carece de procesos de planificación y evaluación.
Bibliografía	Predomina bibliografía clásica y fundacional (Baroody, Kamii, Skemp, Cantoral). Énfasis en la teoría del desarrollo del pensamiento matemático, aunque desactualizada.	Utiliza bibliografía más reciente y aplicada (Alsina, Fandiño, Chamorro). Aunque sigue siendo poco actualizada. Enfoque en el currículo, la inclusión y modelos pedagógicos contemporáneos.
Interpretación integradora	Formación de educadoras con capacidad crítica y reflexiva, con base en modelos didácticos y contenidos amplios, pero sustentadas en referentes no actualizados.	Formación centrada en la práctica pedagógica y en estrategias de enseñanza lúdicas, apoyada en referentes poco actuales y en la articulación con la educación básica.
Procesos de evaluación	Centrado en la ejecución de experiencias prácticas.	Orientación al dominio práctico-aplicativo.

Nota. Elaboración propia

El análisis comparativo entre ambas universidades permite observar que, aunque las dos coinciden en la importancia de la didáctica de las matemáticas en perspectiva de la enseñanza en la formación de las/os educadoras/res de párvulos, sus enfoques presentan énfasis distintivos.

En la categoría enfoque de aprendizajes esperados la universidad pública se orienta hacia la reflexión crítica de modelos didácticos, así como la reflexión sobre la enseñanza. La universidad privada se centra en el desarrollo práctico de estrategias y recursos pedagógicos y la comprensión del proceso de adquisición del pensamiento lógico-matemático en la infancia.

Índice

En la categoría contenidos curriculares la universidad pública se centra en aspectos teóricos de la numeración, geometría y probabilidad, siendo estos amplios y variados con equilibrio en lo disciplinar y didáctico. La universidad privada se enfoca en el desarrollo evolutivo del pensamiento lógico-matemático en las infancias, conceptos matemáticos de numeración, representación gráfica y medición mediante el juego y aplicación de material concreto, la planificación está presente en la universidad pública, y con menos fuerza en la Universidad privada.

En la categoría bibliografía, la universidad pública, tiene textos coherentes con sus objetivos de aprendizaje centrado en la teoría del desarrollo del pensamiento matemático, no actualizada. La universidad pública, también es coherente con su línea formativa enfocada en el currículo, la inclusión y modelos pedagógicos, con una leve actualización.

En la categoría interpretación integradora, la universidad pública busca la formación de educadoras/res con un perfil crítico y reflexivo ante las prácticas docentes. La universidad privada busca potenciar un perfil de educadora enfocada en el diseño de estrategias didácticas.

En la categoría de procesos de evolución referido a enseñar a evaluar procesos didácticos en las infancias ambas universidades no lo priorizan en sus programas, cuanto a la forma de evaluar a las y los estudiantes, se especializan en acciones de aplicación práctica.

La debilidad de ambos programas radica en que no se fortalece el conocimiento matemático en los/as educadoras/res de párvulos.

CONCLUSIONES

Se verifica que existen concordancias con ambas universidades, pues ambas centran los contenidos en los procesos didácticos que deben dominar las/os educadoras/res de párvulos, los programas propician métodos y modelos centrados en la enseñanza más que en el aprendizaje, se observan contenidos de numeración, si bien mencionan la geometría, medición y probabilidad, estás tiene menor énfasis en sus programas, también mencionan un estudio de las bases curriculares, pero no introducen las competencias matemáticas que deben dominar las educadoras y educadores de párvulos. En relación a la bibliografía ambas universidades exponen libros no actualizados. Los procesos de evaluación para verificar logros en los párvulos no se evidencia formación en esta área pedagógica.

En síntesis, ambas instituciones aportan perspectivas complementarias: la universidad pública desde la profundidad disciplinar y la reflexión crítica, y la universidad privada desde la innovación práctica y la actualización pedagógica. Este contraste evidencia la necesidad de articular ambos enfoques para robustecer la formación inicial de educadoras y educadores en el área del pensamiento matemático.

Índice

Se propone articular la profundidad teórica y la innovación práctica para mejorar la formación inicial de educadoras y educadores en el área del pensamiento matemático infantil

Referencias

Frazerhurst, L. (2024). Teacher actions to support mathematical reasoning through the use of a conceptual starter in upper primary classroom. En T. Evans, O. Marmur, J. Hunter, G. Leach, & J. Jhagroo (Eds.), *Proceedings of the 47th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 136). PME.

Leng, L., & Wan, T. (2024). Aprendizaje experiencial para el pensamiento matemático y las competencias del siglo XXI. En T. Evans, O. Marmur, J. Hunter, G. Leach, & J. Jhagroo (Eds.), *Actas de la 47.ª Conferencia del Grupo Internacional de Psicología de la Educación Matemática* (Vol. 1, p. 178). PME.

SdEP. (2018). *Bases curriculares de la educación parvularia*. https://parvularia.mineduc.cl/wp-content/uploads/2019/09/Bases_Curriculares_Ed_Parvularia_2018-1.pdf

NCTM. (2014). *De los principios a la acción: Para garantizar el éxito matemático para todos*. Editorial 3D.

Strauss, A. L., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundada* (1.ª ed.). Editorial Universidad de Antioquia.

UNA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA PARA FUTUROS DOCENTES: EL CASO DEL TALLER DE PRÁCTICA PROFESIONAL

Alicia Zamorano-Vargas, Universidad de Chile

Michael Pérez, Universidad de Chile

Abstract:

A continuación, presentamos una experiencia formativa en una carrera de Pedagogía en Educación Básica con Mención en una universidad pública, donde realizamos acompañamiento en los cursos asociados a la práctica docente. Estos cursos tienen como foco el diseño, la implementación de clases y la reflexión tanto del proceso pedagógico como de su propia identidad como docentes de matemática. El proceso reflexivo propuesto es continuo, y considera tanto sus creencias profesionales sobre la enseñanza de la matemática y hacia la matemática como disciplina. Para la realización del diseño e implementación son relevantes los aspectos contextuales y disciplinares que realizan en distintos niveles educativos en instituciones escolares públicas, subvencionadas o privadas. A través de estos procesos reflexivos permanentes, las futuras docentes toman conciencia de la importancia que tiene en los procesos de planificación la visión de su propia identidad docente, así como el conocimiento disciplinar propio y de sus estudiantes. La organización del curso sigue los lineamientos de la política pública entorno a la formación inicial docente con referentes en didáctica de la matemática. Finalmente, mostramos desde las voces de las futuras docentes, el efecto que tiene este tipo de reflexiones en los procesos formativos y hacemos una propuesta sobre cómo podemos mejorarlos.

Formación inicial docente, didáctica para profesores, formadores de formadores

FORMACIÓN INICIAL DOCENTE

En Chile la formación inicial docente se encuentra regulada por ley. En el año 2016 se crea el Sistema de Desarrollo Profesional Docente que, entre otros temas, entrega indicaciones para los distintos tipos de práctica que deben realizar el futuro profesorado y establece que se deben crear estándares para su formación. Los Estándares tienen como finalidad entregar "aquellas pautas que explicitan y definen el conjunto de habilidades, conocimientos y disposiciones que debe tener un profesional de la educación una vez finalizada su Formación Inicial" (Decreto 309, 2017). En particular, en el año 2022 se aprueban los Estándares Pedagógicos y Disciplinarios para las carreras de pedagogía en Educación General Básica. Existen 2 tipos diferentes de estándares: los estándares pedagógicos y los estándares disciplinares. Los primeros describen expectativas respecto a las prácticas docentes en

Índice

cualquier asignatura, explicitando habilidades, conocimientos y disposiciones necesarias para asegurar interacciones pedagógicas y siendo estos comunes a cualquier carrera de pedagogía, mientras que los segundos, se orientan a los conocimientos propios de una disciplina y a los conocimientos didácticos específicos para su enseñanza.

CONTEXTO

La carrera de Pedagogía en Educación Básica con Mención tiene una duración de 5 años. En los 4 primeros años se trabaja una formación generalista, mientras que en el 5º año las estudiantes eligen una de las menciones que ofrece el programa, entre ellas, matemáticas. La formación generalista involucra cuatro instancias de práctica en las cuales las estudiantes deben asistir a instituciones educativas, con el fin de realizar su inmersión en el campo profesional; estas instancias de práctica inician el segundo año de la carrera y se desarrollan en el marco de los *Talleres de Reflexión / Investigación* (TRI) programados a lo largo de ella. Las menciones, que se desarrollan en el 5º año, involucran los TRI de Práctica Profesional.

El área de matemáticas

Durante la formación generalista, los cursos de matemáticas abordan aspectos tanto disciplinares como didácticos y pedagógicos de manera transversal y enfocados en la enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica, desde transición hasta sexto año básico, y en ellos se estudian los aspectos relacionados con la matemática propia de esos niveles educativos de acuerdo con lo establecido por las bases curriculares. En la Mención en Matemáticas las estudiantes toman 3 cursos y el TRI de Práctica Profesional correspondiente a la Mención. Este último ha tenido como propósito "Generar experiencias de docencia en el área específica de matemáticas donde el profesor en formación se hace responsable de la conducción del aprendizaje de cursos de distintos niveles de matemática de la enseñanza básica". Es en este Taller en donde se centra nuestra experiencia.

UNA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA PARA PROFESORES EN FORMACIÓN

Para la organización del curso de TRI uno de los referentes clave ha sido el Conocimiento Matemático para la Enseñanza de Ball et al. (2008). Parte del trabajo que realizamos en este Taller consiste en un acompañamiento a las futuras docentes a través de tutorías grupales e individuales, donde nuestro foco se sitúa en el *conocimiento de contenidos especializados*, para lo cual resulta fundamental que ellas sepan cómo resolver las tareas que entregan a sus estudiantes, de manera que puedan diseñar las anticipaciones necesarias considerando las distintas situaciones que se puedan presentar. Además de esto, consideramos que el conocimiento del *horizonte matemático* es muy importante tanto para el diseño de las expectativas que tiene el estudiantado al momento de ingresar al Taller (primer trabajo que deben realizar), como en el conocimiento y descripción del contexto educativo en el cual desarrollarán su práctica (segundo trabajo a realizar), pues se convierten en insumos

fundamentales al momento de diseñar una planificación para la enseñanza, siendo este un proceso que considera tanto los conocimientos que han desarrollado los estudiantes como aquellos que aprenderán un futuro, y cómo todos ellos se relacionan con el trabajo que realizarán ahora.

Considerando esto, para nuestro trabajo resulta esencial *el conocimiento especializado* para la enseñanza. De esta manera, dentro del trabajo que realizamos en el proceso de tutorías, es de vital importancia las anticipaciones que puedan realizar las futuras docentes, identificando posibles errores y dificultades tanto en sus propuestas como en la forma en que estas se desarrollarían en la clase. Esto lleva a que las devoluciones que realizan en clase sean mucho más claras para los estudiantes y pertinentes al contexto en el cual se encuentran, considerando un lenguaje cercano sin perder la formalidad disciplinar.

Taller de Reflexión e Investigación (TRI) de la práctica de mención matemáticas

Para la Mención en Matemáticas, el TRI ha sido pensado considerando un trabajo activo y constante de las futuras docentes. De esta manera, hay acciones que se realizan de manera permanente tanto en la universidad como en el centro de práctica, considerando aspectos propios de la identidad del futuro profesorado como los contextos en los que se desempeñan. Así, dentro de este trabajo se consideran cuatro etapas.

Etapa 1: Expectativas. En esta etapa, las estudiantes enmarcan la enseñanza de la matemática que esperan realizar, evidenciando sus creencias, sus experiencias y poniendo en juego su propia identidad como docentes.

Etapa 2: Contexto Escolar de la Práctica. En esta parte del proceso describen las características del centro de práctica en términos de proyecto educativo institucional, del trabajo que realizan los profesores de matemáticas en el centro educativo, las características de los estudiantes para aprender matemáticas y las dinámicas presentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Etapa 3: Diseño de las lecciones de clases. En esta etapa, las estudiantes comienzan a diseñar las planificaciones de clases de acuerdo con algunas indicaciones dadas por el/la docente del centro de práctica, considerando tanto las bases curriculares como los trabajos realizados en las etapas anteriores, trabajos que son considerados a lo largo del proceso de diseño, revisión, ejecución, rediseño y reflexión permanente. Es en esta etapa donde el acompañamiento tutorial se realiza con mucho más énfasis, pues no solo se realizan los diseños de clases, también se llevan a cabo estas clases, lo que hace que, en algunos casos, deban sufrir modificaciones durante el proceso. Además, este acompañamiento tutorial constante permite que las futuras docentes tomen conciencia de la forma como sus creencias, su identidad docente y el conocimiento del contexto de sus estudiantes influye tanto en la

forma como realizan sus diseños de clase como en la manera en que estas son desarrolladas, convirtiéndose en un proceso reflexivo constante sobre su propio quehacer pedagógico.

Etapa 4: Reflexión de la práctica. Es importante tener en cuenta que el proceso reflexivo se realiza de forma permanente durante el TRI. Considerando esto, en esta cuarta etapa se sintetizan los principales problemas y dificultades encontradas, así como los aprendizajes logrados y principales desafíos identificados para lograr desempeñarse como un docente de matemáticas.

RELATOS Y EXPERIENCIAS DE LAS ESTUDIANTES

Durante la experiencia que hemos tenido en este TRI hemos encontrado diferentes valoraciones de este trabajo por parte del estudiantado. A continuación, presentamos algunas de ellas.

Estudiante 1 (2019). El hecho de crear esta unidad significó un desafío ya que primero que todo *tuve que situarme en el rol de un docente que realiza clases de manera regular, olvidando mi rol de practicante*, lo que permitió que pudiera actuar con mayor confianza y desenvolvimiento.

Muchas veces, durante la carrera, hablamos de los elementos afectivos involucrados en el aprendizaje de las matemáticas. Durante este proceso de práctica me di cuenta cuán real es esto: Los y las estudiantes, de este contexto, perciben las matemáticas como algo difícil y serio; cuando las matemáticas involucran juego o pasarla bien cuestionan que la clase haya sido efectiva o "buena", a pesar de que se observan aprendizajes en ellos y ellas.

Estudiante 2 (2021). [...] la guía de mi profesor tutor ha sido clave, porque para hacer razonar, argumentar y cuestionar a mis estudiantes, tengo que hacerlo yo primero. Mi praxis se debe condecir con mi práctica pedagógica y antes de ser docente, también fui estudiante. En ese sentido la guía que he tenido gracias al taller de práctica y mi tutor han hecho que hoy tenga esta reflexión. No solo el cuestionarme, sino que también pensar y pensar, argumentar mi postura y saber defenderla, conocer aquello que desconozco, tener apertura en relación con un objeto matemático, sin duda ha contribuido en esta última práctica profesional.

Estudiante 3 (2022). Creo que, en ocasiones, formulaba clases desvalorizando las capacidades de mis estudiantes y las mías, con mucho miedo de fallar o que de las clases planificadas fueran muy desafiantes y me pausara la continuidad de clases. Sin embargo, gracias al apoyo y confianza, pude perder el miedo a fallar y pude crear actividades que potenciara las capacidades de análisis y desarrollo en los alumnos, trayendo resultados muy positivos, además de una satisfacción personal y también como curso.

Al presentar un relato sobre su experiencia, la estudiante 4 (2023) se refiere a una de sus clases observadas, comentando que "la clase 1 comienza con los estudiantes respondiendo preguntas sobre su comprensión inicial del concepto de área. Luego, se presenta una definición formal […] y los estudiantes participan en una actividad para construir rectángulos con poliominós. […]". Luego, cuando ella realizó su clase, en un curso paralelo, partió entregando a los estudiantes los poliominós indicándoles que exploraron las piezas y construyeran rectángulos, registrando sus resultados. Con esto buscaba que "los estudiantes explorasen el concepto de área de forma independiente y desarrollar su propio conocimiento sobre el tema […] comprendiendo la unidad de medida de área". Además, pretendía desarrollar sus habilidades de deducción, argumentación y resolución de problemas a partir del análisis y la manipulación de materiales concretos.

PROYECCIONES

El trabajo de comunicar la experiencia de este curso nos ha abierto la necesidad de sistematizar los procesos formativos para evaluar lo exitosos (o no) que estas experiencias han sido. Además, se hace necesario ir explicitando los marcos teóricos utilizados tanto en el acompañamiento en la universidad como en la fundamentación didáctica que orienta las propuestas en los diseños de clase de nuestras estudiantes de manera de apuntar a un modelo formativo y que pueda ser establecido, coordinado, evaluado y mejorado para la formación del profesorado de educación básica mención matemáticas.

Referencias

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Chile. Ley N° 20.903. (2016, 1 de abril). *Crea el sistema de desarrollo profesional docente y modifica otras normas*. Diario Oficial de la República de Chile.

TRANSFORMACIÓN DIGITAL EN EL AULA DE MATEMÁTICA

Monika Dockendorff, Universidad Diego Portales

Abstract:

La integración de las tecnologías digitales en educación matemática se ha convertido en un requisito clave del ejercicio docente, alineado con estándares internacionales y nacionales. La literatura reporta que las tecnologías digitales favorecen la conexión entre diferentes registros de representación, el aprendizaje activo, la exploración y la formulación de conjeturas entre otros. La evidencia respalda que el uso efectivo de herramientas de simulación, como software de geometría dinámica, y la metodología de trabajo en parejas, ofrece mayores beneficios de aprendizaje. A la luz de este conocimiento, la red de colegios SIP desarrolló el Proyecto de Transformación Digital (2023-2024) para enriquecer la enseñanza, implementando aproximadamente 120 clases de matemática diseñadas de forma colaborativa usando el software dinámico GeoGebra para niveles entre 6to básico y I Medio en sus 17 colegios, incluyendo capacitación a los docentes. El uso de esta herramienta permitió el monitoreo del aprendizaje en tiempo real y promovió actividades del tipo «predecir-probar-explicar» por parte de los estudiantes. El proyecto concluyó que el manejo y gestión pedagógica de la tecnología digital fue adecuado en los momentos planificados de la clase; sin embargo, durante los momentos emergentes su uso se redujo. Este resultado refuerza la necesidad crítica de preparación y formación docente especializada, junto con acompañamiento continuo, para consolidar la integración efectiva de las tecnologías digitales en el aula.

Tecnologías digitales, educación matemática, transformación digital, formación docente

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, la integración de las tecnologías digitales (TD) en educación matemática se ha transformado en un aspecto clave de la formación de futuros profesores y docentes en ejercicio. La mayoría de los países cuenta con estándares de Formación Inicial Docente (FID) y un currículo escolar que promueve el uso de las TD para la enseñanza aprendizaje de la disciplina. Por ejemplo, los estándares para preparar docentes de matemática publicados por la *Asociación de Formadores de Profesores de Matemática* (AMTE) el año 2017, establecen que "los profesores noveles de matemáticas bien preparados dominan las herramientas y la tecnología diseñadas para apoyar el razonamiento matemático y la construcción de sentido, tanto al hacer matemáticas ellos mismos como al apoyar el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes" (AMTE, 2017, p.11). Chile no es una excepción y se suma a esta tendencia internacional que establece directrices en esta línea. Los nuevos estándares para la FID de secundaria en matemática (CPEIP, 2021) describen indicadores de desempeño esperados en diversos ámbitos disciplinarios, como los siguientes:

Índice

Números y álgebra: Diseña actividades de resolución colaborativa de problemas que integren herramientas digitales dinámicas para el análisis de funciones, para que sus estudiantes conecten las representaciones algebraicas y gráficas, usen parámetros y planteen generalizaciones.

Geometría: Fomenta el uso integrado de instrumentos de medición y trazado y de recursos digitales que permitan a sus estudiantes el tránsito entre lo estático y lo dinámico, promoviendo la formulación, prueba o refutación de conjeturas.

Probabilidades y estadística: Explora y describe el comportamiento de datos uni y bivariados, usando estadísticos, representaciones gráficas y tabulares y apoyándose con tecnologías, para el desarrollo de habilidades de análisis exploratorio de datos, propias del razonamiento estadístico.

Límites, derivadas e integrales: Modela fenómenos que involucran tasas de cambio instantáneo, maximización o minimización de funciones y utiliza medios digitales para verificarlos y comprenderlos.

Del análisis de estos indicadores altamente específicos, se desprenden los potenciales beneficios que se espera obtener del uso de TD en el aula de matemática, tanto desde una perspectiva didáctico-disciplinar (como la conexión entre múltiples registros de representación de objetos matemáticos (Duval, 2017)), como desde un enfoque más pedagógico, favoreciendo el aprendizaje activo a través de la exploración, descubrimiento y testeo de conjeturas (Dockendorff, 2020).

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

Debido a su naturaleza dinámica y visual, y a sus registros sincrónicos, la TD es especialmente adecuada y efectiva para trabajar las matemáticas. La evidencia muestra que la integración de las TD en educación matemática tiene el potencial de ser transformadora si se utiliza de forma efectiva. Hay varios factores mediadores relevantes que permiten explicar un mayor impacto positivo en los aprendizajes como lo son: el tipo de herramienta utilizada, nivel educativo, y formación docente entre otros (Hillmayr, 2020). De acuerdo con los resultados del metaanálisis de Hillmayr y colaboradores, los mayores beneficios de aprendizaje se obtienen cuando los estudiantes utilizan programas de simulación, como software de geometría dinámica o herramientas adaptativas, en lugar de programas de repetición y ejercitación. También se observan mejoras significativas cuando las TD se utilizan en parejas, cuando el aprendizaje cuenta con el apoyo de compañeros y profesores, y cuando se utiliza en niveles educativos superiores, en lugar de niveles inferiores. Por último, los efectos son significativamente mayores cuando los profesores reciben formación sobre la herramienta digital utilizada con foco en su integración pedagógica.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Durante los años 2023 y 2024 la red de colegios SIP, llevó a cabo el Proyecto de Transformación Digital que tenía por objetivo integrar pedagógicamente las TD buscando el "cambio y mejora continua que se produce al enriquecer los procesos de enseñanza y

Índice

aprendizaje con aquello que las tecnologías digitales pueden aportar". Este proyecto involucró las 4 troncales: matemática, lenguaje, historia y ciencias. El proyecto contempló, entre otras acciones, cuatro etapas clave:

1. la elaboración de un estado del arte sobre integración de tecnologías digitales en educación
2. un pilotaje de clases enriquecidas por tecnología durante el segundo semestre de 2023
3. capacitación docente durante el primer semestre de 2024
4. un escalamiento a toda la red de colegios durante el segundo semestre de 2024

La red de colegios SIP cuenta con coordinadores de innovación para cada una de las áreas del conocimiento, figuras de liderazgo intermedio encargadas del diseño, desarrollo e implementación de iniciativas innovadoras en las escuelas. Por la naturaleza de su rol, los coordinadores de innovación fueron clave para el desarrollo de esta iniciativa, su proyección y permanencia en el tiempo. Esta contribución describe sólo el caso de matemática. A la luz del conocimiento científico acumulado en el campo, las clases enriquecidas por tecnología se diseñaron colaborativamente[8] como lecciones de GeoGebra[9], donde se trabajó en parejas, para niveles entre 6to y I Medio, y con docentes capacitados en la herramienta y la secuencia didáctica.

RESULTADOS

Los resultados de este proyecto corresponden a los productos elaborados durante los años 2023 y 2024, donde se consideran las planificaciones de las clases enriquecidas por tecnología (incluidas las lecciones de GeoGebra), las implementaciones de dichas clases (aprox. 120[10]), las grabaciones de las clases modelo (confidenciales), la reflexión docente posterior, las retroalimentaciones y las réplicas. Los enlaces a las lecciones de GeoGebra de las 4 clases de matemática con uso de TD son:

Probabilidades 6to básico (OA 23 - conjetura experimento): GeoGebra - Dynamic Mathematics

Geometría 7° básico (OA 12 - construir objetos geométricos): GeoGebra - Dynamic Mathematics

Geometría 8° básico (OA 14 - comprender rotaciones…): GeoGebra - Dynamic Mathematics

Geometría I° medio (OA 08 - homotecia): GeoGebra - Dynamic Mathematics

A continuación, se observa la proyección de la pizarra de la clase de Homotecia (Figura 1), donde, gracias a la TD el docente puede acceder a una gran cantidad de información en tiempo real (respuestas de los estudiantes y acceso a su razonamiento), disponibles a través de la vista por tareas de la lección de GeoGebra. Las producciones de los estudiantes que se

[8] por la asesora externa del área, la coordinadora de innovación SIP y el/la docente modelo SIP
[9] software de geometría dinámico de libre acceso
[10] 4 clases implementadas en 17 colegios, en su mayoría con dos cursos paralelos (4x17x2≅120)

observan en la imagen se basan en la interacción con el applet dinámico de la lección (Figura 2), respondiendo a la consigna: *Mueve el deslizador. Observa y describe qué sucede con la figura de la casa.*

Figura 1

Proyección de respuestas de estudiantes

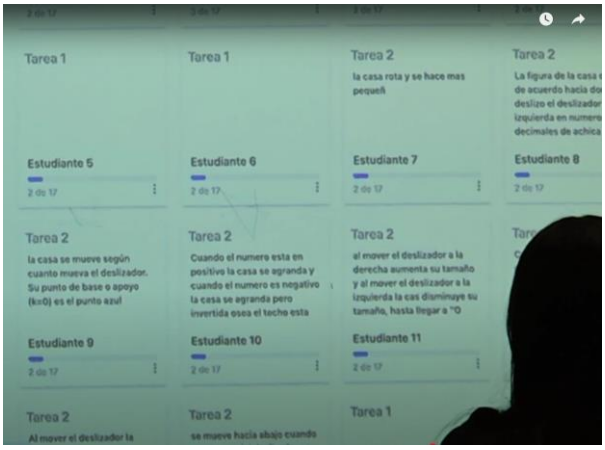
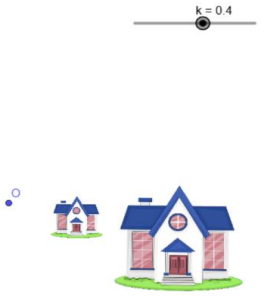


Figura 2

Applet dinámico lección "Homotecia"



Se advierte que el docente tiene los nombres de los estudiantes ocultos para favorecer su participación y confidencialidad. La gestión docente en ese momento involucra, entre otras cosas, la lectura rápida de las respuestas, la selección de una o dos de ellas para discutir con el grupo, abordar algún posible error, afinar lenguaje disciplinar, consensuar una respuesta lo más completa posible estableciendo una relación entre rangos de valores del deslizador y el tamaño, posición y orientación de la casa "imagen" (se apoya en el applet), conduciendo discusiones productivas con los estudiantes. Así, consolida el aprendizaje y continúa con las demás tareas de la lección. Según Tabach (2021), la tecnología viabiliza el monitoreo del aprendizaje del grupo curso y promueve actividades del tipo «predecir-probar-explicar», que favorecen el desarrollo de habilidades y el testeo de conjeturas del estudiantado. Plataformas

como GeoGebra, Desmos o Step permiten analizar las producciones de los alumnos, lo que requiere decidir qué paso dar a continuación para promover su pensamiento matemático. Esto constituye un reto inusual que exige a los docentes dominar la disciplina, así como adquirir competencias didácticas digitales especializadas.

CONCLUSIONES

En términos generales, uno de los resultados más notables del proyecto de Transformación Digital de la SIP es que el desempeño docente en cuanto al manejo de la herramienta digital y su gestión pedagógica fue efectivo en aquellos momentos en que estaba planificado y ensayado su uso (modelamiento inicial, uso de la TD por parte de los estudiantes para resolver la tarea, plenario docente, metacognición final, etc.), sin embargo, para los momentos emergentes de la clase (resolución de dudas o errores, ejemplificación de casos particulares, cambio de condiciones en el problema, entre otros) el uso de la TD se redujo a su mínima expresión, a pesar de lo pertinente que hubiese sido su aprovechamiento para los propósitos pedagógicos señalados. Lo anterior refuerza la importancia que tiene la preparación y formación docente en la integración efectiva de las TD y el necesario acompañamiento que requieren las y los docentes para consolidar su integración efectiva.

Referencias

Association of Mathematics Teacher Educators. (2017). *Standards for preparing teachers of mathematics*. http://amte.net/standards

Chile. Ministerio de Educación. Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP). (2021). *Estándares de la profesión docente: Carreras de pedagogía en matemática educación media*. Ministerio de Educación de Chile. https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/17598

Dockendorff, M. (2020). How can digital technology enhance mathematics teaching and learning? En *Examining multiple intelligences and digital technologies for enhanced learning opportunities* (pp. 216–243). IGI Global.

Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking: The registers of semiotic representations*. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9

Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers and Education*, *153*, 103897. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897

Tabach, M. (2021). Competencies for teaching mathematics in the digital era: Are we ready to characterize them? En M. Inprasitha, N. Changsri, & N. Boonsena (Eds.), *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 32–47). https://pme44.kku.ac.th/home/uploads/volumn/pme44_vol1.pdf

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UN GRUPO DE FUTUROS PROFESORES DESPLEGADO EN UNA TAREA DE CONSTRUCCIÓN EUCLIDIANA

Nicolás Vergara, Universidad de Valparaíso

Maximiliano Soto, Universidad de Valparaíso

Jeannette Galleguillos, Universidad de Valparaíso

Abstract:

Esta investigación se fundamenta en los bajos resultados obtenidos en el eje de geometría en la prueba ENDFID, así como de la distancia entre estos resultados y lo que plantea el Estándar disciplinario de Geometría de la Profesión Docente en Pedagogía en Matemáticas, en particular al estándar referido a la construcción euclidiana. El objetivo del estudio es comprender qué conocimiento especializado despliega un grupo de futuros profesores durante el desarrollo de una tarea basada en un problema de construcción euclidiana. Los participantes fueron un grupo de futuros profesores de matemáticas de una universidad chilena, quienes se enfrentaron a una tarea para la formación de profesores (TpF) que incluía resolver un problema y entregar retroalimentaciones a soluciones realizadas por estudiantes. El estudio se enmarca en una investigación cualitativa básica en que el análisis de las producciones escritas se ejecutó mediante el uso de del Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). Los Resultados de dos casos preliminares indican el despliegue del conocimiento especializado en los ámbitos del KoT y KPM.

Formación inicial de profesores, conocimiento especializado, futuros profesores, geometría, construcción euclidiana

INTRODUCCIÓN

Los profesores de matemáticas presentan resultados deficitarios en el eje de Geometría en la Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente (ENDFID). Diversos estudios han mostrado que, tanto en Pedagogía en Educación Básica como en Educación Media, los estudiantes en formación presentan importantes debilidades para comprender, enseñar y retroalimentar contenidos geométricos (Gaona et al., 2024; Ruiz et al., 2023). Estas dificultades también se extienden a profesores en ejercicio (Retamal et al., 2020), lo que refleja un problema estructural en la formación inicial docente. En particular, se observa que la mayoría de los estudios en educación se han centrado en contenidos algebraicos, quedando el área de geometría menos explorada.

Índice

Pocos estudios abordan la construcción geométrica con regla y compás, particularmente, Siñeriz (2002) encuentra diferentes elementos que se ponen juego al enseñar a resolver este tipo de problemas. Los problemas con regla y compás ofrecen la potencialidad de construir una o más soluciones en base a procedimientos de construcción conocidos y, considerando las debilidades en esta área se hace necesario comprender y fortalecer el conocimiento que los futuros profesores movilizan para resolver este tipo de problemas. Para ello, utilizamos el modelo del Conocimiento Especializado de Profesores de Matemáticas (MTSK) (Carrillo et al., 2018). Así, el objetivo de este trabajo es comprender qué conocimiento especializado despliega un grupo de futuros profesores en el desarrollo de un problema de construcción euclidiana.

REFERENTES TEÓRICOS

El modelo MTSK (Carrillo-Yañez et al., 2018) propone que el conocimiento de profesores de matemáticas es especializado y se organiza en dos dominios; el Conocimiento Matemático (MK) y el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK). Dentro del MK se encuentran subdominios como el Conocimiento de los Temas (KoT), el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM); y dentro del PCK se encuentran el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT) y el Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM), subdominios que se pretende movilizar en este estudio.

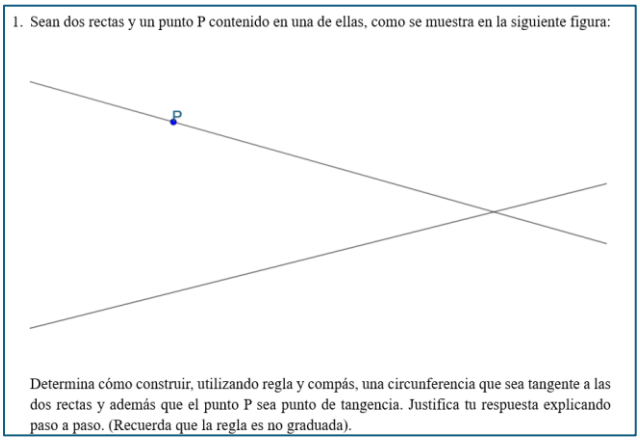
Una manera de contribuir al desarrollo del conocimiento es que (futuros) profesores se enfrenten a tareas que les permitan desarrollar sus conocimientos y comprendan otros caminos de resolución.

MÉTODO

La investigación se adopta por medio de un diseño de una investigación *cualitativa básica* (Merriam & Tisdell, 2016). Este tipo de investigación tiene como finalidad comprender un fenómeno mediante el entendimiento de cómo las personas otorgan sentido a sus experiencias. Los participantes reportados en este trabajo son dos futuros profesores de matemáticas que se encontraban en su último año de formación inicial en una universidad chilena, quienes desarrollaron una tarea para la formación de profesores (TpF) (Ribeiro, 2020) centrada en un problema de construcción euclidiana. La tarea se estructura en dos partes: la primera aborda la resolución individual de una tarea de construcción geométrica de regla y compás (Figura 1) y, la segunda (que no se presenta en este reporte) pide dar retroalimentaciones antes soluciones que tienen errores.

Figura 1

Problema de construcción geométrica



La implementación se llevó a cabo en una sesión compuesta de dos partes: una en que se aborda la resolución individual de la tarea por escrito y, la otra, en que se exponen y discuten brevemente las formas de resolución con todo el grupo curso. El análisis de las producciones, en proceso de desarrollo, considera las categorías del MTSK, específicamente las subcategorías del Conocimiento Matemático (MK).

RESULTADOS

Se presentan las soluciones de Frida (Figura 2) y Fernando (Figura 3). Frida aborda un procedimiento de resolución que consiste en construir la perpendicular a la recta que contiene al punto P y luego interceptarla con la bisectriz del ángulo generado por las dos rectas dadas; esta intersección se define como el centro de la circunferencia de radio OP. Esta resolución evidencia un KoT de procedimientos, demostrado en la correcta ejecución de la construcción de la perpendicular que pasa por un punto dado (KoT-PC1) y la construcción de la bisectriz (KoT-PC2). Asimismo, se vislumbra un KoT de propiedades en relación con la condición de tangencia, ya que el radio de una circunferencia es perpendicular a la recta tangente en el punto de tangencia (KoT-P1) (Moise, 1986, p. 126). Si bien Frida no enuncia esta propiedad fundamental para resolución de forma explícita, hace uso de esta para determinar el centro de la circunferencia.

Figura 2

Resolución de Frida

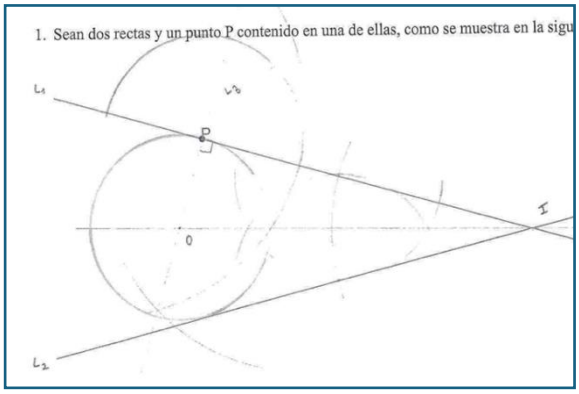
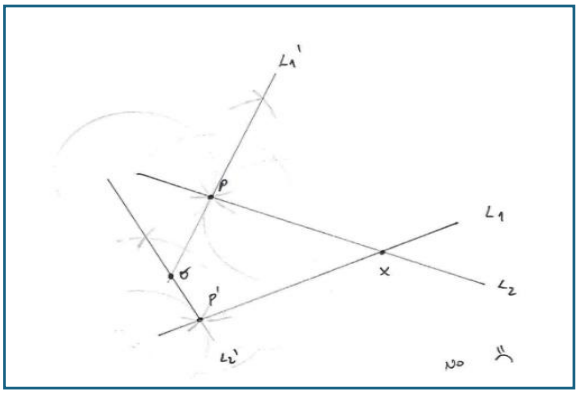


Figura 3

Resolución de Fernando



Fernando resuelve por medio de trazar el punto P', el cual equidista a P respecto a la intersección de las rectas iniciales para luego construir las perpendiculares que pasan por P y P' respectivamente e intersectarlas para definir el centro de la circunferencia de radio OP. El procedimiento de Fernando es correcto, aunque la representación visual parece no serlo. Al aplicar la propiedad de perpendicularidad, se despliega un KoT de propiedades (KoT-P1) vinculado a la condición de tangencia y al procedimiento de construcción de la perpendicular (KoT-PC1), además del conocimiento de que los puntos de tangencia deben equidistar del punto exterior (KoT-P2) (Moise, 1986, p. 454). Finalmente, Fernando despliega un conocimiento en el KPM, pues corrige su error inicial mediante trazos auxiliares realizados en su primera resolución (KPM-E1).

A continuación, se presenta una tabla con en los conocimientos develados en las resoluciones de ambos participantes:

Tabla 1

Resumen conocimientos especializados desplegados

Subdominio del MK	Categorías	Conocimiento develado	Frida	Fernando
KoT	Propiedades	**KoT-P1**: Conoce que el radio de una circunferencia es perpendicular a la recta tangente.	✓	✓
	Propiedades	**KoT-P2**: Conoce que los puntos de tangencia equidistan al punto exterior. (intersección de ambas rectas)		✓

Índice

	Procedimientos	**KoT-PC1**: Construye una recta perpendicular a partir de un punto contenido en una recta dada.	✓	✓
	Procedimientos	**KoT-PC2**: Construye la bisectriz del ángulo formado por dos rectas dadas.	✓	
KPM	Estrategias para resolver problemas	**KPM-E1**: Utiliza construcciones auxiliares para resolver el problema		✓

Nota. Elaboración propia

CONCLUSIONES

La resolución de este problema fue abordada por los participantes por medio de dos caminos de resolución diferentes: (1) por la construcción de la perpendicular - bisectriz (Frida), y (2) por la construcción la perpendicular en P - perpendicular en P' (Fernando). Los conocimientos desplegados apuntan a conocimientos del KoT relativos a la tangencia de una circunferencia, la perpendicular en punto de tangencia y la bisectriz entre las rectas. Además, ponemos en discusión que algunos de estos pasos fueron construidos con elementos auxiliares (estrategias para resolver problemas) del KPM.

Referencias

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Gaona, J., Miranda, D. G., Vergara, A., Ramírez, P., & Menares, R. (2024). Evaluación de estándares didácticos disciplinares de futuros profesores de Matemáticas en Chile. ¿Construyendo un profesorado endeudado? *Education Policy Analysis Archives*, *32*. https://doi.org/10.14507/epaa.32.7997

Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (4th ed.). Jossey-Bass.

Moise, E. E. (1986). *Geometría moderna* (F. Downs, M. García, J. Tola Pasquel, & E. Lluis Riera, Eds.). Addison-Wesley Iberoamericana.

Retamal Guzmán, I. G., Pino-Fan, L. R., & Arredondo, E. H. (2020). Paradojas didácticas observadas en la gestión de los teoremas de Euclides. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *34*(67), 651–677. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a15

Ribeiro, M. (2020). Discutindo o conhecimento especializado do formador de professores de e que ensinam matemática—Um exemplo focando tarefas para a formação. En A. Traldi, D. S. Tinti, &

R. M. Ribeiro (Eds.), *Formaçao de professores que ensinam matemática: Processos, desafios e articulações com a educação básica* (pp. 241–261). SBEM-SP.

Ruiz, N., Chandía, E., Rojas, D., Baeza, M., & Reyes, C. (2023). Perfiles de conocimiento matemático de estudiantes de pedagogía en educación básica para enseñar geometría. *Estudios Pedagógicos (Valdivia)*, *49*(1), 255–280. https://doi.org/10.4067/s0718-07052023000100255

Siñeriz, L. (2002). La enseñanza de la resolución de problemas de regla y compás. Del mundo de la pura resolución de problemas a la Escuela Media Argentina: Estudio de dos casos. *RELIME*, *1*, 79–101.

CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE FUTUROS DOCENTES SOBRE EL USO DE TABLAS DE CONTINGENCIA PARA EL ANÁLISIS DE DATOS

Cristian Labbé, Universidad de Valparaíso

Jeannette Galleguillos, Universidad de Valparaíso

Abstract:

Este trabajo se centra en el conocimiento especializado de profesores de matemáticas en el ámbito de la enseñanza de la estadística, considerando las necesidades de abordar esta temática. Se enfoca en el diseño de una tarea para formación de profesores cuyo eje principal es el análisis de datos mediante el uso de tablas de contingencia para el análisis de poblaciones. El objetivo de este estudio es comprender el conocimiento especializado de futuros profesores que desarrollan dicha tarea. La tarea involucra resolver un problema de análisis de datos estadísticos e identificar errores en producciones de estudiantes. Los datos fueron analizados según la categorización del modelo del conocimiento especializado de profesores de matemáticas (MTSK), específicamente en su extensión hacia la estadística–STSK. En este trabajo se analizan las producciones de Fabiola en la resolución del problema. Los resultados indican posibilidades de conocimientos desplegados en el KoT estadístico, KPS, KST y KFSL.

MTSK, STSK, conocimiento especializado de profesores de matemáticas, tablas de contingencia

INTRODUCCIÓN

El eje de probabilidad y estadística demanda que los estudiantes desarrollen habilidades de análisis de datos para que los estudiantes sean capaces no solamente de calcular resultados, sino también de analizarlos y conjeturarlos. Para ello es esencial que profesores sean capacitados de modo que interpreten las producciones y errores de sus estudiantes, que entreguen retroalimentaciones en cada clase y promuevan una mejora de los aprendizajes (Muñoz, 2020). En base a lo anterior, se destaca la necesidad de fortalecer la formación de profesores para comprender contenidos y enseñar estadística.

Este estudio se enfoca en el contenido de análisis de poblaciones de primero medio y, entre sus indicadores de evaluación, se requiere el análisis de datos por medio del uso de tablas de contingencia (MINEDUC, 2016). Para ello se utilizarán como modelos de análisis el conocimiento especializado en el ámbito de la estadística (STSK) (Vidal-Szabó y Estrella, 2023). Así, el objetivo de este estudio es determinar el conocimiento especializado de un grupo de futuros docentes ante una tarea basada en el uso de tablas de contingencia para el análisis de datos.

Índice

MARCO TEÓRICO

El modelo STSK corresponde a una extensión del modelo MTSK (Conocimiento Especializado de Profesores de Matemáticas) definido por Carrillo et al. (2018), pero enfocado en el área de la estadística, esclareciendo que se refiere a los conocimientos especializados de un profesor que enseña estadística. Este modelo, como lo señalan Vidal-Szabó y Estrella (2023), se basa en dos subdominios enfocados en estos conocimientos específicos, los cuales son: conocimientos estadísticos (SK) y conocimientos didácticos del contenido estadístico (PCK). Cada uno de estos subdominios poseen tres subdominios, los cuales tienes sus propias categorías. Se describen los subdominios el SK ya que estos son reportados en este trabajo.

Conocimiento estadístico (SK):

- Conocimiento de los temas estadísticos (KoT estadístico): Corresponde a conocer los contenidos estadísticos específicos que se deben enseñar y usar.
- Conocimiento de la estructura estadística (KSS): Corresponde a conocer cómo se relacionan y organizan los diferentes temas estadísticos entre sí.
- Conocimiento de la práctica estadística (KPS): Se basa en conocer cómo se hacen las estadísticas realmente.

MÉTODOS

El estudio se aborda como un diseño de investigación *cualitativa básica* (Merriam & Tisdell, 2016), el que consiste en estudiar un fenómeno por medio de los sujetos que experimentaron dicho fenómeno. En el estudio una futura profesora de matemáticas, llamada Fabiola (nombre ficticio) en su cuarto año de formación, desarrolló una tarea para la formación de profesores. La tarea, diseñada por el primer autor de este trabajo, contempla la resolución de una actividad de análisis de datos (tablas de doble entrada), similar a la presentada en Gea et al. (2020). El contexto del problema es "el uso distractivo del celular y el rendimiento de estudiantes de un curso", como se muestra en la Figura 1.

Figura 1

Cuerpo de la tarea diseñada (Elaboración del autor).

a) Visualizar el siguiente problema

Actividad. Un profesor de matemáticas entrevistó a sus 100 estudiantes de segundo medio, correspondiente a los paralelos a su cargo. En la entrevista hizo la siguiente pregunta: "¿Cuántas horas al día usas el celular para distraerte?". Con esta información, el profesor busca analizar si existe una relación entre el tiempo de uso del celular durante el día y el rendimiento académico, específicamente si los estudiantes aprueban o reprueban su materia. Para ello, agrupó a los estudiantes en tres categorías: uso del celular de menos de 4 horas, entre 4 a 8 horas y más de 8 horas. Donde se obtuvo que, entre los 42 alumnos que usan el celular menos de 4 horas, 2 reprobaron; también que entre los que usan el celular entre 4 a 8 horas, 21 aprobaron; mientras que, de los 27 alumnos que usan el celular más de 8 horas, solo 6 aprobaron. Construye una tabla de doble entrada con la información entregada y responde, de manera razonada, a las siguientes preguntas indicando el desarrollo utilizado en cada una:

1- ¿Cuántos alumnos aprobaron, al haber usado el celular por más de 4 horas?
2- ¿Cuántos alumnos utilizan el celular por menos de 8 horas?
3- ¿Cuántos alumnos reprobaron, habiendo usado el celular entre 4 a 8 horas?
4- ¿Cuál es el porcentaje de reprobación en general?

Índice

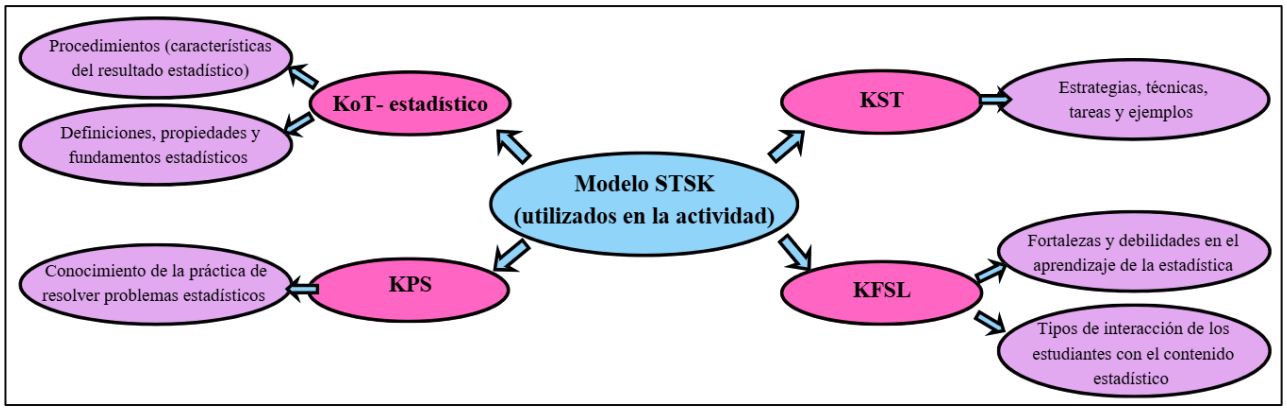
La actividad tiene la intencionalidad de movilizar el STSK de futuros profesores en las categorías que se muestran en la Figura 2.

Las categorías del KS que pueden ser movilizadas y reportadas en este trabajo son:

- KoT-estadístico (Procedimientos): que conozcan los procedimientos necesarios para la tarea y las justificaciones aplicadas.
- KoT-estadístico (Definiciones, propiedades y fundamentos estadísticos): que apliquen las propiedades y representaciones necesarias para la tarea.
- KPS (Conocimiento de la práctica de resolver problemas estadísticos): que mencionen el nivel de aplicación del proceso de la resolución de la tarea estadística en el aula.

Figura 2

Diagrama de subdominios del modelo STSK esperado en la tarea (Elaboración del autor).



RESULTADOS

Los resultados de Fabiola muestran en términos generales el desarrollo del problema desde la construcción de la tabla de doble entrada (Figura 3(a)) hasta la elaboración de las respuestas a las cinco preguntas planteadas (Figura 3(b)). Se observa que la futura profesora realizó procedimientos para llenar la tabla de doble entrada con los valores del enunciado del problema (llenado parcial de la tabla) [*KoT-p1*], y luego encontró los datos faltantes de dicha tabla para responder a cada una de las preguntas. En las primeras cuatro preguntas, Fabiola emplea los datos de la tabla mediante el uso de frecuencias absoluta, mientras que en la última aplica la proporcionalidad para poder determinar el porcentaje que se puede asociar al conocimiento de frecuencias relativas [*KoT-p2*].

Figura 3

Respuestas de Fabiola. Construcción de Tabla de doble entrada.

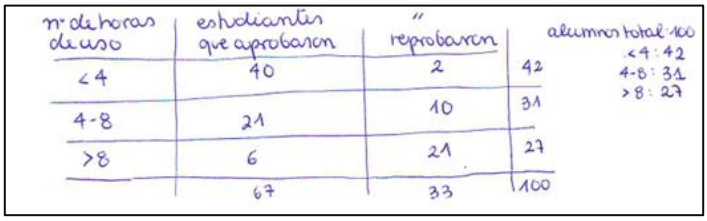
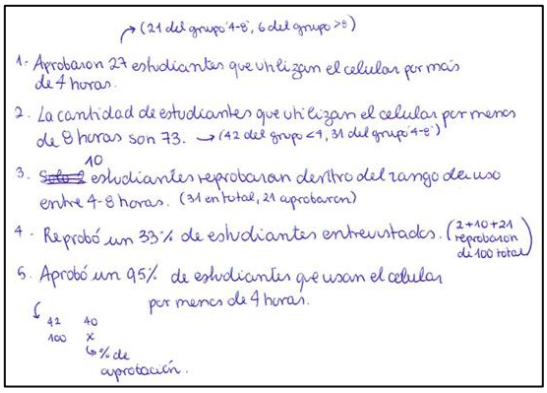


Figura 4

Respuestas de preguntas (Datos del estudio).



En este desarrollo se evidencia el uso de una representación tabular (Figura 3(a)), al construir correctamente la tabla de doble entrada, mostrando el conocimiento subyacente para obtener las frecuencias faltantes de la tabla [*KoT-d1*]. En la pregunta 4, ¿Cuál es el porcentaje de reprobación general?, Fabiola extrae datos de la tabla y aplica algoritmos para determinar los valores requeridos, en que se hacen presente los fundamentos de frecuencias acumulada y relativa [*KoT-d2*].

En base a un conjunto de procesos para resolver el problema, se intuyen los procesos de organizar, construir e interpretar datos [*KPS-rs1*]. En cuanto a *organizar* en las secciones de las respuestas, la participante organiza los datos en base al uso de frecuencias respecto a los datos requeridos "aprueban o reprueban" y "usan el celular menos de 4 horas, entre 4 a 8 horas y más de 8 horas", donde utiliza los valores del enunciado para así construir la tabla de doble entrada (organización de las filas). En cuanto a *construir*, Fabiola llenó la tabla en base a los datos que se extrajeron del enunciado del problema y, a seguir, completó los datos faltantes utilizando la noción de frecuencias acumuladas para así completar su construcción de la tabla. Finalmente, en cuanto a *interpretar*, los datos de la tabla fueron interpretados para entregar una respuesta para cada una de las preguntas planteadas en el problema. Los conocimientos desplegados por Fabiola se resumen en la Tabla1.

Tabla 1

Conocimientos desplegados por Fabiola (Elaboración del autor).

STSK subconjuntos	Categorización	Conocimientos desplegados
Conocimiento de los temas estadísticos **(KoT estadístico)**	Procedimientos (características del resultado estadístico)	KoT-p1: Conocimiento sobre la construcción de tabla de doble entrada.
		KoT-p2: Conocimiento de la noción de frecuencia absoluta y frecuencia relativa (porcentajes)
	Definiciones, propiedades y fundamentos estadísticos	KoT-d1: Utiliza la organización de los datos en una tabla para el uso de frecuencias.
		KoT-d2: Utiliza los fundamentos de frecuencia acumulada y relativa.
Conocimiento de la práctica estadística **(KPS)**	Conocimiento de la práctica de resolver problemas estadísticos	KPS-rs1: Procedimiento en la resolución de un problema en que se utilizan tablas de frecuencia de doble entrada (Organizar, construir e interpretar).

Nota. Elaboración propia

CONCLUSIONES

Los resultados apuntan a conocimientos en el KoT estadístico referentes a la construcción de una tabla de doble entrada a partir de datos del enunciado de un problema, en cuyo proceso se utilizan las nociones de frecuencia absoluta, relativa y acumulada. Junto con ello, se vislumbran procesos para organizar encabezados de la tabla y construir sus componentes, además de interpretar los datos para responder al problema. Estos procesos pueden ser parte de la práctica de resolver un problema que involucra el uso de una tabla de doble entrada (KPS), lo que se levanta para su discusión.

Referencias

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20(3)*, 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Gea, M. M., Gossa, A., Batanero, C., & Díaz-Pallauta, J. (2020). Construcción y lectura de la tabla de doble entrada por profesores de Educación Primaria en formación. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, 22*(1), 348–370. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i1p348-370

Merriam, S., & Tisdell, E. (2016). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (Fourth edition). Jossey-Bass.

Muñoz, M. (2020). Análisis de las prácticas declaradas de retroalimentación en Matemáticas, en el contexto de la evaluación, por docentes chilenos. *Perspectiva Educacional*, *59*(2), 111–135.

Vidal-Szabó, P., & Estrella, S. (2023). El modelo STSK: extensión del modelo MTSK a la estadística. En R. Delgado-Rebolledo & D. Zakaryan (Eds.), *VI Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 296–303). PUCV.

CONOCIMIENTO PARA LA ENSEÑANZA DE LÍMITES EN EDUCACIÓN MEDIA: UN ESTUDIO DE CASOS DESDE EL MODELO MTSK EN PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA

Daniel Román Guerra, Universidad Metropolitana de las Ciencias de la Educación

Gabriel Olmedo Llantén, Universidad Metropolitana de las Ciencias de la Educación

Noemí Pizarro, Universidad Metropolitana de las Ciencias de la Educación

Abstract:

Esta investigación estudia el conocimiento didáctico-disciplinar de profesores de matemáticas egresados y titulados de la UMCE en torno a la enseñanza del concepto de límite de una función, considerando como marco teórico el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK).Su propósito es caracterizar el conocimiento matemático y pedagógico que los docentes movilizan al abordar los conceptos de límite en la educación media, identificando tanto sus comprensiones disciplinares como las estrategias que utilizan para anticipar y responder las dificultades y los errores de los estudiantes. El estudio se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, con un diseño de estudio de caso instrumental, a partir de entrevistas semiestructuradas realizadas a seis participantes: tres profesores titulados y tres egresados, seleccionados mediante un muestreo intencionado. El análisis se estructuró en torno a tres subdominios del MTSK: Conocimiento de los Tópicos (KoT), Conocimiento del Proceso de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) y Conocimiento de las Matemáticas para la Enseñanza (KMT). Los resultados muestran que los participantes reconocen distintas formas de representar el límite (gráficas, algebraicas, tabulares y formales), aunque la definición epsilon–delta sigue siendo una de las principales dificultades. Asimismo, se observa una tendencia a privilegiar los procedimientos algorítmicos, con una menor presencia de estrategias orientadas a la reflexión conceptual y a la articulación entre representaciones. En conclusión, se plantea la necesidad de fortalecer la relación entre el conocimiento disciplinar y el didáctico en la formación de profesores, promoviendo experiencias de aprendizaje que favorezcan una comprensión más profunda del límite y el diseño de propuestas de enseñanza significativas en la educación media.

Límite, conocimiento del profesor, MTSK, formación inicial docente

INTRODUCCIÓN

El concepto de límite constituye uno de los pilares del cálculo y resulta esencial para comprender nociones como la continuidad, la derivada y la integral, tal como señala Wu (2020), quien lo reconoce como la base conceptual sobre la cual se construye el pensamiento

Índice

del cálculo. Sin embargo, su enseñanza y aprendizaje presentan una complejidad ampliamente reconocida en la literatura, debido al nivel de abstracción que implica y a la formalidad de su definición (Claros, 2016). Estas características generan dificultades tanto para los estudiantes como para los docentes, al requerir un tránsito entre distintas representaciones y niveles de formalización que no siempre se logran en el aula.

En el contexto chileno, la incorporación del electivo Límites, Derivadas e Integrales en tercero y cuarto medio ha reforzado la necesidad de contar con docentes capaces de articular el conocimiento disciplinar con estrategias didácticas que favorezcan una comprensión profunda (Mineduc, 2019). No obstante, investigaciones evidencian que predomina un enfoque algorítmico por sobre el conceptual (Alfaro & Fonseca, 2018), lo que limita la posibilidad de generar aprendizajes significativos.

De acuerdo con Rendón (2017), esta situación se relaciona con la formación inicial docente, en la que persisten prácticas tradicionales y escasos recursos didácticos que limitan la reflexión sobre el aprendizaje. En este contexto, el presente estudio tiene como objetivo caracterizar el conocimiento didáctico y disciplinar que poseen los estudiantes y titulados de Pedagogía en Matemática de la UMCE, utilizando el modelo MTSK, para la enseñanza del concepto de límite en el curso del plan diferenciado *Límites, Derivadas e Integrales* en educación media, con el fin de comprender cómo articulan el saber matemático con su práctica pedagógica.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

Este estudio se apoya en el modelo *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK) (Carrillo-Yáñez et al., 2018). Por la naturaleza del estudio y sus limitaciones de tiempo y alcance, sólo se consideraron tres dimensiones que se enfocan en el saber docente y sus estrategias de enseñanza para el aprendizaje.

Knowledge of Topics (KoT): refiere al dominio del contenido matemático, sus definiciones, propiedades, representaciones y vínculos con otros conceptos. En el caso del límite, esto implica manejar registros gráficos, algebraicos, tabulares y formales (Duval, 1993, 2023).

Knowledge of the Learning of Mathematics (KFLM): Corresponde al conocimiento del profesor sobre cómo aprenden los estudiantes y qué errores suelen cometer, como interpretar el límite como valor alcanzado o tener dificultades con la definición epsilon–delta, cuyo nivel de formalismo suele generar obstáculos en la comprensión (Claros, 2016).

***Knowledge of Mathematics for* Teaching (KMT):** Alude a la capacidad de diseñar ejemplos, preguntas y tareas que acerquen el saber matemático formal a la experiencia de los estudiantes, lo que supone que el profesor seleccione y adapte representaciones que favorezcan la comprensión (Hill et al., 2008).

El modelo MTSK resulta pertinente porque permite analizar la articulación entre conocimiento disciplinar y didáctico, ofreciendo un marco suficiente para comprender cómo los docentes enfrentan la enseñanza del concepto de límite.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

La investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, con diseño de estudio de casos múltiples. La muestra estuvo compuesta por seis participantes: tres docentes en formación y tres titulados en ejercicio, todos pertenecientes a la carrera de Pedagogía en Matemática de la UMCE. La selección fue intencional, privilegiando informantes con desempeño destacado en la línea de cálculo —como ayudantías, tutorías o trabajos de titulación relacionados— y garantizando que todos hubiesen aprobado la línea disciplinar y didáctica. Este criterio permitió contrastar perspectivas de distintos momentos del desarrollo profesional docente, favoreciendo la comprensión de continuidades y diferencias en torno al conocimiento didáctico-disciplinar del límite. El tamaño de la muestra se consideró adecuado para un estudio de casos, al priorizar la profundidad del análisis sobre la representatividad estadística, en coherencia con el objetivo del estudio.

Tabla 1

Características de la población informante

Entrevistado	Características de elección	Año ingreso / año titulado
T1	Ayudante de Cálculo en Varias Variables	2020 / 2024
T2	Ayudante de Cálculo Integral	2019 / 2024
T3	Realizó tesis en el tema; ningún curso de la línea cálculo reprobado	2019 / 2023
PF1	Tutor CAA; realizó tutorías de la línea	2020 / 2025
PF2	Ayudante de la línea de Cálculo	2020 / 2025
PF3	Tutor CAA; realizó tutorías de la línea de cálculo	2021 / 2025

Nota. Elaboración propia

El instrumento principal fue una entrevista semiestructurada de 20 preguntas, organizada en ejes sobre formación docente, comprensión del concepto y estrategias de enseñanza. Las entrevistas se registraron y transcribieron literalmente. El análisis siguió tres etapas: (i) transcripción y lectura inmersiva; (ii) codificación temática orientada por las categorías del MTSK; y (iii) análisis cruzado de casos para identificar tendencias comunes y divergencias

entre docentes en formación y titulados. Este procedimiento permitió caracterizar cómo el conocimiento disciplinar se materializa en decisiones pedagógicas.

RESULTADOS

El análisis de las entrevistas evidenció que los participantes reconocen distintas formas de representar el límite, aunque predominan las gráficas y algebraicas, mientras que la definición formal epsilon–delta sigue siendo una de las principales dificultades tanto en la comprensión personal como en la enseñanza (KoT). Esto coincide con Duval (1993), quien advierte que los registros semióticos implican distintos niveles de complejidad y no siempre son convertibles entre sí.

En relación con los ejemplos de aplicación, la mayoría no logró proponer situaciones vinculadas a la experiencia de los estudiantes (KMT); solo uno presentó un caso concreto, lo que confirma la escasa conexión entre el contenido formal y contextos cercanos, aspecto ya destacado por Hill et al. (2008).

Respecto al KFLM, los docentes anticipan errores frecuentes —como confundir el valor al que tiende una función con el valor alcanzado—, pero presentan dificultades para transformarlos en oportunidades de aprendizaje, lo que refleja las limitaciones señaladas por Claros (2016) sobre la necesidad de prever los obstáculos más comunes para orientar la comprensión.

Al preguntar directamente por las dificultades que implica la enseñanza del límite, un profesor titulado comentó:

Entrevistador: ¿Cuáles son las principales dificultades que usted identifica al enseñar el límite?

T1: Es muy difícil, demasiado abstracto… los límites funcionan con las funciones y te hacen acercarte a algo, pero es súper abstracto; la única forma en que lo aprendí fue con el plano cartesiano y números.

Por su parte, un profesor en formación señaló las debilidades de su preparación inicial:

Entrevistador: ¿Qué aspectos considera más complejos en su preparación para enseñar el límite?

PF3: La parte didáctica es la más difícil, ya que la parte matemática se puede volver a estudiar, pero en la UMCE no entregan herramientas didácticas para enseñar límites.

En conjunto, los datos muestran un panorama coherente: la enseñanza del límite se caracteriza por un predominio de procedimientos algorítmicos y representaciones gráficas, una escasa presencia de ejemplos contextualizados y limitaciones en la gestión del error como recurso didáctico.

CONCLUSIONES

Se observó que, en relación con el KoT, los profesores reconocen distintas representaciones del límite, aunque en su enseñanza predominan las formas gráficas y algebraicas. La

definición epsilon–delta continúa siendo un aspecto de difícil manejo, lo que refleja una comprensión parcial del contenido matemático y sus vínculos formales.

En cuanto al KFLM, se identificó que los docentes anticipan ciertos errores comunes —como confundir el valor del límite con el valor alcanzado—, pero presentan dificultades para utilizarlos como recurso didáctico o para generar instancias de reflexión conceptual.

Respecto al KMT, los resultados muestran un predominio de enfoques algorítmicos y escasa articulación de registros, con limitaciones en la elaboración de ejemplos o tareas que vinculen el contenido con la experiencia del estudiante. Estos hallazgos coinciden con lo planteado por Rendón (2017), al evidenciar la necesidad de fortalecer la integración entre conocimiento disciplinar y didáctico en la formación del profesorado, promoviendo estrategias más significativas para la enseñanza del límite en educación media.

Referencias

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236–253.

Claros, R., Carrillo, J., & Climent, N. (2016). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas y el uso de las representaciones. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 48*, 77–93.

Duval, R. (2006). Un análisis cognitivo de los problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. *Estudios Educativos en Matemáticas, 61*(1-2), 103–131.

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education, 39*(4), 372–400. https://doi.org/10.2307/40539304

Ministerio de Educación de Chile. (2019). *Programa de estudio: Plan común y diferenciados 3° y 4° medio. Matemática*. Santiago, Chile: MINEDUC.

Rendón Mayorga, C. G. (2017). *Diseño de tareas mediadas por la historia del concepto de límite dirigidas a la formación del profesor de Matemáticas* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional FUNES. http://hdl.handle.net/20.500.12209/9457

Wu, W. (2020). A definite explanation of the concept of limit in teaching. *Creative Education, 11*(12), 2832–2836.

Índice

O MODELO MTSK NA ELABORAÇÃO DE TAREFAS FORMATIVAS: CONCEITUALIZAÇÃO E APLICABILIDADE NO CONTEXTO DO MATEMÁTICA[2]

Débora Costa Cona, Faculdade SESI de Educação

Fernando Santos, Faculdade SESI de Educação

Gonzalo Espinoza-Vásquez, Universidad Alberto Hurtado

Adilson Dalben, Faculdade SESI de Educação

Abstract:

A formação de professores de Matemática tem sido marcada por desafios históricos e contemporâneos, entre os quais se destacam a fragmentação entre o conhecimento matemático e o conhecimento pedagógico do conteúdo, bem como a permanência de modelos formativos pouco alterados em sua essência. Nesse contexto, este artigo discute a formação de professores a partir da elaboração de tarefas formativas, analisando de que maneira os conhecimentos profissionais podem ser mobilizados para orientar a construção de propostas que fomentem o conhecimento especializado do professor de Matemática. O estudo descreve o contexto de um curso de especialização voltado a docentes dessa área, que tomou a conceitualização do Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK) como referência estruturante, explicitando o processo adotado na elaboração das tarefas. A discussão apresenta um exemplo de proposta desenvolvida, de resolução de operações em base 6, em que os professores puderam refletir sobre as dificuldades enfrentadas em comparação às dos alunos no sistema decimal. Os resultados apontam que o uso do MTSK contribuiu para explicitar a intencionalidade formativa, favorecendo a integração entre conhecimento matemático e conhecimento pedagógico, além de ampliar a consciência dos professores acerca dos obstáculos de aprendizagem enfrentados pelos estudantes. Por outro lado, evidenciaram-se limites relacionados à falta de familiaridade dos elaboradores com a estrutura conceitual do modelo, o que reforça a necessidade de um processo contínuo de estudo e aprofundamento.

Conhecimento especializado, formação de professores, elaboração das tarefas, tarefas formativas

INTRODUÇÃO

A formação de professores de Matemática enfrenta desafios históricos e atuais, entre os quais se destacam a fragmentação entre o conhecimento matemático e o pedagógico, que resulta em trajetórias formativas pouco integradas (Santos, 2024). Soma-se a isso a permanência de modelos de formação que, em grande medida, permanecem inalterados desde a criação dos

cursos de licenciatura, revelando uma ruptura histórica ainda não plenamente enfrentada pelas políticas educacionais (Gomes, 2016).

Nesse cenário, ganha destaque a elaboração de tarefas formativas como estratégia para articular teoria e prática, entendidas como um "conjunto de questões/situações elaboradas para serem respondidas e discutidas pelos professores em contexto de formação" (Ribeiro, 2021, p. 15). O objetivo deste artigo é analisar como tais tarefas, integradas a outros documentos formativos, funcionam como orientadoras para a reflexão docente em um curso de especialização, denominado Matemática², contribuindo para o debate sobre processos formativos que reconheçam a complexidade do conhecimento necessário ao ensino de Matemática.

REFERENCIAL TEÓRICO

Este trabalho adota o modelo *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK – Carrillo et al., 2018) que possui "um foco analítico com o objetivo de obter uma compreensão sobre o conhecimento do professor, especificamente os elementos que compõem esse conhecimento e as interações entre eles" (Carrilo et al., 2018, p. 239). Este modelo considera três grandes domínios: Conhecimento Matemático (MK), Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) e as crenças sobre a Matemática e seu ensino.

O MK é composto por Conhecimento dos Tópicos (KoT), associado ao conteúdo a ser ensinado com um nível de profundidade superior ao que será apresentado aos estudantes, Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM), associado ao conhecimento das relações entre diferentes tópicos, e Conhecimento da Prática em Matemática (KPM), associado ao conhecimento sobre como construir, explorar e comunicar conhecimento matemático.

O PCK considera o Conhecimento das Características da Aprendizagem da Matemática (KFLM), com foco no conteúdo matemático, como objeto de aprendizagem, o Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT), que está associado ao conhecimento das teorias de ensino, recursos materiais e virtuais, estratégias, técnicas, tarefas e exemplos, e o Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem da Matemática (KMLS), associado ao conhecimento de expectativas de aprendizagem, nível de desenvolvimento conceitual ou procedimental esperado, além de conhecimentos de sequenciação com temas anteriores e posteriores.

O terceiro domínio do MTSK corresponde às crenças sobre a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem. Embora reconhecidas na prática profissional docente, as crenças não constituem objeto de análise neste trabalho.

CONTEXTO E MÉTODO

O Matemática² é um curso voltado à formação continuada de professores de matemática. Seu propósito é promover o desenvolvimento profissional docente, alinhado às demandas da rede

pública paulista. Cada encontro formativo é estruturado a partir de um conjunto de documentos. A Tarefa Preliminar funciona como preparação para o encontro seguinte, direcionando a uma reflexão individual. A Folha de Tarefa para o Aluno é utilizada como atividade inicial, podendo ser replicada na Educação Básica. A Folha de Tarefa articula-se a Folha de Tarefa para o Aluno, favorecendo o desenvolvimento do conhecimento especializado. A Folha de Informação sintetiza os fundamentos teóricos necessários às tarefas, subsidiando conceitualmente as demais atividades. Por fim, a Tarefa Complementar oferece leituras que não puderam ser exploradas no tempo do encontro.

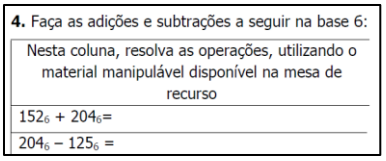
A proposta formativa fundamenta-se na dupla docência, que integra o trabalho do Formador Docente e do Formador Articulador, assegurando acompanhamento contínuo. O trabalho em grupos heterogêneos (Cohen & Lotan, 2017) promove cooperação e diversidade de perspectivas, enquanto o modelo MTSK (Carrillo et al., 2018) fornece a base conceitual para a elaboração dos documentos formativos. Articulam-se ainda a Metodologia de Resolução de Problemas (Onuchic, 1999) e o Planejamento Reverso (Wiggins & McTighe, 2019), que orientam a organização das tarefas a partir dos objetivos de aprendizagem. Por fim, a formação docente dialógica (Soligo, 2015) sustenta a construção coletiva de saberes, ancorada na interação, na escuta e na reflexão crítica.

ELABORAÇÃO DAS TAREFAS FORMATIVAS A PARTIR DO MTSK

Na elaboração das tarefas formativas, buscou-se explicitar de que maneira os diferentes subdomínios do MTSK podem ser mobilizados nas propostas. Destacamos a seguir um exemplo de tarefa.

Figura 1

Tarefa com operações na base 6 – Folha de Tarefa para o Aluno



4. Faça as adições e subtrações a seguir na base 6:

Nesta coluna, resolva as operações, utilizando o material manipulável disponível na mesa de recurso
$152_6 + 204_6 =$
$204_6 - 125_6 =$

Uma das evidências do conhecimento especializado que pode emergir é conhecer que trabalhar com a base 6 exige utilizar apenas seis algarismos para representar os números. Além disso, torna-se necessário identificar as semelhanças com o sistema decimal, como processos de agrupamento, trocas realizadas e valor posicional atribuído a cada algarismo. Essa tarefa formativa pressupõe a mobilização do Conhecimento do Tópico (KoT), por exigir compreensão conceitual do Sistema de Numeração em diferentes bases.

Figura 2

Questão 8 – Folha de Tarefa

8. Se os alunos da Educação Básica tivessem que responder às questões contidas na folha de informação FI01, eles apresentariam as mesmas dificuldades que vocês tiveram? Por quê? Eles teriam outras dificuldades? Quais? Produzam um quadro síntese para estas quatro perguntas.

Com esse questionamento, espera-se que o cursista reflita e dialogue sobre as possíveis dificuldades de aprendizagem que seus alunos podem apresentar no uso do algoritmo das operações de adição e subtração. A exploração de diferentes bases numéricas como recurso favorece um entendimento mais aprofundado desses processos. Essa discussão, implica na mobilização do Conhecimento das Características da Aprendizagem Matemática (KFLM), ao relacionar as dificuldades vivenciadas pelos professores com aquelas enfrentadas pelos estudantes.

Além disso, ao propor uma discussão coletiva espera-se que o Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM) seja mobilizado ao articular a lógica subjacente aos diferentes Sistemas de Numeração e sua relação com a base decimal.

RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise da elaboração das tarefas formativas mostrou que o modelo MTSK se revelou um referencial potente para orientar documentos formativos, favorecendo a integração entre o conhecimento matemático e o conhecimento pedagógico. A intencionalidade na escolha dos domínios e subdomínios mobilizados contribuiu para superar a fragmentação recorrente nos processos formativos e ampliar a consciência dos professores sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos, especialmente em situações desafiadoras, como o trabalho com diferentes bases numéricas. Contudo, uma limitação observada foi a falta de familiaridade dos elaboradores com o MTSK, o que levou à ênfase em aspectos mais imediatos do KoT, em detrimento de outros subdomínios. Esse cenário indica que a incorporação efetiva do modelo exige não apenas seu uso instrumental, mas um processo contínuo de formação dos próprios formadores, ampliando e aprofundando a compreensão sobre a complexidade do conhecimento especializado necessário ao ensino de Matemática.

A discussão evidenciou que o modelo MTSK constitui um referencial teórico consistente para orientar a elaboração de tarefas na formação de professores de Matemática, favorecendo a integração entre conhecimento matemático e conhecimento pedagógico e superando a fragmentação recorrente nos processos formativos. Para trabalhos futuros, destaca-se a necessidade de aprofundar a apropriação do modelo pelos formadores e investigar como sua aplicação continuada pode qualificar as propostas formativas, bem como ampliar estudos em diferentes tópicos matemáticos.

Índice

Referências

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, L. C., Contreras, A., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Cohen, E. G., & Lotan, R. A. (2017). *Planejando o trabalho em grupo: Estratégias para a sala de aula heterogênea* (3ª ed.). Teachers College Press.

Gomes, M. L. M. (2016). Desafios da formação docente na Licenciatura em Matemática. *Perspectivas da Educação Matemática, 9*(21), 11–28. https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2886

Onuchic, L. R. (1999). Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. En M. A. V. Bicudo (Ed.), *Pesquisa em educação matemática: Concepções e perspectivas* (pp. 199–218). Editora UNESP.

Ribeiro, M., Almeida, A., & Mellone, M. (2021). Conceitualizando tarefas formativas para desenvolver as especificidades do conhecimento interpretativo e especializado do professor. *Perspectivas da Educação Matemática, 14*(35), 1–32. https://doi.org/10.46312/pem.v14i35.13263

Santos, D. M. A. de A. P. dos. (2024). A Formação didático-pedagógica do docente de matemática. *Práticas Educativas, Memórias E Oralidades - Rev. Pemo*, 6, e10819. https://doi.org/10.47149/pemo.v6.e10819

Soligo, R. (2015). Metodologias dialógicas de formação. *Fala Outra Escola, 7*, 1–19.

Wiggins, G., & McTighe, J. (2019). *Planejamento para a compreensão: Alinhando currículo, avaliação e ensino por meio do planejamento reverso* (S. M. M. da Rosa, Trad.; 2.ª ed. ampliada, B. B. Born & A. S. Boccia, Rev. téc.). Penso.

CARACTERIZACIÓN DEL *NOTICING* DOCENTE SOBRE LA ARGUMENTACIÓN MATEMÁTICA EN ESPACIOS FORMATIVOS MEDIADOS POR VIDEOS: UN ESTUDIO CUALITATIVO

Bárbara Catalina Mira Abarca, Pontificia Universidad Católica de Chile

Abstract:

Este estudio analiza el desarrollo del noticing docente vinculado a la argumentación matemática en contextos de formación profesional mediados por videos. Desde un enfoque cualitativo, se busca comprender cómo los docentes identifican e interpretan prácticas pedagógicas y participaciones estudiantiles relacionadas con la construcción de argumentos matemáticos. La investigación se llevó a cabo con un grupo de docentes de matemática en formación continua que participaron en espacios guiados por profesores líderes, donde se promovió el análisis reflexivo de clases reales grabadas. La información se obtuvo a través de entrevistas semiestructuradas aplicadas al finalizar las sesiones y se analizó mediante codificación temática y una rúbrica validada para evaluar las dimensiones de identificación e interpretación del noticing. Los resultados evidencian un mayor desarrollo en la capacidad de identificar elementos relevantes de la práctica, como el uso de preguntas abiertas y la gestión de la participación estudiantil. Sin embargo, la dimensión interpretativa presenta un nivel de avance menor, lo que sugiere la necesidad de fortalecer la capacidad docente para vincular observaciones con fundamentos pedagógicos. Se concluye que el análisis de videos, mediado por acompañamiento experto, constituye una herramienta potente para fomentar la reflexión profesional y promover un noticing más profundo y analítico en torno a la argumentación matemática.

Noticing docente, argumentación matemática, desarrollo profesional, educación matemática, formación docente

INTRODUCCIÓN

El desarrollo profesional docente ha evolucionado hacia enfoques que promueven una mirada más profunda sobre la práctica educativa. En este marco, el *noticing* o atención profesional docente se presenta como una competencia clave para interpretar fenómenos del aula e intervenir pedagógicamente (Sherin et al., 2011; Llinares, 2013). Su relevancia es aún mayor en un contexto educativo como el chileno, donde el currículo escolar promueve el desarrollo de competencias como la argumentación matemática, que requieren una comprensión situada y sensible del discurso estudiantil.

Este estudio forma parte de un proyecto mayor centrado en el uso de videos de clases reales como herramienta formativa, en el cual docentes de matemáticas reflexionan sobre situaciones argumentativas mediadas por profesores líderes. La investigación se propone

Índice

caracterizar el *noticing* profesional en torno a la argumentación, considerando los desafíos que enfrentan los docentes para interpretar situaciones pedagógicas y responder con decisiones didácticas fundamentadas.

MARCO TEÓRICO

Noticing docente

El *noticing* se define como la capacidad de identificar, interpretar y actuar sobre fenómenos pedagógicos relevantes. Inicialmente centrado en el pensamiento del estudiante (van Es y Sherin, 2009), ha evolucionado hacia una mirada más integral, que incluye la gestión docente, las dinámicas grupales y el contenido matemático (König et al., 2022). Amador y Weston (2024) distinguen entre un *noticing* cotidiano, más intuitivo, y un *noticing* profesional, mediado por marcos teóricos y formación sistemática.

Este estudio se enfoca en las dos primeras dimensiones del *noticing:* identificación de prácticas docentes y participaciones estudiantiles, e interpretación de su valor pedagógico y argumentativo.

Argumentación matemática

Argumentar en matemáticas implica justificar ideas, confrontar perspectivas y construir conocimiento de forma colectiva (Solar & Deulofeu, 2016). Desde la perspectiva de Toulmin (1958), un argumento se estructura en datos, garantías, conclusiones, respaldos y refutadores. Esta mirada permite evaluar no solo la validez lógica, sino también la calidad del discurso en el aula.

El trabajo con tareas abiertas, preguntas desafiantes y validación del error son elementos clave para fomentar la argumentación. El *noticing* permite al docente detectar estas oportunidades y sostener el intercambio discursivo, especialmente en contextos de aprendizaje colectivo.

La articulación entre *noticing* y argumentación es especialmente relevante, ya que ambas competencias comparten una naturaleza interpretativa y reflexiva. Mientras el *noticing* permite al docente percibir y dar sentido a las interacciones del aula, la argumentación ofrece un marco para valorar la calidad de esas interacciones desde el punto de vista del razonamiento matemático. Esta relación sugiere que fortalecer la capacidad de los docentes para "notar" procesos argumentativos en tiempo real puede traducirse en prácticas más intencionadas y en un discurso matemático más rico en el aula.

Profesores líderes

Los profesores líderes cumplen un rol de mediadores epistemológicos, acompañando a sus colegas en la interpretación pedagógica de situaciones de aula (Goizueta & Solar, 2019). A través del análisis colaborativo de videos, diseñan preguntas que movilizan el noticing profesional, favoreciendo una reflexión más profunda sobre la práctica.

METODOLOGÍA

Este estudio se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, orientado a la comprensión e interpretación de las respuestas docentes frente a situaciones pedagógicas. El diseño metodológico consideró el análisis de información recolectada mediante entrevistas semiestructuradas, aplicadas después de un proceso formativo en el que los participantes observaron registros audiovisuales de clases reales.

La muestra estuvo compuesta por docentes de matemática en formación continua, quienes participaron voluntariamente en el estudio. El contexto formativo incluyó espacios guiados por profesores líderes, con foco en el análisis de prácticas de aula vinculadas a la argumentación matemática.

Se utilizaron dos instrumentos principales. Por un lado, una guía de entrevista orientada a activar procesos de identificación e interpretación de fenómenos pedagógicos. Por otro lado, una rúbrica previamente validada permitió evaluar las respuestas en función de niveles de desarrollo en dos dimensiones del noticing: identificación e interpretación.

El análisis se realizó en dos fases. En una primera etapa se codificaron las respuestas docentes para reconocer indicadores asociados a las dimensiones del marco teórico. Posteriormente, se aplicó la rúbrica analítica con el fin de categorizar las respuestas según niveles de desarrollo previamente definidos. Los datos fueron organizados en matrices que permitieron visualizar patrones y contrastar desempeños. Este procedimiento favoreció la triangulación entre análisis cualitativo e interpretación evaluativa, fortaleciendo la validez de los resultados obtenidos.

RESULTADOS

La Tabla 1 presenta una síntesis de los niveles de desarrollo del *noticing* alcanzados por el grupo de docentes, organizados según las dimensiones analizadas.

Tabla 1

Distribución de niveles de desarrollo del noticing en las respuestas docentes por pregunta del instrumento

Docente	Gestión Docente (1.A y 1.B)		Gestión de la refutación (2.A y 2.B)		Argumentación de los y las estudiantes (3.A y 3.B)		Contenido matemático estudiantes (4.A y 4.B)	
Carola	4	2	3	3	2	2	4	3
Nora	3	2	2	1	3	2	1	1
Malilyn	3	3	3	1	4	2	2	1
Matilde	4	3	4	3	4	3	4	4
Rosa	4	3	4	3	4	3	3	3
Paola	3	2	3	3	3	3	3	2
Igor	3	3	4	3	3	3	3	3
Solange	3	3	3	3	2	3	2	2

Nota. Elaboración propia

Los docentes mostraron un buen desarrollo en la identificación de prácticas pedagógicas, reconociendo aspectos como el tipo de preguntas del profesorado, las estrategias para fomentar la participación y el diálogo entre estudiantes. Se evidenció atención a acciones vinculadas con la argumentación matemática, como el uso de preguntas abiertas, la gestión del error y el monitoreo sin validación inmediata. En esta línea, Carola destaca que la profesora *"monitorea los trabajos en grupo sin validar respuestas"* y que, ante discrepancias entre estudiantes, *"no se involucra directamente, sino que gestiona preguntas",* promoviendo así la autonomía y el diálogo.

En contraste con la dimensión anterior, las respuestas en torno a la interpretación de la gestión docente fueron más limitadas. Si bien se identificaron acciones relevantes, muchos participantes no lograron establecer vínculos claros entre esas acciones y principios pedagógicos más amplios. Las interpretaciones tendieron a mantenerse en un plano descriptivo, con escasa profundización sobre los propósitos formativos de las decisiones docentes observadas. Esta dificultad sugiere que el desarrollo de una mirada interpretativa requiere herramientas conceptuales más robustas y espacios formativos que favorezcan la reflexión teórica fundamentada. En esta línea, Nora, en la pregunta 1B, señala que la

profesora "hace preguntas para que los estudiantes vayan argumentando y comunicando lo que están entendiendo". Aunque identifica una práctica relevante, no profundiza en su propósito ni la vincula con principios pedagógicos más amplios, como el desarrollo del pensamiento crítico o la autonomía intelectual, manteniendo su análisis en un nivel principalmente descriptivo.

En cuanto a la observación de prácticas estudiantiles, los docentes identificaron con precisión aspectos del discurso y comportamiento matemático de los estudiantes, como el uso de argumentos, las estrategias de resolución y la participación en discusiones colectivas. Las respuestas evidenciaron atención tanto al contenido matemático como a la manera en que los estudiantes justificaban sus ideas, aunque con diferencias en profundidad según cada participante.

Un ejemplo de identificación precisa lo ofrece Nora en la pregunta 3A, al señalar que "*el 100% de la clase [...] argumenta sus estrategias, sabe que está trabajando con estrategias, entonces está como segura de responder*", reconociendo así el foco del discurso y la confianza del alumnado.

Por otro lado, la interpretación del discurso estudiantil representó un desafío mayor. Si bien se destacaron elementos relevantes, las explicaciones sobre su sentido pedagógico fueron en general superficiales. Solo algunas respuestas lograron inferir procesos cognitivos o valorar el contenido argumentativo de las intervenciones.

En esta línea, Carola, en la pregunta 4B, ofrece una lectura más profunda al describir cómo los estudiantes "transitan por una situación realista [...] consideran cuánta cantidad les serviría [...] y luego cuánto es el valor que necesitan". Sin embargo, no todos alcanzaron este nivel interpretativo, manteniéndose muchos en descripciones generales sin explicitar los razonamientos o conceptos matemáticos implicados.

CONCLUSIONES

El estudio revela que el *noticing* docente se manifiesta principalmente en el plano descriptivo: los participantes reconocen prácticas pedagógicas y participaciones estudiantiles, pero presentan dificultades para interpretarlas pedagógicamente. Esto refuerza lo planteado por Llinares (2013), quien sugiere que interpretar requiere marcos conceptuales sólidos, más allá de la experiencia.

El uso de videos, mediado por profesores líderes, se muestra como una estrategia potente para activar el *noticing* profesional, aunque se requiere mayor trabajo en la dimensión interpretativa. Se recomienda fortalecer la formación docente integrando herramientas como la rúbrica analítica y el modelo de Toulmin.

A partir de estos resultados, se destaca la importancia de diseñar programas de formación docente que integren explícitamente la observación analítica de la práctica como componente estructural. Incorporar el *noticing* como eje transversal en el desarrollo profesional podría favorecer una enseñanza más reflexiva y una comprensión más profunda del aprendizaje matemático de los estudiantes, contribuyendo así al fortalecimiento de la educación matemática desde una perspectiva situada y colaborativa.

REFERENCIAS

Amador, J. M., y Weston, T. L. (2024). A review of analytic frameworks for noticing in mathematics and science: Comparing noticing frameworks across disciplines and over time. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1–22.

Goizueta, M., & Solar, H. (2019). Relaciones entre la argumentación en el aula de matemáticas y la mirada profesional del profesor. En R. Olfos, E. Ramos, & D. Zakaryan (Eds.), *Aportes a la práctica docente desde la didáctica de la matemática* (pp. 241–280). Graó.

König, J., Santagata, R., Scheiner, T., Adleff, A. K., Yang, X., & Kaiser, G. (2022). Teacher noticing: A systematic literature review of conceptualizations, research designs, and findings on learning to notice. *Educational Research Review, 36*, 100453.

Llinares, S. (2013). El desarrollo de la competencia docente "mirar profesionalmente" la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Educar em Revista*, (49).

Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, R. A. (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge.

Solar, H., & Deulofeu, J. (2016). Refutar y argumentar en el aula de matemáticas: Análisis didáctico y proyecciones formativas. *Revista de Educación Matemática*, *31*(2), 75–100.

Toulmin, S. E. (1958). *The uses of argument*. Cambridge University Press.

JUEGOS DE MESA COMO ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO DE LA SUBITIZACIÓN EN EDUCACIÓN PARVULARIA

Catalina Beatriz López Portuguez, Universidad de Chile
Paulina Serri Cares, Universidad Finis Terrae, CIPEF

Abstract:

La presente comunicación breve da cuenta de una investigación sobre el impacto de los juegos de mesa en el desarrollo de la subitización en niñas y niños de 4 a 5 años en un jardín infantil. A partir de un estudio de caso con enfoque mixto concurrente se observaron durante tres semanas las interacciones de seis participantes con dos juegos: Ludo y Universo. El análisis combinó registros cualitativos de las estrategias empleadas y un conteo de frecuencias de subitización perceptual, subitización conceptual y conteo verbal. Los resultados muestran que, en la primera semana, un 60 % de las interacciones se resolvían mediante subitización perceptual y un 50 % mediante conteo verbal, mientras que la subitización conceptual aparecía solo en un 10 %. En la segunda semana, la subitización perceptual aumentó al 75 %, el conteo verbal descendió al 40 % y la subitización conceptual alcanzó un 20 %. Para la tercera semana, la subitización perceptual disminuyó ligeramente al 65 %, pero la subitización conceptual creció hasta el 30 %, mientras que el conteo verbal se redujo al 35 %. Estos hallazgos evidencian que la exposición sistemática al juego favorece la transición desde estrategias de conteo hacia formas de reconocimiento numérico más eficientes y estructuradas. Se concluye que los juegos de mesa constituyen una estrategia didáctica eficaz para fortalecer el sentido numérico y la comprensión de patrones en la educación parvularia.

Subitización; juegos de mesa; educación parvularia; aprendizaje numérico; habilidades matemáticas

INTRODUCCIÓN

El desarrollo del sentido numérico en la infancia se sustenta en una sensibilidad innata para percibir y comparar cantidades, que se manifiesta desde los primeros meses de vida (Antell & Keating, 1983). La subitización, entendida como el reconocimiento inmediato de pequeñas colecciones sin contar, constituye una habilidad clave para la comprensión de la cardinalidad y del razonamiento matemático (Clements, 1999). Investigaciones como las de Starkey y Cooper (1995) y Sarama y Clements (2009) han mostrado que los niños pueden subitizar hasta cuatro elementos de forma perceptiva, pero que el desarrollo hacia niveles conceptuales requiere experiencias que promuevan el tránsito del reconocimiento intuitivo hacia la descomposición y recomposición de cantidades.

Índice

La presente investigación parte de la pregunta: ¿Cómo incide la interacción con juegos de mesa en la evolución de las estrategias de subitización en niños y niñas de 4 a 5 años? Los juegos de mesa constituyen contextos ricos para la exploración numérica, combinando azar, reglas y representación simbólica. Su incorporación en el aula favorece la comparación de cantidades, el reconocimiento de patrones y la anticipación de resultados (Gairín & Fernández, 2015), promoviendo el uso natural de estrategias de conteo y subitización. El objetivo de este estudio consistió en analizar la evolución de las estrategias de subitización durante la interacción con juegos de regla en un contexto educativo formal para discutir su potencial en la enseñanza temprana de las matemáticas

MARCO TEÓRICO

Diversas teorías señalan que la sensibilidad numérica es un rasgo evolutivo presente en humanos y otros animales (Antell & Keating, 1983; Dehaene et al., 2004). En educación infantil se reconoce que el aprendizaje de los números y la aritmética surge de experiencias culturales y sociales (Nunes, 2003). La subitización se clasifica en dos tipos: perceptual y conceptual. La primera alude al reconocimiento inmediato de pequeñas cantidades (generalmente hasta cuatro o cinco elementos) mediante patrones visuales; la segunda implica la descomposición rápida de una cantidad en subconjuntos para estimar cantidades mayores y exige una comprensión más profunda de las relaciones numéricas (Clements & Sarama, 2009, 2020). A diferencia de la estimación, que se basa en inferencias aproximadas, la subitización permite el reconocimiento exacto y rápido de conjuntos pequeños (Mandler & Shebo, 1982).

Diversos estudios han contribuido a la comprensión de este proceso. Kaufman et al. (1949) demostraron que la discriminación visual numérica es una capacidad temprana, mientras que Olivers y Watson (2008) evidenciaron la importancia de la atención visual para su desarrollo. En el ámbito educativo, investigaciones recientes destacan que el uso de juegos facilita la transición entre la subitización perceptual y la conceptual, al permitir la exploración de patrones estables y configuraciones repetitivas (González Peralta et al., 2014). Así, los juegos de mesa se posicionan como herramientas pedagógicas eficaces para fortalecer la estructura del pensamiento numérico en edades tempranas.

MARCO METODOLÓGICO

Se adoptó un diseño de estudio de caso con enfoque mixto concurrente (Creswell & Plano Clark, 2017). La muestra estuvo formada por seis niños y niñas de 4 a 5 años de un jardín infantil, seleccionados mediante muestreo intencional. Durante tres semanas consecutivas, los participantes asistieron a dos sesiones semanales de juego de aproximadamente 20 minutos cada una, en las que se utilizaron los juegos Ludo y Universo. Ambos juegos implican desplazarse por un tablero mediante el lanzamiento de un dado de seis caras y

permiten aplicar tanto la subitización como el conteo. La recolección de datos se realizó mediante observación no participativa, notas de campo y grabación en vídeo. Para el análisis cuantitativo se clasificaron las interacciones en tres categorías de estrategias: subitización perceptual, subitización conceptual y conteo verbal. Se calculó la frecuencia relativa de cada estrategia en las tres semanas. En el análisis cualitativo se codificaron fragmentos de vídeo y descripciones de comportamientos según cinco niveles, desde el conteo verbal hasta la subitización conceptual con verificación, lo que permitió caracterizar la progresión en la comprensión numérica.

RESULTADOS

Al inicio del estudio, la mayoría de las interacciones se resolvía mediante subitización perceptual: el 60 % de los movimientos implicaba reconocer directamente la cantidad mostrada por el dado. La subitización conceptual apenas se observó (10 %), mientras que el conteo verbal fue empleado en la mitad de los casos. En la segunda semana se produjo un incremento significativo de la subitización perceptual (75%) y una reducción del conteo verbal (40%), lo que indica un primer desplazamiento hacia estrategias más eficientes. En la tercera semana la subitización perceptual disminuyó ligeramente (65%), pero la subitización conceptual se elevó a un 30%, evidenciando que algunos niños comenzaron a agrupar mentalmente los puntos del dado para reconocer números mayores sin contar. Paralelamente, el conteo verbal continuó descendiendo hasta el 35%.

El análisis de categorías mostró que los participantes transitaron desde estrategias iniciales de conteo secuencial hacia una fase de transición en la que combinaban subitización y conteo para verificar resultados, hasta alcanzar estrategias avanzadas de subitización conceptual. Estos cambios sugieren que la exposición repetida a los juegos no solo automatizó el reconocimiento de cantidades pequeñas, sino que también fomentó la capacidad de organizar y descomponer conjuntos para anticipar resultados.

CONCLUSIONES

Los hallazgos confirman que los juegos de mesa constituyen una estrategia didáctica eficaz para promover la subitización y el sentido numérico en la educación parvularia. La interacción lúdica permitió que las niñas y los niños progresaran desde el conteo verbal hacia la subitización perceptual y, finalmente, hacia formas de subitización conceptual, reduciendo la necesidad de contar uno a uno y aumentando la flexibilidad en el reconocimiento de cantidades. Este proceso se traduce en una comprensión más profunda de las relaciones numéricas y promotora de habilidades matemáticas fundamentales; como el reconocimiento de patrones, correspondencia uno a uno, conteo con significado, cardinalidad, composición y descomposición numérica. Proporcionando una base sólida para el aprendizaje posterior de la aritmética.

Se recomienda a docentes y formadores incluir de manera sistemática juegos de tablero que involucren dados y patrones numéricos en sus prácticas, así como propiciar espacios de reflexión donde los alumnos discutan las estrategias utilizadas. Entre las limitaciones de este estudio destacan el tamaño reducido de la muestra y la duración acotada de la intervención; futuras investigaciones podrían explorar la eficacia de distintos tipos de juegos y ampliar la diversidad de participantes. No obstante, la evidencia recogida subraya que el juego es un recurso poderoso para hacer visibles relaciones numéricas y fomentar el pensamiento matemático desde edades tempranas.

Referencias

Antell, S., & Keating, D. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development, 54*(3), 695–701. https://doi.org/10.2307/1130057

Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach.* Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203883745

Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach* (2nd ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780429401498

Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2017). *Designing and conducting mixed methods research* (3rd ed.). SAGE Publications.

Gairín, J., & Fernández, J. (2015). Enseñar matemáticas con recursos de ajedrez. *Tendencias Pedagógicas, 15*(1), 57–90. https://doi.org/10.15366/tp

González Peralta, R., López, A., & Ramos, J. (2014). El juego como recurso para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Educación Matemática, 26*(3), 23–39.

Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkmann, J. (1949). The discrimination of visual number. *American Journal of Psychology, 62*(4), 498–535. https://doi.org/10.2307/1418556

Mandler, G., & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General, 111*(1), 1–22. https://doi.org/10.1037/0096-3445.111.1.1

Nunes, T., & Bryant, P. (2003). *Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño* (6.ª ed.). Siglo XXI de España Editores.

Olivers, C., & Watson, D. (2008). Subitizing requires attention. *Visual Cognition, 16*(4), 439–462. https://doi.org/10.1080/13506280701638611

Sarama, J., & Clements, D. H. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad: El enfoque de las trayectorias de aprendizaje.* Learning Tools LLC.

Starkey, P., & Cooper, R. (1995). El desarrollo de la subitización en niños pequeños. *British Journal of Developmental Psychology, 13*(4), 399–420. https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.1995.tb00688.x

PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA DE ADICIÓN DE FRACCIONES

Cecilia Rodríguez, Universidad Alberto Hurtado
Isis Farias, Universidad Alberto Hurtado
Macarena Valenzuela, Universidad Alberto Hurtado

Abstract:

Esta investigación aborda una problemática relevante en la enseñanza de las matemáticas en educación básica: las dificultades que presentan los estudiantes al sumar fracciones con distinto denominador. A partir de la observación y análisis realizado durante la práctica en el curso de quinto básico en el colegio Guardiamarina Ernesto Riquelme, se evidencio que uno de los errores más comunes es la aplicación errónea del algoritmo de la suma, donde los alumnos suman numeradores y denominadores como si fuese una adición de números naturales. Esto contrasta con el procedimiento correcto, donde es necesario utilizar algún algoritmo, como lo sería el "método de la mariposa" o el uso de mínimo común múltiplo (MCM), entre otros. Luego de observar las respuestas de los estudiantes, se analizan los tipos de errores y se presentan los resultados realizados en la toma de una aplicación diagnóstica. Finalmente, se propone como acción pedagógica el uso de representaciones concretas y visuales, esto con el objetivo de mejorar la comprensión del algoritmo, debido a la probabilidad de que el error de este ocurra a raíz de que los estudiantes no logran ver el sentido del uso del algoritmo. Los antecedentes teóricos y prácticos que explican las causas de estas dificultades, destacando la importancia de una secuencia didáctica que esté adecuada, la cual comience con situaciones concretas y representaciones visuales, esto con la intención de que los estudiantes comprendan el cómo, porqué y para qué realizan un procedimiento matemático, y esto es importante que se comprenda antes de pasar a la simbolización.

Adición de fracciones, dificultades, representaciones, didáctica, algoritmo.

INTRODUCCIÓN

En el presente estudio se abordan las dificultades que enfrentan los estudiantes de educación básica al sumar fracciones con distinto denominador. Este problema surge debido a que, en los primeros años escolares, los alumnos se acostumbran a operar con números naturales de forma directa, lo que es opuesta al procedimiento fraccionario, donde es necesario buscar un denominador común, transformar fracciones equivalentes y luego sumar los numeradores. Este cambio genera confusión, inseguridad y errores frecuentes. Entre los métodos que se enseñan en el aula destacan el método de la mariposa y el mínimo común múltiplo, ambos con el fin de encontrar un mismo denominador. Sin embargo, muchos estudiantes confunden este proceso con la suma de números enteros y creen que también deben sumar los denominadores, lo que evidencia una comprensión incompleta del concepto de fracción. Esta

Índice

problemática no solo afecta la resolución de ejercicios, sino que también limita el desarrollo de una comprensión más profunda y significativa en el área de las matemáticas.

ANTECEDENTES

Los estudiantes suelen presentar dificultades al sumar fracciones con distinto denominador, ya que aplican el mismo procedimiento usado con números naturales. Esto se debe a una enseñanza que prioriza los símbolos y los algoritmos, dejando de lado la construcción del significado. Como señala Armando Pérez Santis (1997)

> Para la mayoría de los niños representa un gran problema comprender el significado del algoritmo, porque no existe una secuencia en el proceso de adquisición de los contenidos escolares, como se plantea en el programa escolar donde se menciona que se debe iniciar con situaciones 'de reparto', para llegar posteriormente a la representación y no a la inversa como comúnmente el maestro enseña las fracciones. (p. 4)

En relación con lo anterior, la enseñanza de la suma de fracciones centrada en lo simbólico, sin apoyo concreto o visual, genera en los estudiantes una comprensión superficial. Ya que tienden a memorizar reglas sin entender su sentido, lo que provoca errores y confusiones, especialmente si no se trabaja el concepto de fracción como parte de un todo. Como explican Llinares y Sánchez (1988)

> Si el niño está manejando reglas sin ningún sentido para él, resulta bastante natural que, a lo largo del tiempo, deje de utilizarlas y las sustituya por otros procedimientos más 'naturales' o que olviden o modifiquen algún paso en el algoritmo, convirtiéndolo así en un procedimiento erróneo (p. 132).

En la misma línea, Salas Martínez et al. (s.f.) señalan que cuando la comprensión de las fracciones se basa solo en el modelo simbólico, se dificulta la comprensión de las relaciones matemáticas implícitas que sustentan el algoritmo (p. 617).

MARCO TEÓRICO

La enseñanza de la suma de fracciones con distinto denominador requiere una transposición didáctica, que permita convertir el conocimiento matemático formal en aprendizajes significativos para los estudiantes. La fracción puede interpretarse como parte-todo, cociente, razón, operador o número, y cada una de estas interpretaciones demanda representaciones distintas. Uno de los principales errores que se observan es el aplicar el algoritmo de suma de números naturales en la suma de numeradores y denominadores sin considerar la necesidad de un denominador común. Esta dificultad suele originarse en una enseñanza centrada en lo simbólico y no desde lo concreto.

Los métodos más usados para sumar fracciones con distinto denominador son el "método mariposa" y el uso del mínimo común múltiplo (MCM), ambos orientados a obtener a obtener fracciones equivalentes con igual denominador. Para aplicar estos métodos correctamente,

los estudiantes deben comprender el concepto de fracción equivalente y esto puede ser con uso de material concreto o visual.

Este análisis se centra en las dificultades que enfrentan los estudiantes al sumar o restar fracciones con diferente denominador. El problema surge porque suelen aplicar el método de suma utilizado en números naturales, sin comprender el cambio conceptual que implica operar fracciones. Esto genera confusiones al emplear procedimientos como el "método mariposa" o el cálculo del mínimo común múltiplo.

METODOLOGÍA

Los investigadores en este estudio realizan una investigación que busca resultados cualitativos, para realizar dicha acción, se dispusieron a crear un test, el cual solo contenía dos ejercicios de suma de fracciones. Se aplicó dicho test al comienzo de clase en el curso de quinto básico del Colegio Guardiamarina. El objetivo fue analizar los errores y procedimientos utilizados por los diferentes estudiantes al sumar fracciones con distinto denominador. El test consistió en un desafío:"Resuelve la siguiente suma: $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}$ y esta operación tenía el indicador de "Puedes usar dibujos o el método que prefieras". Este test permite identificar las estrategias y métodos utilizados, evidenciando que la enseñanza de este concepto no se ha logrado integrar del todo. Los resultados se categorizaron y analizaron según errores conceptuales y procedimentales.

ANÁLISIS

Los resultados del test mostraron distintos tipos de errores en las respuestas de los estudiantes, lo cual evidencia una dificultad generalizada en la comprensión y manejo del concepto de fracción y su operatoria. A partir de este análisis, se identificaron las siguientes categorías:

Tabla 1
Categorías de Respuestas

Categoría	Subcategoría	Indicadores
Respuestas incorrectas	Utiliza representación gráfica	Utiliza representación gráfica en forma de barra y sombrea la parte correspondiente.
	Cálculo mental	Escribe solo el resultado.
	Suma como números enteros	Suma para el lado, utilizando el algoritmo como si fueran números naturales y lo deja como fracción.
No completa el	No responde	El estudiante responde que no sabe cómo se realiza la

Índice

procedimiento	operación de fracciones presentadas.

Nota. Elaboración propia

RESULTADOS

Desafío : $\frac{1}{2} + \frac{2}{4}$

Siendo 21 respuestas el 100%, los resultados del desafío indican que la utilización de representación gráfica es de un 14,29% (3 estudiante); Cálculo mental 19,05% (7 estudiante); Suma de manera lineal utilizando el algoritmo como números enteros 47,62% (10 estudiante); responde "nose" un 4,76% (1 estudiante).

Indicador 1: Utiliza representación gráfica para las fracciones

El estudiante dibujó dos rectángulos, que parecen representar la idea de un "todo". El primer rectángulo está dividido en dos partes y una de ellas está sombreada. Esto parece ser la representación visual de la fracción $\frac{1}{2}$. El segundo rectángulo está dividido en cuatro partes y dos de ellas están sombreadas. Esto representa la fracción $\frac{2}{4}$. Por otro lado, arriba de los dibujos, el estudiante escribió:$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} = 3$

En este momento se evidencia la necesidad de detenerse y dialogar con el estudiante, para así poder comprender su procedimiento. Al sumar solo los numeradores y omitir los denominadores, se evidencia que desconoce el algoritmo de la suma de fracciones.

Indicador 2: Cálculo mental

En este caso, el estudiante parece haber combinado la suma de números naturales con la de fracciones, sumando numeradores y denominadores por separado, siendo 1 + 2 = 3 y 2 + 4 = 6, luego de ello realiza la suma de los resultados, obteniendo 9 como respuesta. También podría haber sumado todos los números sin un orden lógico utilizando cálculo mental.

Indicador 3: Suma como números enteros las fracciones

En este caso, el estudiante parece haber realizado una operación que combina elementos de la suma y la multiplicación de fracciones, o bien pudo haberse confundido al aplicar el algoritmo de los números naturales en lugar del correspondiente a las fracciones. Lo ideal habría sido preguntarle al estudiante cómo realizó el procedimiento, para así comprender el origen de su error; sin embargo, esto no se realizó, debido a que era un test anónimo que solo buscaba recolectar resultados.

Suma de numeradores: Sumó correctamente los numeradores: 1 + 2 = 3. Este es el "3" en el numerador de su respuesta.

Suma de denominadores: Sumó los denominadores: 2 + 4 = 6. Este es el "6" en el denominador de su respuesta.

Este modo de sumar fracciones no es el correcto, ya que para realizar la suma de manera correcta, es fundamental que ambas fracciones tengan el mismo denominador, lo que implica que el "todo" esté dividido en partes equivalentes.

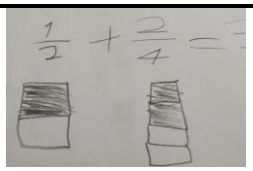
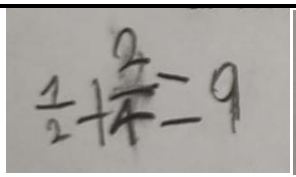
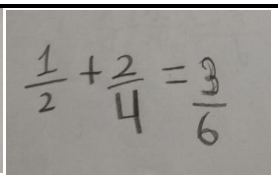
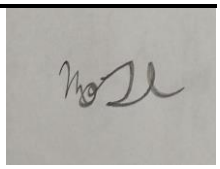
Índice

Indicador 4: no responde

En este caso, el estudiante parece no poder realizar la operación, lo que podría deberse a que no comprende en su totalidad el concepto o posee una idea equivocada de este.

Tabla 2

Respuestas y clasificación de Indicadores.

Test	Indicador 1	Indicador 2	Indicador 3	Indicador 4
1. $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}$				

Nota. Elaboración propia

CONCLUSIONES

En conclusión, este estudio evidenció que los estudiantes de quinto básico presentan grandes dificultades al sumar fracciones, ya que ninguno de los 21 logró la respuesta correcta, demostrando una comprensión incompleta del concepto y operatoria. Algunos utilizaron gráficos o tablas, otros aplicaron mal las reglas, sumando numeradores y denominadores, de este modo reflejando su confusión. Estos resultados coinciden con lo expuesto por los autores, los cuales señalan: la enseñanza centrada en lo simbólico, sin apoyos concretos ni visuales, limita la construcción del significado. Por ello, es necesario revisar las estrategias de enseñanza para promover una comprensión profunda y significativa, que permita entender el sentido de los procesos y no solo memorizar algoritmos.

Bibliografía

Salas Martínez, J. M., Cucunubá Toledo, J., Pastor Pastor, L. A., & Guerrero, N. F. (s.f.). *Propuesta para la enseñanza de la suma de fracciones desde la representación gráfica.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. https://core.ac.uk/download/pdf/33251521.pdf.

Pérez, A. (1997*). Resolución de problemas que impliquen suma de fracciones* [Tesis de licenciatura, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional UPN. http://rixplora.upn.mx/jspui/bitstream/RIUPN/180354/1/154524.pdf

Índice

OBSTÁCULOS EN LA MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES PRESENTES EN ESTUDIANTES DE QUINTO AÑO BÁSICO

Daniela Carrasco Castillo, Universidad Alberto Hurtado

Macarena Valenzuela Molina, Universidad Alberto Hurtado

Abstract:

El aprendizaje de las fracciones constituye uno de los desafíos más complejos en la educación matemática, particularmente lo que respecta a la multiplicación. Este estudio analiza las dificultades conceptuales y procedimentales que enfrentan estudiantes de quinto año básico al resolver operaciones de multiplicación entre números enteros y fracciones. La investigación se desarrolló con 25 estudiantes de un establecimiento de la comuna de La Florida, mediante un test diagnóstico diseñado para identificar patrones de error. Los resultados evidenciaron que un muy bajo porcentaje de los estudiantes respondió correctamente, mientras que la gran mayoría presentó errores recurrentes, tales como multiplicar el natural por el numerador y el denominador de la fracción, confundir la multiplicación con la adición, entre otros. A partir de este análisis, los errores se clasifican como manifestaciones de distintos tipos de obstáculos: ontogenéticos (limitaciones propias de la etapa cognitiva), epistemológicos (ideas previas inadecuadas) y didácticos (dificultades debido a la forma que se enseña el contenido). El estudio concluye que el rol docente es clave para atender estas dificultades de manera consciente, reconociendo su origen y significado. En este sentido, se enfatiza en que los errores no deben ser vistos sólo como fallos, sino como indicadores de obstáculos que ofrecen oportunidades para mejorar la enseñanza, fortalecer la comprensión de los estudiantes y promover aprendizajes significativos en torno a las fracciones.

Fracciones, multiplicación, obstáculos, enseñanza, aprendizaje.

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de las fracciones constituye uno de los desafíos más complejos en la educación matemática. La transición desde los números naturales hacia los racionales implica romper con concepciones previas, lo que genera dificultades persistentes en los estudiantes (Zapata, 2009). Particularmente, la multiplicación de un número entero por una fracción suele confundirse con otras operaciones, fenómeno conocido como sesgo del número natural (Ni & Zhou, 2005).

Este estudio busca caracterizar los errores más frecuentes en estudiantes de quinto año básico al resolver multiplicaciones entre números enteros y fracciones, y analizar dichos errores en base a los obstáculos epistemológicos, ontogenéticos y didácticos descritos por Brousseau (1983).

Índice

ANTECEDENTES

El estudio de las fracciones ha sido ampliamente reconocido como uno de los temas más complejos dentro de la educación matemática. Diversas investigaciones muestran que estas dificultades no se limitan a la operatoria, sino, además, están vinculadas con las concepciones previas que tienen los estudiantes respecto a los números naturales. Ni y Zhou (2005) describieron este fenómeno como sesgo del número natural, que consiste en aplicar a las fracciones las mismas propiedades que se aplican a los números enteros. Por otro lado, Zapata (2014) y Fernández et al. (2019) logran evidenciar que los estudiantes suelen mecanizar algoritmos sin una comprensión conceptual sólida. Esto se traduce en errores recurrentes, como confundir la multiplicación con la suma o no reconocer que la fracción representa un único número.

MARCO DE REFERENCIA

Para comprender las dificultades en el aprendizaje de la multiplicación de fracciones, este estudio se apoya en la teoría de los obstáculos de aprendizaje de Brousseau (1983). Un obstáculo se entiende como un conocimiento previo que resulta válido en cierto contexto, pero se vuelve inadecuado cuando se enfrenta a nuevas situaciones (Andrade, 2011). Brousseau clasifica los obstáculos en tres tipos:

- **Obstáculos ontogenéticos:** Corresponden a limitaciones propias del desarrollo cognitivo.
- **Obstáculos epistemológicos:** Provienen de concepciones previas válidas en los números naturales pero inadecuadas en racionales, en el contexto de este estudio.
- **Obstáculos didácticos:** Tienen su origen en la enseñanza del contenido.

METODOLOGÍA

El presente estudio se enmarcó en un diseño cualitativo descriptivo, con el fin de caracterizar las dificultades que manifiestan los estudiantes. Se trabajó con una muestra intencional de 25 estudiantes de quinto año básico de un colegio de la comuna de La Florida, donde existe diversidad de niveles de desempeño en la asignatura de matemáticas. Se diseñó un test diagnóstico breve con tres preguntas, que fue aplicado durante una sesión de 20 minutos:

1. $\frac{3}{4} \; x \; \frac{2}{5}$ 2. $2 \; x \; \frac{3}{5}$ 3. $\frac{2}{3} \; x \; \frac{6}{2}$

En esta oportunidad, se analizaron las respuestas obtenidas en el ejercicio número 2, ya que, evidenció ser el más complejo para los estudiantes, concentrando la mayor cantidad de errores.

Índice

ANÁLISIS

A continuación, se presentan las categorías de respuestas obtenidas a partir del test realizado:

Tabla 1

Categorías obtenidas a partir del test

Categoría	Subcategoría	Indicadores	Cantidad
Respuesta correcta	Procedimiento completo	Escribe el procedimiento completo.	0
	Cálculo mental	Escribe sólo la respuesta	2
Respuestas erradas	Procedimiento incorrecto	Multiplica el entero por el numerador y el denominador de la fracción.	8
		Multiplica el entero por el numerador y el denominador de la fracción y los suma entre ellos	6
		Suma el entero con el numerador y el denominador de la fracción.	4
	No responde	No responde	5

Nota. Elaboración propia

En base al análisis de los resultados obtenidos ante la operación $2\,x\frac{3}{5}$, se observa una tendencia significativa en la presencia de errores conceptuales y procedimentales al enfrentar las multiplicaciones de fracciones con números enteros.

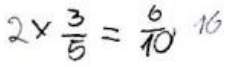
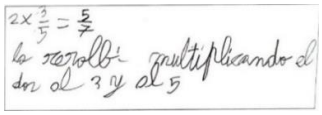
De un total de 25 respuestas analizadas, sólo 2 estudiantes (8%) lograron responder correctamente, donde podemos inferir que obtuvieron los resultados mediante cálculo mental, escribiendo únicamente la respuesta correcta sin mostrar procedimiento alguno, lo que podría demostrar un dominio del contenido, o bien, que se haya realizado al azar y se trate de simplemente un acierto.

Índice

Por otro lado, el 92% de las respuestas (23 estudiantes) fueron incorrectas, con diversas manifestaciones de error.

Tabla 2

Ejemplos de respuestas incorrectas

Caso A	Caso B	Caso C
Multiplica el entero por el numerador y el denominador de la fracción. 8 estudiantes. (32%)	Multiplica el entero por el numerador y suma el resultado con el denominador. 6 estudiantes (24%)	Suma el entero con el numerador y el denominador de la fracción. 4 estudiantes (16%)
		

Nota. Elaboración propia

DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos muestran que la mayoría de los estudiantes presenta errores al multiplicar un número entero por una fracción, lo cual se puede interpretar desde la teoría de los obstáculos de aprendizaje de Brousseau (1983).

En primer lugar, los obstáculos ontogenéticos se evidencian en la dificultad de algunos estudiantes para concebir la fracción como un número único y para comprender el significado de una fracción impropia. Estas limitaciones pueden estar relacionadas con la etapa cognitiva en la que se encuentran, donde aún requieren de apoyo concreto y representaciones visuales.

En cuanto a los obstáculos epistemológicos, se observan con fuerza en errores como multiplicar numerador y denominador por el entero o suponer que la multiplicación siempre genera un número mayor. Estas concepciones se vinculan con propiedades de los números naturales, pero resultan inadecuadas en el contexto de los racionales. La persistencia de estas ideas confirma lo señalado por Ni y Zhou (2005) respecto al sesgo del número natural.

Por último, los obstáculos didácticos también parecen presentes debido a la alta frecuencia de errores comunes que sugiere que la enseñanza que estos estudiantes recibieron pudo haber enfatizado la aplicación mecánica de algoritmos sin profundizar en el significado conceptual de la operación. La ausencia de representaciones variadas y la conexión con contextos significativos podría haber limitado la comprensión de los estudiantes.

En este sentido, el análisis de errores cobra relevancia no sólo como diagnóstico, sino como una oportunidad para orientar la práctica docente. Reconocer qué obstáculos están detrás de

los errores permite diseñar estrategias más efectivas, dirigidas a superar concepciones erróneas, acompañar los procesos cognitivos de los estudiantes y mejorar las condiciones de la enseñanza.

CONCLUSIONES

Mejorar la enseñanza de la multiplicación de fracciones pasa por reconocer el error como un aliado del proceso educativo. Cada uno de los errores señala un obstáculo que deber ser abordado. El docente, como mediador del aprendizaje, tiene la responsabilidad de identificar estos obstáculos y desarrollar estrategias para superarlos junto a sus estudiantes.

Una enseñanza adaptada a las dificultades de los estudiantes podrá mejorar sustancialmente la comprensión de las fracciones, convirtiéndolo así, en una oportunidad para el desarrollo del pensamiento matemático. El desafío de multiplicar fracciones puede transformarse en una ocasión para que los estudiantes logren construir nuevo conocimiento y los docentes puedan enriquecer su práctica pedagógica, evitando en lo posible los obstáculos didácticos y guiando a los estudiantes a superar los obstáculos epistemológicos y ontogenéticos propios de este contenido.

Referencias

Andrade, C. (2011). Obstáculos didácticos en el aprendizaje de la matemática y la formación de docentes. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 24*, 999–1007.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 4*(2), 165–198.

Fernández, C., González-Forte, J. M., Van Hoof, J., & Van Dooren, W. (2019). Estudio cualitativo de los razonamientos de los estudiantes de primaria y secundaria sobre la magnitud de las fracciones. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano & Á. Alsina (Eds.), *Investigación en educación matemática XXIII* (pp. 363–372). SEIEM.

González-Forte, J. M., & Fernández, C. (2024). Razonamientos de estudiantes en tareas de comparación, ordenación y representación de fracciones y números decimales. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 18*(2). https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.27218

Ni, Y., & Zhou, Y. (2005). Teaching and learning fractions and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist, 40*(1), 27–52. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4001_3

Zapata, L. (2009). Cómo abordar la multiplicación y división de fracciones. *Éthos Educativo, 45*, 223–234.

APRENDIZAJES MATEMÁTICOS EN NIVELES HETEROGÉNEOS EN EDUCACIÓN PARVULARIA. CASO EN SALA CUNA: ¿CUÁN POSIBLE ES GENERAR APRENDIZAJES PARA TODOS?

José Miguel Meza, Universidad Academia de Humanismo Cristiano

Eddie Campos, Fundación Ciclo Infantil

Abstract:

La enseñanza y el aprendizaje en educación matemática temprana integran al menos aspectos propios del ciclo vital y de los conocimientos matemáticos correspondientes a dicha edad. En este contexto, la implementación de experiencias de aprendizaje con grupos heterogéneos involucra considerar no solo los aspectos pedagógicos generales, sino también cómo estos influyen en la manera en que se modelan las tareas matemáticas y la mediación asociada según las características de cada infante. El presente trabajo da cuenta de las consideraciones que una educadora de párvulos de un nivel sala cuna heterogéneo hace al diferenciar los modos de intencionar de manera específica los aprendizajes matemáticos para niños y niñas de sala cuna menor y mayor en torno a los conceptos arriba-abajo. Los resultados muestran que la educadora alude mayormente a aspectos generales del aprendizaje de infantes de esta edad, con ciertos atisbos de asociaciones directas y explícitas con el aprendizaje matemático. Los elementos didácticos matemáticos que más destaca son la integración del cuerpo, el tiempo de maduración del infante y el vínculo o lazo afectivo (Piaget, 1991; Piaget & Inhelder, 2007; Alsina, 2016; Alsina & Martínez, 2016; Dehaene, 2016), pero también otros transversales al aprendizaje humano, como el aprendizaje vicario y la modelación (Bandura, citado en Castro, 2014) o la comunicación no verbal (Farkas, 2007a; 2007b; 2009; Carpenter, 2015; Cabrera y Cabrera, 2015). Sin embargo, la profundización de los aspectos matemáticos se observa mayormente descendida.

Educación infantil, mediación de aprendizajes matemático

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La complejidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la primera infancia recae, entre otros aspectos, en reconocer que los bebés y niños pequeños desarrollan formas intuitivas y espontáneas de razonamiento matemático mucho antes de la escolaridad formal (Alsina, 2016; Dehaene, 2016), por lo que los modos en que la institución educativa y la docencia se ejercen deben ajustarse a las características del ciclo vital. En educación parvularia, y particularmente en los niveles de sala cuna, el trabajo de los equipos educativos se enfrenta a una doble tensión: por un lado, deben considerar el ciclo vital acelerado y diferenciado de los niños y niñas y, por otro, diseñar experiencias pedagógicas que intencionen nociones matemáticas en situaciones cotidianas y significativas, pero que a su vez se vinculen rigurosamente con las ideas matemáticas (Alsina & León, 2016; Chamorro, 2005).

Índice

En este contexto, la mediación del aprendizaje matemático en grupos heterogéneos de sala cuna da cuenta de tensiones vinculadas a las diferencias de edad que se expresan en los modos de comunicación entre adultos y bebés, las capacidades de abstracción de los infantes, los tiempos de atención, las capacidades motrices, entre otros, además de las características singulares de cada uno, lo que influye también en los modos y tiempos en que se media el aprendizaje.

En los grupos heterogéneos de sala cuna, la diferencia es sustantiva en términos cognitivos, motrices, emocionales y comunicativos (Piaget, 1991; Piaget & Inhelder, 2007). Algunos elementos son que los niños y niñas de 0 a 1 año se encuentran en una etapa sensoriomotriz temprana, donde el conocimiento se construye principalmente a través de la exploración corporal y perceptiva. Sus interacciones con los objetos se centran en la manipulación, el tacto, la observación y el movimiento básico (Cabrera & Cabrera, 2015). Lo motor no solo integra el movimiento y lo sensorial la percepción de los objetos, sino también las maneras de coordinar esta información para actuar de manera lógica. En este nivel, la aproximación a los conceptos matemáticos, como arriba y abajo, se da de manera implícita y asociada a la acción corporal y a la interacción con otros en contextos con estas relaciones espaciales (Rodríguez, Lago & Jiménez, 2003).

Por el contrario, entre 1 y 2 años los niños avanzan en la coordinación motriz con mayor control, lo que les permite actuar y establecer relaciones más explícitas con el entorno físico. Empiezan a reconocer patrones espaciales y analizar la forma de los objetos, a imitar acciones observadas en otros (aprendizaje vicario) y a expresar, mediante gestos o palabras incipientes, ciertas relaciones lógico-matemáticas (Alsina & Martínez, 2016). Se trata, por tanto, de un período en el que la heterogeneidad no solo es de edad cronológica, sino también individual, lo que repercute en los modos de representación y apropiación de las nociones matemáticas.

La coexistencia de ambos subgrupos en una misma sala cuna genera desafíos didáctico-pedagógicos, pues mientras algunos párvulos requieren propuestas centradas en la exploración sensorial y motriz, otros necesitan experiencias más complejas, que integren manipulación con representación simbólica inicial (Castro, 2014).

La velocidad y variabilidad del desarrollo en la infancia temprana, entre los 0 y los 2 años, en motricidad, lenguaje, memoria y atención, es tan acelerada que lo que resulta pertinente en un momento puede dejar de serlo pocas semanas después (McGaha, Cummings, Lippard & Dallas, 2011). Por ello, la anticipación y la planificación responden solo parcialmente a lo que podrá ser implementado. En otras palabras, la dificultad para el adulto es doble: primero, debe reconocer que los avances dependen no solo de la edad cronológica, sino también de las experiencias previas y de las características individuales de cada infante (Alsina & León, 2016). Segundo, debe ajustar sus expectativas constantemente, pues los aprendizajes que para algunos niños son evidentes, para otros aún resultan inalcanzables.

Esta tensión revela un problema de fondo: la planificación en estos niveles suele basarse en hitos del desarrollo teóricos o esperados (Piaget & Szeminska, 1967), pero en la práctica se evidencia una diversidad mayor. De este modo, el trabajo de la educadora se complejiza al tener que diversificar, ofrecer diferentes posibilidades y considerar distintos ritmos. El riesgo es que la intencionalidad matemática quede subordinada a las necesidades generales de cuidado y acompañamiento del desarrollo, debilitando la relevancia de los conceptos matemáticos (Dehaene, 2016).

Otro aspecto central en el aprendizaje matemático en sala cuna es la comunicación. Como advierte Farkas (2007a, 2007b, 2009), la comunicación gestual constituye una vía privilegiada de interacción en los primeros años, en tanto antecede y acompaña el desarrollo verbal. Sin embargo, en un grupo heterogéneo, la educadora debe articular un discurso pedagógico que sea comprensible tanto para los infantes que se comunican solo con gestos como para aquellos que ya emplean palabras incipientes. Además, la integración de las nociones matemáticas y la lógica asociada revela la necesidad de valorar la mediación para favorecer la lógica y el aprendizaje de los conceptos.

En la enseñanza de conceptos matemáticos, esta tensión se agudiza: las ideas requieren apoyos visuales, corporales y gestuales que permitan a los más pequeños participar de la experiencia, pero al mismo tiempo exigen verbalizaciones que ayuden a los mayores a consolidar el vínculo entre acción y palabra (Alsina, 2016). La mediación, por tanto, se ve desafiada a operar en dos planos simultáneamente: gestual y verbal, considerando que este aprendizaje constituye la iniciación a la lógica y a este modo de razonar.

La literatura sobre cognición corporizada (Carpenter, 2015) aporta pistas para comprender que la integración del cuerpo, los gestos y las acciones motoras son claves en la construcción temprana de conceptos espaciales. Sin embargo, aún falta evidencia empírica que muestre cómo estas prácticas se concretan en aulas heterogéneas.

En este marco, al diseñar una experiencia de aprendizaje, la educadora anticipa lo que podría ocurrir en función de una representación mental que ha construido de su grupo. Esta representación integra observaciones previas, expectativas de desarrollo y conocimientos sobre los niños. No obstante, existe el riesgo de que dicha representación no coincida con las características reales y actuales del infante (Alsina, 2016).

El problema radica, entonces, en que la planificación en sala cuna debe balancear entre la generalidad de las expectativas de desarrollo y la singularidad de cada infante, en el marco de un aprendizaje matemático específico. En este sentido, la mediación requiere no solo flexibilidad, sino también observación constante y ajustes en tiempo real, es decir, una mirada sensible y con un alto tacto pedagógico, para que los conceptos puedan construirse efectivamente en la interacción pedagógica (Alsina & Martínez, 2016).

En este contexto, la mediación de aprendizajes asociados a lo matemático en un grupo heterogéneo desafía a los equipos educativos a integrar rápidamente las características del conocimiento matemático que se intencionará, las tareas matemáticas o la experiencia

educativa, pero también las características particulares e individuales de cada infante. Aquí emerge el problema de investigación de este trabajo: ¿de qué manera influyen las características individuales y propias del desarrollo evolutivo de cada niño y niña de un grupo heterogéneo de sala cuna en la mediación de aprendizajes matemáticos, relevando lo matemático y las características de las infancias?

El objetivo general de este trabajo es caracterizar la mediación del aprendizaje matemático de un párvulo de 11 meses perteneciente a un grupo de sala cuna heterogéneo. Los objetivos específicos son: (i) analizar los modos de mediación y comunicación que despliega la educadora con una niña de 11 meses, indagando cómo los gestos, movimientos y acciones corporales se vinculan con la intencionalidad matemática y (ii) examinar la complejidad de la mediación del aprendizaje matemático en la toma de decisiones que realiza la educadora al diferenciar las estrategias pedagógicas entre niños y niñas de sala cuna menor y mayor, identificando criterios, tensiones y efectos en la explicitación de los conceptos matemáticos.

METODOLOGÍA

La investigación se enmarca en un enfoque cualitativo (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2014) con un diseño experimental. Los participantes son un grupo de niños y niñas de 0 a 2 años y su educadora de párvulos en un jardín infantil de Santiago.

La recolección de datos se realizó mediante el análisis de la planificación educativa y la bitácora de registros de la implementación de dicha clase.

RESULTADOS

Respecto de las expectativas del aprendizaje matemático declaradas en la planificación (Figura 1), se observa principalmente la participación del infante en la tarea y cómo a partir de esta se aprecia el aprendizaje. Sin embargo, los indicadores carecen de una diferenciación rigurosa de las conductas a observar y de los aspectos o tópicos del aprendizaje.

Pese a que, teóricamente, los indicadores de evaluación corresponden a observaciones o conductas de los niños y niñas, la educadora utiliza verbos o habilidades que no especifican el modo en que "participa", "señala" o "ubica". Esto puede interpretarse como un intento de dar acceso a todos los infantes del grupo heterogéneo, incluyendo a la niña de 11 meses; sin embargo, dicha diferenciación no es explícita.

Figura 1

Indicadores de evaluación del Objetivo de Aprendizaje de Pensamiento Matemático.

Ámbito	Objetivo de Aprendizaje (Número y texto) No se utilizará textos.	OA Específico (OAe)	Indicadores de evaluación (3 indicadores por ámbito)
Pensamiento matemático	Utilizar en situaciones lúdicas, nociones de ubicación en relación con su propio cuerpo, tales como: dentro, fuera; encima debajo; arriba y abajo.	Utilizar en situaciones lúdicas, las nociones de ubicación en relación con su propio cuerpo de arriba y abajo.	• Participa corporalmente indicando arriba y abajo a través de la canción. • Señala corporalmente la ubicación arriba y abajo • Ubica los objetos en el panel, según se les indique. (arriba y abajo).

Índice

En el desarrollo de la planificación (Figura 2), la educadora ofrece interacciones en torno a elementos de la vida natural y cotidiana (sol, autos y mariposas), mediante preguntas cerradas. En estas interacciones se anticipa tanto un conocimiento de mundo por parte de los niños y niñas como un conocimiento social o cultural de los elementos mencionados. No obstante, no se establece un referente sobre el cual se construye la relación espacial, es decir, "arriba" o "abajo" ¿de qué?

Lo anterior podría ser coherente con la idea de que el niño o la niña construye el mundo desde sí mismo. Desde este punto de vista egocéntrico, el referente sería él o ella; sin embargo, en el marco de una experiencia de aprendizaje se debería intencionar explícitamente dicho referente, además de integrar en la mediación algo que invite al grupo —y particularmente a la niña de 11 meses— a reconocer que la relación espacial requiere un referente y que, en este contexto, el referente es ella. Esta diferenciación, sin embargo, no se explicita.

Figura 2

Momento del desarrollo de la planificación educativa.

Desarrollo	Los niños/as sentados en un círculo en el suelo del patio, irán mostrando dónde se encuentran los elementos que la educadora del indica.	Alfombra para sentarse. Láminas de elementos u objetos	Preguntas de la ubicación de los elementos a través de gestos. La educadora preguntará mostrando la lámina. Por ejemplo: las mariposas	Respuestas de los niños/as indicando corporalmente si es arriba o abajo.
	¿Dónde estará el sol? ¿Por dónde andarán los autos? ¿Por dónde volarán las mariposas? Etc, etc.		vuelan arriba (sube su mano con la lámina) o a bajo de nosotros (baja su mano con la lámina)	

En el cierre de la experiencia (Figura 3), la educadora cambia el referente, dejando de ser los propios niños y niñas para situarlo en un objeto externo, presente en una lámina de un paisaje. Esta variación podría entenderse como una progresión hacia una mayor complejidad del aprendizaje, ya que, al no ser cada infante el referente, pueden observar ambos elementos en relación.

Este gesto podría favorecer la diferenciación en la tarea entre infantes de 0 a 1 año y de 1 a 2 años, dado que la posibilidad de observar la relación podría facilitar a la niña de 11 meses el establecimiento de la noción espacial. Sin embargo, esta diferenciación no se explicita.

Figura 3

Momento del cierre de la planificación educativa.

Cierre	La educadora ubicará a los niños/as en un semi círculo en la sala, frente a un a lámina de un paisaje. Cada niño/a se levantará a poner su lámina en la ubicación de arriba o abajo, según corresponda. Finalmente, se realiza la metacognición.	Lámina de paisaje Láminas de los elementos para ubicar Scotch Tijeras	La educadora describirá la lámina del paisaje y les solicitará a los niños/as que se levanten a colocar la lámina en el lugar que corresponda.	Participación activa y ubicación de las láminas en el paisaje.

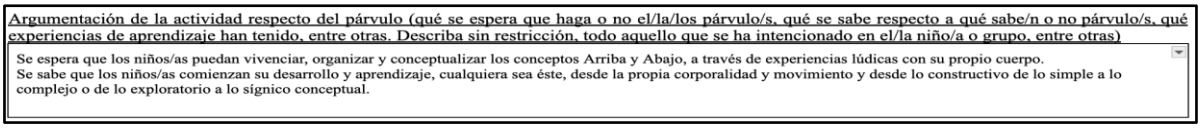
En la fundamentación presentada por la educadora (Figura 4), se alude principalmente a las relaciones que cada participante del grupo establece respecto de sí mismo, sin explicitar la actividad de cierre donde la relación se plantea en función de un referente externo. Se

destacan las propiedades lúdicas y la centralidad de la infancia en la tarea —aspectos transversales a la educación parvularia—, pero sin vincularlos con las particularidades del aprendizaje matemático de la experiencia.

Al considerar las características de la niña de 11 meses, esta diferenciación es clave para otorgar sentido y relevancia al concepto espacial trabajado. La ausencia de esta diferenciación resulta significativa en el contexto de la implementación con un grupo heterogéneo.

Figura 4

Argumentación de la actividad respecto del párvulo, registrada en la planificación educativa.


Argumentación de la actividad respecto del párvulo (qué se espera que haga o no el/la/los párvulo/s, qué se sabe respecto a qué sabe/n o no párvulo/s, qué experiencias de aprendizaje han tenido, entre otras. Describa sin restricción, todo aquello que se ha intencionado en el/la niño/a o grupo, entre otras)

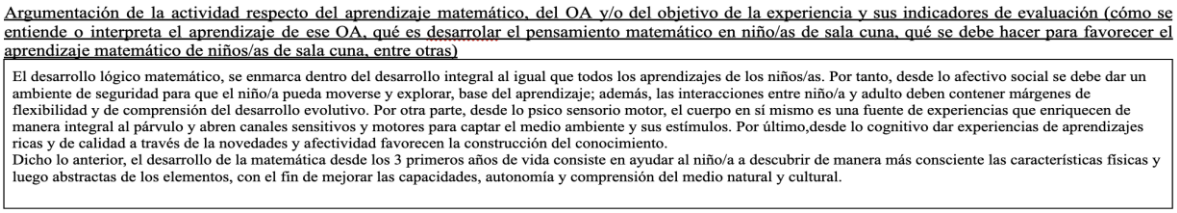
Se espera que los niños/as puedan vivenciar, organizar y conceptualizar los conceptos Arriba y Abajo, a través de experiencias lúdicas con su propio cuerpo.
Se sabe que los niños/as comienzan su desarrollo y aprendizaje, cualquiera sea éste, desde la propia corporalidad y movimiento y desde lo constructivo de lo simple a lo complejo o de lo exploratorio a lo sígnico conceptual.

En la fundamentación asociada al Objetivo de Aprendizaje de Pensamiento Matemático (Figura 5), se observa que la educadora otorga mayor relevancia a la dimensión afectiva del aprendizaje matemático por sobre la lógica o el lenguaje propio de este campo. De este modo, se desdibuja la manera en que estos aprendizajes se diferencian de otros que los párvulos logran a esta edad. Al integrar lo sensoriomotriz, se explicita su relevancia, pero sin vincularla a la propuesta didáctica. Por ejemplo, no se diferencia que en un momento el referente es el propio infante y, en otro, un elemento externo (la lámina del cierre).

En este marco, tampoco se establece una diferenciación explícita para la niña de 11 meses, pese a que sus capacidades de lenguaje expresivo son significativamente menores que las del resto del grupo, limitándose a señalar la variable edad como argumento.

Figura 5

Argumentación de la actividad respecto del Objetivo de Aprendizaje de Pensamiento Matemático, registrada en la planificación educativa.


Argumentación de la actividad respecto del aprendizaje matemático, del OA y/o del objetivo de la experiencia y sus indicadores de evaluación (cómo se entiende o interpreta el aprendizaje de ese OA, qué es desarrolar el pensamiento matemático en niño/as de sala cuna, qué se debe hacer para favorecer el aprendizaje matemático de niños/as de sala cuna, entre otras)

El desarrollo lógico matemático, se enmarca dentro del desarrollo integral al igual que todos los aprendizajes de los niños/as. Por tanto, desde lo afectivo social se debe dar un ambiente de seguridad para que el niño/a pueda moverse y explorar, base del aprendizaje; además, las interacciones entre niño/a y adulto deben contener márgenes de flexibilidad y de comprensión del desarrollo evolutivo. Por otra parte, desde lo psico sensorio motor, el cuerpo en sí mismo es una fuente de experiencias que enriquecen de manera integral al párvulo y abren canales sensitivos y motores para captar el medio ambiente y sus estímulos. Por último,desde lo cognitivo dar experiencias de aprendizajes ricas y de calidad a través de la novedades y afectividad favorecen la construcción del conocimiento.
Dicho lo anterior, el desarrollo de la matemática desde los 3 primeros años de vida consiste en ayudar al niño/a a descubrir de manera más consciente las características físicas y luego abstractas de los elementos, con el fin de mejorar las capacidades, autonomía y comprensión del medio natural y cultural.

En la implementación (Figura 6), la educadora utiliza inflexiones de voz, actividades corporales, se ubica a la altura de los niños y niñas, reduce la exigencia semántica a dos términos (“arriba” y “abajo”) y promueve actividades motoras para intencionar los conceptos. En este contexto, la niña de 11 meses participa de las mismas actividades propuestas para el grupo, sin recibir una mediación diferenciada.

Índice

Figura 6

Momento del inicio de los registros de la implementación.

2:40: Cantan la canción de la actividad
Siguen indicaciones con temas relativas de orientación espacial
2:41: trabajarán con dos palabras
La educadora da indicaciones de a una [niños/as] según vea que necesitan la atención. La educadora sentada en el suelo, da indicaciones a los niños: el ponerse en pie y ponerse abajo.
2:41: La educadora indica qué hay abajo. Hace inflaciones de voz para dar indicaciones.
2:42: Muestra un video y da indicaciones de lo que deben hacer ellos para ver.
Mientras ven el video, va dando indicaciones de los lugares y de cómo están. Usa constantes indicaciones de arriba y abajo. Muestra en su cuerpo dónde está.
Invitan a los niños a moverse según las indicaciones.

En el desarrollo (Figura 7), la mediación tampoco se diferencia de manera significativa para la niña de 11 meses. La educadora intenciona el aprendizaje para todo el grupo, asumiendo que la niña lo comprende. Ella participa ocasionalmente, siguiendo algunas indicaciones, aunque también se distrae y realiza otras acciones de manera autónoma. En las mediaciones puntuales dirigidas a ella, la niña no responde a la tarea planteada, sino que alude a otros elementos de su conocimiento del mundo.

Figura 7

Momento del desarrollo de los registros de la implementación.

2:44: Se ponen en pie y los invitan a que vuelvan a cantar y bailar la canción. La coeducadora indica que cuando es 'arriba' [modela], da las indicaciones de cómo es arriba. Bailan nuevamente la canción. Invita a los niños a señalar según las indicaciones.
[La niña] está al lado de la niña y pide a [Educadora] indicaciones para seguir las indicaciones. [La niña] le habla a [Educadora] y [Educadora] la invita a que estén arriba o abajo. Luego de dar una breve interacción, [La niña] se suma a la tarea
2:45: [La niña] sigue la acción e interacción. [La niña] se suma a las actividades y luego del término de la actividad, invita a [La niña] a que se siente.
2:46: [Coeducadora] vuelve a dar indicaciones e invita al grupo a trabajar.
[Coeducadora] se sienta en el suelo y [La niña] queda fuera del círculo, [La niña] se acuesta de boca abajo y luego de ser motivada por [Educadora], se suma a la actividad.
[Educadora] le pregunta: ¿dónde camina el perro? [La niña] dice guau guau. [La niña] intenta seguir otro juego y [Educadora] le pide que se sume a la actividad. [Educadora] sigue mostrando la acción o la actividad y [La niña], estando en el grupo, tiene un juego paralelo.

En la fase final del desarrollo (Figura 8), la niña de 11 meses participa ocasionalmente en la tarea propuesta. La educadora centra su mediación en dirigir lo que la niña debe hacer o cómo debe actuar, más que en la mediación de conceptos o ideas matemáticas. En este sentido, la función didáctico-matemática atribuida a la niña queda desplazada por la función escolar, privilegiando que permanezca sentada por sobre la interacción con el contenido matemático.

Figura 8

Momento del desarrollo de los registros de la implementación.

2:51: [La niña], luego de un tiempo, se aleja de la actividad. [Educadora] invita a [La niña] al grupo y luego ella vuelve. [La niña] se suma y toma la lámina, sin embargo, la mediación respecto a lo matemático, queda en medio de las interacciones centradas en el actuar. 2:52: [La niña] se suma al grupo y participa respondiendo. [La niña] observa la siguiente lámina y luego se la pasa a otra compañera por indicaciones de [Educadora]. Luego, [La niña] observa la lámina y [La niña] espera el turno. El resto del grupo mira la lámina.

En el cierre (Figura 13), se observa que la niña de 11 meses se incorpora ocasionalmente a la experiencia, pese a estar presente en la sala y cerca de la tarea propuesta. Logra evidenciar algunos indicadores, pero se aprecia que existen factores en la escena que dificultan su participación constante y sostenida.

Figura 9

Momento del cierre de los registros de la implementación.

3:00 [Educadora] indica a [La niña] que no debe romper el material. [La niña] comienza a romper el material, pero [Educadora] le pide que no rompa. [La niña] llora porque otra amiga de [niña] le hace daño. La coeducadora retira a [La niña] y en ese retiro, [La niña] comienza a rezongar, pero sentada en su puesto. [Educadora] sigue la mediación con los otros niños. [La niña], luego de recibir el ofrecimiento de que esté con [Educadora], decide aceptarlo e irse con ella. Luego de recibir el abrazo, [La niña] se incorpora a la actividad.
3:02: La mediación matemática de manos arriba y manos abajo, hacen el término de la actividad [Educadora], al preguntar a [La niña] por las manitos arribas, lo reconoce y logra mover las manos.

CONCLUSIONES

En la planificación educativa se presentan consideraciones genéricas para infantes de sala cuna, sin diferenciar explícita ni implícitamente entre subniveles.

En la enseñanza y la implementación, las particularidades de la niña de 11 meses no son reconocidas de manera sistemática, ni en sus características específicas ni en las generales de su ciclo vital, como la necesidad de mayor conexión con el adulto mediador.

Las estrategias de la educadora resguardan aspectos pedagógicos generales que invitan al grupo a participar de la experiencia (variaciones de voz, juego, corporalidad, uso del propio cuerpo, comunicación afectuosa), pero no se orientan a una diferenciación específica del aprendizaje matemático.

Finalmente, se concluye que el carácter heterogéneo del grupo no facilitó de manera uniforme la construcción del aprendizaje matemático definido en la planificación ni la incorporación de cualidades propias de cada subnivel. No obstante, en la implementación, algunas

particularidades de la niña —como representante del nivel sala cuna menor— fueron consideradas mediante mediaciones individualizadas puntuales.

Referencias

Alsina, Á. (2016). *Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años. Elementos para empezar bien*. Narcea.

Alsina, Á., & León, N. (2016). Acciones matemáticas de 0 a 3 años a partir de instalaciones artísticas. *Educatio Siglo XXI, 34*(2), 33–62.

Alsina, Á., & Martínez, M. (2016). La adquisición de conocimientos matemáticos intuitivos e informales en la Escuela Infantil: El papel de los materiales manipulativos. *RELAdEI Revista Latinoamericana de Educación Infantil, 5(2), 127–136*. https://doi.org/10.15304/reladei.5.2.4922

Cabrera, D., & Cabrera, L. (2015). Aprender a través de la exploración táctil. *Mente y Cerebro*, *73*, 10–15.

Carpenter, S. (2015). Cognición corporizada. *Mente y cerebro*, *73,* 16–21.

Castro, E. (2014). Matemáticas en las primeras edades. En C. Fernández & J. L. González (Eds.), *Aprendizaje y razonamiento matemático* (pp. 86–107). Universidad de Málaga.

Chamorro, M. C. (2005). *Didáctica de las matemáticas. Colección Didáctica Infantil*. Pearson.

Dehaene, S. (2016). *El cerebro matemático. Cómo nacen, viven y a veces mueren los números en nuestra mente*. Siglo XXI Editores.

Farkas, C. (2007a). Comunicación gestual en la infancia temprana: Una revisión de su desarrollo, relación con el lenguaje e implicancias de su intervención. *Psykhe, 16*(2), 107–115.

Farkas, C. (2007b). Desarrollo de la comunicación gestual con bebés: Estudio de un caso. *Summa Psicológica UST, 4*(1), 3–15.

Farkas, C. (2009). *Gestos que hablan: Aprendiendo a comunicarnos con nuestros niños*. Ediciones Universidad Católica de Chile.

McGaha, C., Cummings, R., Lippard, B., & Dallas, K. (2011). La construcción de relaciones entre bebés y niños de 1 y 2 años. *Investigación y Práctica de la Niñez Temprana, 13*(1), 1–18.

Piaget, J. (1991). *Seis estudios de psicología*. Labor.

Rodríguez, P., Lago, M. O., & Jiménez, L. (2003). El bebé y los números. En I. Enesco (Ed.), *El desarrollo del bebé. Cognición, emoción y afectividad* (pp. 134–157). Alianza.

Piaget, J., & Inhelder, B. (2007). *Psicología del niño* (L. Hernández, Trad.). Morata. (Trabajo original publicado en 1966).

Piaget, J., & Szeminska, A. (1967). *Génesis del número en el niño*. Guadalupe.

Índice

UNA PROPUESTA INTERDISCIPLINARIA PARA ABORDAR LA VARIABILIDAD Y COMPETENCIAS DE SUSTENTABILIDAD

Luis Eduardo Guajardo Saavedra, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Catalina Edith Ortiz Tello, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Soledad Estrella, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Brahiam Ramírez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Raimundo Olfos, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

Se presentan los resultados de un trabajo de título en el cual se diseñó una propuesta interdisciplinaria (Matemáticas y Ciencias) que integró la variabilidad y las competencias de sustentabilidad a través de la plataforma de simulación En-ROADS. Utilizando este simulador de cambio climático, se implementó una secuencia de clases con 57 estudiantes de educación secundaria mediante una Investigación Basada en Diseño. El objetivo fue analizar aspectos de la sustentabilidad que manifiestan los estudiantes al interpretar la variabilidad de datos climáticos para tomar decisiones. Los resultados demuestran que, aunque los estudiantes son competentes en tareas de bajo nivel cognitivo como la recolección de datos o la medición de la variabilidad, presentan dificultades significativas para utilizarla en la argumentación y la toma de decisiones informadas. Se identificó una brecha clave entre reconocer los factores que influyen en el clima y usar las medidas de dispersión para fundamentar una postura crítica sobre la efectividad de las políticas de mitigación. Se concluye que los enfoques interdisciplinarios con tecnología son una herramienta potente, pero su efectividad depende de un andamiaje pedagógico explícito que guíe a los estudiantes a conectar los datos, su variabilidad y los complejos fenómenos del mundo real. La investigación aporta evidencia sobre los desafíos de la educación estadística contextualizada y su rol en la formación de ciudadanos críticos.

Variabilidad, sustentabilidad, educación STEM, En-ROADS

INTRODUCCIÓN

En el contexto del siglo XXI, el cambio climático presenta desafíos urgentes que demandan una nueva forma de entender y actuar sobre nuestro planeta (Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, 2023). Esta investigación aborda la necesidad de una educación que prepare a los estudiantes para enfrentar estas complejidades, centrándose en la enseñanza de la variabilidad estadística. Este concepto es fundamental, ya que permite la toma de decisiones informadas ante la incertidumbre y hace que la estadística sea una disciplina tanto desafiante como interesante (Garfield y Ben-Zvi, 2005).

Índice

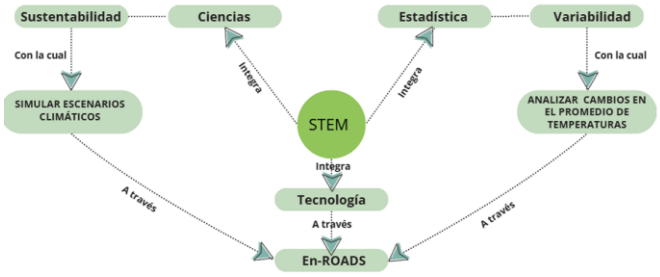
La comprensión de la variabilidad es crucial para el desarrollo del pensamiento estadístico (Estrella et al., 2021). Sin embargo, en el currículo chileno este concepto no se encuentra explícitamente presente. Esta ausencia dificulta que los estudiantes reconozcan la relevancia de la variabilidad al analizar datos y enfrentar situaciones de incertidumbre (Estrella, 2017; Shaughnessy, 2007).

Con el propósito de abordar esta brecha entre la relevancia que la literatura otorga a la enseñanza de la variabilidad estadística y su inexistencia en el currículo de matemáticas chileno, se diseñó una propuesta innovadora para estudiantes de tercero medio que integra el estudio de la variabilidad en un contexto auténtico: el cambio climático. Para ello, se utilizó la plataforma de simulación En-ROADS, que permite a los jóvenes interactuar con factores que influyen en este fenómeno, como el uso de combustibles fósiles y la deforestación, conectando la estadística con un problema real y socialmente relevante.

La propuesta integra dos ejes clave: la variabilidad estadística y las competencias de sustentabilidad (ver Figura 1). Estos se articulan para que los estudiantes puedan comprender fenómenos globales mediante el análisis de datos y la modelación de escenarios basados en políticas públicas, como la Ley N°21.455 "Ley de Marco de Cambio Climático" de Chile.

Figura 1

Articulación de áreas STEM presentes en la investigación



A partir de lo anterior, la pregunta que guio este estudio es ¿Qué aspectos de la sustentabilidad manifiestan estudiantes de III y IV medio al analizar la variabilidad de datos representados en la plataforma En-ROADS? Esperando así analizar las competencias de sustentabilidad que los estudiantes demuestran al interpretar y reflexionar sobre la variabilidad de datos climáticos en la plataforma En-ROADS.

ELEMENTOS CONCEPTUALES

El marco de esta investigación se sustenta en el pensamiento estadístico, cuyo núcleo es la comprensión de la variabilidad, la cual es entendida como la tendencia de los datos a cambiar. Aquella es fundamental para interpretar fenómenos del mundo real y tomar decisiones en contextos de incertidumbre. Para analizar cómo los estudiantes razonan sobre ella, se utiliza

el marco de Estrella et al. (2021), que identifica dimensiones como el reconocimiento, la descripción y la medición de la variabilidad.

También se utilizó el marco europeo GreenComp para evaluar las reflexiones de los estudiantes sobre la sustentabilidad. Este marco, desarrollado por Bianchi et al. (2022), está diseñado para identificar y analizar competencias clave en sustentabilidad que son relevantes para todas las personas.

De las doce competencias totales del marco, la investigación seleccionó cinco para el análisis:

En primer lugar, el pensamiento sistémico, que permite comprender cómo los diversos factores que intervienen en el cambio climático se relacionan e influyen mutuamente dentro de un sistema complejo. El pensamiento crítico, por su parte, favorece la evaluación de información y argumentos, la formación de juicios fundamentados y la capacidad de cuestionar el statu quo. Asimismo, la formulación de problemas implica enunciar con claridad los desafíos asociados al cambio climático, mientras que la adaptabilidad se relaciona con la gestión de estos desafíos y la toma de decisiones informadas aun en contextos de incertidumbre. Finalmente, la acción colectiva promueve la propuesta de acciones realistas y contextualizadas que puedan desarrollarse en colaboración con otros actores.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

La investigación se desarrolló bajo una metodología de Investigación Basada en Diseño (IBD), seleccionada por la posibilidad que ofrece de articular la creación de innovaciones pedagógicas con la mejora continua de los procesos de enseñanza a través de ciclos de diseño, implementación, análisis y rediseño. Para la creación de la propuesta interdisciplinaria, se incorporó además la metodología de desarrollo profesional docente *Estudio de Clases* (EC), en un proceso colaborativo que reunió a profesores expertos y en formación.

La muestra fue de 57 estudiantes de III y IV medio de dos establecimientos educacionales en Chile. La intervención principal fue una secuencia de clases donde los estudiantes utilizaron la plataforma de simulación En-ROADS para analizar escenarios de cambio climático. La recolección de datos incluyó registros escritos de una guía de trabajo, transcripciones de las interacciones orales y observaciones del uso de las herramientas digitales. Para el análisis se emplearon tres rúbricas de elaboración propia, en colaboración de un docente experimentado en el análisis de la variabilidad, fundamentadas en los marcos teóricos de la investigación, para evaluar el razonamiento de la variabilidad y las competencias de sustentabilidad.

RESULTADOS PRINCIPALES

En torno al Razonamiento de la Variabilidad, aunque una parte significativa de los estudiantes (53%) logró medir la variabilidad correctamente (dimensión MID), es decir, identificar qué escenario presentaba mayor rango o desviación estándar, la mayoría mostró

dificultades en las dimensiones más complejas. Se observó una debilidad particular en usar estrategias de investigación para manejar la variabilidad (INV), donde un 67% de las respuestas se categorizó en el nivel inicial, evidenciando una brecha para utilizar la variabilidad como fundamento en la toma de decisiones.

Para el caso de las Competencias de Sustentabilidad, los estudiantes demostraron fortalezas en competencias como la acción colectiva, donde más del 80% propuso ideas colaborativas para promover cambios. Sin embargo, se detectaron carencias en el pensamiento crítico; aunque la mayoría emitió juicios sobre las políticas climáticas, un 57% lo hizo de manera superficial (nivel básico), sin respaldar sus argumentos con los datos analizados.

CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

En respuesta a la pregunta de investigación sobre qué competencias de sustentabilidad manifiestan los estudiantes al analizar la variabilidad, la conclusión principal es que manifiestan competencias y componentes de manera emergente, pero con dificultad para integrar los conceptos y aplicarlos en tareas de alta demanda cognitiva. Los estudiantes logran ejecutar procedimientos básicos—como calcular medidas o identificar factores—, pero fallan mayoritariamente al intentar usar la variabilidad como una herramienta para el análisis crítico, la argumentación con evidencia y la toma de decisiones informadas. Esto se refleja en la desconexión entre el cálculo de la desviación estándar y la capacidad de explicar qué implica esa medida para la incertidumbre del futuro climático.

Los hallazgos dialogan con estudios como el de Estrella et al. (2021), que resalta la importancia de contextos auténticos para el aprendizaje estadístico. Sin embargo, a diferencia de dicho estudio, en esta investigación analizaron datos y gráficos ya generados, lo que pudo haber limitado la conexión interpretativa entre el fenómeno, los datos y la variabilidad. Se comprueba que la simple exposición a herramientas tecnológicas y contextos relevantes no es suficiente; se requiere un diseño instruccional que explícitamente modele y andamie la articulación entre la variabilidad estadística y la reflexión sobre la sustentabilidad.

Proyecciones

Se considera pertinente promover una investigación situada en el entorno cercano al establecimiento donde se lleve a cabo la propuesta, con el objetivo de analizar de qué manera el cambio climático ha afectado a la comunidad local. Esta actividad podría desarrollarse durante una clase de Ciencias, mediante búsquedas en internet o la aplicación de encuestas a la población.

Agradecimientos

ANID/Exploración 13240075; ANID/Apoyo 2024 AFB240004; VINCI 039.493/2024; FONDEF IT23I0067; ANID Becas/Doctorado Nacional 21241378.

Referencias

Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (Eds.). (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. Kluwer Academic Publishers.

Bianchi, G., Pisiotis, U., & Cabrera Giraldez, M. (2022). *GreenComp: El marco europeo de competencias en sostenibilidad.* Oficina de Publicaciones de la Unión Europea. https://data.europa.eu/doi/10.2760/13286

Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En A. Salcedo (Comp.), *Alternativas pedagógicas para la educación matemática del siglo XXI* (pp. 173–194). Centro de Investigaciones Educativas, Escuela de Educación, Universidad Central de Venezuela.

Estrella, S., Vergara, A., & González, O. (2021). El desarrollo del sentido del dato: haciendo inferencias desde la variabilidad de los tsunamis en primaria. *Statistics Education Research Journal, 20*(2), 1–14. https://doi.org/10.52041/serj.v20i2.413

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2005). A framework for teaching and assessing reasoning about variability. *Statistics Education Research Journal, 4(*1), 92–99.

Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD). (2023). *El Diccionario Climático: Una guía práctica para el cambio climático*. UNDP. https://www.undp.org/sites/g/files/zskgke326/files/2023-10/undp-the-climate-dictionary-es_0.pdf

Shaughnessy, M. (2007). *Research on statistics' reasoning and learning. En F. K. Lester, Jr. (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 2, pp. 957-1009). Information Age Publishers.

MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LA CIENCIA ESCOLAR: UNA ARTICULACIÓN CON EL CICLO IPM PARA EL APRENDIZAJE DE LA ESTEQUIOMETRÍA

César Paredes-Turra, Universidad Católica del Maule

Jaime Huincahue, Universidad Católica del Maule

Yefrin Ariza, Pontificia Universidad Católica de Chile

Abstract:

La modelación matemática es una habilidad crucial en la educación secundaria, ya que permite a los estudiantes aplicar conceptos matemáticos a situaciones del mundo real. Sin embargo, su articulación con disciplinas como la química, específicamente en temas con alto componente matemático como la estequiometría, ha sido explorada de forma limitada, dejando un vacío en la didáctica sobre cómo estructurar la dimensión de la matematización de un fenómeno químico. La estequiometría presenta dificultades de aprendizaje asociadas a la comprensión de conceptos y a los procesos de matematización. Para abordar esta limitación, este estudio propone una articulación teórica entre el ciclo de modelación matemática de Borromeo-Ferri (2010) y el ciclo de modelización científica escolar IPM (Garrido & Couso, 2024). Se plantea la pregunta: ¿Cuál es la relación entre los procesos de modelación matemática y los procesos de modelización científica escolar en el aprendizaje de la estequiometría? La presente investigación, que se encuentra en fase de diseño e implementación, adopta un enfoque cualitativo con diseño de estudio de caso único, centrado en estudiantes de primer año medio en Chile. A través de la aplicación de una secuencia didáctica que integra explícitamente ambos ciclos, se busca caracterizar los tránsitos de los estudiantes entre la construcción de un modelo científico escolar y su posterior matematización para resolver problemas estequiométricos. Se espera que esta articulación no solo contribuya a la enseñanza de la química, sino que también enriquezca la práctica de la modelación matemática al vincularla con fenómenos científicos concretos, promoviendo un aprendizaje interdisciplinario.

Modelación matemática, modelización científica escolar, estequiometría, interdisciplinariedad.

INTRODUCCIÓN

La modelación matemática es reconocida en el currículo chileno como un eje integrador del conocimiento (Huincahue et al., 2018). Su enfoque, basado en la traducción bidireccional entre el mundo real y las matemáticas (Borromeo-Ferri, 2010), ofrece un marco potente para la construcción de conocimiento. No obstante, la aplicación de la modelación en contextos

Índice

interdisciplinarios, como la enseñanza de la química, sigue siendo un campo con un vasto potencial por explorar. Particularmente, la estequiometría es un contenido químico fundamental cuyo aprendizaje presenta notables dificultades para los estudiantes, muchas de ellas ligadas a la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos (Shadreck & Enunuwe, 2018; Gulacar et al., 2013). Los problemas estequiométricos requieren no solo el manejo de algoritmos, sino también la capacidad de construir un modelo mental de la situación química para luego traducirlo a un lenguaje matemático. En el ámbito de la didáctica de las ciencias experimentales, han surgido propuestas como el ciclo IPM (Instruction Performance Modeling), que se enfoca en la construcción progresiva de modelos científicos escolares por parte de los estudiantes (Garrido & Couso, 2024). Si bien este ciclo promueve la comprensión conceptual de fenómenos, la dimensión matemática inherente a muchos de ellos, como en la estequiometría, no es su foco principal. Ante este vacío teórico-práctico en la didáctica de la química, que no aborda la necesidad de estructurar la matematización desde un marco de modelación robusto, este trabajo explora cómo el ciclo de modelación matemática puede nutrir y complementar los procesos de modelización científica escolar. El objetivo es proponer una articulación teórica que permita comprender de qué manera los estudiantes construyen y refinan modelos matemáticos en el contexto de un fenómeno químico, abordando así las dificultades de aprendizaje desde una perspectiva interdisciplinaria.

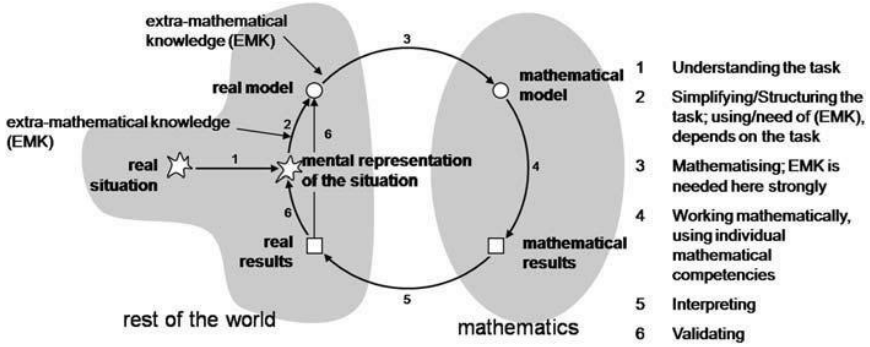
ELEMENTOS TEÓRICOS

Ciclo de Modelación Matemática de Blum-Borromeo

El ciclo de modelación matemática propuesto por Borromeo-Ferri (2010) describe el proceso cognitivo que un individuo sigue al resolver un problema del mundo real usando herramientas matemáticas. Este ciclo no es lineal y consta 6 fases que evalúan el tránsito de los estudiantes cuando se enfrentan al desarrollo de tareas modelizadoras. Las fases (figuras blancas centrales) son aquellas áreas por las que puede pasar un estudiante mientras modela; y el tránsito corresponde al paso de una fase a otra (números que dan cuenta del cambio de fase). Para este trabajo, los tránsitos que realizan los estudiantes centran el mayor interés, y se muestran en la figura 1.

Figura 1

Ciclo de Modelación Matemática (Borromeo-Ferri, 2010).



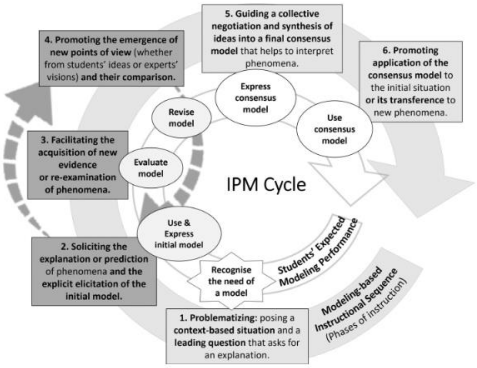
Este ciclo es de especial interés para la estequiometría, ya que enfatiza la importancia de la fase de "matematización", donde los conocimientos "extramatemáticos" (en este caso, los conceptos químicos) son cruciales para construir un modelo matemático.

Ciclo de Modelización Científica Escolar (IPM)

El ciclo IPM (Garrido & Couso, 2024) se centra en el proceso de construcción de conocimiento científico en el aula. A diferencia de la instrucción tradicional, este ciclo involucra a los estudiantes en prácticas de auto y co-construcción de modelos. Este ciclo consta de 6 fases que se dividen en un componente interno (que realizan los estudiantes) y externo (que es mediado por el profesorado). El componente interno corresponde al tránsito que realizan los estudiantes cuando se enfrentan a tareas modelizadoras, mientras que el componente externo corresponde a las fases instruccionales guiadas por los docentes que facilitan los procesos de modelización en los estudiantes. Para este proyecto, el componente interno es de interés principal, y se muestran en la figura 2.

Figura 2

Ciclo de Modelización Científica Escolar (Garrido & Couso, 2024).



Índice

Articulación Propuesta

La articulación propuesta busca integrar ambos ciclos. El ciclo IPM puede proveer el contexto fenomenológico y la necesidad de un modelo explicativo para la estequiometría. Una vez que los estudiantes han construido un modelo científico escolar inicial del fenómeno (un "modelo real" en términos de Borromeo-Ferri), el ciclo de modelación matemática ofrece la estructura para abordar la dimensión cuantitativa del problema. El proceso de matematización se convierte en un puente clave: los estudiantes deben traducir su comprensión del fenómeno químico (su modelo real) en un modelo matemático (relaciones estequiométricas, ecuaciones). El trabajo matemático posterior y la interpretación de los resultados permiten no solo resolver el problema cuantitativo, sino también evaluar y revisar el modelo científico escolar inicial, enriqueciendo así el proceso de modelización científica.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Esta investigación adopta un enfoque cualitativo-interpretativo con un diseño de estudio de caso único (Simons, 2009). El caso se centra en un curso de 38 estudiantes de primer año de educación secundaria (14-15 años) de un establecimiento en la zona centro-sur de Chile. Se diseñó e implementó una secuencia didáctica orientada a la modelización para la estequiometría, integrando explícitamente las fases de ambos ciclos. La articulación propuesta utiliza el ciclo IPM para la construcción del "modelo real" (modelo científico escolar inicial) y el ciclo de Modelación Matemática para la subsiguiente "matematización" y cuantificación del fenómeno químico. Para resguardar los aspectos éticos, se firmaron asentimientos y consentimientos informados de los estudiantes participantes y sus apoderados, junto con la aprobación de la dirección del establecimiento, garantizando la confidencialidad y el anonimato de los datos recolectados. La recolección de datos se realizó a través de múltiples fuentes para garantizar la triangulación y validez de los hallazgos: Observaciones de aula, producciones estudiantiles y entrevistas semiestructuradas. Actualmente, se está realizando análisis de contenido dirigido (Hsieh & Shannon, 2005) y se están utilizando como categorías iniciales las etapas y los "tránsitos" (componente interno) de ambos ciclos de modelización, buscando identificar los puntos de conexión, las sinergias y las posibles tensiones entre los procesos de modelización matemática y científica escolar.

RESULTADOS ESPERADOS Y CONCLUSIONES

Se espera caracterizar los tránsitos que realizan los estudiantes entre la construcción de un modelo cualitativo del fenómeno químico y su posterior cuantificación a través de la modelación matemática. Se anticipa que la articulación explícita de ambos ciclos permitirá a los estudiantes construir modelos matemáticos interdisciplinarios, al estar anclados en un fenómeno científico concreto y en un modelo real construido por ellos mismos, además de utilizar los resultados matemáticos no solo como una magnitud, sino como una herramienta

para evaluar, refinar y validar su comprensión del modelo científico subyacente. En conclusión, este estudio busca aportar a la didáctica de la matemática al explorar el potencial de la modelación en contextos científicos complejos. Proponer una articulación con el ciclo IPM no solo ofrece una vía para mejorar el aprendizaje de la estequiometría, sino que también representa una oportunidad para enriquecer la enseñanza de la modelación matemática, demostrando su relevancia y poder explicativo más allá de los problemas matemáticos tradicionales. Esta sinergia puede fomentar un pensamiento más integrado y robusto, preparando a los estudiantes para abordar problemas interdisciplinarios del mundo real.

Referencias

Borromeo-Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modeling behavior. *Journal Für Mathematik-Didaktik, 31*(1), 99–118. https://doi.org/10.1007/s13138-010-0009-8

Garrido, A., & Couso, D. (2024). The IPM cycle: An instructional tool for promoting students' engagement in modeling practices and construction of models. *Journal of Research in Science Teaching*, *62*(2), 391–425. https://doi.org/10.1002/tea.21979

Gulacar, O., Overton, T. L., Bowman, C. R., & Fynewever, H. (2013). A novel code system for revealing sources of students' difficulties with stoichiometry. *Chemistry Education Research and Practice*, *14*(4), 507–515. https://doi.org/10.1039/c3rp00029j

Hsieh, H. F., & Shannon, S. E. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research*, *15*(9), 1277–1288. https://doi.org/10.1177/1049732305276687

Huincahue, J., Borromeo-Ferri, R., & Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de Las Ciencias: Revista de Investigación Y Experiencias Didácticas*, *36*(1), 99–115. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277

Shadreck, M., & Enunuwe, O. (2018). Recurrent difficulties: Stoichiometry problem-solving. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, 14, 25–31.

Simons, H. (2009). *Case study research in practice*. Sage Publications, Ltd. https://doi.org/10.4135/9781446268322

APRENDIZAJE DE LÓGICA PROPOSICIONAL CON MATERIAL CONCRETO Y TÉCNICAS INTERDISCIPLINARES DE ELECTRÓNICA, EN ESTUDIANTES DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICAS

David Orlando Cornes Pérez, Universidad de Santiago de Chile

Hugo Andrés Maturana Cornejo, Universidad de Santiago de Chile

Jaime Antonio Huincahue Arcos, Universidad Católica del Maule

Abstract:

El desarrollo de las estrategias de enseñanza y aprendizaje de la lógica ha sido un tema en desarrollo para la Didáctica de la Matemática, débilmente considerada como foco de análisis didáctico y de propuestas que permitan establecer diálogos con otras disciplinas. Las representaciones tradicionalistas como tablas de verdad y proposiciones simbólicas son la norma a la hora de enseñar la lógica en la que esta cimentada la matemática. Para ello, el presente trabajo sitúa a la lógica proposicional como un tema de interés para un enfoque interdisciplinario, específicamente entre la electrónica y matemática, donde se logró representar la naturaleza axiomática detrás de los circuitos y relacionarlo con lógica proposicional. Desde un enfoque cualitativo, se propone identificar y comparar las creencias en estudiantes de formación inicial de profesores sobre la lógica proposicional y los entornos de integración entre otras disciplinas. Para esto se consideraron elementos de la Ingeniería Didáctica (ID), incluyendo un análisis preliminar e instrumentos como pretest y postest, además de un análisis de los cambios ocurridos al aplicar una tarea interdisciplinaria entre electrónica y matemática. Los resultados preliminares muestran una actividad con buenos resultados de validación por contenido con pares expertos, con el propósito de aplicar durante el segundo semestre del año 2025, teniendo como énfasis, los contrastes de creencias respecto a la importancia de lógica, crear una apreciación por este concepto fuera de la matemática y poner en práctica las habilidades de modelación matemática de lógica en situaciones interdisciplinarias.

Lógica proposicional, interdisciplina, educación matemática, electrónica

Introducción

El concepto de lógica proposicional puede ser considerado como una de las bases de la matemática, cuyo origen podemos rastrearlo hasta la antigua Grecia con Aristóteles y la denominada “lógica clásica” (Correia, 2017). El uso de lógica se caracteriza por la axiomatización, similar al álgebra de Boole y su aplicación en distintas áreas, como la demostración matemática, la teoría de conjuntos, la lógica difusa, filosofía o incluso en aspectos relacionados al derecho y el mundo jurídico. Su universalidad, ubica a la lógica

Índice

proposicional bivalente y polivalente como un constructo útil y funcional para variados espacios de desarrollo científicos, desde usos propios del lenguaje científico, herramienta o como andamiajes que permiten la construcción de conocimiento. Sin embargo, la enseñanza y aprendizaje de la lógica proposicional (en este caso bivalente) sigue siendo desde un enfoque tradicionalista, donde la forma de enseñar es muy similar a como se muestra en Gonzáles (2010) o en Mikenberg (2013), haciendo único uso de representaciones simbólicas y tabulares. Por ello, el presente trabajo consideró la problemática como la falta de apreciación por parte de los estudiantes de matemáticas respecto a lógica, por lo que se plantea el objetivo de la investigación como "*Describir el efecto de una propuesta de enseñanza con enfoque interdisciplinario de lógica proposicional y electrónica en estudiantes de Pedagogía en Matemáticas y Computación*", junto con cuatro objetivos específicos, "*caracterizar el diseño de una propuesta interdisciplinar*", "*determinar las creencias de los participantes antes de la implementación*", "*determinar la habilidad de modelación matemática de lógica en electrónica posterior a la implementación*" y "*comparar las creencias de los participantes posterior a la implementación*".

Aspectos conceptuales

Es en el trabajo entre matemática y electrónica donde entra la interdisciplinariedad y la Teoría de Registros de Representaciones Semióticas (TRRS). Por un lado, la interdisciplina consiste en la integración del conocimiento matemático como razonamiento a la hora de resolver un problema que se ubica en otra disciplina (Huincahue & Soto, 2023; Miranda-Rojas y Huincahue, 2025). En esta idea, la interdisciplina es el trabajo colaborativo entre dos disciplinas para resolver un problema real, además, las instancias interdisciplinarias pueden llevar a cambios en las creencias de los estudiantes en cuanto a la utilidad de las matemáticas (Borromeo Ferri, 2019), lo que se relaciona con la postura del impacto de la "importancia" de un concepto en el desempeño de los estudiantes (Schoenfeld, 2002). La TRRS es la habilidad de los estudiantes de transformar y convertir un concepto matemático en distintos tipos de registros evaluando cual y cuando usar cierto tipo de representación que sea el más adecuado la situación (Duval, 2006).

En los aspectos basales del concepto matemático se encuentran las proposiciones lógicas (p, q y r) como los conectores: conjunción ($\wedge$), disyunción ($\vee$) y negación ($\neg$); además de las propiedades algebraicas conmutativa, asociativa y distributiva. Estos objetos se modelan usando la electrónica, donde en una proposición "*apretar botón p*" la proposición "p" será un pulsador Normalmente Abierto o NA (componente similar a un botón que al presionarse permite el flujo de corriente), una proposición "$\neg p$" va a ser un pulsador Normalmente Cerrado o NC (pulsador que al presionarse interrumpe el flujo de corriente) y el estado del Diodo Emisor de Luz o LED será el valor de verdad de la proposición completa, pudiendo estar encendido (verdad) o apagado (falso). Además, la conjunción se representa con

componentes conectados en serie (un componente seguido de otro) y la disyunción conectados en paralelo (con múltiples caminos posibles). De esta manera podemos realizar trabajos de modelación matemática, donde una proposición $p \vee (-q \wedge r)$ se puede representar de manera tabular con la tabla 1 y realizar conversiones concretas presentes en la figura 1.

Tabla 1

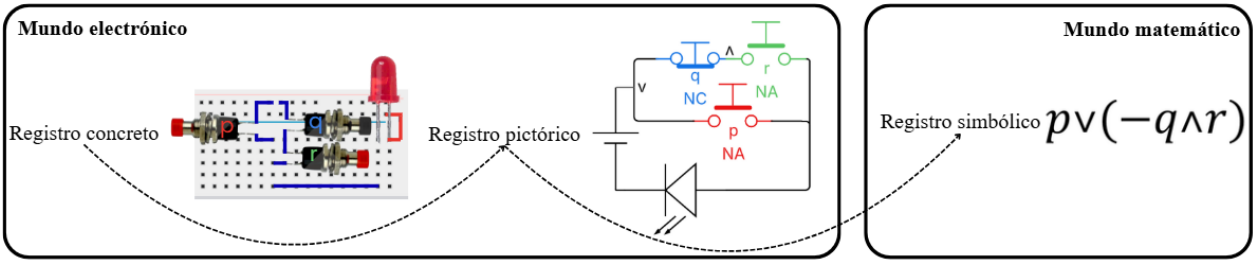
Tabla de valores de verdad de proposición "$p \vee (-q \wedge r)$"

Valor p	Valor q	Valor r	Valor $p \vee (-q \wedge r)$
V	V	V	V
F	V	V	F
V	F	V	V
F	F	V	V
V	V	F	V
F	V	F	F
V	F	F	V
F	F	F	F

Nota. Elaboración propia

Figura 1

Transición de representaciones de la proposición "$p \vee (-q \wedge r)$"



METODOLOGÍA

Por la naturaleza de la investigación y en base al marco teórico, este trabajo se ubica en un paradigma interpretativo con un enfoque cualitativo, interesando el aspecto fenomenológico de las instancias de aprendizaje, además posee un alcance exploratorio-descriptivo, identificando a los entornos interdisciplinarios en la lógica proposicional como poco estudiados en la literatura. Con respecto a los participantes, estos son 10 estudiantes de la carrera de Pedagogía en Matemáticas de la Universidad de Santiago de Chile cursando entre

segundo y cuarto año y que ya han cursado alguna asignatura de lógica en su carrera de pregrado.

Los instrumentos en cuestión son un formulario de creencias (aplicado al inicio y al final de la secuencia para una posterior comparación), una presentación relacionada a la enseñanza de electrónica básica y un total de 3 guías de trabajo, todo aplicado en sesiones de 75 minutos en 2 días. En cuanto a las técnicas metodológicas, son el análisis narrativo de los formularios junto a un software de análisis de datos cualitativos y elementos de la ID para la validación de las actividades con relación a la eficiencia en el desarrollo de la habilidad de modelación matemática de lógica en aspectos de interpretación y creación de circuitos. El material para cada participante es un cable de energía, un protoboard (placa de prueba para armar circuitos), 17 pulsadores (9 NA y 8 NC), un LED y cables UTP para conexión en la placa de trabajo.

RESULTADOS INICIALES

Se ha confeccionado una situación de aprendizaje asociada a la relación lógica proposicional y circuitos electrónicos, donde existe un lenguaje electrónico que se asocia a la lógica, en donde el uso de las propiedades lógicas permite la simplificación del circuito en construcción. El diseño de la tarea ha tenido prototipos de prueba, requiriendo mejoras. Actualmente, se han escogido expertos en el área de la electrónica con intereses en educación, además de didactas de la matemática con intereses en interdisciplina, con el fin de definir un proceso de validación de contenido externa. Posteriormente, y luego de establecer los ajustes necesarios, se inició un pilotaje de la propuesta con estudiantes de Pedagogía en Matemáticas y Computación, para finalmente y luego de los ajustes finales, aplicar la propuesta a un grupo de estudiantes objetivo.

RESULTADOS ESPERADOS – NOVIEMBRE 2025

Los resultados que se esperan obtener corresponden a dos dimensiones, los relacionados a las creencias y a la habilidad de modelación matemática en entornos interdisciplinarios. Respecto a creencias tenemos en primer lugar, que los estudiantes adquieran una nueva visión sobre la importancia de la lógica fuera de las matemáticas, como segundo resultado, se espera identificar cambios en el ámbito de motivación a seguir explorando y aprendiendo de la lógica proposicional. Por otro lado, se espera un desarrollo en la habilidad de modelación matemática de lógica en distintos contextos, pero específicamente en el campo de la electrónica a partir de la actividad confeccionada, la cual posee un carácter evaluativo y una dificultad más alta al tener una serie de problemas a la que los estudiantes jamás se han enfrentado.

Estos resultados esperados pueden llevar a futuras investigaciones sobre el trabajo interdisciplinar de electrónica con lógica difusa, manteniendo las bases de este trabajo, pero

aumentando la complejidad de los componentes electrónicos para crear circuitos que pueden tener un estado "parcialmente activo", por ejemplo. el volumen de un dispositivo o la velocidad de revoluciones de un motor.

Referencias

Borromeo Ferri, R. (2019). Educación Matemática Interdisciplinaria en la escuela—Ejemplos y experiencias. *UCMaule, 57*, 25–37. https://doi.org/10.29035/ucmaule.57.25

Correia, M. (2017). La lógica aristotélica y sus perspectivas. *Pensamiento. Revista de Investigación e Información Filosófica*, *73*(275), 5–19. https://doi.org/10.14422/pen.v73.i275.y2017.001

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9*(1), 143–168.

Gonzáles, H. (2010). *Matemática general*. Universidad de Santiago de Chile, Facultad de Ciencia Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación. https://books.google.cl/books?id=B3gxzwEACAAJ

Huincahue, J., & Soto, D. (2023). *Educación matemática interdisciplinar en el aula. Situaciones, orientaciones y modelación* (1.ª ed., Vol. 59). Ediciones UCM. https://ediciones.ucm.cl/wp-content/uploads/2024/05/TAD59-hwhgyp.pdf

Mikenberg, I. (2013). *Álgebra e introducción al cálculo*. Ediciones UC.

Miranda, R., & Huincahue, J. (2025). Interdisciplina: ¿Qué es y por qué importa? Entrevista al Dr. Jaime Huincahue. *CUHSO: Revista Científica Internacional, 35*(1), 1–14. https://doi.org/10.7770/cuhso-v35n1-art909

Schoenfeld, A. (2002). When good teaching leads to bad results: The disasters of «well-taught» mathematics courses. *Issues in Education, 8*(2). https://doi.org/10.1207/s15326985ep2302_5

GÉNERO, DOCENCIA Y MATEMÁTICAS: INTERSECCIONES DE PODER

Natalia Valenzuela Flores, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Abstract:

Esta contribución presenta una revisión de literatura reciente sobre la intersección entre género, docencia/poder y matemáticas, con foco en cómo se configuran y reproducen desigualdades a través de relaciones de poder en distintos niveles del sistema educativo. Mediante una revisión en las bases de datos WOS y Scopus hemos identificado 16 artículos. Los hallazgos convergen en que las niñas son sistemáticamente desventajadas mediante sesgos sutiles y acumulativos en la evaluación y en las expectativas, con especial intensidad cuando el género se entrecruza con etnicidad y clase. A su vez, la autoeficacia de las estudiantes se revela como una construcción social dependiente del reconocimiento de su competencia, afectando su continuidad en trayectorias matemáticas. En el plano institucional y cultural, la matemática se configura simbólicamente como un campo que segrega y que enfatiza lo masculino o lo blanco, invisibilizando voces y subjetividades diversas.

Género, docencia, poder, matemáticas

INTRODUCCIÓN

La persistencia de brechas de género en matemáticas obliga a examinar cómo el poder opera en el aula, la escuela y las políticas. Diversas investigaciones han mostrado que estas desigualdades no obedecen a diferencias individuales de capacidad, sino a tramas relacionales, institucionales y culturales que moldean expectativas, autoeficacia y trayectorias académicas, especialmente cuando el género se cruza con otras categorías como etnicidad y clase. En esta línea, Albizu (2023), señala que estas brechas se sostienen en la hegemonía epistémica de las matemáticas – construidas como neutrales y universales – y en prácticas andrócentricas que han excluido y desventajado a mujeres y colectivos minorizados. De ahí la necesidad de desnaturalizar esa "neutralidad" e incorporar marcos feministas. En este contexto, continuamos la revisión de Albuzu (2023) y nos preguntamos: ¿qué patrones comunes identifican los estudios recientes acerca de la relación entre género, poder y docencia en matemáticas?

METODOLOGÍA

Esta revisión de literatura (2020–2024), utilizó como bases de datos a WoS y Scopus, con combinaciones de palabras clave: gender, mathematics y power/teaching, filtrando artículos empíricos y revisiones con foco en relaciones de poder y resultados en matemáticas/STEM.

Índice

Esta búsqueda arrojó como resultado 140 trabajos. De estos fueron seleccionados 16 estudios que cumplían con los siguientes criterios: (a) pertinencia temática (intersecciones género–matemáticas–poder/docencia), (b) enfoque escolar/educativo, (c) evidencia empírica o revisión sistemática/narrativa, (d) reporte de efectos en evaluación, autoeficacia, participación o acceso.

Finalmente, se realizó una lectura y clasificación analítica en la que inductivamente se agruparon los hallazgos de acuerdo con patrones emergentes en la literatura. A partir de esta categorización se identificaron cuatro ejes recurrentes: a) sesgos docentes y juicios como forma de poder evaluativo; b) autoeficacia, motivación y autodeterminación en el aprendizaje matemático; c) voz estudiantil, discurso y gobernanza de los datos; y d) políticas e intervenciones para la equidad.

RESULTADOS

Sesgos docentes y juicios como forma de poder evaluativo

Diversas investigaciones coinciden en que los juicios docentes sobre el rendimiento de sus estudiantes no son neutros, sino que se encuentran permeados por estereotipos de género. En el caso de la matemática, las niñas suelen ser sistemáticamente subestimadas, incluso cuando su desempeño es equivalente al de los niños (Bonefeld et al., 2021; Olczyk et al., 2023). Este fenómeno se vincula al poder evaluativo del profesorado, puesto que las expectativas influyen en la retroalimentación, la asignación de tareas y los itinerarios escolares, reproduciendo desigualdades. Además, cuando las respuestas son ambiguas, los sesgos se intensifican, favoreciendo la atribución de habilidad matemática a los varones. Estos patrones se agravan en el cruce de género con etnicidad, donde las niñas pertenecientes a minorías resultan doblemente desventajadas (Copur-Gencturk et al., 2023). La evidencia muestra que las niñas, especialmente aquellas de minorías étnicas, pueden recibir evaluaciones más bajas que sus pares varones con el mismo desempeño. Esto sugiere que los sesgos docentes se manifiestan de manera sutil y acumulativa, más fácilmente detectables en la práctica cotidiana que en escenarios controlados (Bonefeld et al., 2021; Copur-Gencturk et al., 2023).

Autoeficacia, motivación y autodeterminación en el aprendizaje matemático

La autoeficacia emerge como un factor clave para explicar las trayectorias de las estudiantes en matemáticas y STEM. Investigaciones europeas han mostrado que el rendimiento de las niñas depende en gran medida de la percepción de competencia que logran construir en la interacción con docentes y pares, mientras que en los varones el logro se relaciona más con la atención sostenida y el compromiso conductual (Hofer et al., 2022). En la misma línea, estudios de iniciación al coding en España evidencian que las chicas presentan menores niveles de autoeficacia, motivación e intención de continuar (Torres-Torres et al., 2022). Complementariamente, una investigación en Malasia subraya que los estereotipos culturales

y las percepciones docentes reducen de manera significativa la autoeficacia de las alumnas en matemáticas y ciencias, afectando directamente su intención de seguir carreras STEM (Alam et al., 2021).

Voz estudiantil, discurso y gobernanza de los datos

Las desigualdades de género en matemáticas se entrelazan con la raza y la clase, afectando de manera particular a niñas de minorías que resultan doblemente desventajadas (Copur-Gencturk et al., 2023). Esta exclusión trasciende el aula y se refleja en representaciones simbólicas que configuran la matemática como un campo masculino y blanco, invisibilizando otras identidades (Schulz & Diplock, 2024). Un estudio etnográfico en EE. UU. mostró que, aunque algunos estudiantes negros construyen identidades matemáticas positivas, las chicas negras reportan menor percepción de utilidad futura, lo que limita su compromiso (Douglas et al., 2024). La literatura advierte, además, que la voz estudiantil – y en especial la de las niñas – suele quedar marginada en currículos y políticas, mientras que la gobernanza de los datos opera mediante métricas meritocráticas que silencian perspectivas críticas y refuerzan jerarquías de género y raza (Aloni & Spektor-Levy, 2024; Jaremus et al., 2020).

Políticas e intervenciones para la equidad

En el nivel de las políticas públicas, la evidencia indica que las intervenciones de primera infancia pueden mitigar desigualdades. Programas estatales de educación temprana en Carolina del Norte mostraron mejoras significativas en matemáticas y lectura, especialmente para los niños de familias menos aventajadas, reduciendo además la colocación en educación especial (Muschkin et al., 2020). Por otra parte, revisiones sistemáticas sugieren que estrategias como el screening universal, la aplicación de normas locales, el frontloading de contenidos y el agrupamiento flexible pueden reducir las brechas de excelencia en el acceso a programas avanzados de matemáticas (Meyer et al., 2024). En el nivel escolar, experiencias de coeducación y aprendizaje colaborativo también han demostrado que es posible redistribuir poder en el aula, visibilizando las competencias de las niñas y cuestionando la asignación estereotípica de roles (Kube et al., 2024; Mérida-Serrano et al., 2020). La evidencia disponible muestra que las brechas de género en matemáticas y STEM no son estáticas. Por ejemplo, una intervención que integró juegos de educación física con contenidos matemáticos permitió mejorar el razonamiento cognitivo de niños y niñas, reduciendo las ventajas iniciales de los varones en habilidades visoespaciales (Boz & Kiremitci, 2020).

REFLEXIÓN FINAL

La presente revisión ratifica que las desigualdades de género en matemáticas no obedecen a diferencias individuales de capacidad, sino a estructuras de poder que operan de manera articulada en areas específicas y en un plano general. En el nivel específico, se repite el patrón

de sesgo evaluativo donde las niñas son reconocidas por "esfuerzo" y los niños por "talento", que deriva en cadenas de consecuencias sobre recomendaciones y trayectorias, junto con un patrón de dependencia de validación externa más marcado en las estudiantes para sostener su compromiso y autoeficacia. En el plano general, persiste el patrón de encuadre simbólico y normativo que presenta a la matemática como campo masculino y blanco, con políticas que, aun reduciendo desigualdades socioeconómicas, muestran efectos diferenciales por género y reproducen un déficit de legitimidad para mujeres y orígenes diversos. Estos patrones reafirman la literatura reciente y, simultáneamente, evidencian vacíos consistentes con la escasa incorporación de marcos feministas explícitos, limitada atención interseccional y subrepresentación de contextos latinoamericanos y de educación especial (cruce género–discapacidad), lo que demanda estudios longitudinales e interseccionales que sigan trayectorias de niñas y mujeres en matemáticas.

Financiamiento

Agradecemos a los Proyectos: Fondecyt Iniciación 11240835 y FOVI 240238.

Referencias

Alam, M. S., Sajid, S., Kok, J. K., Rahman, M., & Amin, A. (2021). Factors that influence high school female students' intentions to pursue science, technology, engineering and mathematics (STEM) education in Malaysia. *Pertanika Journal of Social Sciences and Humanities, 29*(2), 839–867.

Albizu-Mallea, U. (2023). *Matematika, hezkuntza eta generoa gurutzatzen diren lekuak. Ahots feministek lagundutako kartografia bat* [Tesis doctoral no publicada]. Universidad de País Vasco.

Aloni, O., Zion, M., & Spektor-Levy, O. (2024). Students' voices—the dynamic interactions between learning preferences, gender, learning disabilities, and achievements in science studies. *Instructional Science, 52*(5), 711–742.

Bonefeld, M., Kleen, H., & Glock, S. (2021). The effect of the interplay of gender and ethnicity on teachers judgements: Does the school subject matter? *Journal of Experimental Education, 90*(4), 818–838.

Boz, B., & Kiremitci, O. (2020). Effect of maths-integrated pe games on cognitive ability. *South African Journal for Research in Sport, Physical Education and Recreation, 42*(2), 1–14.

Copur-Gencturk, Y., Thacker, I., & Cimpian, J. R. (2023). Teachers' race and gender biases and the moderating effects of their beliefs and dispositions. *International Journal of STEM Education, 10*(1), Article 31.

Douglas, A. A., Rittle-Johnson, B., Adler, R., Méndez-Fernández, A. P., Haymond, C., Brandon, J., & Durkin, K. (2024). "He's probably the only teacher I've actually learned from": Marginalized students' experiences with and self-perceptions of high school mathematics. *American Educational Research Journal, 61*(5), 915–952.

Hofer, S. I., Reinhold, F., Hulaj, D., Koch, M., & Heine, J. H. (2022). What matters for boys does not necessarily matter for girls: Gender-specific relations between perceived self-determination, engagement, and performance in school mathematics. *Education Sciences, 12*(11), Article 775.

Jaremus, F., Gore, J., Prieto-Rodriguez, E., & Fray, L. (2020). Girls are still being 'counted out': teacher expectations of high-level mathematics students. *Educational Studies in Mathematics, 105*(2), 219–236.

Kube, D., Weidlich, J., Kreijns, K., & Drachsler, H. (2024). Addressing gender in STEM classrooms: The impact of gender bias on women scientists' experiences in higher education careers in Germany. *Education and Information Technologies, 29*(15), 20135-20162.

Mérida-Serrano, R., González-Alfaya, M. E., Olivares-García, M. A., Rodríguez-Carrillo, J., & Muñoz-Moya, M. (2020). Sustainable development goals in early childhood education. Empowering young girls to bridge the gender gap in science. *Sustainability, 12*(22), 1-14, Article 9312.

Meyer, M. S., Shen, Y., & Plucker, J. A. (2024). Reducing excellence gaps: A systematic review of research on equity in advanced education. *Review of Educational Research, 94*(1), 33–72.

Muschkin, C. G., Ladd, H. F., Dodge, K. A., & Bai, Y. (2020). Gender differences in the impact of North Carolina's early care and education initiatives on student outcomes in elementary school. *Educational Policy, 34*(2), 377–407.

Olczyk, M., Gentrup, S., Schneider, T., Volodina, A., Perinetti Casoni, V., Washbrook, E., Kwon, S., & Waldfogel, J. (2023). Teacher judgements and gender achievement gaps in primary education in England, Germany, and the US. *Social Science Research, 116*, Article 102938.

Schulz, S., & Diplock, A. (2024). Negotiating the structural and personal intensities of gender, affects and whiteness through culturally responsive becoming in mathematics. *Critical Studies in Education*. Online first.

Torres-Torres, Y. D., Román-González, M., & Pérez-González, J. C. (2022). Brechas de género en la iniciación a la programación informática en educación secundaria en España. *Revista Complutense de Educacion, 33*(4), 701–712.

Wieselmann, J. R., Dare, E. A., Roehrig, G. H., & Ring-Whalen, E. A. (2021). "There are other ways to help besides using the stuff": Using activity theory to understand dynamic student participation in small group science, technology, engineering, and mathematics activities. *Journal of Research in Science Teaching, 58*(9), 1281–1319.

Índice

ENFOQUES AMBIENTALES Y SOSTENIBILIDAD EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA

Javier Celis, Universidad de Los Lagos

Abstract:

Integrar la educación para el desarrollo sostenible o la educación ambiental en la escuela es hoy un desafío social, cultural e incluso político, específicamente desde la educación matemática existe una creciente atención a cómo se comunican y modelan los fenómenos actuales y futuros que atañen a nuestro medio ambiente, por lo cual se plantea a través de una revisión sistemática de literatura, el objetivo de describir la naturaleza de la investigación en torno a esta temática y sus características más relevantes entorno al nivel educativo de secundaria, para ello se utiliza como referente metodológico PRISMA, con datos de los últimos 10 años, recuperados desde la base de datos ERIC, por medio del cual se han logrado incluir 38 documentos, los cuales se encuentran en etapa de codificación y categorización para dar respuesta a las preguntas que guían esta revisión en desarrollo.

Educación matemática, educación ambiental, sostenibilidad, EDS, revisión sistemática de literatura.

INTRODUCCIÓN

La sostenibilidad hoy es un concepto que no podemos apartar del mundo y su futuro, pues nos enfrentamos a súbitos cambios, que demandan de la sociedad acciones concretas por el cuidado del medio social, cultural y ambiental actual, como para el devenir. En este sentido, es que 'las matemáticas están profundamente implicadas en el cambio climático y otros problemas globales, por ejemplo, en cómo se comunican y modelan los acontecimientos.' (Coles y Helliwell, 2023: 2) desde este punto de vista, podríamos mencionar la contaminación, el modelo de economía, el extractivismo, entre otros que son enunciados por diversas fuentes, en específico por lo Objetivos para el desarrollo Sostenible (ONU, 2023) y que son materias donde las matemáticas juegan un rol relevante.

En relación con la educación, son numerosos los artículos que abordan la Educación Ambiental (EA) y la Educación para el desarrollo sostenible (EDS) desde una perspectiva histórica asociada al surgimiento de conferencias internacionales que ponen relevancia a este giro educativo hacia la sostenibilidad desde la década del 70 en adelante, pero esa búsqueda ha estado en general situada en lo político-económico y por lo cual ha dejado a un margen la búsqueda de un aprendizaje genuino de los fenómenos que son susceptibles de ser abordados en la escuela (González Gaudiano, 2001).

En educación matemática, esta conexión 'no fue evidenciada con claridad hasta 2011, cuando se presentó la primera propuesta de una educación matemática sustentable, o 2010 antes de

Índice

que se planteara la consideración del medio ambiente dentro de la educación matemática crítica' (Makramalla et al., 2025, p. 536), es decir, este interés por una educación que ponga su atención en las problemáticas medioambientales y el futuro en el planeta, ha generado un impacto en la educación matemática prácticamente 4 décadas después de las primeras intenciones internacionales, lo cual devela un interés emergente, que se ha caracterizado por plantear profundos desafíos para la integración de la EDS y la Educación matemática (Vásquez et al., 2023). Es por ello, que el objetivo de esta revisión sistemática, que actualmente se encuentra en desarrollo, se centrará en describir la naturaleza de la literatura e investigación en educación matemática que integran enfoques ambientales y para el desarrollo sostenible.

En esta revisión, asumiré el concepto de EDS como, el conjunto de aquellos intereses educativos que responden a la búsqueda de un enfoque que proporciona a las personas y sus comunidades 'las habilidades, los valores y las actitudes para convertirse en agentes de cambio para lograr el desarrollo sostenible' (UNESCO, 2022, p.3). Mientras que el concepto de EA como 'la toma de conciencia sobre el desarrollo humano, crítico del marco socioeconómico actual y la potenciación de las capacidades humanas para transformarlo' (Ministerio del Medio Ambiente, 2018, p. 29).

Preguntas de investigación

Para guiar esta revisión sistemática, he redactado tres preguntas:

1. ¿Cómo se entiende la relación entre educación matemática y Educación Ambiental/ Educación para el Desarrollo Sostenible? ¿Es posible asociarlo a un enfoque específico?
2. ¿Cuál es la naturaleza de los problemas abordados? ¿Pertenecen a los planteados por los objetivos para el desarrollo sostenible?
3. ¿Están orientados o investigan en una concepción arraigada a la ética, a las habilidades o competencias de los estudiantes y profesores?

METODOLOGÍA

Con la función de dar respuesta a estas preguntas, se aplicará una revisión sistemática de literatura, de acuerdo con las directrices PRISMA (Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses), descritas por Page et al. (2021). A través de este método se busca describir las relaciones existentes entre Educación Matemática y EA o EDS, este proceso se estructurará en 3 pasos relevantes:

Paso 1: Elección de bases datos y su uso

Para la presente revisión sistemática, he decidido comenzar con la base de datos ERIC (Educational Resources Information Center), pues esta presenta una base de datos

Índice

especializada en Educación, que no solo recoge información desde revistas científicas, sino que además incluye en sus bases, informes gubernamentales, tesis, secciones de libros, currículos y amplía la mirada específicamente en educación, lo que podría provocar una revisión más exhaustiva.

Situados en la plataforma ERIC, he utilizado algunas palabras clave, tales como sostenibilidad, educación ambiental, matemática, y sus correspondientes traducciones al inglés, a partir de esto he construido la siguiente cadena de búsqueda *("environmental education" OR "education for sustainable development" OR "sustainable development education") AND ("mathematic*" OR "math*" OR "statistic*")*, la cual posee a grandes rasgos dos componentes, la primera busca el rasgo ambiental o sostenible en educación, la segunda se enmarca en matemática o estadística, con sus respectivos comodines (*).

Cabe destacar que la Asamblea General de la ONU adopta la agenda 2030 para el desarrollo sostenible en septiembre de 2015, donde a través del objetivo número 4 se propone una educación de calidad, que garantice el acceso, la equidad y una educación para el desarrollo sostenible. Posteriormente, en mayo de 2021 en Berlín, se celebró la conferencia mundial de la UNESCO de Educación para el desarrollo Sostenible (EDS) la cual decanta en una declaración que posee elementos claves para comprender el estado de la educación entorno a esta temática y el compromiso hacia el cambio en los sistemas educativos para transformar el aprendizaje en la escuela, es decir, entrega una visión más direccionada e intencionada en el ámbito de la educación, que lo propuesto por la agenda 2030, integrándola y poniéndola de manifiesto. En relación con esto, me he propuesto analizar, entonces, cómo ha evolucionado en los últimos 10 años las propuestas de EDS en Educación Matemática y si existen otras vertientes que no sólo estén cimentadas en ella, por lo tanto, he aplicado en la plataforma de ERIC un primer filtro sobre la fecha de publicación: *Since 2016 (last 10 years),* con lo cual he recuperado un total de 428 resultados.

Paso 2: Examinar y seleccionar la literatura

Con la función de efectuar una elección adecuada de la literatura que permita responder las preguntas que guían esta revisión sistemática, a continuación, se precisan los criterios de inclusión y exclusión.

Tabla 1

Criterios de búsqueda para la revisión sistemática de literatura

Criterio	Inclusión	Exclusión
Año de publicación	Entre 2016 y julio 2025	Anteriores a 2016
Nivel educativo	Educación secundaria	Otro nivel educativo

Índice

Idioma	Inglés	Otro idioma

Nota. Elaboración propia

Como ya se ha justificado anteriormente, bajo el criterio de año de publicación, se han incluido concretamente la literatura comprendida entre 2016 y el primer semestre de 2025. El segundo criterio adoptado se sitúa en un nivel educativo específico, dado que el interés, en correspondencia con los argumentos presentados anteriormente, están situados en la transformación que ha sucedido en la escuela y, además, han sido en menor número en educación secundaria (Vásquez et al., 2023). El tercer criterio, se presenta como un campo de entrada para la revisión sistemática y por lo cual se incluirá solo literatura en inglés. Luego de la aplicación de los criterios mostrados en la Tabla 1, se han detectado un total de 114 resultados, por lo cual, han sido excluidos 314 documentos.

Paso 3: Elegibilidad

Para realizar la elección definitiva de la literatura que se considerará para la revisión sistemática, se llevó a cabo una revisión de los títulos y resúmenes de los 114 documentos recuperados en el paso anterior, por medio del software Zotero. Luego de esta primera lectura, se han excluido 76 documentos, ya que se referían en gran medida al uso de estadísticos para el análisis de datos cualitativos entorno a problemas educativos, lo cual producía falsos positivos para la búsqueda.

RESULTADOS PRELIMINARES

Luego de realizar los tres pasos de la estructura mencionados anteriormente, se han obtenido un total de 38 documentos que buscan responder las interrogantes planteadas, en la siguiente tabla se detallan algunos hallazgos.

Tabla 2

Tipos de Literatura recuperadas para la revisión sistemática.

Tipo	Frecuencia	Porcentaje
Libro	1	2,6
Tesis	29	76,3
Reportes	5	13,2
Artículos	3	7,9

Nota. Elaboración propia

Es posible observar que existen tres tipos de literaturas recuperadas, un libro, tres tesis, 5 reportes y 29 artículos de revistas. Aunque, aún no es posible observar una clara tendencia en la acumulación de literatura dependiente del año en que han sido publicadas, por otra

parte, se encuentra en desarrollo el análisis de dicha literatura para su codificación y categorización. Algunos alcances que es necesario referir, es que es necesario incluir otras bases de datos, como Scopus y WoS, para contrastar lo hallado hasta el momento, así como incluir actas de congresos internacionales en educación matemática donde ha tenido especial relevancia esta línea de investigación emergente.

Referencias

Coles, A., & Helliwell, T. (2023). The role of mathematics teacher educators in preparing teachers of mathematics to respond to global challenges within their classrooms. *London Review of Education*, *21*(1). https://doi.org/10.14324/lre.21.1.02

González Gudiano, E. (2001). Otra lectura a la historia de la educación ambiental en América Latina y el Caribe. *Desenvolvimento e Meio Ambiente*, *3*. https://doi.org/10.5380/dma.v3i0.3034

Makramalla, M., Coles, A., le Roux, K., & Wagner, D. (2025). Mathematics education for sustainable futures: A strengths-based survey of the field to invite further research action. *Educational Studies in Mathematics*, *119*(3), 535–556. https://doi.org/10.1007/s10649-025-10389-x

Ministerio del Medio Ambiente. (2018). *Educación ambiental: Acercando la naturaleza a las personas. Gobierno* de Chile. https://educacion.mma.gob.cl/wp-content/uploads/2020/11/Libro-EA.pdf

ONU. (2023). *Informe de los Objetivos de Desarrollo Sostenible*. *Departamento de Asuntos Económicos y Sociales*, Naciones Unidas. https://unstats.un.org/sdgs/report/2023/

Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., McGuinness, L. A., ... Moher, D. (2021). *The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews*. *BMJ*, *372*, n71. https://doi.org/10.1136/bmj.n71

Vásquez, C., Alsina, Á., Seckel, M. J., & García-Alonso, I. (2023). Integrating sustainability in mathematics education and statistics education: A systematic review. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *19*(11), em2357. https://doi.org/10.29333/ejmste/13809

UNESCO, World Conference on Education for Sustainable Development (2022). *Berlin Declaration on Education for Sustainable Development; Learn for our planet: Act for sustainability*. UNESCO. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000381228

Índice

MATEMÁTICAS E INTERCULTURALIDAD: TENSIONES Y APRENDIZAJES DE LOS DOCENTES NOVELES

Isabel del Carmen Cáceres Beltrán, Universidad Católica de Temuco
Benjamín Ignacio Cofré Llanquimán, Universidad Católica de Temuco
José Luis Levil Antinao, Universidad Católica de Temuco
Mario Ernesto Schwartinsky Medina, Universidad Católica de Temuco

Abstract:

La educación matemática en Chile permanece tensionada por enfoques monoculturales que dificultan la contextualización en territorios diversos como La Araucanía. Este estudio cualitativo (fenomenológico descriptivo) identifica cómo docentes noveles de matemáticas (n = 10, hasta 5 años de experiencia) integran la perspectiva intercultural en sus prácticas. Se aplicaron entrevistas semiestructuradas y observaciones de clase analizadas en Atlas.ti, guiadas por CRMT2 (Conocimiento e identidades; Rigor y apoyo; Poder y participación). Los resultados preliminares muestran: (i) reconocimiento del valor de la interculturalidad pero déficit de herramientas para su implementación; los docentes manifiestan que, aunque intentan implementar estos enfoques, sienten que no saben cómo hacerlo de manera concreta en el aula. (ii) tensiones curriculares por alineación a objetivos y materiales estandarizados; reportan que, al intentar usar elementos culturales locales, sus pares cuestionan con qué objetivo ministerial se vincula esa actividad. y (iii) agencia emergente para incorporar fondos culturales con anclaje matemático (observaciones); donde los docentes, pese a las barreras, buscan activamente vincular saberes locales al contenido y cuestionan la idea de una "matemática universal" que invisibiliza el conocimiento de otras culturas. Se discute a la luz de Pedagogía Culturalmente Relevante (PCR)/Enseñanza de la matemática culturalmente responsable (EMCR) y de la crítica al eurocentrismo curricular, proponiendo apoyos de diseño y evaluación situada para fortalecer la implementación.

Enseñanza media, intercultural, educación matemática, profesor novel, La Araucanía.

ANTECEDENTES GENERALES

La enseñanza de la matemática en Chile ha estado marcada por un enfoque monocultural que dificulta el reconocimiento de la diversidad cultural del estudiantado, especialmente en la Región de La Araucanía (Quintriqueo y Arias-Ortega, 2019). Aunque la interculturalidad se reconoce en el marco normativo, en la práctica los docentes, particularmente los noveles, enfrentan tensiones derivadas de una formación inicial centrada en estándares universales (Reyes, 2025), la presión de evaluaciones estandarizadas y la falta de recursos didácticos contextualizados. Esta situación plantea el desafío de identificar cómo los docentes noveles de matemáticas integran un enfoque intercultural en sus prácticas, con miras a construir una educación matemática más inclusiva y situada. En consecuencia, como estudiantes de

Índice

Pedagogía Media en Matemáticas próximos a egresar, orientamos nuestro trabajo de titulación al análisis de las percepciones y prácticas de docentes noveles de la disciplina, con el propósito de comprender el escenario profesional que enfrentaremos al iniciar el ejercicio docente.

En este sentido y a nivel internacional, la UNESCO (2025) destaca la importancia de articular ambos ámbitos, cultura y educación, para una enseñanza inclusiva y respetuosa de la diversidad. Sin embargo, en la formación inicial docente persiste una visión limitada, ya que la diversidad cultural suele abordarse desde lo teórico sin suficientes herramientas prácticas.

En este contexto surge la Pedagogía Culturalmente Relevante (PCR) (Ladson-Billings, 2009, 2024), que busca empoderar al estudiantado conectando contenidos con identidades y experiencias. En el ámbito matemático, se concreta en la Enseñanza de las Matemáticas Culturalmente Responsables (EMCR) (Zabala & Aguirre, 2024), la cual propone integrar saberes locales, fomentar la equidad y convertir el aula en un espacio de justicia social y transformación. Así, la matemática se humaniza, se contextualiza y se convierte en una herramienta para comprender y transformar realidades. En síntesis, aunque los docentes noveles reconocen la importancia de la cultura en la educación, aún requieren mayor apoyo formativo y metodológico para integrar de manera efectiva, siendo la EMCR un marco teórico y práctico clave para promover una educación matemática inclusiva y con sentido transformador.

METODOLOGÍA

La investigación se desarrolló con un enfoque cualitativo y diseño fenomenológico descriptivo, orientado a comprender cómo los docentes noveles de matemáticas enfrentan la enseñanza en contextos culturalmente diversos. Participaron diez profesores noveles de educación media en la Región de La Araucanía, con un máximo de cinco años de experiencia, siguiendo a de Vera (2021) quien extiende el periodo de docente novel hasta cinco años; con selección intencionada (urbano/rural). Se emplearon entrevistas semi-estructuradas, elaboradas y pilotadas a partir del modelo Culturally Responsive Mathematics Teaching Tool (CRMT2) de Zabala y Aguirre (2024), junto con observaciones de clases mediante lista de cotejo en sesiones de 90 minutos.

El procedimiento incluyó entrevistas por videollamada y observaciones presenciales, realizadas con consentimiento informado tanto de los docentes como de las autoridades escolares cuando correspondía. Se garantizó la voluntariedad de la participación, la posibilidad de retiro en cualquier momento necesario y el resguardo del anonimato mediante seudónimos para participantes e instituciones. El análisis de datos se llevó a cabo en Atlas.ti mediante codificación abierta, axial y selectiva, contrastando entrevistas y observaciones en torno a las dimensiones de Zabala y Aguirre (2024) que son Conocimiento e identidad, Rigor

y apoyo, y Poder y participación, con el fin de generar una comprensión profunda de la práctica docente novel en aulas culturalmente diversas.

RESULTADOS PRELIMINARES

Del análisis preliminar surgieron tensiones vinculadas a la formación inicial docente y la incorporación de la interculturalidad en la enseñanza de las matemáticas. Uno de los participantes señaló: "Porque, por ejemplo, yo lo poco que sé lo he tratado de implementar, pero creo que esa es una dificultad que tienen los docentes que no conocen cómo poder enseñar de esta manera" (P1). Esta declaración revela una doble problemática: por un lado, el reconocimiento de la importancia de un enfoque culturalmente responsable y por otro, la percepción de carencia de herramientas concretas que permitan llevarlo a la práctica. Dicho testimonio coincide con la literatura que subraya la insuficiente formación inicial en preparar a los docentes para contextos diversos.

Siguiendo con esto, se percibió que el currículum, al intentar abarcar la diversidad cultural del país, presenta dificultades para su aplicación contextualizada: "Por ejemplo, si nos vamos a lo cultural, acá en La Araucanía están los estudiantes más centrados en lo mapuche. Pero si nos vamos al norte están los aimaras, los diaguitas… entonces igual es difícil hacer quizá un texto escolar para cada uno, pero quizás poder incorporar más sobre los distintos" (P1). Esta afirmación evidencia la tensión entre un currículum nacional homogéneo y en la realidad multicultural de Chile. El docente plantea que, aunque no es viable un texto escolar para cada grupo, los materiales deberían integrar mejor la diversidad cultural, reflejando a distintos pueblos y no solo a uno. Esto muestra una mirada crítica al currículo eurocentrista y una apertura hacia la inclusión y representatividad cultural.

Asimismo, se evidenció la crítica hacia la idea de una matemática universal que invisibiliza a las culturas minoritarias: "Con esta idea de la matemática universal y pura… no tiene cultura, o casi del grupo cultural/científico que construye matemáticas, pero no de otros" (P2). Este comentario cuestiona el carácter supuestamente neutral de la matemática y expone como, en la práctica, se privilegia una visión eurocéntrica, dejando de lado las formas de conocimiento matemático desarrolladas en otras culturas.

En relación con la implementación de clases interculturales, se menciona: "Intento hacerlo de la mejor forma posible, si levanto elementos propios de mi cultura, si incorporo en él, dentro de los objetivos educativos… cuando yo empecé, empecé buscando elementos que tenían su relación en las matemáticas, pero me di cuenta que muchos profesores lo encontraban muy bueno, pero decían, ¿pero con qué objetivo trabajo esto?"(P2) Por otra parte, referente al vínculo con el currículum en mismo participante menciona: "El profe de contexto escolar siempre necesita la conexión directa porque claro, tú profe de aula, qué tienes, qué te piden ver, todos esos objetivos" (P2). Este testimonio refleja la dificultad que enfrentan los docentes noveles al intentar integrar elementos culturales en la enseñanza de

las matemáticas dentro de un sistema escolar fuertemente condicionado por los objetivos curriculares. El docente reconoce el valor de integrar elementos culturales, pero advierte que las exigencias normativas y metas estandarizadas limitan la innovación, evidenciando la necesidad de mayor flexibilidad curricular para una enseñanza matemática culturalmente responsable.

Los testimonios evidencian la brecha de implementación: "lo poco que sé lo he tratado de implementar… [no sé] cómo poder enseñar de esta manera" (P1). Se identifican tensiones curriculares por exigencias de alineación a objetivos y materiales: "es difícil hacer quizá un texto escolar para cada uno… incorporar más sobre los distintos" (P1); "muchos profesores lo encontraban muy bueno, pero decían, ¿con qué objetivo trabajo esto?… el profe siempre necesita la conexión directa [con] objetivos" (P2).

Las observaciones muestran prácticas con Conocimiento e identidades (vínculo saberes locales–contenido), Rigor y apoyo (tareas exigentes con andamiajes) y Poder y participación (participación equitativa y construcción colectiva). Estos patrones sugieren agencia docente emergente para una EMCR, condicionada por presiones curriculares y necesidad de herramientas de diseño más específicas.

DISCUSIONES

Los hallazgos confirman la distancia entre el reconocimiento discursivo de la diversidad y su traducción didáctica. P1 evidencia la falta de herramientas para integrar lo cultural ("…[no sé] cómo poder enseñar de esta manera"), mientras que P2 tensiona la necesidad de legitimar estas prácticas frente a los objetivos curriculares ("¿con qué objetivo trabajo esto?"). Esto refleja lo planteado por Reyes (2025), quien advierte que la formación inicial aborda la diversidad cultural más desde lo declarativo que desde lo práctico. En este sentido, la Pedagogía Culturalmente Relevante (Ladson-Billings, 2009, 2024) y la Enseñanza Matemática Culturalmente Responsable (Zabala & Aguirre, 2024) ofrecen marcos que permiten vincular contenidos con fondos culturales, aunque las observaciones también revelan las restricciones que imponen los currículums nacionales de corte monocultural y eurocéntrico (Quintriqueo y Arias-Ortega, 2019).

Se verifica una brecha de implementación: los docentes noveles valoran la interculturalidad, pero requieren herramientas pedagógico-curriculares para integrar de modo sistemático. EMCR/CRMT2 ofrece un marco operativo útil, y las evidencias muestran agencia emergente condicionada por presiones de alineación a objetivos y materiales. Proponemos: (a) matriz OA/UE – fondo cultural – criterio de éxito por tarea; (b) banco de tareas contextualizadas con guías de discusión crítica; (c) mentorías entre pares con observación focalizada en los tres dominios EMCR; y (d) evaluación situada (rúbricas de participación, argumentación y pertinencia cultural). Limitaciones: muestra intencionada regional y evidencia preliminar; se sugiere ampliar casos y triangulación (entrevista–observación–productos).

Referencias

de Vera, R.L. (2021). Transitional Experiences of Newly Hired Teachers in Department of Education. *International Journal of Multidisciplinary Research and Publications (IJMRAP)*, *3*(11), 30–36.

Ladson-Billings, G. (2009). *The dreamkeepers: Successful teachers of African American children* (2nd ed.). Jossey-Bass.

Ladson-Billings, G. (2024). Does That Count? How Mathematics Education Can Support Justice-Focused Anti-Racist Teaching and Learning. *Journal of Urban Mathematics Education*, *17*(2). https://doi.org/10.21423/jume-v17i2

Quintriqueo, S., & Arias-Ortega, K. (2019). Educación intercultural articulada a la episteme indígena en latinoamérica. El caso mapuche en Chile. *Diálogo Andino*, (59), 81–91. https://doi.org/10.4067/S0719-26812019000200081

Reyes, K. (2025). A systematic review of culturally relevant pedagogy in mathematics teacher education: Methods, successes, and room for improvement. *International Educational Review, 3*(1), 21–40. https://doi.org/10.58693/ier.312

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO]. (2025). *Culture and education.* Consultado el 1 de septiembre de 2025, de https://www.unesco.org/es/mondiacult/culture-and-education

Zabala, C., & Aguirre, J. M. (2024). *Cultivating mathematical hearts: Culturally responsive mathematics teaching in elementary classrooms*. Corwin Press.

DIÁLOGO INTERCULTURAL PARA DIVERSIFICAR EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA: PANGUI KA TREWA SE ENCUENTRAN EN EL PLANO CARTESIANO

Sofia Arriola Fernández, Universidad de Santiago de Chile

Valentina Jiménez Penela, Universidad de Santiago de Chile

Abstract:

El presente escrito propone una estrategia didáctica para séptimo básico que busca fortalecer la diversidad e inclusión desde el diálogo intercultural y la promoción de habilidades comunicativas, de colaboración y pensamiento para el siglo XXI. Asimismo, explora la comprensión de elementos y uso del plano cartesiano a través del diálogo con el juego mapuche Komikan, revelando el gran valor de integrar los saberes matemáticos con epistemologías de la diversidad del territorio chileno. La metodología de esta investigación contempla en primera instancia la consideración de métodos educativos mapuche en pos de una consideración crítica de la interculturalidad en contextos educativos y, de esta manera, dialogar con los saberes matemáticos de forma adecuada integrando la etnomatemática y el aprendizaje basado en juegos. Junto con lo anterior se realizan conversaciones exploratorias con docentes en formación del área matemática lo que en su conjunto permite la creación de la secuencia didáctica. La implementación en un establecimiento educativo en la comuna de La Cisterna, en Santiago de Chile revela las potencialidades del diálogo entre los saberes matemáticos y mapuche. La aplicación de la propuesta en las aulas de territorio chileno y sus proyecciones constituyen algunos de los pasos para construir conversaciones efectivamente interculturales en la escuela.

Interculturalidad, educación matemática, educación secundaria juegos mapuche, habilidades del siglo XXI

INTRODUCCIÓN

Al aproximarse al aula desde la enseñanza de la matemática, las prácticas docentes se encuentran atravesadas por sus experiencias, valores y posicionamientos. Sin embargo, en la búsqueda pedagógica de promover aprendizajes significativos y culturalmente situados, las/os docentes se encuentran con un currículum escolar monocultural que desvaloriza el conocimiento de culturas originarias y, por lo tanto, la consideración de sus aportes epistémicos al currículum ha resultado ser descontextualizadas y perpetuadoras de las desigualdades hacia sus conocimientos y maneras de ver la vida (Quilaqueo & Quintriqueo, 2017). Esta tensión entre la intención pedagógica inclusiva y un sistema educativo que prioriza epistemologías hegemónicas obstaculiza la integración del diálogo intercultural a un proyecto educativo que aporte a la desestructuración del legado hegemónico del saber para abrir otras formas de convivir, de existir y de pensar la escuela y la sociedad.

De lo anterior nace la pregunta de investigación de esta propuesta: ¿Cómo puede integrarse el juego ancestral mapuche Komikan en el aprendizaje del plano cartesiano para reconocer la diversidad cultural del territorio chileno y fortalecer habilidades para el siglo XXI? En

Índice

consecuencia, la hipótesis plantea la integración del juego ancestral mapuche desde sus métodos educativos propios como una oportunidad para la diversidad epistemológica en la asignatura de matemática. De esta manera se establece como objetivo principal diseñar una propuesta didáctica basada en el juego "Komikan" como recurso educativo para promover aprendizajes significativos y éticamente situados en estudiantes de 7° básico. Para ello se propone caracterizar el sentido educativo del juego en la cultura mapuche, vincular sus elementos con los contenidos curriculares de geometría, diseñar una secuencia didáctica que fomente la participación y el diálogo intercultural, y evaluar las percepciones de docentes y estudiantes sobre su potencial pedagógico.

ELEMENTOS TEÓRICOS

A partir de los objetivos propuestos, la investigación se fundamenta en tres elementos teóricos que sustentan el diseño didáctico. En primer lugar, frente al desafío de incorporar una propuesta en el aula sin reducir la experiencia del aprendizaje a la transmisión de contenidos, Quintar (2021) plantea la didáctica no-parametral como una ruptura del modelo tecnicista invitando a construir escenarios pedagógicos donde aprender tenga sentido para la vida. Desde esta perspectiva el acto educativo implica reconocer el deseo del saber y situar el conocimiento desde la propia historia social y comunitaria de cada estudiante.

En segundo lugar y, en línea con lo anterior, D´Ambrosio (2014) reconoce, específicamente, a la matemática como una forma de conocimiento que se desarrolla en contextos sociales específicos. El autor plantea la Etnomatemática para visibilizar la pluralidad de saberes al reconocer prácticas y razonamientos de los pueblos en su relación con el entorno. Bajo este enfoque, se considera el aula como un espacio donde existan diversos modos de pensar y de resolver problemas fomentando el reconocimiento cultural.

En tercer lugar, se consideran aportes desde la interculturalidad y una educación matemática crítica bajo lo propuesto por San Martín Aedo (2023) quien expone que el aprendizaje debe tener un horizonte cultural *"*(...) que permita comprender el conocimiento matemático desde la diversidad sociocultural de los pueblos que habitan el país" (p. 102). En esta búsqueda, Quilaqueo y Quintriqueo (2017) advierten que dicha incorporación al aula ha sido parcial y responde a estrategias funcionales que no consideran la estructura social establecida y, por lo tanto, termina por anular los saberes ancestrales de la diversidad sociocultural, educando a niños, niñas y adolescentes omitiendo la su existencia en territorio chileno.

Lo anterior, invita a pensar en metodologías que busquen transformar la realidad desde la cultura propia de las y los estudiantes.

En los relatos culturales donde se aprende a partir de las experiencias del diario vivir son las culturas ancestrales quienes recogen el habitar lúdico como un espacio fundamental para el aprendizaje. Específicamente, desde la epistemología mapuche, Olivares (2017) plantea que uno de los lugares en los que el saber y el juego se halla es el aukantün (la acción de jugar, en lengua mapudungun). Sus prácticas lúdicas se basan en la experiencia, la observación, el razonamiento y la comunidad lo que en su vinculación con el aprendizaje promueve la

colaboración, la creatividad y el pensamiento crítico, habilidades esenciales para el siglo XXI. Esta perspectiva vivencial del juego logra incorporar de forma natural la experiencia e historia de quienes participan de este.

Así, la propuesta se enmarca en un enfoque intercultural crítico y situado, lo que permite repensar la enseñanza del plano cartesiano más allá del tecnicismo, vinculándose con la cultura, la historia y la identidad de los estudiantes.

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

La investigación se enmarca en un enfoque cualitativo de tipo exploratorio - descriptivo que busca comprender las potencialidades del juego ancestral mapuche Komikan como recurso pedagógico para la enseñanza de la matemática. Este enfoque permite analizar significados y experiencias de los participantes.

En primera instancia se desarrolla una fase exploratoria a través de conversaciones grupales con ocho estudiantes de la carrera de Pedagogía en Física y Matemática de la Universidad de Santiago de Chile. En esta fase, los participantes conocen la historia y elementos del juego Komikan para luego, a partir de la puesta en práctica de la dinámica del juego, reflexionar acerca de sus posibles aplicaciones educativas. Las conversaciones fueron registradas y analizadas de manera cualitativa, logrando identificar categorías que apuntan a aprendizajes matemáticos, valores educativos vinculados al kimeltuwün[11] (formas de aprender mapuche) y habilidades del siglo XXI. A partir de esta exploración, se realizó el diseño didáctico de la propuesta estructurado en tres clases.

RESULTADOS

Los principales resultados de esta investigación se establecen en el diseño didáctico y su aproximación al aula. El diseño corresponde a una secuencia didáctica para ser implementada en 7° básico en la asignatura de matemática, la propuesta contempla la vinculación del juego mapuche Komikan con el desarrollo de la diversidad cultural para el aprendizaje de la geometría del plano cartesiano.

[11] Acción educativa familiar mapuche (Quilaqueo y Quintriqueo, 2017), se compone de métodos educativos propios para llevar a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje entre quienes forman parte de las comunidades.

Tabla 1

Diseño didáctico

	Primera clase	Segunda clase	Tercera clase
	Experimentar y crear estrategias de manera colaborativa jugando komikan para aprender formas de vida mapuche y explorar su vinculación con la matemática.	Vincular el juego mapuche Komikan con la geometría del plano cartesiano para comprender desde el kimeltuwün. Identificación de elementos del plano cartesiano en el tablero Komikan.	Aplicar en el juego mapuche Komikan la representación de vectores considerando formas de aprender mapuche.

Nota. Elaboración propia

En el marco del día nacional de los pueblos originarios se implementó una adaptación de la propuesta didáctica en un establecimiento educacional en la comuna de La Cisterna, en la ciudad de Santiago de Chile. La implementación se realiza en base a la primera clase de la secuencia didáctica, culminando en una actividad que consta de 3 momentos claves; primero, historia y el significado del juego para la cultura mapuche. En segunda instancia, la ludoteca, un espacio donde se encuentran múltiples tableros del juego mapuche Komikan a libre disposición con sus respectivas piezas y fichas informativas permitiendo a cada integrante de la comunidad educativa explorar y jugar. Y por último el tercer momento donde se presentan actividades que permiten establecer la vinculación de la matemática con los juegos.

CONCLUSIONES

El presente trabajo de investigación y su diseño didáctico nacen a la par del despliegue de las intencionalidades pedagógicas de quienes escriben este relato. Este diseño buscó vincular las dimensiones juego, matemática y saberes de la cultura mapuche para fortalecer la diversidad y el trabajo colaborativo, considerando problemáticas que tienen relación con el desmedro de los saberes y conocimientos de culturas no hegemónicas traduciéndose en un currículum educativo chileno que obvia el diálogo intercultural contextualizado con las diversidades culturales.

La experiencia implementada del diseño reforzó la importancia de considerar los saberes en cuanto a la formas de aprender dentro de la cultura mapuche además de dialogar con aspectos que conforman parte de su epistemología como lo es el respeto y la colaboración en la interacción con el/la otros/a y para/con la naturaleza que nos rodea.

Índice

Se espera que existan múltiples instancias en las que el diseño didáctico encuentre su lugar en las aulas y se permita refinar y repensar la propuesta en pos de aportar a la construcción de espacios educativos cada vez más diversos e inclusivos.

Referencias

D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática, 7*(2), 100–107. https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/126

Olivares, A. (2017). *Juegos y experiencias motrices mapuche, adaptados para la escuela.* Ministerio de las Culturas, Las Artes y el Patrimonio.

Quilaqueo, D., & Quintriqueo, S. (2017). *Métodos educativos mapuche: Retos de la doble racionalidad educativa, aportes para un enfoque educativo intercultural*. Ediciones Universidad Católica de Temuco. https://www.revistaalpha.com/index.php/alpha/article/view/802

Quintar, E. (2021). Didáctica no-parametral. Nuevos escenarios sociohistóricos y culturales, nuevos desafíos de enseñanza. *Paulo Freire. Revista de Pedagogía Crítica, (26),* 79–94. https://doi.org/10.25074/pfr.v0i26.2149

San Martín Aedo, R. (2023). Pluralismo epistemológico para un currículum basado en la diversidad sociocultural. *Revista Chilena de Educación Matemática, 15*(3), 102–109. https://doi.org/10.46219/rechiem.v15i3.136

CREENCIAS DE PROFESORES EN EJERCICIO SOBRE COMPETENCIAS CIUDADANAS: REFLEXIONES PARA LA FORMACIÓN DE PROFESORADO DE MATEMÁTICAS

Yessica Paola Sánchez-Naranjo, Universidad Pedagógica Nacional

Claudia Salazar Amaya, Universidad Pedagógica Nacional

Noemi Pizarro, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Abstract:

La presente comunicación tiene como objetivo describir creencias de docentes de matemáticas sobre la formación ciudadana en los contextos de Colombia y Chile. Los resultados se sustentan en una actividad espacio-taller sobre el análisis de la potencialidad de enunciados de tareas para la formación de ciudadanía crítica realizado con docentes de matemáticas nóveles en el marco de la formación continua o posgradual. El marco metodológico fue cualitativo, coherente con el paradigma sociocrítico. Dentro de las conclusiones se describe cómo las concepciones e intenciones de los docentes de matemáticas en cuanto a lo significa para ellos formar ciudadanos críticos requiere de un compromiso desde su subjetividad política y una formación acorde que le permita identificar la potencialidad de las tareas.

Ciudadanía, educación matemática, formación de profesores

INTRODUCCIÓN

El campo investigativo de la formación de profesores, en particular de matemáticas, se ha preocupado por estudiar asuntos concernientes a las creencias del profesorado y su relación con las maneras en que han construido el raciocinio práctico que guía su práctica docente (Goldsmith et al., 2014; Bohórquez, 2017), reconociéndola como una relación compleja. En complemento, hoy el campo investigativo también reconoce la importancia de considerar las miradas del profesorado sobre las realidades sociales, sus posicionamientos y su agencia objetivada en una práctica profesional que se compromete con la construcción de otras realidades. Por ejemplo, para Enterline et al. (2008), las creencias docentes, sus formas de pensar la docencia y sus marcos con los que interpretan lo que sucede en la escuela y sus aulas, cómo identifican y desafían las desigualdades, son parte de la enseñanza para la justicia social. En esta misma línea, las demandas nacionales sobre la formación ciudadana son reconocidas actualmente en países democráticos como Colombia y Chile desde sus respectivos marcos legales educativos a partir de estos se sustenta en cada país la pertinencia e importancia de que la escuela forme ciudadanos de manera transversal.

De manera particular, estas disposiciones nacionales confieren al área de matemáticas el compromiso de aportar a la formación ciudadana a la que aspira cada país, lo cual contrasta con la neutralidad política y social que tradicionalmente se le asocia (Torres-Duarte, 2020). Desde esta mirada de la Educación Matemática, investigadoras de la Universidad Pedagógica

Índice

Nacional [UPN] (Colombia) y la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación [UMCE] (Chile), han adelantado en los últimos años trabajos investigativos sobre el papel que puede desempeñar la Educación Matemática en la formación de ciudadanía crítica (Valero, 2021; Zamorano-Vargas et al. 2023). En este sentido, el presente documento surge del trabajo colaborativo entre las dos universidades y reporta el producto de los diálogos establecidos entre los ejercicios investigativos desarrollados por cada universidad con el objetivo de identificar creencias sobre formación ciudadana en los dos grupos de profesores de matemáticas, a partir del análisis de la potencialidad de algunas tareas para la formación de ciudadanos críticos bajo un enfoque sociopolítico.

Es considerado un trabajo pertinente en tanto ambas son instituciones públicas con la especificidad en formación de profesorado y pertenecen a países democráticos que han decretado que la formación ciudadana debe trabajarse en la escuela transversalmente. Consideramos que el diálogo y la deliberación que se propiciaron en los grupos de participantes contribuyó a que los profesores interpelen su práctica en relación con la gestión que puede hacer de distintas tareas y la gestión de las interacciones de la clase para la formación ciudadanos críticos, al tiempo que permitió que el grupo de profesoras que lideraba este estudio reflexionara sobre la necesidad de considerar *la gestión de la agencia* de los estudiantes en clase de matemáticas, siendo este un aspecto a desarrollar en un momento posterior a este estudio.

METODOLOGÍA

Dada la naturaleza de este estudio, se posiciona desde un paradigma cualitativo y sociocrítico en tanto converge con las características más importantes que refieren Alvarado y García (2008):

> (a) la adopción de una visión global y dialéctica de la realidad educativa; (b) la aceptación compartida de una visión democrática del conocimiento, así como de los procesos implicados en su elaboración; y (c) la asunción de una visión particular de la teoría del conocimiento y de sus relaciones con la realidad y con la práctica. (pp. 190–191)

La población elegida corresponde a dos docentes de Chile y dos de Colombia. Tres de ellos realizaron estudios para profesores de matemáticas y, aunque el otro -de nacionalidad chilena- es ingeniero, en el momento del estudio terminaba el grado de licenciado en educación. El grupo es considerado novel en tanto cuentan con menos de cinco años de experiencia docente en aula regular y todos están realizando planes de formación continua. El grupo no ha tenido experiencias de formación para la ciudadanía y este reporte se basa en su primera aproximación para un trabajo en el tema. Este contexto es particularmente importante en tanto su trayectoria de formación y de experiencia docente se ha dado en el marco de las políticas públicas sobre la importancia de formar ciudadanos desde la escuela. La recogida de información se basó en un ejercicio de espacio-taller realizado de manera autónoma con cada grupo de docentes, pero compartiendo propósitos y marcos de referencias entre las investigadoras. En este espacio se dialoga con ellos, entre otras cosas, sobre tareas de formación ciudadana para o en la sala de clases de matemáticas, así como la pertinencia y

las oportunidades que ofrecen (o no) enunciados de tareas matemáticas en distintos contextos para formar ciudadanos críticos.

ANTECEDENTES Y MARCO DE REFERENCIA

Atendiendo al objetivo descrito y a la metodología empleada, es necesario precisar sobre lo que entenderemos como '*creencia*' del profesorado de matemáticas, la '*ciudadanía*' a la cual se aspira por medio de las tareas analizadas y la caracterización de los distintos tipos de '*gestión*' que emergieron como constructos teóricos durante los análisis realizados de manera conjunta a las producciones del profesorado aquí reportadas.

Para empezar, de acuerdo con D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004), entendemos como *creencias* a las opiniones o conjuntos de juicios o expectativas del profesorado sobre un tema, específicamente, en relación con la formación ciudadana en la clase de matemáticas. En cuanto a *formación ciudadana* a la cual se aspira, reconocemos que los conceptos de ciudadanía y democracia son polisémicos y que existe en la investigación en Educación Matemática diversas distinciones de la 'educación de la ciudadanía' en función de los objetivos de formación que se persiguen y los contenidos y metodologías que se desarrollan (Zamorano-Vargas et al., 2023); en ese sentido, el estudio reportado se sitúa en una perspectiva crítica de la ciudadanía, en tanto, de acuerdo con estas autoras "busca la formación de conocimiento que generen la transformación a una la sociedad que tenga como base la justicia social" (p. 74). Finalmente, entenderemos la *gestión* como una "competencia del profesor de matemáticas que involucra múltiples actividades, que, en su mayoría, surgen en el contexto del aula y que tiene como fin primordial promover el aprendizaje y la instrucción de los estudiantes" (Bohórquez, 2017, p. 161). En particular, las discusiones sobre lo que implica formar ciudadanía en el trabajo con el profesorado, dieron lugar a la necesidad de diferenciar la *gestión de la tarea* y la *gestión de la clase*, y abrir la discusión sobre la importancia de una *gestión de la agencia*. Respecto a las dos primeras, encontramos en el campo investigativo concordancias importantes con el constructo teórico de 'gestión del proceso enseñanza-aprendizaje' que Bohórquez (2017) divide en dos grandes grupos: (i) las actividades específicas del contenido matemático, "relacionadas con la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático que subyace al problema matemático propuesto" (p. 162) y (ii) las actividades de carácter general, entendidas como "todas aquellas actividades relacionadas con la organización de los estudiantes, materiales, tiempo y espacio" (p. 162). Sin embargo, no encontramos concordancias con la *gestión de la agencia*, entendida como el fortalecimiento de procesos autónomos, deliberativos y de toma de decisiones por parte de los estudiantes en el marco de los enfoques críticos de la formación ciudadana.

CONCLUSIONES

Desde el marco legal de Colombia y Chile, la investigación en educación matemática y, en particular, desde las creencias de los docentes participantes, es posible identificar a la formación de ciudadanos críticos y transformadores de la sociedad como un fin importante

de la educación, por lo que la escuela, como institución ideológica productora de subjetividades (Radford, 2014), debe comprometerse y aportar a ella. En particular, la Educación Matemática como campo investigativo y práctico tiene un compromiso con dicha formación que en las condiciones actuales de las sociedades tecnológicas y globalizadas no puede seguir obviando, como se reconoce desde los mismos marcos legales en materia educativa de ambos países.

Los análisis realizados a los espacio-taller con los profesores participantes permitieron concluir que si bien reconocen la importancia de formar ciudadanos en las aulas y tienen la intención de hacerlo, su noción de esta formación está principalmente vinculada a valores o participaciones que se asocian más a normas sociales o socio matemáticas (Yackel & Cobb, 1996) que a la formación de características propias de los ciudadanos críticos desde un enfoque sociopolítico, lo cual puede estar asociado a que al momento de realizar el taller, no tenían experiencia previa de formación sociopolítica en el marco de su formación inicial o continua para docentes de matemáticas. En este sentido, fue posible identificar que el no haber recibido una formación sociopolítica (es decir, en derechos humanos, género, inclusión, etc.) en su proceso de formación inicial y continua como profesores de matemáticas, pudo constituir un obstáculo en la práctica pedagógica para establecer puentes entre sus propias subjetividades políticas (entendidas como la integración de su identidad, sus narraciones de vida, sus memorias colectivas, sus posicionamientos y proyecciones) y su capacidad para gestionar *tareas* y ambientes de *clase* que puedan fortalecer competencias ciudadanas y, en particular, para gestionar *la agencia* de los estudiantes, es decir, que las discusiones que se gesten en clase de matemáticas puedan trascender en acciones que busquen el mejoramiento de la sociedad o de un grupo vulnerado de ella. En este sentido, reconocemos a partir del estudio realizado que las creencias de los docentes y las intenciones de formación ciudadana no necesariamente se reflejan en su práctica docente con las matemáticas, sino que requieren de herramientas conceptuales, pedagógicas y didácticas que permitan conectar el *yo que habita en la persona* y el *yo que se revela en el maestro*. En este sentido, producto de este estudio enfatizamos en la necesidad de incluir en la formación inicial y continua en los contextos latinoamericanos elementos concernientes a la formación sociopolítica de los docentes para que puedan enfrentar los retos que los contextos actuales demandan de una educación que pueda aportar a la construcción de sociedades democráticas, equitativas, justas y libres.

Referencias

Alvarado, L., & García, M. (2008). Características más relevantes del paradigma socio-crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el Doctorado de Educación del Instituto Pedagógico de Caracas. *Sapiens: Revista Universitaria de Investigación*, *9*(2), 187–202.

Bohórquez, L. (2017). La gestión en el proceso enseñanza-aprendizaje y su vínculo con la competencia "mirar profesionalmente". En *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 159–167).

D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2004). Cambios de convicciones en futuros profesores de matemática de la escuela secundaria superior. *Epsilon*, *58*(20), 25–43.

Enterline, S., Cochran-Simith, M., Ludlow, LH y Reagan, E. (2008). Learning to Teach for Social Justice: Measuring Change in the Beliefs of Teacher Candidates. *The New Educator*, (4), 267–290. https://doi.org/10.1080/15476880802430361

Goldsmith, L. T., Doerr, H. M., & Lewis, C. C. (2014). Mathematics teachers' learning: A conceptual framework and synthesis of research. *Journal of Mathematics Teacher Education, 17*(1), 5–36. https://doi.org/10.1007/s10857-013-9245-4

Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(2), 132–150. https://revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/123/330

Torres-Duarte, J. (2020). La constitución de subjetividades éticas y políticas en la formación crítica de profesores de matemáticas: análisis genealógico de los discursos y prácticas de propuestas críticas para la docencia de la matemática en Colombia (2000-2015). *Revista Latinoamericana De Etnomatemática Perspectivas Socioculturales De La Educación Matemática*, *13*(4), 8–35. https://doi.org/10.22267/relatem.20134.73

Valero, P. (2021). Enactaciones de la educación matemática crítica en Colombia. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *14*(1), 47–61. https://doi.org/10.22267/relatem.21141.79

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458–477.

Zamorano-Vargas, A., Pizarro, N., & Villalón-Gálvez, G. (2023). Ciudadanía y enseñanza de las matemáticas escolares: sus sentidos y sus proyecciones. En *XVI Conferencia Interamericana de Educación Matemática.*

PRESENCIA DE EMOCIONES EN LA APRECIACIÓN DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE ENSEÑANZA MEDIA

Valentina Espinoza Reyes, Universidad Católica de Temuco

Florencia Fernández Sepúlveda, Universidad Católica de Temuco

Macarena Millán Henríquez, Universidad Católica de Temuco

Abstract:

Este estudio aborda el impacto de las emociones en el aprendizaje de las matemáticas, un área históricamente asociada con ansiedad y frustración. Reconociendo que el enfoque académico tradicional no considera la disposición emocional de los estudiantes, esta investigación se propone identificar las emociones más frecuentes en la asignatura de matemáticas en la región de la Araucanía y cómo estas se relacionan con los diferentes ejes temáticos. El estudio está basado en la Teoría de Control-Valor de Pekrun, que vincula las emociones académicas con el control percibido y el valor de las tareas, se utilizó un diseño descriptivo y transversal. Se aplicó un cuestionario a 241 estudiantes de 8° básico y 2° medio de la región. Respecto a esto, los resultados preliminares indican un dominio de emociones negativas en el eje de Números y Álgebra, sobre todo, en el eje de álgebra que indican una alta frustración y es el "foco de alerta" donde la emoción negativa se transforma en un posible factor influyente en el rendimiento. En cambio, en el eje de Geometría, Probabilidad y Estadística, se evidencia un cambio respecto a las respuestas, ya que predominan emociones positivas, lo que se asocia a que en estos ejes podría evidenciarse una mejor comprensión y motivación, estos ejes podrían utilizarse como palanca para reconstruir la autoconfianza matemática.

Emociones, matemáticas escolares, enseñanza media, teoría control-valor

PROBLEMATIZACIÓN

El aprendizaje de las matemáticas históricamente ha generado altos niveles de ansiedad y frustración en los estudiantes (Puch & Mena, 2024), además de provocar percepciones como que son "difíciles", "aburridas", "no se aplican a la vida real" y "son para personas inteligentes". Estas ideas impactan la disposición emocional y actitudinal de los alumnos, las cuales no se consideran en el enfoque académico tradicional, centrado en la transmisión de contenidos (Beileke et al., 2022). A pesar de los avances en este campo, existe una escasez de investigaciones que se enfoquen específicamente en la asignatura de Matemáticas, especialmente en los niveles de enseñanza media y superior. Por ello, se propone que no basta con implementar nuevos métodos de enseñanza, sino que también es necesario considerar el vínculo emocional de los estudiantes con las matemáticas (Puch & Mena, 2024).

Índice

Por lo tanto, se ha decidido abordar la siguiente pregunta ¿cuáles son las emociones que se presentan con más frecuencia en la asignatura de matemática en la región de la Araucanía y cómo difieren según los contenidos en los distintos ejes temáticos?

MARCO TEÓRICO

Las emociones no son simples reacciones instintivas, sino que están ligadas a la evaluación que hace el individuo sobre una situación. En matemáticas, esta evaluación se refleja en cómo el estudiante interpreta su capacidad para enfrentar un problema o contenido específico, como la resolución de ecuaciones o la aplicación de fórmulas en geometría. Dado que las emociones son multifacéticas e involucran componentes cognitivos, afectivos, fisiológicos, motivacionales y expresivos (Beileke et al., 2022). Así, no es el ejercicio matemático en sí lo que provoca la emoción, sino la valoración que el estudiante hace sobre sus habilidades para resolverlo. Si confía en su capacidad para aplicar procedimientos o comprender conceptos, puede experimentar motivación y disfrute; en cambio, si percibe dificultades, surgen emociones negativas como ansiedad, miedo o frustración. Finalmente, las emociones desactivadoras, como el aburrimiento o la ansiedad, surgen cuando el estudiante cree que no posee las habilidades necesarias, afectando su motivación, participación y actitud frente al aprendizaje (O'Toole y O'Flaherty, 2022).

Esta investigación se sustenta en la Teoría de Control-Valor de Pekrun, en la cual se plantea que las emociones académicas se generan a partir de la interacción entre el control percibido y el valor otorgado a las tareas. El control percibido corresponde a las expectativas que los sujetos tienen sobre sí mismos y los resultados esperados de sus acciones, mientras que el valor otorgado se refiere a la importancia o significancia que un individuo atribuye a una actividad o a los resultados (Rubach et al., 2023). Además, se contemplan 35 emociones que se distribuyen en cuatro grandes categorías según su objeto, entendiendo este concepto como cualquier evento, situación, acción u objeto físico real o imaginario al que puede referirse una emoción (Pekrun et al., 2023). Las categorías son emociones de logro, epistémicas, sociales y existenciales y que, a su vez, combina otras dos dimensiones: emociones positivas y negativas, y las emociones activadas o desactivadas.

METODOLOGÍA

Este estudio se enmarca en un diseño de investigación de tipo descriptivo, ya que se espera caracterizar las emociones presentes de manera general en la asignatura y a la vez especificarlas por eje temático. La muestra de alumnos de esta investigación está compuesta por 241 estudiantes de 8° básico y/o 2° medio de tres liceos de la Región de la Araucanía.

Para la recolección de datos se utilizó un cuestionario dividido en dos secciones, el cual se sometió a una fase de pilotaje realizada por expertos. La primera parte del cuestionario corresponde a una serie de afirmaciones evaluadas con una escala tipo Likert, en la cual los estudiantes deben indicar su nivel de acuerdo o desacuerdo. La segunda parte del cuestionario está centrada en la relación entre emociones y los ejes temáticos de matemática (Números, Álgebra, Geometría, y Probabilidad y Estadística), para esto se proponen tres ejercicios de

contenidos específicos de cada eje, una tabla con tres emociones positivas y tres negativas, con un espacio para marcar y escribir el número de ejercicio, y por último una pregunta de respuesta abierta para que justifiquen su elección.

El proceso de vinculación con los centros educativos se realizó durante el mes de julio, a través de una carta de presentación y dada la condición de menores de edad de los y las estudiantes, se garantizó la confidencialidad de la identidad y datos personales, con un consentimiento informado firmado por los apoderados y otro asentimiento informado para los participantes.

RESULTADOS PRELIMINARES

En la primera parte del cuestionario, las afirmaciones relacionadas con ansiedad y frustración muestran que un porcentaje alto de estudiantes (≈60–70%) se siente ansioso o preocupado al enfrentar problemas difíciles o al no entender contenidos. Las frases de disfrute y motivación presentan respuestas mixtas: algunos estudiantes reportan interés y satisfacción al resolver problemas o comprender nuevos conceptos, mientras que otros muestran poca motivación o aburrimiento en ejercicios repetitivos. En las oraciones, que implican autoeficacia y confianza revelan que algunos estudiantes confían en sus habilidades para resolver problemas, pero otros sienten inseguridad, especialmente en contenidos abstractos.

Como resumen, se observan emociones negativas predominantes en los ejes de Álgebra y Números, tales como ansiedad, frustración y aburrimiento, especialmente en ejercicios que incluyen letras y fracciones. Por el contrario, en los ejes de Geometría y Probabilidad y Estadística predominan emociones positivas, como disfrute, interés y entusiasmo, asociadas a ejercicios más prácticos y visuales. Esto se refleja también en las respuestas abiertas; por ejemplo, un estudiante del eje de Números indicó que todos los ejercicios le generaban ansiedad y añadió: *"Me desespera no lograr entender los ejercicios y me comienzo a lastimar el labio o las manos"*.

En Álgebra, se registra un 75% de emociones negativas (ansiedad, frustración, aburrimiento), 19% positivas (interés, disfrute) y 6% neutras o diversas. Entre las justificaciones destacan comentarios como "porque hay letras", "me enredo mucho" o "no logro entenderlo".

En Números, el 44% de las emociones son negativas, 37% positivas y 19% neutras. Las respuestas abiertas muestran dualidad: algunos mencionan "me gusta y lo entiendo", mientras que otros expresan frustración, como "me desespera no entender".

En Geometría, predominan las emociones positivas con un 50% (interés, disfrute, entusiasmo), seguidas de un 31% negativas (ansiedad, enojo) y 19% de aburrimiento. Las justificaciones indican que los ejercicios visuales y del plano cartesiano son percibidos como entretenidos, aunque algunos estudiantes señalan que "me cuesta entenderlos".

En Probabilidad y Estadística, un 62% de las emociones son positivas, 25% aburrimiento y 13% ansiedad o enojo. Las respuestas abiertas destacan aspectos como "me encantan las

gráficas" o "más de pensar que de resolver", aunque también se menciona que "me estresa leer mucho".

En general, se evidencia un patrón claro: las emociones negativas se concentran en los ejes más abstractos y simbólicos (Álgebra y Números), mientras que las emociones positivas predominan en contenidos más visuales (Geometría y Probabilidad). Esto sugiere que la disposición emocional influye directamente en el rendimiento, ya que las emociones positivas facilitan la comprensión y motivación, mientras que las negativas actúan como barrera para el aprendizaje.

CONCLUSIONES PRELIMINARES

En el eje de Álgebra, más del 70% de las respuestas expresan emociones negativas, principalmente ansiedad, aburrimiento y frustración, vinculadas a la dificultad con las letras y la abstracción. En contraste, en Probabilidad y Estadística, cerca del 60% de los estudiantes reportan emociones positivas como interés, disfrute y entusiasmo, asociadas al carácter lógico y gráfico de los ejercicios. Geometría presenta un panorama intermedio, con un 50% de respuestas positivas, aunque también se manifiestan ansiedad y enojo frente a ejercicios con letras o coordenadas. Finalmente, en Números se observa una dualidad: un grupo muestra interés y disfrute al comprender, mientras otro manifiesta ansiedad o aburrimiento frente a operaciones repetitivas. Estas tendencias revelan que la carga emocional en matemáticas varía según el eje, siendo más negativas en contenidos abstractos y más positivas en los visuales o aplicados.

En conjunto, se confirma que las emociones son determinantes en el aprendizaje de matemáticas y deben ser consideradas en las estrategias pedagógicas. Se puede evidenciar o confirmar con el comentario de la estudiante (mencionada anteriormente), el cómo la ansiedad frente a los ejercicios puede llegar a manifestaciones físicas y conductuales, como morderse el labio o lastimarse las manos, mostrando un nivel de frustración intenso. Esto coincide con la Teoría de Control-Valor de Pekrun, que plantea que cuando los estudiantes perciben bajo control sobre una tarea y le asignan alto valor, se generan emociones negativas intensas que afectan tanto su bienestar como su rendimiento académico. En este caso, la ansiedad no solo obstaculiza la comprensión de los contenidos, sino que también puede impactar la motivación y la disposición hacia futuros aprendizajes. Por lo tanto, este tipo de respuestas subraya la necesidad de estrategias pedagógicas que consideren el manejo emocional, especialmente en los ejes más abstractos como Números y Álgebra.

Referencias

Bieleke, M., Goetz, T., Yanagida, T., Frenzel, A., & Pekrun, R. (2022). Medición de las emociones en matemáticas: cuestionario de emociones de logro en matemáticas. *Mathematics Education Research Journal, 23*(55), 269–284. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01425-8

O'Toole, V., & O'Flaherty, J. (2022). The role of emotion in higher education: Exploring global citizenship education. *Irish Educational Studies, 43*(4), 645–663. https://doi.org/10.1080/03323315.2022.2135565

Pekrun, R., Marsh, H. W., Elliot, A. J., Stockinger, K., Perry, R. P., Vogl, E., Goetz, T., van Tilburg, W. A. P., Lüdtke, O., & Vispoel, W. P. (2023). A three-dimensional taxonomy of achievement emotions. *Journal of Personality and Social Psychology, 124*(1), 145–178. https://doi.org/10.1037/pspp0000448

Puch, T. S. C., & Mena, J. A. (2024). La influencia del factor emocional en las matemáticas con alumnos de Educación Media Superior. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades*, *5*(6), 2349–2369. https://doi.org/10.56712/latam.v5i6.3163

Rubach, C., Dicke, A., Safavian, N., & Eclees, J. (2023). Classroom transmission processes between teacher support, interest value and negative affect: An investigation guided by situated expectancy-value theory and control-value theory. *Motivation and Emotion, 47*, 575–594. https://doi.org/10.1007/s11031-023-10013-6

DESESTIMACIÓN DE SABERES TRADICIONALES MAPUCHE: EL IMPACTO SOBRE LA IDENTIDAD CULTURAL ESTUDIANTIL

Javiera San Martín Valdés, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Eduardo Carrasco Henríquez, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Abstract:

La presente comunicación examina la exclusión de los saberes matemáticos mapuche en el currículo escolar chileno y las implicancias que ello tiene en la construcción de la identidad cultural de estudiantes de educación básica. Desde la perspectiva de la colonialidad del saber (Walsh, 2009; Mignolo, 2019) y el enfoque de la etnomatemática (D'Ambrosio, 2013), se problematiza la ausencia de conocimientos culturalmente situados y su marginación dentro de la enseñanza formal. Se adopta un enfoque cualitativo biográfico-narrativo (Corona, 2018) con la participación de estudiantes, docentes y educadores tradicionales mapuche, lo que permitió relevar experiencias y percepciones en torno a la enseñanza de las matemáticas. Los resultados preliminares evidencian que el currículo oficial mantiene una orientación eurocéntrica que impide valorar prácticas ancestrales, produciendo desconexión cultural y afectando negativamente la construcción de la identidad.

Etnomatemática, colonialidad del saber, identidad cultural, educación intercultural, currículo

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas en Chile ha sido concebida tradicionalmente como un espacio neutro y universal. No obstante, como plantea Ramos (2022), esta supuesta neutralidad encubre la colonialidad del saber, imponiendo jerarquías epistemológicas que marginan otros modos de conocer. El pueblo mapuche, el de mayor presencia en el país, ha visto sistemáticamente invisibilizados sus saberes y prácticas, entre ellas su matemática ancestral. Esta exclusión no solo afecta los aprendizajes escolares, sino que incide directamente en los procesos identitarios, pues los estudiantes no se reconocen en los contenidos curriculares.

La exclusión de los saberes matemáticos mapuche en el currículo escolar chileno constituye un problema complejo y profundamente arraigado en las estructuras educativas del país. Pese a los esfuerzos por desarrollar políticas de interculturalidad, como el Programa de Educación Intercultural Bilingüe (PEIB), la matemática mapuche sigue sin tener un espacio legítimo dentro de las aulas, situación ampliamente documentada por Salas-Salinas (2018), quien demuestra que, a pesar de la riqueza de los sistemas de numeración mapuche, estos permanecen ausentes en la enseñanza formal, lo que evidencia la falta de articulación entre los conocimientos ancestrales y los contenidos curriculares. Este vacío no solo refleja una

Índice

falta de reconocimiento de la diversidad epistémica, sino que también produce efectos significativos en la identidad cultural de los estudiantes mapuche, quienes no logran ver representados sus conocimientos ancestrales en los contenidos escolares. Esto concuerda con Cárcamo y Villena (2022), quienes advierten que los programas de educación intercultural en Chile continúan anclados en un enfoque compensatorio, sin transformar las estructuras curriculares coloniales que sostienen la exclusión epistémica. Este vacío no solo refleja una falta de reconocimiento de la diversidad epistémica, sino que también produce efectos significativos en la identidad cultural de los estudiantes mapuche, quienes no logran ver representados sus conocimientos ancestrales en los contenidos escolares.

Luego el reporte se enmarca en una línea de investigación que busca comprender cómo la exclusión de los saberes matemáticos mapuche en el currículo incide en los procesos de construcción de identidad cultural de los estudiantes. En particular esta indagación busca identificar desde los relatos protagónicos de estudiantes y profesores tradicionales, saberes ancestrales vinculados a prácticas matemáticas en comunidades mapuche, identificando su presencia en las prácticas escolares y en el currículum matemático chileno. Esto permitirá avanzar en la caracterización de las tensiones que emergen entre el currículo oficial y las prácticas culturales propias de una comunidad.

ELEMENTOS TEÓRICOS

La exclusión de los saberes matemáticos mapuche en la educación chilena puede entenderse como expresión de la colonialidad del saber, una estructura persistente que ordena y jerarquiza los conocimientos según parámetros eurocéntricos (Ramos, 2022, Quijano, 2020). Lejos de ser un espacio neutral, la escuela moderna reproduce una lógica de poder que legitima una única racionalidad —la occidental— en detrimento de otras formas de conocimiento. Tal como advierte Quilaqueo y Quintriqueo (2023), esta pretendida universalidad constituye una forma de violencia epistémica que, al invisibilizar los saberes originarios, niega a los pueblos indígenas su condición de sujetos cognoscentes (Leal, 2025).

Desde esta perspectiva, la desestimación epistémica puede leerse como un proceso sistemático de negación y subordinación del conocimiento mapuche dentro del campo educativo. Henao (2025) sostiene que los sistemas escolares modernos funcionan como "ecologías desiguales del saber", donde lo que no responde al canon científico occidental es desplazado hacia la periferia. De modo similar, Ramos (2022) y Maddox (2025) señalan que esta matriz colonial no solo jerarquiza los conocimientos, sino también los cuerpos y subjetividades que los encarnan, reproduciendo un racismo cognitivo que priva a las comunidades de su legitimidad epistémica.

En el ámbito de la educación matemática, estas dinámicas se evidencian en la escasa o nula presencia de los saberes mapuche en el currículo y en la práctica docente. Aunque las políticas interculturales han intentado abrir espacios de reconocimiento, investigaciones recientes muestran que el PEIB ha tendido a reducir la interculturalidad al ámbito lingüístico, dejando fuera la dimensión epistémica y disciplinar (Huencho & Alvarado, 2023; Rodríguez, 2022). Como señala Valero (2015), esta omisión perpetúa una visión funcionalista de la diversidad, al mantener la enseñanza matemática desligada de los contextos culturales donde se produce el conocimiento. En la misma línea, Quilaqueo y Quintriqueo (2019) plantean que la formación docente intercultural requiere repensar los fundamentos epistemológicos desde los cuales se enseña, reconociendo el valor pedagógico de los saberes mapuche.

Frente a ello, el enfoque descolonizador de la educación matemática propone una transformación más profunda. D'Ambrosio (2013) introdujo la etnomatemática como un marco que reconoce el carácter cultural de toda práctica matemática, mientras que Knijnik (2020) y Rosa y Orey (2021) amplían este enfoque hacia una pedagogía de justicia epistémica que desafía la hegemonía del conocimiento único. Desde esta perspectiva, incorporar los saberes matemáticos mapuche no implica una concesión folclórica, sino una acción política y ética que busca restituir la dignidad cognitiva de los pueblos originarios.

En esta línea, Mora y Quintriqueo (2023) destacan que la identidad cultural se construye en el diálogo entre saberes, donde la educación matemática puede actuar como un espacio de resistencia y reexistencia. Asimismo, Quilaqueo y Quintriqueo (2023) y Ramos (2022) sostienen que reconocer los conocimientos mapuches en la enseñanza matemática no solo enriquece el aprendizaje, sino que también fortalece los procesos identitarios y el sentido de pertenencia. Avanzar hacia una educación matemática descolonizadora implica cuestionar la estructura misma del currículo y promover un diálogo horizontal entre epistemologías, donde los saberes ancestrales sean comprendidos como formas legítimas de conocimiento y no como anexos marginales. Tal como plantea Leal (2025), una educación matemática verdaderamente inclusiva debe reconocer que toda práctica de enseñanza es política, y que el currículo no puede ser neutral cuando se trata de la producción y legitimación del saber.

METODOLOGÍA

La metodología central asume el relato en primera persona como fuente de experiencia de los sujetos (Varela, 2000). Luego se opta por realizar un conjunto de entrevistas semiestructuradas en profundidad que permitan levantar un corpus textual de relatos en primera persona sobre la experiencia matemática, tanto en su comunidad, como en la escuela. La población estudiada será una escuela tradicional de la comuna de Chol-Chol. Se entrevistará a lo menos a tres estudiantes y dos profesores tradicionales, en torno a: Las

actividades matemáticas reconocidas por ellos como propias de su comunidad y las experiencias matemáticas en la escuela que sientes son similares.

Para el análisis se opta por herramienta del análisis de discurso, entendiendo que permite identificar estructuras de los relatos de los participantes, facilitando la comprensión de las formas en que los saberes y significados se construyen socialmente, y permiten identificar nociones culturales y escolares (García & Martínez, 2023). En particular, el análisis de los textos se realizará en base a un análisis conceptual, que identifique oraciones significativas. A partir de las cuales se identifican las nociones matemáticas de su comunidad y aquellas escolares.

RESULTADOS PRELIMINARES

En cuanto al estado de la investigación, cabe señalar que los resultados aún se encuentran en construcción, por lo que no es posible ofrecer conclusiones definitivas en este momento. Sin embargo, los datos preliminares obtenidos a través de entrevistas y observaciones iniciales permiten anticipar ciertas tendencias. Estos primeros hallazgos coinciden con lo señalado por Huencho (2015), en el sentido de que la dimensión matemática ha sido sistemáticamente invisibilizada en el PEIB y en el currículo escolar en general.

Algunos docentes entrevistados expresaron que, aunque reconocen la importancia de integrar los saberes mapuches, se sienten limitados por la rigidez curricular y por la falta de formación específica en educación intercultural. De manera similar, estudiantes mapuches manifestaron una desconexión entre lo que aprenden en la escuela y lo que experimentan en su vida cotidiana, señalando que sus saberes familiares no encuentran espacio en la sala de clases. Estas observaciones iniciales refuerzan la hipótesis de que la exclusión de los conocimientos matemáticos mapuche no solo afecta el aprendizaje, sino también la identidad cultural de los estudiantes.

Los resultados preliminares, entonces, apuntan a que la investigación podría confirmar lo planteado por Huencho (2015) y otros autores, en torno a la persistencia de un currículo monocultural y a la urgencia de avanzar hacia un modelo más inclusivo. Lo recabado hasta ahora permite vislumbrar la relevancia de repensar la enseñanza matemática desde un enfoque intercultural crítico y descolonizador.

En síntesis, la investigación en curso reafirma la necesidad de una educación matemática que integre los saberes mapuches como parte legítima del conocimiento escolar. La construcción de una propuesta intercultural y descolonizadora exige cambios estructurales en el currículo, mayor formación docente y un compromiso político sostenido para garantizar el reconocimiento y la valoración de la diversidad epistémica. De esta manera, se podrá

contribuir no solo al aprendizaje matemático, sino también a la consolidación de una identidad cultural fortalecida en los estudiantes mapuche.

Referencias

Cárcamo, D., & Villena, C. (2022). Educación intercultural en Chile: Desafíos para una escuela inclusiva y descolonizadora. *Revista Estudios Educativos*, *18*(2), 45–63.

Corona, J. L. (2018). Investigación cualitativa: Fundamentos epistemológicos, teóricos y metodológicos. *Vivat Academia*, (144), 69–76.

D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas: Entre las tradiciones y la modernidad*. Editora Autores Associados.

García, M., & Martínez, L. (2023). *Análisis del discurso en investigaciones educativas: Metodología y aplicaciones*. Editorial Académica.

Henao, A. M. N. (2025). Interculturalidad crítica y justicia epistémica en la educación superior: Hacia una inclusión transformadora de los pueblos indígenas en Colombia. *Estudios Sobre Educación Superior*, *37*(1), 45–60.

Huencho, A. (2015). Estudio de las orientaciones curriculares del PEIB en función de la matemática y la cultura mapuche. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 8*(2), 214–236.

Huencho, A., & Alvarado, M. (2023). Educación intercultural en Chile: Avances, tensiones y desafíos. *Revista Latinoamericana de Educación Intercultural*, *15*(1), 89–108.

Knijnik, G. (2020). Etnomatemática, justicia social y educación matemática crítica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *13*(2), 55–78.

Leal, C. C. (2025). Descolonización epistemológica en educación matemática: Una aproximación a la razón y la proporcionalidad. *Revista Unión*, *74*, 1–20.

Maddox, R. (2025). Soberanía indígena en la investigación y justicia epistémica: Abordajes desde la educación y la salud pública. *Canadian Journal of Public Health*, *109*(5/6), 662–670.

Mignolo, W. (2019). *La idea de América Latina: La herida colonial y la opción decolonial*. Gedisa.

Mora, R., & Quintriqueo, S. (2023). *Identidad cultural y educación intercultural en contextos mapuche*. Universidad de La Frontera.

Quijano, A. (2020). *Colonialidad del poder, eurocentrismo y América Latina* (reed. ampliada). CLACSO.

Quilaqueo, D., & Quintriqueo, S. (2019). Saberes mapuches y formación docente intercultural. *Revista de Educación y Pedagogía*, *31*(80), 65–84.

Quilaqueo, D., & Quintriqueo, S. (2023). Educación matemática e interculturalidad crítica en contextos mapuche. *Revista de Educación y Cultura, 22*(1), 55–74.

Ramos, A. H. (2022). Modelo de tareas matemáticas con responsabilidad cultural para comunidades indígenas. *Revista Latinoamericana de Didáctica de las Matemáticas, 15*(2), 120–137.

Índice

Rodríguez, M. E. (2022). Trans-didáctica en la educación matemática decolonial: Complejidad y resistencia. *Educación Matemática*, *30*(1), 113–130.

Rosa, M., & Orey, D. (2021). *Etnomatemática y justicia social en la educación matemática contemporánea*. Springer.

Salas Salinas, S. (2019). Articulación de las matemáticas mapuche y escolar en el caso de los conocimientos aritméticos [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. Repositorio Institucional DIGIBUG. https://hdl.handle.net/10481/54976

Valero, P. (2015). *Matemáticas y educación intercultural: Una aproximación a la inclusión de los saberes indígenas en el currículo de matemáticas*. Graó.

Varela, F. (2000). *El fenómeno de la vida*. Dolmen.

Walsh, C. (2022). *Interculturalidad crítica y pedagogías descoloniales*. Abya-Yala.

CUANDO EL DISENSO CONSTRUYE: IPBC PARA REPENSAR LA FORMACIÓN DOCENTE EN MATEMÁTICA DESDE EL KIMÜN MAPUCHE

Anahí Huencho, Universidad Católica de Temuco

Eugenio Chandía, Universidad de Concepción

Danitza González-Lepe, Universidad Católica de Temuco

Abstract:

Esta comunicación presenta avances de la etapa inicial de un proyecto orientado a repensar la formación inicial docente en matemática desde una investigación participativa basada en comunidad (IPBC) en contexto del pueblo Mapuche. El objetivo consiste en develar y caracterizar conocimientos matemáticos mapuche que la comunidad considera necesarios de incorporar en la formación de profesores. La comunidad investigativa integra sabios Mapuche, académicos Mapuche, académicos que forman en didáctica de la matemática, profesores en ejercicio, estudiantes de pedagogía y tomadores de decisiones universitarias. Metodológicamente, el análisis es interno al colectivo: cada sesión concluye con 30 minutos para consensuar qué se declara resultado y cómo se avanza, evitando un "ojo externo" que filtre con sesgos individuales. los resultados muestran a la comunidad como espacio de negociación: se estableció la regla de no avanzar sin la presencia de todas las categorías; se valoró el disenso como motor de aprendizaje; y se problematizó la noción de "conocimiento matemático mapuche", optando por posicionamientos provisionales antes que definiciones cerradas. hubo acuerdos operativos relevantes: (i) decisión unánime de incorporar saberes mapuches en la fid; (ii) identificación de prácticas significativas (püron, telar, sistema numérico y juegos) con potencial formativo. Se concluye que la IPBC habilita una ruta no extractiva para construir propuestas curriculares en matemática culturalmente situadas, donde acuerdos y desacuerdos se registran como hallazgos legítimos.

Investigación participativa basada en comunidad (IPBC), formación inicial docente, matemática intercultural, saberes matemáticos mapuche, diálogo de saberes

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y MARCO TEÓRICO-METODOLÓGICO (IPBC)

La formación inicial docente en matemática en Chile ha reproducido marcos eurocéntricos construidos al margen del territorio, la lengua y la vida comunitaria Mapuche. Esta asimetría estructural no se corrige con "sumas" culturales puntuales, sino mediante un reordenamiento epistémico que cuestione jerarquías de saber y evite su descontextualización y uso ornamental (tokenismo cultural). La interculturalidad crítica propone justamente transformar los modos de producción y validación del conocimiento (Walsh, 2018). En investigación

Índice

educativa con pueblos originarios, ello implica descentrar la mirada hegemónica y posicionar a las comunidades como sujeto de conocimiento, superando la lógica extractiva (Smith, 2012).

En esta comunicación situamos el objetivo de develar y caracterizar conocimientos matemáticos mapuche que se consideran necesarios para integrar en la formación de profesores de Educación Básica. La apuesta no es "incluir ejemplos" aislados, sino repensar la formación desde el *kimün* (…) y las prácticas socioculturales, de modo que los futuros docentes aprendan a articular razonamientos matemáticos y contexto. Investigaciones recientes en territorio Mapuche muestran rutas para esa articulación, por ejemplo, al trabajar sistemas de numeración, registro, patrones y modelizaciones desde prácticas como *püron* (nudo), telar y juegos, y alertan sobre el riesgo de instrumentalizar esos saberes sin reconocer su racionalidad propia (Huencho & Chandía, 2023).

Metodológicamente, adoptamos la Investigación Participativa Basada en Comunidad (IPBC) como dispositivo de gobernanza colaborativa del proceso formativo-investigativo. La comunidad integrada por 13 participantes, 10 de ellos mapuche, entre sabios, docentes en ejercicio, estudiantes, académicos y tomadores de decisiones, comparte responsabilidades y construye de manera colectiva categorías, acuerdos y disensos. En este marco, la pluralidad de voces no es un recurso accesorio, sino el criterio de validez del proceso. En esta etapa, más que clausurar definiciones, se prioriza explicitar posicionamientos y acordar criterios operativos que orienten el diseño y el pilotaje de situaciones de enseñanza de las matemáticas culturalmente situadas.

El análisis de resultados es realizado por la propia comunidad: cada reunión cierra con ~30 minutos de deliberación para sistematizar acuerdos y desacuerdos, declarar los resultados de la sesión y definir pasos siguientes. Así, los hallazgos no son lecturas posteriores de un equipo reducido, sino resultados comunitariamente definidos que registran tanto consensos como tensiones en curso.

Este proceder asume que el conocimiento se construye en interacción social y cultural, y que su legitimidad radica en la comunidad (Smith, 2012), articulando ciclos de acción–reflexión–transformación propios de la investigación-acción participativa (Kemmis y McTaggart, 2005). Lo presentado aquí es una muestra temprana: acuerdos unánimes y preguntas abiertas que evidencian negociación de sentidos y toma de decisiones compartidas para integrar conocimientos matemáticos Mapuche en la formación inicial docente.

RESULTADOS PRELIMNARES

La etapa inicial del proyecto, orientada a develar y caracterizar conocimientos matemáticos mapuche relevantes para la formación inicial docente, se distinguió por el funcionamiento de una comunidad investigativa que encarna la lógica de la IPBC. En ella confluyeron actores

con trayectorias y responsabilidades diversas y, desde el primer encuentro, se estableció una regla de gobernanza simple y decisiva: *"no podemos avanzar si alguna de las categorías no está con nosotros"*. Esta pauta impidió que las decisiones fueran monopolizadas y aseguró que los acuerdos (y los desacuerdos) emergieran del diálogo entre saberes y experiencias.

Otro rasgo definitorio fue el estatus provisional de todo acuerdo. Se explicitó que los consensos serían revisables y que los caminos podrían reorientarse si así lo exigía la reflexión colectiva: *"cada etapa puede terminar concluyendo con que esto es inviable… pero como comunidad debemos definir lo que es propio para la comunidad"*. Esta disposición desplazó la lógica de validar respuestas cerradas hacia una búsqueda compartida, donde la crítica interna y la posibilidad de corregir en el curso de la investigación son parte del método.

El núcleo de la discusión estuvo en la problematización del concepto "conocimiento matemático Mapuche". Se reconoció que la expresión no es neutra y que arrastra tensiones epistemológicas y lingüísticas. Una voz lo enunció con claridad: *"la palabra conocimiento ya arrastra un saber muy propio occidental"*, advirtiendo que la noción podía invisibilizar categorías del *mapuzugun* (*kimün*, *rakizuam*) y su racionalidad. Ante esto, el colectivo optó por no precipitar definiciones y priorizó una estrategia de posicionamientos explícitos y preguntas abiertas: *"quizá uno de los primeros acuerdos de esta reunión es no definir, y más bien desde dónde este equipo se posiciona para avanzar"*. En el mismo sentido, se valoró la prudencia teórica: *"para mí sería muy ambicioso hacer definición… más bien dejar nuevas preguntas"*. Así, la comunidad dio estatus de resultado legítimo tanto a los acuerdos como a las tensiones no resueltas.

Pese a la complejidad conceptual, emergieron acuerdos operativos. El más sólido fue la decisión de incorporar los saberes mapuches en la formación inicial docente, refrendada en votación: *"queremos que este conocimiento sea parte de la formación inicial docente"*. Este consenso funciona como piso común para el trabajo curricular, aun cuando persistan debates sobre categorías y límites.

Paralelamente, se identificaron prácticas culturales con potencial formativo y didáctico. Se discutieron el sistema numérico mapuche, el telar, juegos tradicionales y, con especial detalle, el *püron* (nudo) como dispositivo de registro: *"la representación del nudo más grueso para el 10 y uno más flaquito para el 1"*. Las prácticas culturales no se entendieron como "material ilustrativo", sino como portadoras de racionalidad matemática situada, capaces de articular territorio, memoria y vida cotidiana con contenidos escolares (conteo, estructura posicional, patrones, modelización).

La comunidad subrayó que la incorporación de estas prácticas no debía derivar en su uso ornamental. Un participante lo sintetizó así: *"el desafío es crear un puente entre saberes… no replicar lo antiguo, sino construir hoy para las necesidades de hoy"*. Esta orientación

evita presentar los saberes como reliquias y los posiciona como recursos vivos para pensar la matemática y su enseñanza en clave contemporánea, con pertinencia cultural y poder explicativo.

En suma, los resultados de esta fase deben leerse menos como inventario de conclusiones y más como evidencia de una comunidad en construcción. El proyecto no solo identificó prácticas y consensuó su relevancia para la formación inicial, sino que instituyó un modo de trabajo donde el disenso es condición de posibilidad, la revisión es norma y la validación es un acto comunitario. Lo que emerge, entonces, es una apuesta por construir colectivamente nuevas formas de pensar y enseñar la matemática desde y con el pueblo Mapuche, sosteniendo el equilibrio entre la precisión didáctica y el respeto a la racionalidad propia de sus saberes.

DISCUSIÓN

Los hallazgos confirman la pertinencia de concebir la matemática como práctica cultural situada, más que como lenguaje universal. Ello dialoga con la advertencia clásica de que la matemática no es neutral ni fuera de contexto, sino histórica y socialmente producida (Bishop, 1999). La renuencia colectiva a fijar una definición temprana de "conocimiento matemático Mapuche" no expresa indecisión, sino cuidado epistémico: reconocer que nombrar también es encuadrar y que las categorías deben madurar en conversación con el *kimün* y el territorio (Huencho & Chandía, 2023).

En el plano metodológico, la IPBC descentra el "ojo externo" y ubica el análisis en el cierre deliberativo de cada sesión, donde la comunidad declara qué cuenta como resultado y cómo se continúa. Este dispositivo operativiza principios ya consolidados en investigación con pueblos originarios: sujeto colectivo, reciprocidad y utilidad comunitaria (Smith, 2012; Israel et al., 2001). En contextos indígenas, además, exige ajustes culturales finos, de lenguaje, tiempos y criterios de validez, para evitar traducciones reductoras (LaVeaux y Christopher, 2009).

La orientación intercultural que emerge no se limita a añadir ejemplos (*püron*, telar, juegos), sino a reordenar la formación inicial desde una interculturalidad crítica que cuestiona jerarquías de saber y habilita nuevas formas de validación (Walsh, 2018). En términos de formación docente, esto significa preparar a futuros profesores capaces de dialogar epistemologías y de traducir didácticamente prácticas situadas sin desactivar su racionalidad (Williamson, 2008).

Finalmente, la fuerza del camino trazado reside precisamente en mantener abierto el debate conceptual mientras se generan acciones formativas concretas, asegurando que cada ajuste sea validado comunitariamente y que la pertinencia cultural no sea añadidura, sino columna vertebral de la formación inicial en matemática.

Financiamiento

Este estudio fue financiado por ANID–FONDECYT de Iniciación N° 11241550, "Construcción y validación de una propuesta de Formación Inicial Docente de Educación Básica desde el conocimiento Cultural-Matemático del pueblo Mapuche".

Referencias

Bishop, R., Berryman, M., Cavanaugh, T., & Teddy, L. (2009). Te Kotahitanga: Addressing educational disparities facing Māori students in New Zealand. *Teaching and Teacher Education, 25*, 734–742.

Huencho, A., & Chandía, E. (2023). Humanizing mathematics education: Quantitative and arithmetic argumentation of indigenous cultural practices. *ZDM–Mathematics Education, 55*(6), 1085–1099. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01490-7

Israel, B., Schulz, A., Parker, E., & Becker, A. (2001). Community-based participatory research: Policy recommendations for promoting a partnership approach in health research. *Education for Health, 14*(2), 182–197. https://doi.org/10.1080/13576280110051055

LaVeaux, D., & Christopher, S. (2009). Contextualising CBPR: Key principles of CBPR meet the Indigenous research context. *Pimatisiwin, 7*(1), 1–25.

Smith, L. T. (2012). *Decolonizing methodologies: Research and Indigenous Peoples* (2nd ed.). Zed Books.

Walsh, C. E. (2018). Interculturality and decoloniality. En W. D. Mignolo y C. E. Walsh, *On decoloniality: Concepts, analytics, praxis*. Duke University Press.

Williamson, G. (2008). Escuela rural y Lof Mapu en La Araucanía. *Revista Digital eRural, Educación, Cultura y Desarrollo Rural, 5*(9–10), 1–19.

CON Y DESDE LA COMUNIDAD: CONDICIONES PARA LA ENSEÑANZA INTERCULTURAL EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA POR DOCENTES NO MAPUCHE

Danitza González-Lepe, Universidad Católica de Temuco

Sebastián Bascur Silva, Universidad Católica de Temuco

Anahí Huencho, Universidad Católica de Temuco

Abstract:

Este estudio examina las condiciones bajo las cuales docentes no mapuches pueden realizar educación intercultural de manera legítima y efectiva. Desde un enfoque cualitativo y el paradigma de Investigación Participativa Basada en la Comunidad (IPBC), se trabajó con una comunidad de trece integrantes: dos sabios mapuches, cinco profesores mapuches, dos estudiantes mapuches de pedagogía y cuatro profesores no mapuches. Se desarrollaron doce reuniones quincenales de tres horas, orientadas a discutir dinámicas, desafíos y estrategias de enseñanza de saberes mapuches en contextos escolares. Las transcripciones se analizaron mediante codificación inductiva. Los resultados indican que la posibilidad de que un docente no mapuche lidere procesos interculturales no depende de su identidad étnica, sino de su formación intercultural crítica, disposición ética y respeto epistémico hacia la comunidad. Se identifican tres salvaguardas indispensables: acompañamiento de un kimche, validación comunitaria de contenidos y coenseñanza o modelamiento de prácticas. Los principales riesgos son la folclorización y la descontextualización, especialmente al trasladar saberes al aula de matemática. La legitimidad de la enseñanza intercultural radica en prácticas co-construidas con y desde la comunidad, lo que requiere institucionalizar el acompañamiento de kimche, protocolos de validación y formación docente en interculturalidad crítica. Este estudio contribuye al debate sobre formación docente intercultural y entrega criterios de legitimidad para la enseñanza de saberes mapuches en la educación matemática escolar.

Educación intercultural; IPBC; tercer espacio; etnomatemática; formación docente.

INTRODUCCIÓN

La educación intercultural es un medio para promover inclusión, equidad y respeto entre las culturas que coexisten en Chile. En este contexto, la incorporación de saberes indígenas en el currículo ha cobrado relevancia, planteando desafíos sobre quiénes pueden enseñarlos y bajo qué condiciones. Diversos autores han discutido la legitimidad del rol de docentes no indígenas en la enseñanza intercultural (Fuentes & Arriagada, 2020; Andrade et al., 2022). El presente estudio busca identificar las condiciones pedagógicas, éticas y comunitarias que permiten una enseñanza intercultural legítima por parte de docentes no mapuche en contextos

de educación matemática, evitando la folclorización y fortaleciendo la co-construcción de saberes.

ELEMENTOS TEÓRICOS

La interculturalidad ha evolucionado desde un reconocimiento descriptivo de la diversidad hacia una pedagogía transformadora orientada a la justicia social; en este marco, enseñar "en clave intercultural" exige una mediación cultural consciente, respetuosa y situada, que reconozca el valor intrínseco de todas las culturas y su tratamiento contextualizado (Huencho, 2022). En Chile, las historias de marginación complejizan el desafío para docentes no mapuche, quienes deben evitar la folclorización y la extracción superficial de prácticas culturales, asumiendo una postura de aprendizaje activo, reflexivo y humilde (Fuentes & Arriagada, 2020). En educación matemática, esto se traduce en diseñar y gestionar tareas que conecten contenidos formales con prácticas socioculturales locales: por ejemplo, proporcionalidad y razón en contextos de trueque y precios comunitarios; geometría y simetrías a partir de tramas textiles y diseño de figuras; medición, estimación y geometría del territorio al analizar trayectorias y usos del espacio; y estadística crítica para leer, discutir y comunicar datos que afectan a la comunidad. Se trata de etnomatemática situada y de tareas con responsabilidad cultural, donde la validez no solo es curricular sino también comunitaria (Huencho et al., 2022; D'Ambrosio, 2019).

Desde esta perspectiva, el rol del docente no mapuche se redefine como el de un mediador cultural de conocimiento matemático, capaz de coplanificar y coenseñar con un kimche, de hacer visibles los supuestos culturales de la matemática escolar y de abrir espacios de negociación de significados, generando un tercer espacio para debatir qué considerar evidencia, cómo sostener las justificaciones y qué estándares de argumentación aplicar (Nasir, Hand & Taylor, 2008; Huencho, 2022). Así, la clase de matemática se convierte en un diálogo de saberes donde los contenidos escolares funcionan como puentes para investigar, modelar y comunicar problemas reales del territorio, y no como fines en sí mismos (Muñoz et al., 2025).

ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudio adoptó un enfoque cualitativo en el marco de la Investigación Participativa Basada en la Comunidad (IPBC). Desde este paradigma, la IPBC cumple un triple propósito: coproducir saberes indígenas, trazar su circulación y documentar relatos culturales en contextos educativos. La comunidad de estudio estuvo integrada por trece personas: dos sabios mapuches, cinco profesores mapuches, dos estudiantes mapuches de pedagogía y cuatro profesores no mapuches. La recolección de datos se llevó a cabo mediante doce reuniones quincenales, de tres horas cada una, orientadas a explorar las dinámicas de la

educación intercultural, los desafíos, las estrategias pedagógicas y las tensiones asociadas a la enseñanza de saberes mapuches en contextos educativos.

El análisis de las transcripciones se realizó mediante codificación, donde los códigos emergieron del contenido de las reuniones y se refinaron y agruparon de forma iterativa en categorías temáticas. Algunos de los códigos emergentes son "PM" corresponde a *profesor mapuche*, "SM" a *sabio mapuche* y "PNM" a *Profesor no mapuche*. La codificación fue manual, lo que favoreció una inmersión en los datos y la identificación de patrones y temas emergentes.

RESULTADOS

El análisis de las doce reuniones permitió identificar tres ejes centrales: condiciones habilitantes, riesgos y estrategias efectivas para que docentes no mapuches desarrollen prácticas interculturales legítimas en educación matemática.

1. Condiciones habilitantes

Los participantes coincidieron en que la legitimidad del rol docente no mapuche no depende de su identidad étnica, sino de un conjunto de condiciones éticas y pedagógicas que lo sostienen: una formación intercultural crítica que combine comprensión profunda de la cosmovisión mapuche con una postura ética y reflexiva "Debe formarse críticamente, entender la cultura antes de intentar enseñarla" (PM_Reunión 3); el acompañamiento permanente de un kimche, de modo que los saberes, contenidos y prácticas sean guiados y validados por sabios mapuches "Debe haber un kimche acompañando el proceso, alguien que diga: esto sí representa nuestro conocimiento" (PM_Reunión 8); la validación comunitaria previa de materiales y actividades, evitando tratar la cultura como un "paquete" y asegurando el trabajo colaborativo con la propia comunidad "No se trata de enseñar cultura como un paquete, hay que trabajar con la comunidad" (PM_Reunión 6); y un soporte institucional efectivo, ya que, sin respaldo de la escuela, el esfuerzo intercultural se aísla y se debilita "El profesor queda solo si no hay apoyo desde la escuela" (PM_Reunión 4).

2. Riesgos y tensiones

Los riesgos y tensiones se articularon principalmente en torno a la folclorización y la descontextualización de prácticas culturales mapuche, lo que los participantes identificaron como una forma de apropiación cultural. La folclorización se expresa en representaciones superficiales u ornamentales de la cultura, desligadas de sus tramas territoriales y relacionales, lo que vacía de sentido pedagógico y político las prácticas: "No queremos que pase eso de que se saque una actividad mapuche de contexto y se diga: mira, hice educación intercultural" (PM_Reunión 12). La descontextualización, estrechamente vinculada, consiste

en extraer prácticas culturales para ajustarlas a formatos escolares rígidos sin mediación intercultural ni diálogo comunitario, lo que los participantes reconocen como una forma de apropiación cultural.

3. Estrategias efectivas

Los participantes delinearon un conjunto de prácticas orientadas a resguardar la autenticidad y la pertinencia de la enseñanza intercultural, primero la coenseñanza con sabios mapuches, compartiendo la planificación y la ejecución de actividades, segundo el modelamiento de prácticas, mediante la observación y por último la replicación de clases culturalmente validadas, un profesor mapuche señala "he ido modelando la práctica, mostrando tareas y formas de pensar desde lo cultural" (Reunión 11). Por otro lado, la implementación de protocolos de validación comunitaria, que aseguran la revisión previa de materiales y secuencias; y la comprensión territorial del conocimiento, esto es, enseñar desde significados que emergen del territorio y no desde generalizaciones abstractas (PM_Reunión 8).

CONCLUSIONES

Los hallazgos confirman que la legitimidad de la enseñanza intercultural por parte de docentes no mapuche no se deriva de la identidad étnica, sino de un entramado de condiciones éticas, pedagógicas y comunitarias que la hacen posible: formación intercultural crítica, acompañamiento de un kimche, validación comunitaria de materiales y prácticas, y soporte institucional sostenido. Al mismo tiempo, advierten que la folclorización y la descontextualización constituyen amenazas estructurales que vacían de sentido político-pedagógico los saberes mapuches y reproducen formas de apropiación cultural. Frente a ello, se identifican estrategias efectivas coenseñanza con sabios, modelamiento de prácticas culturalmente validadas, protocolos de validación previa y comprensión territorial del conocimiento que habilitan un "tercer espacio" de diálogo epistémico en educación matemática, donde los contenidos se trabajan de manera situada y respetuosa.

Estas conclusiones implican reorientar la formación docente y las políticas escolares hacia dispositivos que aseguren la mediación cultural consciente, la autoridad epistémica de los actores mapuches en el proceso de enseñanza y la institucionalización de protocolos de validación. De este modo, la educación intercultural deja de ser una agregación temática para convertirse en una práctica transformadora que promueve inclusión, equidad y justicia social, fortaleciendo la pertinencia curricular y la legitimidad cultural del proceso formativo en matemática.

Financiamiento

Este estudio fue financiado por ANID–FONDECYT de Iniciación N°11241550, "Construcción y validación de una propuesta de Formación Inicial Docente de Educación Básica desde el conocimiento Cultural-Matemático del pueblo Mapuche".

Referencias

Andrade, E., Quintriqueo, S., Arias-Ortega, K., & Peña-Cortés, F. (2022). Contenidos educativos mapuches y espacios ecológicos-culturales en La Araucanía: Desafíos para una educación intercultural. *Diálogo Andino*, (67), 88–98. https://doi.org/10.4067/S0719-26812022000100088

Fuentes Vilugrón, G. A., & Arriagada Hernández, C. R. (2020). La educación intercultural en Chile analizada desde la teoría de la complejidad. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, 11*, 1107. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v11i0.1107

Huencho, A., Chandía, E., Rojas, F., & Williamson, G. (2022). Tercer espacio: Modelo de tareas matemáticas con responsabilidad cultural desde el contexto indígena. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Relime, 25*(2), 197–222. https://doi.org/10.12802/relime.22.2523

Nasir, N. S., Hand, V., & Taylor, E. V. (2008). Culture and mathematics in school: Boundaries between "cultural" and "domain" knowledge in the mathematics classroom and beyond. *Review of Research in Education, 32*(1), 187–240. https://doi.org/10.3102/0091732X07308962

Muñoz, G., Arias-Ortega, K., & Del Pino Sepúlveda, M. (2025). Mapuche educational content in intercultural school education: A decolonial approach / Contenido educativo mapuche en la educación escolar intercultural: Un enfoque descolonial. *Culture and Education, 37*(1), 329–352. https://doi.org/10.1177/11356405251323080

ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES AUTISTAS EN EDUCACIÓN PRIMARIA: AVANCES DE UNA REVISIÓN SISTEMÁTICA

Génesis Ahumada, Universidad de La Serena

Katherine Araya, Universidad de La Serena

Alejandra Carrera, Universidad de La Serena

Tania Leiva, Universidad de La Serena

Daniela Olivares, Universidad de La Serena

Cristóbal Pizarro, Universidad de La Serena

Abstract:

El presente trabajo da a conocer una revisión sistemática que caracteriza el panorama actual de la investigación sobre estrategias de enseñanza de matemáticas para estudiantes autistas en educación primaria. Se realizó una búsqueda sistemática siguiendo el protocolo PRISMA en tres bases de datos (Springer Link, ScienceDirect y Eric) utilizando términos relacionados con matemáticas, estrategias de enseñanza, autismo y educación primaria. Tras aplicar criterios de inclusión y exclusión, se revisaron 30 estudios publicados entre 2020-2025 mediante análisis de contenido para examinar evolución temporal, fuentes de publicación, áreas matemáticas y tipos de estrategias investigadas. Los resultados revelan una tendencia ascendente pero moderada en las publicaciones, con predominio en revistas especializadas en autismo. Las áreas matemáticas más investigadas fueron fracciones y aritmética básica, mientras que geometría, estadística y medición no registraron estudios específicos. Las estrategias predominantes incluyen video modeling, manipulativos virtuales e instrucción explícita y sistemática, todas alineadas con características cognitivas del autismo como fortalezas visuales y necesidad de estructura. La investigación evidencia un campo emergente con producción científica limitada y dispersa. Se identifican brechas significativas en contenidos matemáticos específicos y enfoques diferenciados. Los hallazgos subrayan la necesidad de ampliar la investigación hacia estrategias que reconozcan la diversidad cognitiva del espectro autista.

Autismo, estrategias de enseñanza, educación matemática, educación primaria, revisión sistemática

INTRODUCCIÓN

La educación matemática de estudiantes autistas de educación primaria requiere estrategias adaptadas a sus características cognitivas únicas. Aunque existe creciente interés en este campo, las estrategias para modificar y ajustar el entorno para una educación más inclusiva

Índice

están poco investigadas (Petersson-Bloom y Holmqvist, 2022). Las revisiones sistemáticas constituyen una metodología apropiada para mapear evidencia disponible e identificar brechas en campos emergentes como este. Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es caracterizar el panorama actual de la investigación en este ámbito, identificando tendencias metodológicas, áreas de contenido abordadas y patrones de publicación en la literatura científica reciente.

MARCO CONCEPTUAL

El trastorno del espectro autista (TEA) se describe por diferencias en la comunicación social, patrones repetitivos y procesamiento sensorial atípico (Sanz-Cervera et al., 2017). Desde el enfoque de la neurodiversidad, el autismo se entiende como una variación natural del desarrollo (Wasiliew & Montero, 2022). Muchos estudiantes autistas muestran fortalezas en razonamiento visoespacial, atención al detalle, pensamiento lógico-sistemático e identificación de patrones, útiles para geometría, análisis de secuencias y problemas estructurados (Sparapani et al., 2023). Coexisten dificultades para comprender conceptos abstractos y resolver problemas verbales complejos (Sabaruddin et al., 2020). Las estrategias de enseñanza matemática para estudiantes autistas deben alinearse con este perfil cognitivo (Cox & Jiménez, 2020). La literatura identifica principios instruccionales clave: representaciones visuales y manipulativos concretos para mediar la abstracción; estructuras claras y predecibles para reducir ansiedad; e instrucciones explícitas y secuenciadas (Yakubova et al., 2020). Para analizar las estrategias reportadas en la literatura, se estableció un marco basado en tres dimensiones derivadas del perfil autista: (1) aprovechamiento de fortalezas visuales (uso de soportes visuales, manipulativos); (2) provisión de estructura y predictibilidad (secuencias explícitas, rutinas); y (3) mediación de la abstracción (progresiones graduales concreto-abstracto). Estas dimensiones constituyeron las categorías de análisis aplicadas a los estudios revisados.

MÉTODO

Se realizó una revisión sistemática siguiendo el protocolo PRISMA. La búsqueda se efectuó en tres bases de datos utilizando la estrategia: "mathematics" AND (teaching strategies OR learning strategies) AND (autism OR autistic OR ASD) AND ("primary education" OR "elementary school"), obteniendo 296 documentos en Springer Link, 183 en ScienceDirect y 25 en Eric (total: 504 documentos). Los criterios de inclusión contemplaron estudios empíricos o revisiones sistemáticas publicados entre 2020-2025 en inglés o español, centrados en enseñanza/aprendizaje de las matemáticas en estudiantes autistas de educación primaria. Los artículos fueron revisados en parejas, incluyendo aquellos donde hubo acuerdo entre ambos revisores. Tras aplicar los criterios de selección, se incluyeron 30 artículos para el análisis final. Se realizó un análisis de contenido para responder a las siguientes preguntas: ¿Cuál ha sido la evolución temporal de las publicaciones en esta área entre 2020-2025? ¿Qué

tipo de fuentes publican más frecuentemente sobre este tema? ¿Qué áreas de las matemáticas han recibido mayor atención investigativa? ¿Qué tipos de estrategias para la enseñanza de las matemáticas se han investigado en los últimos 5 años? El análisis de estrategias se realizó aplicando el marco conceptual de tres dimensiones basadas en el perfil cognitivo autista, permitiendo clasificar los enfoques pedagógicos reportados según su alineación con características del autismo.

RESULTADOS

Evolución temporal de las publicaciones

El análisis de la evolución temporal revela una tendencia ascendente pero moderada en la producción científica sobre estrategias de enseñanza matemática para estudiantes autistas en educación primaria. La distribución por años muestra un crecimiento progresivo: se identificaron 3 estudios en 2020, 4 en 2021, 4 en 2022, 6 en 2023, alcanzando un máximo de 9 publicaciones en 2024, para luego encontrar 4 estudios en lo que va de 2025. A pesar de esta tendencia positiva, el volumen total de 30 investigaciones en un período de cinco años evidencia que la producción científica en esta área permanece limitada en las bases de datos consultadas.

Tipos de fuentes en las que se publica sobre la temática

El análisis de las fuentes de publicación muestra una distribución heterogénea entre diferentes tipos de revistas. Como se observa en la tabla 1, las revistas especializadas en autismo lideran con el 26,7% de los estudios, seguidas por educación matemática (13,3%) y educación especial (10%). La alta dispersión evidenciada sugiere un campo de investigación aún en desarrollo, sin un foco editorial establecido.

Tabla 1

Resumen de publicaciones por categorías temáticas

Categoría temática	N° de estudios	%	Fuentes de publicación
Autismo y discapacidades del desarrollo	8	26,7%	ETADD (4), JADD (2), FAODD (2), RASD, RDD, IJDD, ACPS, ADLI, JDPD
Educación matemática	4	13,3%	ZDM (2), ESM, JMB
Educación especial	3	10%	JSE, BJSE (2)
Tecnología educativa	3	10%	JSET, EIT, JMIR
Tesis y disertaciones	2	6,7%	ProQuest LLC (2)
Otros	8	26,7%	IJEM, HSSC y 6 revistas adicionales
Total	30	100%	

Nota. Elaboración propia

Áreas de la matemática con mayor atención investigativa

El análisis de los contenidos matemáticos específicos de los 30 estudios identificados muestra una concentración en áreas fundamentales del currículo. Las fracciones lideran con 7 estudios, seguidas por la aritmética básica con 6 estudios y problemas verbales con 4 estudios. Las habilidades matemáticas generales representan 7 estudios, mientras que la competencia general y álgebra temprana registran 3 estudios cada una. La muestra analizada evidencia ausencia completa de estudios específicos en geometría, estadística y medición, revelando brechas significativas en contenidos matemáticos clave del currículo de educación primaria.

Tipos de estrategias abordadas por la investigación

(1) Estrategias que aprovechan fortalezas visuales: predominan enfoques centrados en el procesamiento visual: el video modeling (modelos de resolución paso a paso en videos) aparece en 8 estudios, y los manipulativos virtuales (objetos digitales interactivos que ofrecen experiencias predecibles y controladas) en 6. Los modelos conceptuales (representaciones visuales simplificadas de problemas) también responden a esta dimensión. (2) Estrategias que proveen estructura y predictibilidad: la instrucción explícita y sistemática, con enseñanza directa y pasos definidos, se reporta en 5 estudios. Las secuencias estructuradas, como el enfoque concreto–representacional–abstracto, progresan desde objetos físicos hasta símbolos, respetando el procesamiento gradual. (3) Estrategias de mediación de la abstracción: los puntos táctiles dibujados en números facilitan el conteo aprovechando tendencias repetitivas. El enfoque CRA mencionado anteriormente también opera en esta dimensión al transitar gradualmente de lo concreto a lo abstracto. Finalmente, emergen estrategias tecnológicas, como los sistemas de tutoría inteligente, aunque con menor presencia en la muestra analizada.

CONCLUSIONES

Esta revisión revela una producción científica limitada y dispersa sobre estrategias de enseñanza de matemáticas para estudiantes autistas en educación primaria. Los resultados muestran predominio de enfoques visuales y estructurados, concentración en aritmética y fracciones, y ausencia de estudios en geometría y estadística. Se identifican tres líneas prioritarias: (1) desarrollar estrategias para contenidos no investigados (geometría, estadística, medición); (2) explorar enfoques diferenciados según perfiles cognitivos específicos dentro del espectro; y (3) realizar estudios comparativos sobre efectividad de estrategias en distintos contextos.

Agradecimientos

Daniela Olivares agradece el apoyo financiero de DIDULS/ULS a través del proyecto N°DRD2453854.

Referencias

Cox, S. K., & Jimenez, B. A. (2020). Mathematical interventions for students with autism spectrum disorder: Recommendations for practitioners. *Research in Developmental Disabilities*, *105*, 103744. https://doi.org/10.1016/j.ridd.2020.103744

Petersson-Bloom, L., & Holmqvist, M. (2022). Strategies in supporting inclusive education for autistic students—A systematic review of qualitative research results. *Autism & Developmental Language Impairments*, *7*, 23969415221123429. https://doi.org/10.1177/23969415221123429

Sabaruddin, S., Mansor, R., Rusmar, I., & Husna, F. (2020). Student with special needs and mathematics learning: A case study of an autistic student. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education, 5*(3), 317–330. https://doi.org/10.23917/jramathedu.v5i3.11192

Sanz-Cervera, P., Fernández-Andrés, M. I., Pastor-Cerezuela, G., & Tárraga-Mínguez, R. (2017). Preservice teachers' knowledge, misconceptions and gaps about autism spectrum disorder. *Teacher Education and Special Education, 40*(3), 212–224. https://doi.org/10.1177/0888406417700963

Sparapani, N., Tseng, N., Towers, L., Birkeneder, S., Karimi, S., Alexander, C. J., ... Nunnally, A. D. (2023). Factors associated with classroom participation in preschool through third grade learners on the autism spectrum. *Research in Autism Spectrum Disorders*, *105*, 102186. https://doi.org/10.1016/j.rasd.2023.102186

Wasiliew, A., & Montero, M. (2022). *El autismo en la escuela desde una perspectiva de aceptación y valoración: Guía breve* (1.ª ed.). Ministerio de Educación.

Yakubova, G., Hughes, E. M. y Baer, B. L. (2020). Supporting students with ASD in mathematics learning using video-based concrete-representational-abstract sequencing instruction. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth*, *64*(1), 12–18. https://doi.org/10.1080/1045988X.2019.1627999

ESTUDIO DEL ESPACIO DE TRABAJO MATEMÁTICO IDÓNEO EN UN AMBIENTE COLABORATIVO PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN UN AULA NEURODIVERSA

Constanza Astudillo, Universidad de Valparaíso

Josefa Carvajal, Universidad de Valparaíso

Felipe Castillo, Universidad de Valparaíso

Romina Menares, Universidad de Valparaíso

Jorge Gaona, Universidad de Playa Ancha

Abstract:

Este trabajo corresponde a una investigación en curso, que aborda dificultades que enfrentan docentes para trabajar la resolución de problemas, considerando la diversidad en la sala de clases. Nuestro objetivo es estudiar las estrategias de enseñanza–aprendizaje que establecen docentes para implementar una clase centrada en la resolución de problemas en un aula neurodiversa. Consideramos como marco teórico los Espacios de Trabajo Matemático ([ETM]) (Kuzniak, 2022), que permite caracterizar el trabajo docente. La metodología es de estudio de casos, cuyo caso lo conforma una profesora de matemáticas y una educadora diferencial, trabajando en colaboración. La recolección de datos se realiza mediante la videograbación de sesiones de planificación de una clase sobre medidas de dispersión para Tercer año de Enseñanza Media. Dentro de los resultados se identifican diferentes estrategias en la representación de los contenidos, en el uso de herramientas y en recursos discursivos, considerando las distintas condiciones de los y de las estudiantes. Se concluye acerca del potencial del trabajo colaborativo entre docentes con distinta especialidad, para formular estrategias para el desarrollo de la habilidad de resolver problemas matemáticos en un aula neurodiversa.

Espacio de Trabajo Matemático Idóneo, neurodivergencia, resolución de problemas, colaboración

INTRODUCCIÓN

Según las Bases curriculares chilenas (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2015a) la habilidad de *resolución de problemas* involucra el uso de estrategias, la comunicación y la comprobación, y es considerada como una habilidad transversal para desarrollarse en todos los niveles de enseñanza. Para Gun y Bossé (2025) uno de los beneficios más importantes de desarrollar habilidades de orden superior es su capacidad para estructurar el aprendizaje, jugando un papel fundamental en el diseño de las clases, ayudando al dominio del contenido y mejorando significativamente los resultados de los estudiantes.

Índice

En Chile, las salas de clases albergan una amplia diversidad de estudiantes (Decreto N.º 83, Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2015). Esta heterogeneidad representa un desafío significativo para los docentes, quienes deben responder a las necesidades educativas de cada estudiante. Particularmente, en el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas —que implica una alta exigencia cognitiva— se vuelve especialmente complejo para el profesorado asegurar que todos los estudiantes logren avanzar conforme a los estándares esperados, sobre todo considerando que, en muchos casos, los docentes de matemáticas carecen de una formación adecuada en el aprendizaje cognitivo de estudiantes neurodivergentes (Ayala et al., 2022). Esto resulta en una práctica con herramientas pedagógicas limitadas para atender a las necesidades específicas de cada estudiante.

Investigaciones se refieren a la comparación entre estudiantes neurodivergentes y neurotípicos, en cuanto a las estrategias de aprendizaje–enseñanza (por ejemplo, Oswald *et al*., 2015), concluyendo que los estudiantes con diagnóstico autista tienden a tener dificultades en la asignatura de matemáticas, directamente con la habilidad de resolver problemas. En Chile, algunos establecimientos cuentan con Programas de Integración Escolar ([PIE]) que apoyan a los docentes para facilitar y mejorar el acceso al aprendizaje de todos los estudiantes (MINEDUC, 2016); las instituciones están conscientes de que la colaboración entre docentes y PIE es fundamental para implementar estrategias efectivas que apoyen al aprendizaje de estudiantes neurodivergentes. En este sentido, para la implementación del PIE, se requiere de la organización del tiempo de los docentes para el trabajo colaborativo y la planificación de la co-enseñanza (MINEDUC, 2015b).

Considerando estos antecedentes, planteamos como pregunta de investigación: *¿Cuáles estrategias de enseñanza-aprendizaje diseñadas en un trabajo colaborativo entre docentes con distinta especialidad contribuyen al desarrollo de la habilidad de resolver problemas en un aula neurodiversa?*, y como objetivo general: *Estudiar las estrategias de enseñanza–aprendizaje implementadas por docentes con distinta especialidad, en un trabajo colaborativo, y su contribución al desarrollo de la habilidad de resolución de problemas para un aula neurodiversa*.

MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

Para abordar este objetivo, consideramos el marco teórico de los Espacios de trabajo Matemático ([ETM]) (Kuzniak, et al. 2022), que nos permite, entre otros aspectos, estudiar el trabajo de docentes de matemática a la hora de planificar e implementar clases en el aula. Esta teoría considera aspectos de naturaleza epistemológica y cognitiva, los cuales involucran tres génesis: 1) génesis semiótica, relacionada con las representaciones de los objetos que se utilizan y los procesos semióticos asociados, 2) génesis instrumental, en relación con el uso de artefactos, los cuales pueden ser materiales o simbólicos, y 3) génesis discursiva, que relaciona al referente teórico, como teoremas, definiciones y propiedades, con la prueba.

Dependiendo del ETM, estas génesis aparecen conectadas o bien, desarticuladas unas con otras.

Para referirnos a la neurodivergencia, consideramos lo expuesto por Armstrong (2012), quien incluye condiciones como el TDAH, el autismo, la dislexia, la dispraxia, entre otras. Además, sostiene que la neurodiversidad es la idea de que las variaciones en el cerebro humano no son trastornos que deban ser curados, sino expresiones naturales de la diversidad humana, con desafíos, pero también fortalezas únicas que deben ser reconocidas, valoradas y apoyadas.

Para responder a la neurodiversidad en el aula es necesario implementar estrategias pedagógicas que garanticen el acceso, la participación y el progreso de todos los estudiantes. Así, emergen dos enfoques clave que orientan la práctica docente inclusiva: el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) y las Adecuaciones Curriculares (acceso y objetivo) (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2015).

MARCO METODOLÓGICO

Nuestro estudio se enmarca en un enfoque cualitativo de Estudio de Casos (Yin, 2009), sin intervención sobre las acciones de los sujetos observados. El estudio se desarrolla en un colegio particular subvencionado ubicado en la región de Valparaíso, donde participan una docente de matemáticas (DM) y una educadora diferencial (ED). Las dos profesoras en conjunto conforman nuestro caso único múltiple (Yin, 2009). La recolección de datos se llevó a cabo mediante la videograbación y notas de campo de sesiones de trabajo para planificar una clase sobre medidas de dispersión para un 3° Medio, compuesto por 33 estudiantes, entre los cuales se encuentran estudiantes neurodivergentes. El tema de la clase fue escogido por las docentes, únicamente por el avance curricular del semestre, correspondiente al mes de mayo.

Las categorías de análisis corresponden a las propias del marco de los ETM, considerando la activación de las génesis semióticas ([sem]), instrumental ([ins]) y discursiva ([dis]). Para categorizar la forma en que se aborda la diversidad en el aula, incluyendo específicamente la neurodivergencia, se utilizaron tres grandes criterios: el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), las Adecuaciones Curriculares de Acceso y las Adecuaciones Curriculares de Objetivo de Aprendizaje. A partir de cada uno de estos criterios, se definieron distintas categorías de análisis. En una tabla se identifica cada estrategia adoptada por las docentes y se categorizan de acuerdo con ambos criterios.

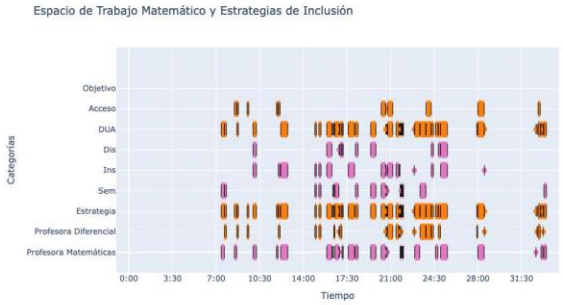
RESULTADOS PRELIMINARES

La presente es una investigación en curso, por lo que reportamos los primeros análisis de la planificación de la clase por parte de las docentes trabajando en colaboración. Aquí, pudimos identificar múltiples estrategias que, por un lado, activan diferentes génesis del espacio de

trabajo, lo que indica que la propuesta es rica en cuanto a diversidad en formas de representación de los objetos, uso de distintas herramientas para acceder a los conceptos matemáticos, y uso de argumentaciones para profundizar y lograr poco a poco mayor abstracción en el tema en cuestión. Al respecto, pudimos observar que las génesis fueron activadas en mayor medida cuando las docentes se centran en el desarrollo de la clase, en el momento de proponer el problema. (Ver minuto 17:00 a minuto 24:00 aproximadamente, en la Figura 1).

Figura 1

Gráfico sobre las estrategias presentes en el trabajo colaborativo docente. Elaboración propia.



Respecto al abordaje de la diversidad en la sala de clases, se observan diversas estrategias que tienen relación con el acceso al contenido, flexibilidad de tiempo, organización del entorno, conexión del conocimiento previo con el contenido a tratar en la clase y apoyo para personalizar la presentación de la información, entre otros (Figura 1). No obstante, no se observaron estrategias en relación con la categoría de "objetivo", referido a la graduación del nivel de complejidad, y a la priorización de contenidos.

CONCLUSIONES

El trabajo colaborativo entre docentes de distintas áreas permitió enriquecer la planificación de la clase, activando diversas génesis del ETM y generando un diseño inclusivo. Esto nos indica un ETM enriquecido. En cuanto a las estrategias de inclusión, estas fueron discutidas, acordadas y aplicadas en conjunto, buscando asegurar una experiencia más accesible y significativa para todos los estudiantes. Si bien en este aspecto no emergieron todas las categorías previstas, el trabajo fue variado en cuanto a los criterios de acceso y de Diseño Universal de Aprendizaje, lo que indica que el trabajo colaborativo permitió hacer sinergias para favorecer la calidad de la enseñanza.

Índice

Referencias

Armstrong, T. (2012). *Neurodiversity in the classroom: Strength-based strategies to help students with special needs succeed in school and life*. ASCD Member Book.

Ayala Dávila, G. E., Escoto Ponce de León, M. del C., & González, E. I. (2022). *Educación inclusiva, una oportunidad para todos*. Universidad Tecnocientífica del Pacífico Editorial.

Ministerio de Educación. (2015). *Decreto Exento N.º 83. Aprueba criterios y orientaciones de adecuación curricular para estudiantes con necesidades educativas especiales de educación parvularia y educación básica*. Biblioteca del Congreso Nacional de Chile. https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1074511

Gun, O., & Bossé, M. J. (2025). Synthesizing cognitive mathematics learning taxonomies. *Thinking Skills and Creativity*, *57*, 1–18. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2025.101796

Kuzniak, A. (2022). *Mathematical Work in educational context. The perspective of the theory of Mathematical Working Spaces*. Springer Nature.

Ministerio de Educación. (2015a). *Bases curriculares: 7.º básico a 2.º medio*. https://hdl.handle.net/20.500.12365/654

Ministerio de Educación. (2015b). *Preguntas y respuestas frecuentes: Implementación Programa de Integración Escolar (PIE) 2015*. A. Antecedentes generales. https://hdl.handle.net/20.500.12365/21208

Ministerio de Educación. (2016). *Programa de Integración Escolar (PIE), Ley de Inclusión 20.845: Manual de apoyo a la inclusión escolar en el marco de la Reforma Educacional*. https://hdl.handle.net/20.500.12365/20324

Oswald, T., Beck, J., Iosif, A.-M., McCauley, J., Gilhooly, L., Matter, J., & Solomon, M. (2015). Clinical and cognitive characteristics associated with mathematics problem solving in adolescents with autism spectrum disorder. *Autism Research*, *9*(4), 480–490.

Yin, R. (2009). *Investigación sobre diseño de casos: Diseño y métodos* (2.ª ed.). SAGE Publications.

LA PERSPECTIVA LINEAL COMO PUENTE ENTRE ARTE Y GEOMETRÍA: UN ESTUDIO HISTORICO-EPISTEMOLÓGICO E INSTITUCIONAL

Darlis Panqueban, Universidad Católica del Maule

Carolina Henríquez-Rivas, Universidad Católica del Maule

Jesús Flores Salazar, Pontificia Universidad Católica del Perú

Abstract:

El presente trabajo desarrolla un estudio histórico-epistemológico e institucional sobre la perspectiva lineal, técnica artística que permite representar figuras 3D en 2D. Para ello, se llevó a cabo un análisis documental que considera tratados renacentistas y documentos curriculares del sistema educativo chileno, especialmente la asignatura del plan electivo de Geometría 3D. Los resultados muestran que la perspectiva lineal surgió como un puente entre arte y geometría, al formalizar la representación del espacio mediante principios geometricos como el punto de fuga, las proyecciones y las proporciones. En este sentido, la perspectiva lineal se configura como un recurso formativo que integra conocimiento geometricos y artístico, destacando su relevancia para la enseñanza contemporánea de la geometría.

Geometría, perspectiva lineal, arte, integración, análisis epistemológico

INTRODUCCIÓN

Desde el ámbito educativo, la integración de matemática y arte favorece la comprensión de conceptos y propiedades matemáticas al ofrecer recursos visuales y contextuales que permiten representarlas de manera más accesible (Blanco y Diego-Mantecón, 2021). Esta articulación permite la introducción de nociones como las simetrías y las construcciones geométricas en escenarios culturalmente relevantes (Muhammad, 2025), favoreciendo no solo la comprensión conceptual, sino también incrementa la motivación y la curiosidad (Nutov, 2021). Por ello, el objetivo de este estudio es describir aspectos la perspectiva lineal como recurso didáctico que integra arte y geometría, con un enfoque que aporta a la enseñanza de la geometría.

El presente estudio desarrolla un estudio histórico-epistemológico e institucional de la integración de arte y geometría a través de la perspectiva lineal, técnica renacentista que permite representar objetos tridimensionales (3D) en superficies bidimensionales (2D) (Andersen, 2007). Desde una mirada geométrica, su aplicación implica una comprensión del espacio y un trabajo matemático que moviliza principios de semejanza, paralelismo, proyecciones y puntos de fuga. Así, el tránsito entre 3D y 2D constituye un eje articulador

Índice

entre los fundamentos históricos y los propósitos institucionales, reforzando la conexión entre arte, geometría y enseñanza.

METODOLOGIA

Se adoptó un enfoque cualitativo basado en un análisis documental (Bowen, 2009). Para la recolección de datos se consideraron dos tipos de fuentes: 1) *Fuentes histórico-epistemológicas*, compuestas por tratados renacentistas de perspectiva que fundamentan el uso de la geometría como recurso para el tránsito de figuras de 3D a 2D. Se revisaron obras de Filippo Brunelleschi, León Alberti, Piero della Francesca, junto con fuentes secundarias sobre la historia de la perspectiva lineal (Kemp, 1990). La selección de estas fuentes se basó en su relevancia para rastrear el desarrollo técnico y matemático de la perspectiva lineal. Adicionalmente, 2) *Fuentes institucionales,* centradas en documentos del curriculares de la educación secundaria en Chile, en particular el Plan de estudio de la asignatura electiva Geometría 3D (MINEDUC, 2020) y los Estándares para las Carreras de Pedagogía en Matemática, (Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas [CPEIP], 2021). El análisis de estos documentos se enfocó en identificar objetivos de aprendizaje y tareas relacionadas con la perspectiva. El análisis de los datos se realizó mediante análisis de contenido cualitativo, con el fin de describir las relaciones geométricas de la perspectiva lineal y su potencial didáctico en contextos escolares (Kuckartz y Rädiker, 2023).

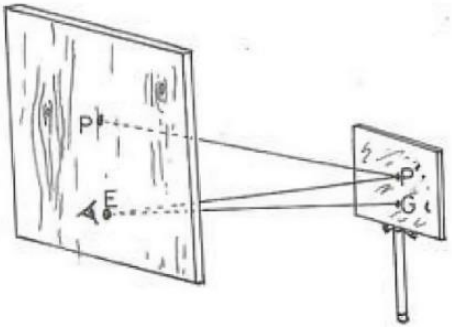
RESULTADOS

Desarrollo epistemológico de la perspectiva

El origen de la perspectiva se remonta al siglo XV con Filippo Brunelleschi, arquitecto y teórico italiano, a quien se atribuye un experimento pionero en su desarrollo. Para ello, utilizó una pequeña tabla pintada del Baptisterio de San Juan en Florencia, diseñada para ser observada a través de un orificio en el panel, mientras se colocaba un espejo frente al espectador. Este dispositivo permitía comparar la imagen reflejada con la escena real, generando una ilusión pictórica convincente (Kemp, 1990). La clave del experimento radicaba en que la percepción dependía de un punto de vista único y fijo, lo que implicaba un control riguroso de las condiciones de observación (Andersen, 2007).

Figura 1

Reconstrucción del empleo de la perspectiva realizado por Brunelleschi



Nota. Extraído de Kemp (1990). E es el orifico del ojo en el panel; EG, el eje visual; P en el panel se refleja en P' en el espejo.

Posteriormente, León Battista Alberti (1404-1472) consolidó los fundamentos teóricos de la perspectiva en *De pictura (1435),* integrando nociones de la *Óptica* de Euclides al arte. Alberti formuló una de las primeras definiciones de la perspectiva al considerar que el ojo puede entenderse como un punto matemático del cual parten líneas rectas, *rayos visuales*, hacia los objetos observados. Según su planteamiento "la pintura será la intersección de una pirámide visual, según una distancia dada, situado su centro y establecidas sus luces, representada artísticamente con líneas y colores sobre una superficie dada" (Alberti, 1998, p.79). Para operacionalizar esta idea, Alberti propuso dos métodos, uno de los cuales se basa en la concepción del ojo como punto matemático: cualquier punto situado frente a él se percibe a través de un rayo que los conecta (Alberti, 1998). Este razonamiento implicaba que las líneas transversales debían trazarse paralelas al plano de la tierra, las verticales como perpendiculares; y todas las ortogonales converger en un único punto, denominado *punto céntrico o central* (Andersen, 2007).

Por su parte, Piero della Francesca (1415-1492) marcó un hito en la confluencia entre arte y matemática. Su tratado *De prospectiva pingendi* (1474) constituye el primer texto dedicado exclusivamente a la perspectiva (Andersen, 2007), en el cual desarrolla procedimientos para construir figuras planas y en 3D en perspectiva. Entre sus aportes más destacados se encuentra el método para construir en perspectiva un suelo cuadriculado. Dicho procedimiento no solo resultaba eficaz para representar suelos, sino que también era adaptable a formas más complejas, como edificios o cuerpos geométricos.

Estudio institucional centrado en el programa de Geometría 3D y Estándares para las carreras de Pedagogía en Matemática

En las Bases Curriculares para Formación Diferenciada Humanístico-Científica, dentro del Plan electivo de Geometría 3D, la perspectiva se aborda de manera explícita en la Unidad 4,

titulada *Los objetos con sus caras y perspectivas* (Ministerio de Educación, 2021). En esta unidad, el objetivo de aprendizaje se centra en desarrollar la capacidad de representar proyecciones en el plano utilizando herramientas de la geometría proyectiva. Particularmente, en la Actividad 3 (representar proyecciones en el plano) se introduce el uso de perspectiva con con uno o dos puntos de fuga. Esta propuesta busca construir representaciones bidimensionales capaces de simular tridimensionalidad, introduciendo conceptos como la línea del horizonte, las rectas proyectantes y el punto de fuga. Estos conceptos permiten comprender y reproducir la profundidad visual con fundamento geométrico, lo que establece un vínculo con los desarrollos matemáticos originados en el Renacimiento.

En conjunto, las tareas propuestas en el programa de Geometría 3D configuran una secuencia de tareas que articula elementos de la geometría proyectiva con prácticas visuales propias del arte. El programa presenta figuras geométricas y promueve la observación de entornos cotidianos como puntos de partida para analizar y representar la perspectiva.

En el ámbito de la formación de profesores, los Estándares para las Carreras de Pedagogía en Matemática, y en particular el Estándar de Geometría, destacan la importancia de comprender conceptos geométricos para diseñar estrategias de enseñanza y aprendizaje que permitan construir, visualizar y transformar figuras 2D y 3D, tanto de manera manual como digital (CPEIP, 2021).

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El estudio epistemológico e institucional de la perspectiva lineal permite reconocer su doble carácter: como invención cultural del Renacimiento y como objeto de enseñanza en la educación matemática contemporánea. Desde Brunelleschi hasta Piero della Francesca, la perspectiva se consolidó como una técnica que integró arte y geometría, transformando la representación visual en un proceso sustentado en principios matemáticos. Estos fundamentos constituyeron la base para el desarrollo artístico como de avances matemáticos posteriores.

En el ámbito educativo actual, el plan electivo de Geometría 3D recoge y resignifica estos elementos, proponiendo actividades que articulan conceptos de la geometría proyectiva con prácticas de diseño, arte y arquitectura. De este modo, la perspectiva lineal se configura como un recurso visual y una técnica integradora. Finalmente, este estudio aporta a la formación de profesores de matemática en el diseño de tareas que vinculen arte y geometría mediante la perspectiva lineal, promoviendo un enfoque interdisciplinario y una comprensión del espacio en la enseñanza de la matemática. Para futuras investigaciones, se puede explorar el diseño de tareas que integren arte y geometría mediante la perspectiva lineal para la educación media y la formación de profesores.

Referencias

Alberti, L. B. (1998). *Tratado de pintura*. Universidad Autónoma Metropolitana.

Andersen, K. (2007). *The geometry of an art: The history of the mathematical theory of perspective from Alberti to Monge*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-48946-9

Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, *9*(2), 27–40. https://doi.org/10.3316/QRJ0902027

Della Francesca, P. (1984). De prospectiva pingendi. En C. Gizzi (Ed.), *undefined*. Edizioni Ca'Foscari.

Diego-Mantecón, J. M., Blanco, T. F., Búa Ares, J. B., & González Sequeiros, P. (2019). Is the relationship between art and mathematics addressed thoroughly in Spanish secondary school textbooks? *Journal of Mathematics and the Arts*, *13*(1–2), 25–47. https://doi.org/10.1080/17513472.2018.1552068

Ministerio de Educación. Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas. (2021b). *Estándares de la profesión docente: Carreras de Pedagogía en Matemática Educación Media*. https://hdl.handle.net/20.500.12365/17598

Kemp, M. (1990). *The science of art: Optical themes in western art from Brunelleschi to Seurat.* Yale University Press.

Klein, J. T. (1990). *Interdisciplinarity: History, theory, and practice*. Wayne State University Press.

Kuckartz, U., & Rädiker, S. (2023). *Qualitative content analysis* (2.ª ed.). SAGE.

Ministerio de Educación. (2021). *Programa de estudio: Geometría 3D. 3.º o 4.º medio. Formación diferenciada*. https://hdl.handle.net/20.500.12365/14317

Muhammad, R., Hajghassem, M., & Alraee, M. (2025). Geometry, art, and technology: Islamic geometric patterns in the classroom. *Journal of Humanistic Mathematics*, *15*(1), 317–333. https://doi.org/10.5642/jhummath.ndfw1546

Nutov, L. (2021). Integrating visual arts into the mathematics curriculum: The case of pre-service teachers. *Teaching and Teacher Education*, 97, 1–11. https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103218

ANÁLISIS DE CONTENIDO DEL CONCEPTO DE POTENCIA PRESENTE EN LOS TEXTOS ESCOLARES DE PRIMERO MEDIO (2017-2025)

David Paredes Capetillo, Universidad de Santiago de Chile

***Abstract*:**

La presente investigación tiene como objetivo principal analizar y comparar el tratamiento del concepto de potencia en los textos escolares de matemáticas de primero medio en Chile, a través de la técnica de análisis de contenido. El estudio se enfoca en el periodo 2017-2025, incorporando textos anteriores para describir la diferencia de la enseñanza de este concepto. El concepto de potencia es fundamental en el currículo de matemáticas, pero su comprensión representa un desafío para los estudiantes de 13 y 14 años. La presente tesis busca llenar un vacío en la investigación, explorando cómo se aborda este contenido en los libros de texto, que actúan como mediadores esenciales entre el saber matemático formal y el conocimiento escolarizado. Para profundizar en el análisis, se utiliza la Teoría de la Transposición Didáctica (TTD) de Yves Chevallard, lo que permite examinar cómo el "saber sabio" se transforma en el "saber enseñado". A través de esta lente teórica, se busca identificar las principales diferencias y tendencias en la presentación de la potencia, analizando su introducción, definición, propiedades, operatoria y los tipos de ejercicios propuestos. Finalmente, este estudio busca comprender los desafíos en la enseñanza de la potencia y proponer mejoras que contribuyan a un aprendizaje más significativo y riguroso.

Concepto de potencia, análisis de contenido, teoría de la transposición didáctica, texto escolar de matemáticas, educación secundaria.

CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

La enseñanza de las matemáticas en el sistema escolar chileno se ha sustentado históricamente en el uso de recursos pedagógicos que median entre el saber disciplinar y las prácticas de aula.

Dentro de estos recursos, los textos escolares cumplen un rol central, particularmente en los establecimientos municipales y subvencionados, donde el Ministerio de Educación (MINEDUC) los proporciona de forma gratuita como parte de una política pública orientada a garantizar el acceso equitativo al conocimiento (Mineduc, s.f.).

Estos textos están diseñados para alinearse con los requerimientos del Currículum Nacional y, en consecuencia, reflejan las decisiones curriculares, pedagógicas y políticas que sustentan el sistema educativo en cada momento histórico (Espinoza, 2012).

Índice

En el caso de la enseñanza de la matemática, los textos escolares han sido objeto de importantes transformaciones a lo largo del tiempo. Estas modificaciones no solo responden a cambios curriculares, sino también a nuevas aproximaciones didácticas y a las demandas sociales y culturales de cada época (Torres & Moreno, 2008)

En este sentido, los textos escolares constituyen un objeto de estudio relevante para comprender el tratamiento que presentan sobre el concepto matemático de potencia.

A través de un análisis comparativo de los textos escolares chilenos de los años 2017, 2020 y 2025, esta investigación busca identificar los cambios significativos en la presentación del concepto, en respuesta a las necesidades curriculares y pedagógicas de los últimos años.

JUSTIFICACIÓN

Las potencias cumplen un papel crucial en el desarrollo del pensamiento algebraico y funcional de los estudiantes, siendo una herramienta que permite modelar fenómenos de crecimiento y decrecimiento, así como establecer relaciones entre diferentes representaciones matemáticas (Loeweistein, 2017). Sin embargo, pese a su importancia, existen escasos estudios que aborden cómo ha sido tratado este contenido en los textos escolares de matemáticas.

La presente investigación busca contribuir a este vacío mediante un análisis didáctico y comparativo de libros de texto de Matemática de primero medio, de los años 2017, 2020 y 2025, todos ellos distribuidos por el Ministerio de Educación de Chile.

Se utilizará como base metodológica el análisis de contenido, centrado en aspectos como: la representación del contenido, los recursos gráficos y didácticos, la contextualización de los ejercicios, los énfasis conceptuales y los cambios en la estructura de presentación del tema de potencias.

Además, se espera identificar continuidades y rupturas en la forma de enseñar este contenido, aportando así a la reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas en el sistema escolar chileno.

MARCO TEÓRICO

El marco teórico de esta tesis se construyó en torno a la historia del concepto de potencia y su tratamiento en el ámbito escolar. Se revisó la evolución histórica del concepto, desde sus primeras manifestaciones en las civilizaciones antiguas hasta su formalización en los siglos XVII y XVIII, destacando la transición de una concepción geométrica a una notación abstracta.

Índice

Además, se abordaron los obstáculos didácticos y epistemológicos que persisten en la enseñanza de las potencias y se analizó su relevancia en el currículo escolar chileno, respaldado por los resultados de pruebas estandarizadas como el SIMCE.

Finalmente, se estableció que el texto escolar es un objeto de estudio crucial, ya que actúa como mediador entre el saber y la práctica pedagógica. La teoría de la transposición didáctica de Yves Chevallard se posiciona como el lente analítico principal de la investigación, permitiendo examinar las transformaciones que sufre el concepto de potencia al pasar del conocimiento formal al saber escolar (Carretero, 2008).

La teoría de la transposición didáctica de Ives Chevallard es imprescindible en esta investigación, nos indicara como se transforma el concepto de potencia para que cada estudiante adquiera el conocimiento de acuerdo con su edad y desarrolle las habilidades matemáticas.

METODOLOGÍA

El presente estudio se enmarca en un enfoque cualitativo, ya que busca comprender e interpretar la manera en que los textos escolares de Matemática han abordado el concepto de potencia. El estudio es de tipo descriptivo y utiliza la técnica de análisis de contenido, ya que su propósito es caracterizar la forma en que los textos escolares de Matemática presentan el concepto de potencia, identificando sus elementos didácticos, la presentación de sus propiedades, los tipos de ejercicios.

Para ello se han recopilado 3 textos otorgados por el MINEDUC, de los años 2017, 2020 y 2025, además, se utilizarán textos de años anteriores (otorgados por el ministerio), para profundidad el cambio que han tenido en la enseñanza del concepto de potencia.

CIERRE

La presente investigación se encuentra en proceso de realización, a la fecha del 12 de septiembre del año 2025, el marco metodológico, está en avance encontrándose en la creación del instrumento, por consiguiente, no hay más capítulos.

Referencias

Ministerio de Educación. (2016). Programa de estudio de 1.º medio. Currículum Nacional. https://www.curriculumnacional.cl/sites/default/files/newtenberg/614/articles-34359_programa.pdf

Espinoza, J. P. (2012). El texto escolar como artefacto cultural: Estudio sobre representación de la identidad nacional en textos escolares de Historia durante la dictadura civil-militar en Chile (1973–1990). *Paulo Freire. Revista de Pedagogía Crítica, 11*, 79–94.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, M. P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill Education.

Loewenstein, C. (2017). *Primeros contactos con el álgebra, siguiendo los pasos de los grandes matemáticos* [Trabajo de fin de máster, Universidad Internacional de La Rioja]. https://reunir.unir.net/handle/123456789/6397

Mario Carretero. (2000). *La transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñado. Yves Chevallard.* Aique.

Ministerio de Educación. (s. f.). *Descripción textos escolares*. Ayuda Mineduc. https://www.ayudamineduc.cl/ficha/textos-escolares-sige-4

Torres, Y., y Moreno, R. (2008). El texto escolar: Evolución e influencias. *Laurus, 14*(27), 53–75. https://www.redalyc.org/pdf/761/76111892004.pdf

LA DERIVADA COMO PROCESO DE VARIACIÓN: UNA APROXIMACIÓN DIDÁCTICA CON APOYO DE EXCEL Y MANIM

Naomi Stephanie Urrea Salinas, Universidad de Santiago de Chile

Héctor Silva, Universidad de Santiago de Chile

Abstract:

La derivada es un concepto fundamental del cálculo diferencial que, tradicionalmente, presenta dificultades en su enseñanza debido a un enfoque excesivamente riguroso y formal, centrado en el concepto de límite. Esta aproximación tiende a opacar su génesis epistemológica, vinculada a la comprensión de fenómenos de cambio y variación. En este marco, la presente comunicación breve reporta los avances de un proyecto de tesis que aborda dicha problemática, mediante la formulación de un diseño didáctico orientado a fortalecer las nociones de variación y predicción. El diseño se estructura en actividades progresivas que incorporan herramientas computacionales, como Excel y Manim, con el propósito de facilitar la visualización y comprensión de la derivada a través de diferentes sistemas de representación. El diseño se organizó en cinco fases: Diagnóstico de concepciones previas sobre la derivada; Actividad en Excel para explorar la relación entre variaciones infinitesimales y la derivada, calculada mediante límites en registros numérico y geométrico; Presentación de un recurso audiovisual en Manim que ilustra la relación entre variación, límite y recta tangente; Repetición de la actividad en Excel con otra función; Retoma de las preguntas iniciales para evidenciar cambios conceptuales. Con la implementación de este diseño se espera promover una resignificación del concepto de derivada, reforzando su sentido ligado a la variación.

Derivada, variación, socioepistemología, TIC

INTRODUCCIÓN

La historia del cálculo diferencial ha estado marcada por una tensión constante entre la intuición y el rigor formal, como señalan Imaz y Moreno (2010) en su obra *La génesis y la enseñanza del cálculo*. Sus fundadores, Isaac Newton y Gottfried Leibniz, desarrollaron el cálculo para abordar problemas vinculados con variaciones infinitesimales. No obstante, los fundamentos geométricos y la ausencia de una formalización lógica de estas ideas intuitivas condujeron a una crisis en sus fundamentos durante el siglo XIX. Con la incorporación de la matemática a las aulas universitarias, matemáticos de la talla de Lagrange y Cauchy iniciaron un proceso de rigorización que culminó con las definiciones formales de Bolzano y Weierstrass (Imaz & Moreno, 2010). Este proceso transformó el cálculo en una disciplina de carácter axiomático, relegando su origen intuitivo. En la actualidad, esta visión formal se refleja en los principales textos de cálculo —como los de Stewart o Thomas—, donde la

Índice

definición de derivada se presenta principalmente a través de la noción de límite y de la recta tangente, perpetuando una enseñanza que a menudo se desvincula de su sentido intuitivo como herramienta para estudiar fenómenos de variación.

ANTECEDENTES Y MARCO TEÓRICO

Desde la socioepistemología, y en particular en la obra de Cantoral (2013), el concepto de derivada no se concibe como un objeto matemático definido formalmente —tal como suele presentarse en los principales textos de cálculo, es decir, como el límite de un cociente incremental—, sino como el resultado de un proceso social de prácticas vinculadas al estudio de la variación. En este marco, la variación se entiende como un conjunto de prácticas orientadas a medir y utilizar el cambio de magnitudes en relación con otra variable de referencia, con el propósito de predecir y controlar fenómenos mediante el uso de tablas, gráficas y razones. De este modo, el objeto Cálculo se resignifica como un cuerpo de saberes organizados en torno a la variación y a la práctica social de predicción. Estos elementos epistemológicos orientan la configuración del diseño de la secuencia didáctica, integrando también el uso de herramientas tecnológicas para facilitar visualizaciones y modelos adecuados en el estudio de la variación. Como destacan Cantoral y Mirón (2000), el uso de las TIC no debe reducirse a un recurso auxiliar, sino constituirse en un complemento de un diseño didáctico sólido que permita aprovechar su potencial. Esto enriquece las transiciones entre diferentes sistemas de representación y promueve una comprensión más profunda e interconectada de la derivada desde una perspectiva variacional.

DISEÑO DIDÁCTICO

El diseño se enmarca en la metodología de la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995), la cual permite configurar y validar secuencias de enseñanza a partir de una base teórica sólida. En esta comunicación breve se reporta parte del análisis a priori de la secuencia didáctica, orientada a fortalecer las nociones de variación en el estudio de la derivada. Las actividades se estructuran en cinco fases, en las cuales se incorporan herramientas computacionales como Excel y Manim, con el propósito de facilitar visualizaciones y modelos en el estudio de la variación, tanto en datos tabulares como gráficos, y de este modo conectar con las concepciones formales de límite y recta tangente. A continuación, se presenta la propuesta didáctica.

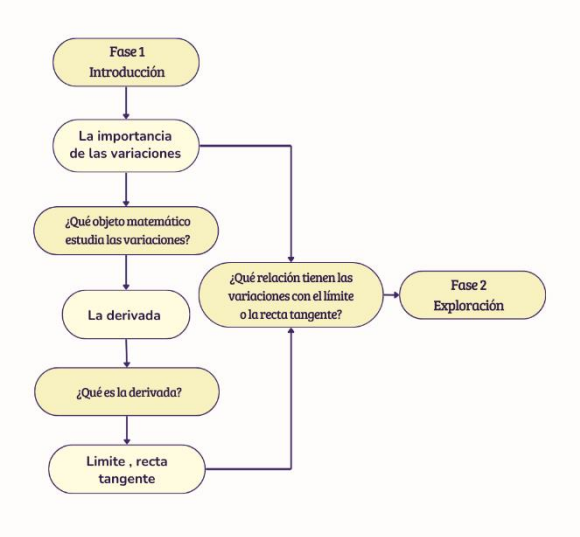
Fase 1: Introducción y confrontación

El diseño didáctico se inicia con una fase exploratoria cuyo objetivo es activar los conocimientos previos de los estudiantes y generar un "quiebre" conceptual. Se presenta una actividad que destaca la importancia de las variaciones en fenómenos del mundo real. Posteriormente, se plantean preguntas abiertas para guiar una discusión: "¿Cuál es el objeto matemático que estudia las variaciones?" y "¿Cuál es la herramienta fundamental en matemáticas que permite su análisis?". Se espera que la discusión, mediada por el docente, concluya que este objeto es la derivada.

Acto seguido, se confronta a los estudiantes con su concepción actual al preguntarles: "¿Qué es la derivada?". Se anticipa que las respuestas estarán arraigadas en una educación rigurosa, haciendo referencia a la derivada como un límite o como la pendiente de la recta tangente. Con este diagnóstico, se busca generar una reflexión crítica: "¿Qué relación tienen los límites o la recta tangente con el estudio de las variaciones?". Esta pregunta resalta la desconexión entre las definiciones formales y la naturaleza epistemológica del concepto, preparando el terreno para la resignificación.

Figura 1

Mapa conceptual fase 1



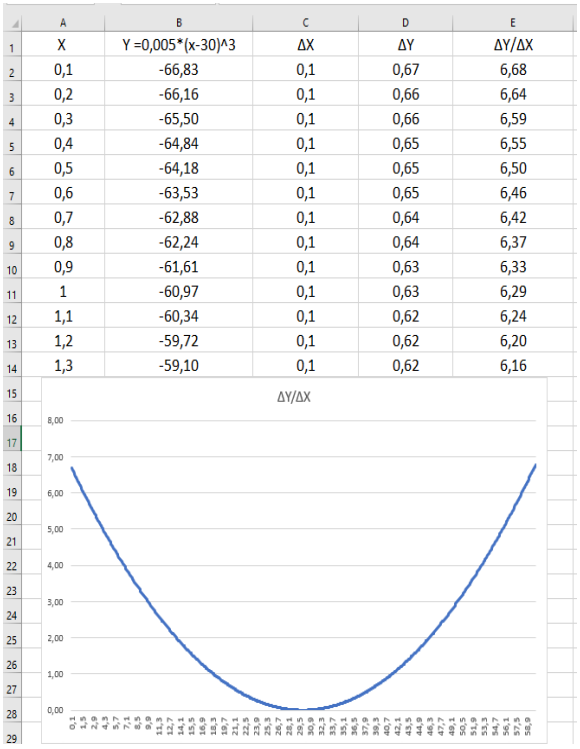
Fase 2: Exploración

Tras la confrontación inicial, esta fase tiene como propósito que los estudiantes exploren una nueva forma de entender la derivada, una que está profundamente arraigada en los registros numéricos y gráficos. Para esto, se utiliza Microsoft Excel como herramienta tecnológica. Gracias a sus capacidades para automatizar tablas de valores, Excel permite a los estudiantes

visualizar de manera precisa cómo pequeñas variaciones en la variable x impactan en la razón de diferencias ΔxΔy.

Figura 2

Tabla de valores y grafico Excel



	A	B	C	D	E
1	X	Y =0,005*(x-30)^3	ΔX	ΔY	ΔY/ΔX
2	0,1	-66,83	0,1	0,67	6,68
3	0,2	-66,16	0,1	0,66	6,64
4	0,3	-65,50	0,1	0,66	6,59
5	0,4	-64,84	0,1	0,65	6,55
6	0,5	-64,18	0,1	0,65	6,50
7	0,6	-63,53	0,1	0,65	6,46
8	0,7	-62,88	0,1	0,64	6,42
9	0,8	-62,24	0,1	0,64	6,37
10	0,9	-61,61	0,1	0,63	6,33
11	1	-60,97	0,1	0,63	6,29
12	1,1	-60,34	0,1	0,62	6,24
13	1,2	-59,72	0,1	0,62	6,20
14	1,3	-59,10	0,1	0,62	6,16

La función seleccionada para esta fase es $f(x) = 0.003(x-30)^3$, elegida por tres razones específicas:

1. **Predicción de la forma de la derivada:** Al ser un polinomio de grado tres, se espera que la gráfica de la razón de diferencias se asemeje a una función cuadrática, lo que permite a los estudiantes predecir y validar sus resultados.
2. **Facilidad de visualización en un rango acotado:** La función, al estar centrada en x=30, permite trabajar en un intervalo acotado de [0,60]. Esto facilita la construcción de una tabla de valores manejable en Excel, a pesar de usar pequeñas diferencias.
3. **Suavidad de la curva:** El multiplicador de 0.003 asegura que la curva sea lo suficientemente suave para que las variaciones en x se reflejen de manera visible en la razón de diferencias, evitando valores extremadamente grandes o pequeños que dificulten la interpretación.

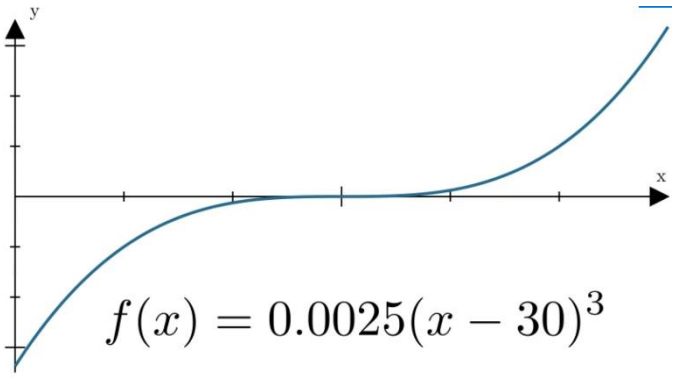
Fase 3: Consagración

La tercera fase busca consolidar lo explorado en Excel. La herramienta de Manim, una biblioteca de Python para animaciones matemáticas se utiliza para crear un video que

materializa y da movimiento a lo que los estudiantes observaron en la tabla de datos. El video muestra de forma interactiva la relación entre la recta secante y la recta tangente. El poder de visualización de Manim permite una representación clara, continua y sofisticada que fortalece las transiciones entre los registros numéricos y geométricos. Esta fase es crucial, ya que articula una conexión fluida y profesional entre las exploraciones empíricas de los estudiantes y las definiciones formales del cálculo, uniendo la intuición de la variación con la noción de límite y la representación de la recta tangente.

Figura 3

Grafica hecha en manim



Fase 4: Experimentación

Con una comprensión más desarrollada, los estudiantes pasan a la fase de experimentación. Aquí, se les alienta a indagar por sí mismos con diferentes funciones elementales Como $sin(x), cos(x), e^x, ln(x)$. El objetivo es que los estudiantes pongan a prueba su comprensión y descubran cómo los cambios en las variaciones se comportan en distintas funciones. Al repetir el proceso de calcular y graficar el cociente incremental con estas nuevas funciones, los estudiantes notarán cómo la razón de diferencias se aproxima a la derivada teórica a medida que Δx se reduce. Esta fase promueve la generalización del concepto y refuerza la idea de que la derivada es un objeto independiente de definiciones como el límite o la recta tangente, otorgándole un aprecio especial por su naturaleza de variación.

Fase 5: Resignificación

La fase final tiene un carácter de evaluación formativa. Se retoman las preguntas iniciales de la Fase 1 para evaluar cómo ha evolucionado el concepto de la derivada en los estudiantes a lo largo del diseño didáctico. Se busca identificar si existe una diferencia en sus definiciones iniciales y si ahora la abordan con un enfoque centrado en la variación. El análisis de las respuestas finales permitirá argumentar si la secuencia didáctica fue efectiva en lograr una

resignificación del concepto de derivada, evidenciando un aprendizaje más profundo y contextualizado que conecta la epistemología histórica con una comprensión matemática robusta.

CONCLUSIONES Y PROYECCIONES

Con el diseño reportado se espera que los estudiantes resignifiquen la derivada, reconectando con su origen epistemológico: el estudio de la variación. Se anticipa que el uso estratégico de Excel y Manim facilitará la comprensión, demostrando que una enseñanza basada en la variación es capaz de dotar de sentido al cálculo, capacitando a los estudiantes para abordar problemas desde una perspectiva más rica y conectada con la realidad.

Referencias

Cantoral Uriza, R., & Mirón Shac, H. (2000). Sobre el estatus de la noción de derivada de la epistemología de Joseph Louis Lagrange, al diseño de una situación didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *3*(3), 265–292.

Cantoral, R. (2013). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional*. Secretaría de Educación Pública, Subsecretaría de Educación Media Superior.

Imaz, C., & Moreno, L. (2010). *La génesis y la enseñanza del cálculo. Las trampas del rigor*. Trillas.

EXPERIENCIAS DE AULA

Las Experiencias de Aula constituyen un espacio destinado a la socialización de prácticas pedagógicas implementadas en contextos educativos reales, en el que profesoras y profesores comparten con la comunidad el diseño, desarrollo y resultados de propuestas de enseñanza de la matemática llevadas a cabo en sus establecimientos. Esta modalidad resulta especialmente valiosa, pues tiende un puente entre la investigación en educación matemática y el quehacer cotidiano del aula. En las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática, organizadas por la Universidad Central de Chile junto a la Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM), se presentaron 18 experiencias de aula en una sesión realizada el jueves 11 de diciembre de 2025.

Las contribuciones abarcaron ocho líneas temáticas. Destacó especialmente la línea de Habilidades matemáticas del currículum escolar (modelización, argumentación y resolución de problemas), con cinco experiencias, seguida por la enseñanza y aprendizaje de la estadística, con cuatro, y el Conocimiento del profesor: formación inicial y continua, con tres. Se sumaron experiencias sobre la equidad e inclusión en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, la matemática en la primera infancia, la geometría y la medición, los números y la aritmética, y el álgebra.

En su conjunto, estos trabajos reunieron a cerca de 45 autoras y autores, provenientes de 12 universidades chilenas, de una universidad extranjera de Brasil y, de manera muy significativa para esta modalidad, de 10 establecimientos escolares del país, entre escuelas básicas, colegios y centros educacionales. Esta destacada participación de docentes de aula, en muchos casos en colaboración con académicos e investigadores universitarios, da cuenta del compromiso de la comunidad escolar con la reflexión sobre sus propias prácticas y del rol de las Jornadas como espacio de encuentro entre la escuela y la academia.

En la siguiente sección se presentan las Experiencias de Aula expuestas durante el evento.

Índice

DISEÑO COLABORATIVO DE UNA TAREA DE MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE PERÍMETRO EN EDUCACIÓN BÁSICA

Juan Luis Valdivia Contreras, Escuela Básica La Tuna

Alejandra Soledad González Valerio, Escuela Abel Bouchon Faure

Daniel Alejandro Silva Oyarzún, Escuela Básica Puquillay

Roberto Andrés Arenas Calquín, Colegio Villa Centinela

Abstract:

Esta propuesta describe el diseño, implementación y análisis de una experiencia de modelación matemática articulada con la Metodología de Estudio de Clases en un Servicio Local de Educación Pública. La experiencia se fundamenta en el ciclo de modelación (comprensión, matematización, trabajo matemático, interpretación y validación) y en el uso de tareas auténticas, abiertas y contextualizadas, desarrolladas colaborativamente por docentes pertenecientes a una red territorial de matemática. En 2024 se aplicó en cuatro escuelas (3.° y 4.° básico) la tarea "Parque de diversiones", donde los estudiantes, mediante material concreto y trabajo en equipo, seleccionaron atracciones, diseñaron cierres de seguridad y calcularon perímetros contando segmentos en una cuadrícula. La secuencia contempló tres sesiones progresivas: (1) reconocimiento del contorno y diseño del cierre; (2) comparación de bordes y construcción de una definición operativa; (3) formalización del concepto de perímetro y aplicación a figuras irregulares, culminando con el cálculo del parque completo. Los resultados evidencian que la tarea promovió estrategias diversas, argumentación y validación vinculadas a contextos reales. A su vez, el trabajo colaborativo entre docentes favoreció la reflexión sobre la práctica, la identificación de obstáculos en la comprensión del concepto de perímetro y la mejora iterativa del diseño didáctico, consolidando la modelación como una oportunidad de aprendizaje compartido y desarrollo profesional docente.

Modelación matemática, desarrollo profesional docente, tareas auténticas y abiertas

INTRODUCCIÓN

La modelación matemática ocupa hoy un lugar central en el currículo escolar y se reconoce como competencia clave del siglo XXI (Maaß, 2006; Haines y Crouch, 2007). Lejos de la resolución mecánica, supone un proceso dinámico que conecta situaciones reales con representaciones matemáticas para construir, validar y ajustar modelos (Maaß, 2010). Su valor se sustenta en cuatro justificaciones —pragmática, formativa, cultural y psicológica—

Índice

(Borromeo Ferri, 2018) y, dado que los estilos de pensamiento influyen en las estrategias de modelación, urge proponer tareas abiertas con trayectorias múltiples (Borromeo Ferri, 2010).

La Metodología de Estudio de Clases (Isoda et al., 2012) se ha mostrado eficaz para el desarrollo profesional: planificación colaborativa, clases de investigación y análisis de evidencia del aula, especialmente útil para diseñar e implementar tareas de modelación, anticipar estrategias estudiantiles y rediseñar propuestas. En este marco, el diseño de la experiencia de aprendizaje surgió del trabajo colaborativo de docentes que participaron en un programa de formación profesional sustentado en la red de matemática de un Servicio Local de Educación, lo que habilitó ciclos de co-planificación y retroalimentación. Debido a lo anterior, durante el 2024 se implementó una secuencia de aprendizaje en cuatro escuelas de la Región de O'Higgins (3° básico y 4° básico); mediante una propuesta que buscaba desarrollar la habilidad de modelación matemática. En dichas sesiones, los y las estudiantes exploraron el concepto de perímetro sin una presentación formal previa del contenido, con el objeto de fortalecer su pensamiento crítico y su argumentación generando puentes entre la matemática escolar y la vida cotidiana.

ELEMENTOS TEÓRICOS DE LA PROPUESTA

El desarrollo de habilidades matemáticas es central para fortalecer tanto los aprendizajes individuales como el trabajo colaborativo en el aula; la interacción entre pares favorece la construcción colectiva del conocimiento y una comprensión más profunda (Hıdıroğlu & Güzel, 2017). Entre estas habilidades, la competencia de modelación ocupa un lugar clave: implica comprender, juzgar, construir y usar modelos en diversos contextos, articulando el saber disciplinar con situaciones reales (Maaß, 2006, 2010). Esto desplaza al estudiante de un rol pasivo a uno protagónico —diseña estrategias y reflexiona sobre ellas— y redefine el rol docente como mediador que habilita exploración y discusión. Concebimos la modelación como un proceso cíclico y no lineal: comprensión de la situación, simplificación/estructuración, traducción al lenguaje matemático, trabajo dentro del modelo, e interpretación y validación de resultados, con idas y vueltas según la confrontación con la realidad (Borromeo Ferri, 2010; Maaß, 2010). Un eje transversal es la argumentación, que exige justificar y validar decisiones en contexto (Borromeo Ferri, 2018). Así, la modelación potencia razonamiento crítico, comunicación y metacognición, y otorga sentido a los conceptos al conectarlos con fenómenos reales, articulando la matemática escolar con la vida cotidiana y consolidando al docente como diseñador y facilitador de experiencias significativas y colaborativas.

DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

El proyecto se inscribe en un plan de desarrollo profesional del área de Matemática de un Servicio Local de Educación Pública, orientado a fortalecer el trabajo colaborativo entre docentes y su aprendizaje profesional. En este marco se diseñó una secuencia de aprendizaje para 3.º y 4.º básico centrada en la competencia de modelación matemática, sustentada en el ciclo de modelación (Borromeo Ferri, 2018) y en las características de las tareas propuestas

por Maaß (2006, 2010): autenticidad, apertura, desafío y contextualización. La experiencia, elaborada e implementada colaborativamente, se concretó en la tarea "Parque de diversiones", donde equipos de estudiantes seleccionaron atracciones, diseñaron cierres perimetrales con material concreto, aseguraron pasillos de circulación y contaron segmentos para calcular el perímetro total, priorizando la competencia por sobre la exposición directa del contenido. La propuesta se desarrolló en tres sesiones progresivas (seis horas pedagógicas) para construir la noción de contorno y perímetro en figuras regulares e irregulares, apoyada en instancias de diálogo, debate y análisis de producciones. El detalle de cada sesión se resume en la Tabla 1.

Tabla 1:

Descripción breve de la tarea de modelación implementada con los y las estudiantes.

Sesión	Objetivo	Descripción breve
1	Reconocer el contorno de figuras geométricas regulares e irregulares.	En equipos, los y las estudiantes eligen atracciones y las ubican sobre una cuadrícula que modela el plano del parque. Con conectores, diseñan el cierre de seguridad: formulan supuestos y restricciones (accesos, pasillos), calculan el perímetro contando unidades/segmentos de la cuadrícula y comparan alternativas.
2	Reconocer y calcular el contorno de figuras geométricas.	Recuperan sus producciones y, con una guía, registran los segmentos/ "caras" exteriores usados en el cierre de cada atracción. Comparan resultados entre equipos para la misma atracción y analizan por qué difieren (trazado, supuestos, unidades contadas).
3	Comprender el concepto de perímetro como la medida del contorno.	Argumentación y formalización de ideas: En grupos, calculan el perímetro de una pista irregular en papel cuadriculado y socializan estrategias y resultados.

Nota. Elaboración propia

En conjunto, las tres sesiones buscan que los estudiantes transiten desde un reconocimiento visual del contorno hasta la formalización matemática del perímetro, pasando por instancias de exploración práctica, discusión colectiva y síntesis conceptual. La propuesta se sustenta en la idea de que el aprendizaje matemático se fortalece a través de experiencias

contextualizadas, colaborativas y progresivas, que permiten avanzar desde la intuición hacia elementos más formales.

RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN

Durante la Jornada se presentarán en detalle los resultados del recorrido de los y las estudiantes a través del ciclo de modelación. La Figura 1 recoge ejemplos de su trabajo en una de las implementaciones.

Figura 1:

Estrategias de los y las estudiantes al resolver la propuesta.



Figura 2

Otro modelo de cierre realizado por los estudiantes.



Los estudiantes lograron llegar a conclusiones similares respecto al tipo de cierre del borde de sus atracciones, además calcularon el perímetro con las caras exteriores de los conectores, evidenciando la dificultad de contar en los vértices la cara superior del conector y no las caras exteriores, pero con la intervención docente y el material concreto utilizado los estudiantes pudieron darse cuenta de su error y corregirlo, luego gracias a estas reflexiones fueron los propios estudiantes quienes elaboraron la definición de perímetro sin conocer con antelación este concepto.

CONCLUSIONES

La experiencia desarrollada permite visualizar que la modelación matemática enriquece de manera significativa el aprendizaje de la matemática escolar, ya que transforma conceptos abstractos en procesos comprensibles, conectados con situaciones reales y cercanas al mundo de los estudiantes (Maaß, 2010; Borromeo Ferri, 2018). A través de tareas abiertas, auténticas y desafiantes, los estudiantes construyen significados más profundos, movilizan diversas estrategias y fortalecen competencias como la argumentación, la interpretación y la validación de resultados, lo que genera un aprendizaje más crítico, reflexivo y duradero. Del

mismo modo, el diseño colaborativo de propuestas de aprendizaje ha demostrado ser un motor para el desarrollo profesional docente. Tal como sostienen Isoda et al. (2012), el trabajo conjunto en el marco del Estudio de Clases favorece la reflexión sistemática sobre la práctica, la anticipación de estrategias de los estudiantes y la mejora continua de las actividades diseñadas. Este proceso permite a los profesores no solo ampliar su conocimiento pedagógico del contenido, sino también fortalecer sus habilidades de análisis, innovación y trabajo en comunidad profesional (Kuntze, 2011; Hıdıroğlu & Güzel, 2017).

En síntesis, la integración de la modelación matemática en el aula, junto con la planificación colaborativa entre docentes, constituye un camino fértil para potenciar aprendizajes matemáticos significativos en los estudiantes y, simultáneamente, consolidar el crecimiento profesional docente, generando un círculo virtuoso entre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Referencias

Borromeo Ferri, R. (2010). Sobre la influencia de los estilos de pensamiento matemático en la conducta de modelado de los estudiantes. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*(1), 99–118.

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9

Estrella, S., Mena-Lorca, A., & Olfos, R. (2018). Lesson study in Chile: A very promising but still uncertain path. En M. Quaresma, Y. Shimizu, S. Huang, & A. da Ponte (Eds.), *Mathematics lesson study around the world: Theoretical and methodological issues* (pp. 105–122). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-7_7

Haines, C., & Crouch, R. (2007). Mathematical modelling and applications: Capability and competence frameworks. En W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* (pp. 417–424). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_45

Hıdıroğlu, Ç. N., & Güzel, E. B. (2017). The conceptualization of the mathematical modelling process in technology-aided environment. *International Journal for Technology in Mathematics Education, 24*(1), 17–36.

Isoda, M., Arcavi, A., & Mena, A. (2012). *El estudio de clases japonés en matemática: Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global*. Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Kuntze, S. (2012). Vielfältige Darstellungen nutzen im Mathematikunterricht. En H. Steinbring, U. Gellert, & H. Weigand (Eds.), *Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen: Didaktische Sichtweisen vom Kindergarten bis zur Hochschule* (pp. 17–33). Springer VS.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 38*(2), 113–142. https://doi.org/10.1007/BF02655885

Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*(2), 285–311. https://doi.org/10.1007/s13138-010-0010-2

ÁREA Y SUPERFICIE: UNA EXPERIENCIA DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN VARIAS ESCUELAS PÚBLICAS

Jair Arcaya, Escuela Básica Cunaco

Evelyn Díaz, Colegio Villa Centinela

Javier Díaz, Escuela Abel Bouchon

Marisol Quintana, Escuela Santa Eugenia

Hugo Retamales, Colegio Básico Consolidado

Abstract:

Esta experiencia reporta la implementación de una tarea de modelación matemática como estrategia didáctica en la unidad de área y superficie de cubos y paralelepípedos en escuelas básicas de un Servicio Local de Educación Pública (SLEP). La propuesta fue co-diseñada por docentes participantes de un programa de formación profesional basado en la Metodología de Estudio de Clases y se implementó en cinco establecimientos del territorio. La modelación se concibe como un ciclo —comprender la situación, construir el modelo, trabajar matemáticamente, interpretar y validar— (Borromeo, 2018). El desafío didáctico planteó un problema cotidiano de organización del aula: diseñar un mueble bajo criterios geométricos y calcular su superficie. La tarea, auténtica y abierta, articuló elementos del currículum nacional y el contexto de los y las estudiantes, promoviendo creatividad, pensamiento crítico y resolución colaborativa; a la vez, favoreció aprendizajes didácticos y reflexión conjunta del profesorado. Los resultados muestran mejoras en la comprensión de área/superficie y en habilidades transversales (comunicación, argumentación, trabajo en equipo), confirmando el modelamiento como estrategia inclusiva y significativa para enriquecer la enseñanza de la matemática en contextos escolares diversos.

Modelación matemática, área y superficie, enseñanza de la matemática, desarrollo profesional docente, aprendizaje significativo.

MODELAMIENTO EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

En aulas marcadas por la diversidad de trayectorias y ritmos de aprendizaje, la modelación matemática se configura como una metodología especialmente pertinente e inclusiva: mediante el trabajo colaborativo, los y las estudiantes analizan situaciones reales, proponen y contrastan soluciones abiertas y desarrollan pensamiento crítico, reflexivo y creativo (Borromeo, 2018). Su valor se sostiene en propósitos pragmáticos (actuar sobre problemas del mundo real), formativos (desarrollar competencias para simplificar, matematizar, interpretar y validar modelos), culturales (ampliar la comprensión de la matemática como práctica social) y psicológicos (incrementar motivación e interés) (Maaß, 2006; Borromeo,

Índice

2018; Zbiek et al., 2022). Las tareas auténticas y abiertas, con múltiples trayectorias de solución e incidencia interdisciplinaria, favorecen habilidades matemáticas, comunicativas y sociales, así como actitudes de colaboración y autonomía (Sağlam-Kaya, 2021).

Esta experiencia se co-diseño entre docentes en un proceso de desarrollo profesional sustentado en la Metodología de Estudio de Clases (Isoda et al., 2012), lo que permitió anticipar estrategias estudiantiles, acordar criterios de autenticidad y apertura, e iterar el diseño a partir de evidencia de aula. En nuestras escuelas se implementaron experiencias de aprendizaje basadas en tareas de modelación matemática, con el propósito de que los estudiantes desarrollen diversas habilidades orientadas a comprender y aplicar las matemáticas en contextos reales. Este enfoque responde a las dificultades detectadas en el ámbito escolar respecto al desarrollo y la transferencia del conocimiento matemático, ya que favorece la conexión entre los contenidos curriculares y situaciones de la vida cotidiana. En línea con lo planteado por Borromeo (2018), la modelación no solo potencia la comprensión conceptual, sino que también promueve el trabajo colaborativo y el desarrollo de habilidades interpersonales, lo que enriquece significativamente el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Importancia de la modelación en el aula.

Las tareas de modelación se caracterizan, entre otras cosas, por ser desafiantes, ofrecer múltiples caminos para su resolución y considerar tanto las diversas estrategias como el contexto real y cercano de los estudiantes (Maaß, 2010). Esto brinda a los estudiantes libertad para poner en práctica distintas formas de pensamiento y estrategias, alcanzando más de una respuesta válida según la interpretación del problema propuesto. De esta manera, no solo fortalecen sus habilidades lógico-matemáticas, sino también su capacidad de argumentar, interpretar información y comunicar sus ideas con claridad. Además, este tipo de tareas promueven el ciclo de modelamiento matemático y sus etapas, como simplificar y estructurar problemas, traducirlos al lenguaje matemático, validar y evaluar resultados, así como reflexionar sobre sus implicancias (Borromeo, 2018). En consecuencia, el trabajo con tareas de modelación potencia un aprendizaje matemático más profundo y significativo, a la vez que desarrolla competencias transversales como el pensamiento crítico, la creatividad y la toma de decisiones fundamentadas.

CONTEXTO DEL PROGRAMA DE DESARROLLO PROFESIONAL

La propuesta descrita corresponde a una experiencia de formación profesional docente continua, en la que participan cinco profesores de enseñanza básica de establecimientos dependientes del Servicio Local de Educación Pública de la Región de O'Higgins. Esta experiencia se enmarca en un proyecto de capacitación e implementación basado en la Metodología de Estudio de Clases (Isoda et al., 2012), línea de trabajo que ha sido desarrollada de manera sostenida durante los últimos cuatro años.

En esta ocasión, la propuesta sitúa su foco en la modelación matemática como eje formativo. Tal como plantea Maaß (2006, 2010), el modelamiento constituye una competencia clave que permite a los docentes y estudiantes transitar entre contextos reales y representaciones matemáticas, desarrollando subcompetencias como la simplificación, matematización, interpretación y validación de modelos. Desde esta perspectiva, los docentes participantes investigan la necesidad de habilidades matemáticas específicas y diseñan experiencias de aula que promuevan un aprendizaje profundo. Estos fundamentos orientan el diseño de secuencias didácticas desafiantes, con actividades abiertas y múltiples trayectorias de solución, que atienden a la diversidad de estilos de aprendizaje de los estudiantes (Borromeo, 2018).

Finalmente, en coherencia con la Metodología de Estudio de Clases, la propuesta contempla un ciclo de mejora continua: planificación conjunta, implementación en el aula, análisis colaborativo mediante registros audiovisuales y rediseño de las propuestas. Este proceso, tal como señala Isoda et al. (2012), permite a los docentes reflexionar críticamente sobre su práctica, fortalecer su conocimiento pedagógico del contenido y generar innovación didáctica de manera colectiva y sostenible.

DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

En el contexto del aula, es habitual encontrar una variedad de materiales tales como libros, carpetas, trabajos de distintas asignaturas, mochilas y pelotas, entre otros, los cuales no siempre se encuentran organizados de manera adecuada. Esta situación genera desorden y limita la optimización del espacio disponible. Frente a esta problemática, surge la necesidad de proponer a los y las estudiantes la siguiente tarea de modelación matemática. ¿Cómo es posible organizar algunos de estos elementos para lograr una sala más ordenada y mejor distribuida?

El propósito fue que los y las estudiantes, primero, analizaran la situación y exploraran posibles soluciones; luego, con orientación docente, diseñaran colaborativamente un mueble que contribuyera a mantener el aula limpia y ordenada, para calcular finalmente su área y superficie. El mueble debía adoptar la forma de un cuerpo geométrico, de modo que el proceso creativo y práctico integrara explícitamente contenidos de geometría y medida, otorgando sentido y aplicabilidad a los aprendizajes.

RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN

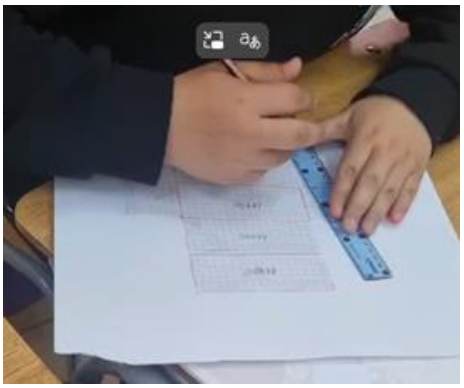
En nuestras escuelas se implementaron experiencias de aprendizaje basadas en tareas de modelación matemática, entendida como un proceso mediante el cual los estudiantes utilizan las matemáticas para comprender, representar y dar solución a situaciones provenientes de la realidad. Siguiendo lo planteado por Borromeo (2018), la modelación se concibe como un ciclo que involucra distintas fases, las cuales se analizaron en los procesos de reflexión y

rediseño de las propuestas. La naturaleza cíclica de la modelación incentivó la flexibilidad y la creatividad, dado que los y las estudiantes pudieron volver atrás, ajustaron o redefinieron sus modelos cuando los resultados no se ajustaron a la situación inicial, la cual era explicar matemáticamente a un mueblista; el diseño, las medidas y superficies del mueble propuesto por el grupo, según las necesidades del problema.

Por tanto, las experiencias de modelación implementadas en nuestras escuelas no solo contribuyeron a superar las dificultades tradicionales vinculadas al aprendizaje de las matemáticas, sino que también enriquecen el proceso de enseñanza al generar instancias de aprendizaje activo, significativo y cooperativo. Tal como señala Borromeo (2018), integrar el ciclo de modelación en la enseñanza constituye un camino eficaz para lograr que los estudiantes reconozcan el valor de las matemáticas como una disciplina viva y aplicable a múltiples contextos de su realidad. Se presentarán los resultados en detalle durante la Jornada Nacional, no obstante, el trabajo de los y las estudiantes se puede observar en la figura 1.

Figura 1

Implementación de la situación de aprendizaje descrita, 6 básico, Escuela Abel Bouchon Faure.





CONCLUSIÓN

Tal como se señala previamente en el documento, la implementación de diversas estrategias de aprendizaje con las y los estudiantes contribuyó de manera significativa al mejoramiento del proceso de enseñanza. En particular, el desarrollo de la habilidad de modelamiento, basada en el esquema de Borromeo (2018), potenció los procesos cognitivos en el aula, tales como: argumentación al momento de validar y persuadir al resto de sus pares, pensamiento crítico y reflexión, a la hora de reformular la propuesta incluyendo perspectivas o fundamentos expuestos por el grupo curso. Este enfoque permitió la construcción conjunta del conocimiento entre pares, planteando desafíos a los estudiantes en relación con los contenidos curriculares, como fue el caso del cálculo de áreas en cubos y paralelepípedos. A

partir de esta experiencia, se constató que los estudiantes son capaces de internalizar y profundizar los contenidos mediante situaciones vinculadas a su realidad, otorgando mayor sentido y significado a su aprendizaje.

Referencias

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9

Isoda, M., Arcavi, A., & Mena, A. (2012). *El estudio de clases japonés en matemática: Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global*. Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 38*(2), 113–142. https://doi.org/10.1007/BF02655885

Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*(2), 285–311. https://doi.org/10.1007/s13138-010-0010-2

Saglam Kaya, Y. (2021). Perceptions of pre-service teachers regarding the model eliciting activities. *MIER Journal of Educational Studies Trends & Practices, 11*(2), 180–199. https://doi.org/10.52634/mier/2021/v11/i2/1988

Zbiek, R. M., Peters, S. A., Galluzzo, B., & White, S. J. (2022). Secondary mathematics teachers learning to do and teach mathematical modeling: A trajectory. *Journal of Mathematics Teacher Education, 25*(6), 509–536. https://doi.org/10.1007/s10857-022-09550-7

FORMACIÓN DE LÍDERES INTERMEDIOS EN LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS DE ARGUMENTAR Y MODELAR

Camilo Andrés Torres Torres, Centro Educacional Millantu, SLEP Gabriela Mistral

Horacio Solar, Pontificia Universidad Católica de Chile

Abstract:

Se da a conocer la experiencia de acompañamiento del primer autor de este reporte con 4 docentes pertenecientes a un Centro Educacional Municipal de un SLEP de la Región Metropolitana, con los cuales se promueve las habilidades de modelación y argumentación en el aula de matemática mediante un acompañamiento basado en el modelo de desarrollo profesional docente "Mejoramiento experiencia Docente" (MED). La experiencia de acompañamiento tuvo una duración de 18 sesiones, realizadas entre el año 2024 y 2025 e implicó el análisis de situaciones de enseñanza de argumentación y modelación mediante videos, resolución de tareas matemáticas de modelación, planificación e implementación de clases para promover las habilidades de modelación y argumentación. Los resultados de la implementación de las habilidades de modelación y argumentación en las sesiones con los 4 docentes pertenecientes han sido muy satisfactorios, dado que los docentes realizaron los análisis de videos de situaciones de enseñanza, diseño de tareas matemáticas de modelación y argumentación creadas por ellos mismos e implementaciones en el aula que fueron grabadas en los cursos en donde realizan sus clases. Dentro de los hallazgos se destaca que los docentes promovieron la argumentación, en que los estudiantes contrasten posturas, y promovieron que los estudiantes transiten por el ciclo de modelación.

Profesores líderes, habilidades matemáticas, argumentación, modelación

INTRODUCCIÓN

En esta presentación podrá apreciar una visualización de una experiencia de aula en un Centro Educacional adscrito a un SLEP de la Región Metropolitana. La cual se ha visto enriquecida desde hace tres años, tiempo en que el autor principal de este reporte ingresó a un proyecto de investigación para promover competencias matemáticas de modelación y argumentación mediante un acompañamiento basado en el uso de videos. El objetivo de esta experiencia es reportar de qué manera los docentes que participaron del acompañamiento se apropiaron de las habilidades de argumentación y modelación. El acompañamiento docente se basó en el modelo de desarrollo profesional docente "Mejoramiento experiencia Docente" (MED) (Solar et a., 2016) lo que se pudo apreciar a través de: análisis de situaciones de enseñanza mediante videos, resolución de tareas planificación e implementación de clases para promover las habilidades de modelación y argumentación.

Índice

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

Argumentación

La argumentación matemática contribuye a una comprensión compartida de las ideas matemáticas a través del análisis y comparación de enfoques y perspectivas. En esta experiencia de aula consideramos que la argumentación tiene como propósito convencerse a sí mismo, como a otros, de la validez de un razonamiento (Ayalon y Hershkowitz, 2018; Krummheuer, 1995), por medio de aserciones, evidencias, justificaciones y refutaciones (Toulmin, 2003; Cervantes- Barraza et al., 2017), siendo este último elemento un requisito esencial para que la argumentación en el aula de matemáticas ocurra. En el aula de matemáticas, la argumentación promueve una cultura en la que la construcción del conocimiento se considera una actividad situada, crítica y reflexiva que involucra la participación grupal o también llamada argumentación colectiva (Conner et al., 2014; Krummheuer, 1995). La argumentación colectiva requiere del apoyo docente puesto que con determinadas acciones se puede potenciar diferentes pasos del proceso argumentativo que desarrollan los estudiantes (Conner et al., 2014). Al implementar una actividad de argumentación en el aula de matemáticas se espera que el docente promueva que los estudiantes discutan sus distintas respuestas y posiciones, que refuten las de otros y que fundamenten esta discusión.

Modelación

La *modelación matemática* es un proceso que relaciona el contexto extra matemático y la matemática a través de un modelo que se construye para dar una solución a un problema (Borromeo-Ferri y Blum, 2009; Maaß, 2006). En las clases se utilizó el ciclo de modelación propuesto por Maaß (2006), porque muestra claramente la interacción entre el mundo real y las matemáticas durante el proceso de modelación, estableciendo una relación entre ellos. El ciclo de modelación considera cinco fases: simplificación, matematización, trabajando con las matemáticas, interpretación y validación. El ciclo de modelación comienza en el mundo real; *simplificando*, estructurando e idealizando el problema para obtener un modelo real que contiene un enfoque matemático preliminar que orienta la segunda fase de *matematización*. Esta segunda fase traduce al lenguaje matemático los datos, relaciones y suposiciones, que conducen a un modelo matemático de la versión idealizada. *Trabajando con las matemáticas* se utilizan definiciones, propiedades y procesos matemáticos, donde se obtienen soluciones matemáticas las cuales deben ser *interpretadas*, en un rango aceptable y compatible con las condiciones iniciales y luego *validadas*, mediante aproximaciones numéricas en términos del problema real (Blum & Niss, 1991). Este proceso puede ser cíclico (Borromeo-Ferri y Blum, 2009). Al implementar una actividad de modelación en el aula de matemáticas como docente debo promover que los estudiantes transiten por el modelo antes señalado.

Índice

Resultados de implementación.

Los resultados de la implementación de las habilidades de modelación y argumentación en las sesiones con los 4 docentes pertenecientes a un Centro Educacional Municipal, han sido muy satisfactorios. Esto debido a que a lo largo de las 18 sesiones realizadas, los docentes en formación observaron videos de prácticas de otros docentes y de ellos mismos en donde se aplican tareas matemáticas tanto de argumentación como de modelación, pudiendo analizar e identificar estas habilidades dentro de clases observadas a través de las actividades (tareas matemáticas) realizadas en las clases. A su vez, los docentes en formación crearon planificaciones con tareas matemáticas orientadas a las habilidades argumentación y modelación e implementaron -siendo estas clases grabadas-. Luego estas clases grabadas son analizadas por el profesor líder y los profesores en formación para poder observar si dentro de la clase existen momentos en donde se presenten la habilidad que se quiere trabajar para esa clase planifica con anterioridad.

Dentro de la observación de clases se aprecia que los profesores y profesoras en la habilidad de argumentación son capaces de llevar el diálogo de la clase a un punto en donde los y las estudiantes puedan contrastar sus ideas u opiniones, pero sin la ayuda del docente. Que los estudiantes sean capaces de dar a conocer sus resultados de la actividad de la clase (tarea matemática) y a su vez pueda explicarlos y si así se presenta la ocasión, sea capaz de defender su postura con argumentos sólidos y concretos con sus pares.

Para la habilidad de modelación los docentes en formación logran a través de la tarea matemática hacer que sus estudiantes formulen supuestos, transiten por el ciclo de modelación y presenten sus resultados de la actividad dada para la clase en base a los modelos creados para resolver lo solicitado.

En la Tabla 1 se presentan extractos del trabajo solicitado a los docentes y algunas evidencias de sus respuestas en dos sesiones.

Tabla 1

Evidencias de implementación de dos sesiones del acompañamiento.

Propósito sesión	Indicación	Ejemplo de respuesta
Contrastar sus conocimientos respecto a lo que es argumentar y explicar	Los profesores participantes observan extracto de una actividad de una clase	Los profesores participantes mencionan que en el video observado existe la argumentación por parte de los estudiantes, debido a que los estudiantes dan a conocer sus resultados de la actividad que realizaron. Luego de haber leído documento en el cual se da a conocer lo que es una explicación y la argumentación, las respuestas de los profesores cambian y mencionan que lo que observaron es una explicación,

Índice

		porque los estudiantes dan resultados (uso de operatorias) pero no buscan ni tratan de convencer a sus pares de que lo que ellos realizan es lo correcto. ¿Los estudiantes están realizando una actividad matemática que promueve el desarrollo de modelación? Respuesta de Profesores participantes: P.P.1: Conocida la situación, los estudiantes analizan los datos. Investigan haciendo uso de internet valores más económicos. P.P. 2: Los estudiantes sí realizan una actividad que promueve la modelación, debido a que es una actividad con un contexto conocido para los estudiantes y permite utilizar distintos métodos para resolverla.
Analizar episodios de clases y reflexionar sobre elementos de la habilidad de modelar en su propia práctica	Observar práctica de un docente participante del proyecto	

Nota. Elaboración propia

CONCLUSIONES

Los docentes en formación han ido apropiándose de las habilidades de argumentación y modelación durante las sesiones trabajadas con ellos. Esto se puede evidenciar por medio de las grabaciones que se han realizado a las clases de los mismos docentes en donde en un principio había dificultades para abordar estas habilidades dentro de las actividades dadas por cada docente en sus clases. Con el tiempo, el conocimiento adquirido y el poder observar videos de ellos mismos y de otros pares fueron mejorando su práctica docente para estas habilidades y en el desarrollo de sus clases estas mismas se tratan de manera más fluidas, ya que los mismos estudiantes han ido adquiriendo – gracias a sus docentes- una mejor interiorización y forma de trabajar las habilidades de argumentación y modelación.

Referencias

Ayalon, M., & Hershkowitz, R. (2018). Mathematics teachers' attention to potential classroom situations of argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior, 49*, 163–173. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.11.010

Borromeo Ferri, R., & Blum, W. (2009). Insight into teachers' unconscious behaviour in modeling contexts. En R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 423–432). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_36

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects: State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics, 22*(1), 37–68. https://doi.org/10.1007/BF00302716

Cervantes-Barraza, J., Cabañas-Sánchez, G., & Ordóñez-Cuastuma, G. (2017). El poder persuasivo de la refutación en argumentaciones colectivas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 31*(59), 861–879. https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a10

Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics, 86*(3), 401–429. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229–269). Lawrence Erlbaum Associates.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 38*(2), 113–142. https://doi.org/10.1007/BF02655885

Solar, H., Ortiz, A., & Ulloa, R. (2016). MED: Modelo de formación continua para profesores de matemática, basada en la experiencia. *Estudios Pedagógicos, 42*(4), 281–298. https://doi.org/10.4067/S0718-07052016000500016

Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument* (Updated ed.). Cambridge University Press.

ALINEACIÓN CONSTRUCTIVA DE BIGGS EN EL DISEÑO DEL TALLER DE MATEMÁTICA PARA ESTADÍSTICA

Rodrigo Vargas, Pontificia Universidad Católica de Chile

Abstract:

Desde 2023 el Taller de Matemáticas para estudiantes de Estadística y Ciencia de Datos ha transitado desde un diseño fragmentado hacia un modelo de enseñanza-aprendizaje basado en la Alineación Constructiva de Biggs. Inicialmente, el taller incluía tres módulos sucesivos (autonomía, resolución sin acompañamiento y trabajo guiado con ayudantes), que mostraron limitaciones por desconexión entre actividades y objetivos formales de los cursos introductorios de cálculo, álgebra y geometría. Las innovaciones implementadas se enfocaron en la colaboración activa, como talleres grupales, disertaciones orales con selección aleatoria y resúmenes metacognitivos, junto con capacitaciones sistemáticas para ayudantes. En 2025 se incorporó un rediseño bajo principios de Alineación Constructiva: definición explícita de resultados de aprendizaje según la Taxonomía de Cooney, centralización de materiales (diapositivas, ayudantías y evaluaciones) y reemplazo del primer módulo por pruebas de selección múltiple alineadas al Plan Keller. Los datos de 2025 muestran impactos concretos: las tasas de aprobación en los cursos introductorios superan entre 10 y 22 puntos porcentuales a carreras sin este taller, lo que evidencia un aporte significativo al rendimiento académico y a la adopción de enfoques profundos de aprendizaje. Esta propuesta discute el proceso de rediseño, la articulación entre teoría y práctica y los aprendizajes derivados de la implementación, destacando el rol de la Alineación Constructiva como marco para mejorar la enseñanza universitaria de la matemática.

Alineación constructiva, taxonomía de Cooney, taller de matemáticas, innovación docente, evaluación auténtica

INTRODUCCIÓN

En la enseñanza universitaria de la matemática, los cursos introductorios enfrentan el desafío de atender a estudiantes con trayectorias diversas, combinando egresados de liceos científico-humanistas y técnicos. En este contexto, los talleres paralelos a las asignaturas regulares han sido una estrategia recurrente para reforzar contenidos. Esta experiencia presenta la evolución y rediseño de uno de estos talleres, mostrando cómo un marco teórico sólido puede potenciar su impacto.

El Taller de Matemáticas dirigido a estudiantes de Estadística y Ciencia de Datos fue diseñado para complementar los cursos Introducción al Cálculo e Introducción al Álgebra y Geometría. En su diseño inicial, el taller contemplaba tres módulos sucesivos: estudio

Índice

autónomo de conceptos, resolución individual de problemas y trabajo colaborativo con apoyo de ayudantes. Sin embargo, la desconexión entre módulos y objetivos curriculares redujo su efectividad. Para superar esta limitación, se decidió replantear el taller desde sus fundamentos.

Esta problemática se inscribe en un marco más amplio. Investigaciones en STEM han mostrado que las evaluaciones universitarias tienden a concentrarse en tareas de baja demanda cognitiva, limitando el desarrollo de razonamiento, modelización y transferencia a contextos nuevos (Smith et al., 1996; Shakhman & Barak, 2019). Frente a ello, las taxonomías educacionales ofrecen un mapa para diseñar actividades y evaluaciones que potencien progresión cognitiva. Para superar las limitaciones detectadas, se implementó la Alineación Constructiva de Biggs (1993, 2007), articulando resultados de aprendizaje, actividades y evaluaciones en un diseño coherente.

MARCO TEÓRICO

El uso de taxonomías educacionales en matemática ha permitido clasificar tareas y orientar la construcción de pruebas. Bloom (1956) y su revisión por Anderson y Krathwohl (2001) ofrecieron marcos generalistas, pero insuficientes para la especificidad matemática. La Taxonomía MATH (Smith et al., 1996) y su adaptación por Bennie (2005) destacaron la importancia de diferenciar entre recuperación, transferencia y construcción de ejemplos.

Por otra parte, la Taxonomía SOLO (Biggs & Collis, 2014) se enfocó en analizar la calidad estructural de las respuestas. Marzano (2001) enfatizó el papel de la metacognición en tareas de mayor exigencia. En este panorama, la Taxonomía de Cooney (1992) se consolidó como herramienta operativa en educación matemática universitaria, distinguiendo cuatro niveles: (1) reconocimiento y cálculo directo, (2) decisiones iniciales seguidas de procedimiento, (3) resolución multietapa con elecciones estratégicas y (4) problemas abiertos que exigen análisis, síntesis y evaluación.

La Alineación Constructiva (AC), propuesta por Biggs (1993), plantea que el aprendizaje significativo emerge cuando hay coherencia entre Resultados de Aprendizaje (ILOs), Actividades de Enseñanza-Aprendizaje (TLAs) y Evaluaciones (ATs). Bajo este modelo, el estudiante asume un rol protagónico en la construcción del conocimiento.

En conjunto, Cooney y Biggs ofrecen un marco integrado: diseñar talleres y evaluaciones progresivas, calibradas por niveles cognitivos, con criterios explícitos de logro y retroalimentación formativa.

Descripción de la propuesta

La evolución del Taller de Matemáticas puede dividirse en tres etapas:

1. Versión inicial (hasta 2023):

- Tres módulos desconectados: autonomía sin seguimiento, resolución sin acompañamiento y trabajo guiado.
- Ayudantes con rol pasivo.
- Participación irregular de los estudiantes en actividades no evaluadas.

2. Innovaciones 2024:
   - Talleres grupales en lugar de entregas individuales.
   - Disertaciones orales con selección aleatoria de problemas y expositores, incentivando preparación activa. La metodología implementada consiste en talleres de resolución de problemas diseñados para trabajo en equipo. Con el fin de promover una colaboración genuina y evitar que los estudiantes se limiten a un tipo específico de problema o simplemente se distribuyan las tareas, se designa aleatoriamente tanto al expositor como el problema que deberá explicar de la lista asignada. Esta estrategia incentiva la discusión interna exhaustiva y asegura que cada integrante del equipo esté preparado para fundamentar cualquiera de las soluciones, lo que facilita de manera directa el logro de los aprendizajes esperados.
   - Resúmenes de clase como estrategia metacognitiva. Los estudiantes, organizados en parejas, elaboran un resumen de la una unidad temática. Luego, intercambian sus resúmenes con otra pareja para una evaluación mutua basada en criterios de claridad, completitud y rigor. Finalmente, ambas parejas se reúnen para discutir la retroalimentación en un debate constructivo. Al concluir, cada estudiante completa un formulario con su resumen y respuestas consensuadas.
   - Capacitación sistemática de ayudantes en gestión del aula, formulación de preguntas y promoción de participación equitativa.
3. Rediseño 2025:
   - Centralización de materiales de cátedra, ayudantías y evaluaciones.
   - Reemplazo del primer módulo por test de selección múltiple (niveles 1–2 de Cooney), con retroalimentación inmediata, inspiración en el Plan Keller (PSI): acreditación progresiva basada en dominio secuencial.
   - Consolidación en un Course Handbook, revisado periódicamente con indicadores psicométricos y retroalimentación estudiantil.

RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN

Tabla 1

Aprobación en cursos introductorios

Carrera	Aprobados Introducción al Cálculo	Aprobados Introducción al Álgebra y Geometría
Estadística	75,4%	75,0%
Ciencia de Datos	81,4%	86,0%
Ciencia de la Computación	58,9%	64,2%

Nota. Elaboración propia

La diferencia de 10–22 puntos porcentuales evidencian el impacto positivo del rediseño. Además, según se desprende de encuestas aplicadas a 45 estudiantes al final del semestre, la mayoría valoró positivamente las actividades grupales como una herramienta útil para mejorar su comprensión de los contenidos. El 85% de los encuestados indicó que las disertaciones orales y los talleres en equipo les resultaron más efectivos para el aprendizaje que el estudio individual.

CONCLUSIONES

La experiencia muestra que la Alineación Constructiva, combinada con la Taxonomía de Cooney, permite transformar un taller fragmentado en un espacio coherente, significativo y con impacto empírico en el rendimiento académico. Los resultados, que comparan carreras con acceso al taller (Estadística y Ciencia de Datos) frente a una carrera que no lo tiene (Ciencia de la Computación), evidencian:

- Diferencias favorables de entre 10 y 22 puntos porcentuales en las tasas de aprobación de los cursos introductorios para los estudiantes que participaron en el taller.
- Se observa una mayor responsabilidad compartida en el proceso de aprendizaje, junto con una reflexión más profunda por parte de los estudiantes, como se desprende de las encuestas de percepción y la observación en el aula.
- Consolidación de ayudantes como mediadores activos.

Una dificultad identificada fue la resistencia inicial de algunos estudiantes a la participación oral aleatoria, la cual se superó mediante la creación de un ambiente de confianza y la claridad en los criterios de evaluación. Este aprendizaje es crucial para la replicabilidad del modelo en otras instituciones, que deberán prever estrategias para gestionar esta transición.

Índice

El taller alineado constituye un modelo replicable para cursos universitarios iniciales, integrando diseño curricular, formación docente y monitoreo psicométrico. A futuro, se plantea explorar la incorporación de modelos de crédito parcial e IRT para evaluar con mayor precisión el progreso en los niveles cognitivos de Cooney.

Referencias

Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (Eds.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Longman.

Bennie, K. (2005). The MATH taxonomy as a tool for analysing course material in mathematics. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, 9*(2), 81–95. https://doi.org/10.1080/10288457.2005.10740584

Biggs, J. B. (1993). From theory to practice: A cognitive systems approach. *Higher Education Research & Development, 12*(1), 73–85. https://doi.org/10.1080/0729436930120107

Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy (Structure of the Observed Learning Outcome)*. Academic Press.

Biggs, J., & Tang, C. (2007). *Teaching for quality learning at university* (3rd ed.). McGraw-Hill/Open University Press.

Bloom, B. S. (Ed.). (1956). *Taxonomy of educational objectives: Handbook I: Cognitive domain*. David McKay.

Cooney, T. J. (1992). *A survey of secondary teachers' evaluation practices in Georgia*. University of Georgia.

Marzano, R. J. (2001). *Designing a new taxonomy of educational objectives*. Corwin Press.

Rust, C. (2002). The impact of assessment on student learning. *Active Learning in Higher Education, 3*(2), 145–158. https://doi.org/10.1177/1469787402003002004

Smith, G., Wood, L., Coupland, M., Stephenson, B., Crawford, K., & Ball, G. (1996). Constructing mathematical examinations to assess a range of knowledge and skills. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 27*(1), 65–77. https://doi.org/10.1080/0020739960270109

PERSPECTIVA DE LOS ESTUDIANTES SOBRE LA NOCIÓN DE DESPLAZAMIENTOS DE FIGURAS 2D CON USO DE TIC

Diego Vásquez, Universidad Católica Raúl Silva Henríquez

Abstract:

El propósito de la experiencia de aula es que los estudiantes puedan desarrollar nociones geométricas, con el objetivo de que se puedan enfrentar a desafíos matemáticos de manera colaborativa. La experiencia de aula vinculada a herramientas tecnológicas permite que los estudiantes comprendan conceptos relacionados con el desplazamiento de figuras y la representación espacial. Se implemento una secuencia didáctica en donde los estudiantes deben argumentar y deducir posibles respuestas, para un desafío de vectores. La actividad consistió en determinar cuál de las dos figuras, tiene una trayectoria menor al llegar al mismo punto, utilizando estrategias de razonamiento matemático.

Los resultados de la implementación se basaron en que la mayoría de los estudiantes llego a la conclusión de que podían ocupar estrategias conocidas y diferentes para llegar al resultado, argumentando de manera consciente sus deducciones. De esta forma la experiencia se vincula con la teoría del Espacio de Trabajo matemático ETM ahora en adelante, al momento de que el estudiante es capaz de ocupar su razonamiento apoyándose en el artefacto como insumo para construir el conocimiento.

En conclusión, la experiencia permitió potenciar el razonamiento matemático, la argumentación y el uso de tecnología, favoreciendo un aprendizaje más significativo en el estudio de la geometría, permitiéndonos evidenciar las herramientas de cada uno de los estudiantes para resolver problemas.

Argumentación, TIC, geometría, aprendizaje colaborativo, desplazamiento

INTRODUCCIÓN

Con el objetivo de que los estudiantes puedan experimentar en materias de tecnología y matemáticas, se implementa una experiencia de aula que considera una clase en donde se trabajara el razonamiento y la deducción de trayectorias de figuras 2d con sus respectivos desplazamientos, de esta forma dar a conocer como los estudiantes trabajan en grupo y crean argumentos sólidos que respalden sus respuestas en base a un trabajo colaborativo.

Desde el curriculum nacional, específicamente en octavo básico, en la unidad de geometría se espera que los estudiantes sean capaces de "Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con software educativo, utilizando: Los vectores para la traslación." MINEDUC, (2015)

Índice

De esta manera se aplicó una experiencia de aula con 25 estudiantes quienes formaron grupos de 5, la forma de trabajar se basó en desafíos, donde los estudiantes debían discutir sus ideas, construir estrategias y generar argumentos que respalden sus_deducciones. A través del uso de herramientas tecnológicas y software educativo Octostudio, permitió visualizar los movimientos de figuras en el plano.

ELEMENTOS TEORICOS

La experiencia de aula se sustenta en la teoría del ETM, que estudia cómo se articulan las representaciones y procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas, mediante la realización de actividades matemáticas. Esta articulación se explica a través de tres orígenes, los cuales se denominan génesis. Desde las tres génesis presentes Kuzniak, Alain (2011) señala que se definen como, génesis semiótica, la cual se relaciona con los registros de representaciones, habitualmente conectado a la visualización del concepto matemático, la génesis instrumental se centra en como el individuo es capaz de adquirir conocimiento mediante la interacción con el artefacto como herramienta para el estudiante, y finalmente la génesis discursiva, se vincula con argumentaciones y pruebas, que tiene como objetivo, explicar y convencer a otros, a través de propiedades y definiciones matemáticas.

Mencionado lo anterior, nos centramos en la génesis instrumental para la elaboración de actividades y esquemas que permitan construir el conocimiento, a través de la acción entre el sujeto y el artefacto. De esta forma, el ETM responde a la vinculación de la teoría con la práctica, la aplicación OctoStudio permite elaborar un instrumento de aprendizaje para los estudiantes.

En consecuencia, la aplicación permite que los estudiantes desarrollen habilidades tecnológicas que se vinculan con el uso de las Tic. Según Alaniz, (2010) menciona que el uso de las TIC en el aula, son herramientas que favorecen a los estudiantes a desarrollar soluciones pertinentes que involucren mayor dificultad en el aula, siendo las TIC herramientas que permitan a los estudiantes conducir a la solución de un determinado problema.

DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

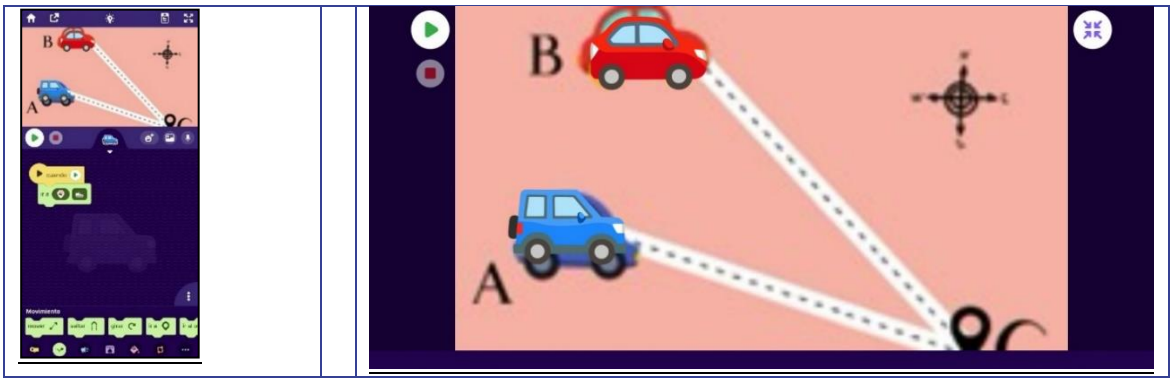
La experiencia de aula considera una instancia de aprendizaje, en la cual se espera que los estudiantes argumenten una decisión que verifique y fundamente distintas trayectorias de dos vehículos, por lo que, deben determinar la llegada de estos a un punto en común, en un plano sin coordenadas y sin cuadriculas.

Respecto a las condiciones de la trayectoria, se considera que ambos vehículos avanzan al punto en común, en línea recta, a la misma velocidad, sin tráfico y ningún factor externo que afecte el movimiento de ambos vehículos.

Los estudiantes deben buscar el camino que tiene menor distancia entre el punto de partida y el punto en común, esto lo realizaran a través de una aplicación llamada OctoStudio disponible en App Store y Play store donde visualizaran una animación, que les permitirá observar el movimiento de ambos vehículos, para luego fundamentar su decisión.

Actividad: En la aplicación OctoStudio, se considera 2 vehículos uno de color rojo y otro de color azul, uno de ellos se encuentra en el punto A y el otro en el punto B, estos dos llegan al punto C.

Figura 1



Fuente: Elaboración Propia

Cuando los estudiantes se encontraban ya reunidos en grupo, se realizan las siguientes preguntas

¿Como podemos determinar que ruta es más corta ¿Por qué?

¿Pueden ser iguales ambas rutas?

¿Qué argumento matemático valida que ruta es la más adecuada?

¿Qué estrategia utilizarías si quisieras medir sin poseer instrumentos como regla?

RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN

La implementación sobre vectores en 2d, se realizó en un curso de octavo básico con 25 estudiantes en la escuela Base el Bosque, la actividad tuvo una cantidad de 90 minutos, se realizó en la clase de matemáticas en compañía con el profesor de Matemática, con una planificación previa con el docente, para asegurar el trabajo colaborativo. El objetivo de la

clase fue comprender el desplazamiento de figuras 2d a través de trayectorias entre 2 puntos, la experiencia de aula se diseñó para que los estudiantes desarrollen estrategias de argumentación en base a desplazamientos de figuras.

Se identificaron que 3 de 5 grupos, utilizaron el razonamiento para argumentar y deducir sus respuestas. Expresando que *"Profesor no se puede asegurar una respuesta, pero si elaborar estrategias, por ejemplo: llevar el dibujo a escala real y contar los pasos de ambas rutas y en base a eso, concluir la respuesta".*

Se evidencia que 2 de 5 de los grupos presentaron confusión en la resolución de problemas debido a que el grupo no lograba presentar una propuesta que lograra convencer al resto de su grupo, el grupo 1 expreso *"el auto rojo y azul se ve que se desplazan y que llegan a la vez, pero matemáticamente no se puede calcular, solo desde la imagen"*

CONCLUSIÓN

La propuesta busca que los estudiantes logren intuir el pensamiento geométrico y que razonen adecuadamente para dar una solución pertinente, de este modo, la herramienta utilizada es Octostudio, la cual trata de implementar un recurso tecnológico más innovador en el aula, de esta manera se puede fortalecer el concepto de vector el cual se adecua al OA 13 de octavo básico, en ese sentido se puede profundizar aún más el concepto de vector entregando a su vez una actividad más lúdica.

La actividad fue elaborada intencionalmente para que los estudiantes duden de su decisión y busquen comprender los conceptos expuestos, los estudiantes presentaron distintas estrategias para dar solución, entre ellas las soluciones fueron medir con el brazo, mano, dedos, contar los pasos, dibujar, realiza un ejemplo a tamaño escala.

Uno de los hallazgos que nos brindó la experiencia de aula, fue establecer que, a pesar de entregar herramientas tecnológicas para resolver un problema, los estudiantes de igual manera vinculaban el artefacto con material concreto, como lo son un dibujo, un tamaño escala, partes del cuerpo, entre otros. Por lo que es pertinente establecer la importancia que tiene, en los estudiantes ocupar herramientas concretas para argumentar sus decisiones.

Referencias

Alaniz, M., Cataldi, Z., Oyarzún, M., & Sandoval, G. (2010). *Los aportes de la tecnología informática a la educación especial: El caso de la Escuela N.° 9 Keoken de Río Turbio*. Universidad Nacional de la Patagonia Austral.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 16*, 9–24.

Kuzniak, A., Montoya-Delgadillo, E., & Vivier, L. (2016). El espacio de trabajo matemático y sus génesis. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 11*(15), 17–30.

Índice

Ministerio de Educación. (2016). *Bases curriculares: 7.° básico a 2.° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-37136_bases.pdf

Montoya-Delgadillo, E., Mena-Lorca, A., & Mena, J. (2013). Circulaciones y génesis en el espacio de trabajo matemático. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16*(3), 343–368. https://doi.org/10.12802/relime.13.1634

Solares, D., Solares, A., & Padilla, E. (2016). *La enseñanza de las matemáticas más allá de los salones de clase: Análisis de actividades laborales urbanas y rurales*. Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática.

JUEGOS MATEMÁTICOS: POTENCIANDO LA CREATIVIDAD Y EL PENSAMIENTO LÓGICO EN EL AULA

Bernardo Juan Luis Monsalve Rosas, Escuela San Miguel de Quintrilpe

Abstract:

La experiencia que presento se enmarca en la implementación sistemática de estrategias lúdicas en el aula de matemáticas en una escuela rural. El punto de partida fue la necesidad de abordar la baja motivación estudiantil y la dificultad para generar aprendizaje significativo en contenidos matemáticos. Bajo la premisa de que el juego es una poderosa herramienta de aprendizaje y motivación intrínseca, se destinó una clase semanal, de las tres horas totales de matemáticas, exclusivamente al desarrollo de actividades lúdicas. Durante el año académico, el docente diseñó y adaptó diversos juegos para cursos de 4° a 7° año básico, tomando en cuenta la realidad rural de los estudiantes y sus distintos ritmos de aprendizaje. Las actividades integraron material concreto, dinámicas en cancha y desafíos grupales, orientados a reforzar contenidos curriculares clave, como operaciones básicas, fracciones, coordenadas y expresiones algebraicas. Este trabajo se fundamentó en el conocimiento individual de cada estudiante y la colaboración con asistentes de la educación, asegurando la participación e inclusiva de todo el alumnado. Los resultados mostraron una mejora significativa en la motivación, el rendimiento académico en los contenidos trabajados y el fortalecimiento de habilidades socioemocionales como la cooperación y el pensamiento crítico. La estrategia permitió transformar la percepción de la matemática, logrando una comprensión práctica y significativa de los procedimientos.

Estrategias lúdicas en el aula de matemáticas, conocimiento individual de cada estudiante

APRENDIZAJE A TRAVÉS DEL JUEGO: UNA EXPERIENCIA EN EL AULA DE MATEMÁTICA

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la matemática en contextos rurales presenta múltiples desafíos, entre ellos la baja motivación de los estudiantes y la dificultad para vincular los contenidos con experiencias significativas de su vida cotidiana. Frente a esta problemática, y en concordancia con la preocupación del equipo directivo, surge la propuesta “Aprendizaje a través del Juego”. Esta experiencia se implementó en cursos de 4° a 7° básico de una escuela rural, destinando una clase semanal exclusivamente a actividades lúdicas, dentro de las tres horas de matemática que reciben los estudiantes.

El propósito fue transformar el aprendizaje de la matemática en una experiencia motivadora, participativa y cercana, permitiendo que los estudiantes aplicaran lo aprendido en clases

Índice

tradicionales mediante juegos diseñados por el docente, considerando además la realidad y el contexto rural de los estudiantes.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

La incorporación del juego en los procesos de enseñanza-aprendizaje se fundamenta primariamente en el enfoque de aprendizaje significativo (Ausubel, 1983), el cual sostiene que los nuevos conocimientos se integran de mejor manera y son más duraderos cuando se relacionan con las experiencias previas del estudiante y se presentan de forma motivadora. Esta aproximación es vital en contextos rurales, donde la desconexión entre el contenido abstracto y la vida cotidiana es un desafío.

Asimismo, el juego educativo se reconoce como una estrategia didáctica que favorece la atención, la motivación intrínseca y la consolidación de aprendizajes. Esto se debe a que el juego crea un entorno seguro y atractivo que permite la práctica de habilidades sin la presión del error (Gee, 2003; Gros, 2007).

En el caso particular de la matemática, la efectividad del juego se potencia al activar procesos cognitivos esenciales para la disciplina:

Desarrollo del Razonamiento Lógico y Pensamiento Crítico: Los juegos matemáticos, al imponer reglas y desafíos estructurados, fuerzan a los estudiantes a establecer hipótesis, probar estrategias y justificar sus decisiones. El juego estilo *Batalla Naval* para coordenadas o el *Memory* de fracciones exigen una aplicación inmediata de la lógica para alcanzar un objetivo, lo que es crucial para la resolución de problemas (García & Gómez, 2019).

Abstracción y Conexión Concepto-Procedimiento: El uso de material concreto y las dinámicas en la cancha, como en la *Yincana Matemática*, transforman el entorno en un recurso que facilita el paso del concepto abstracto a la representación concreta. Esto permite que los estudiantes internalicen procedimientos matemáticos de manera práctica y entretenida, rompiendo la barrera de la formalidad que a menudo dificulta contenidos como el álgebra.

Habilidades Socio-Matemáticas: El juego fomenta la colaboración entre pares, la negociación de estrategias y el respeto de turnos. Las instancias de discusión inherentes a la mecánica del juego obligan a los estudiantes a dialogar, argumentar y justificar sus respuestas ante compañeros y docentes, lo que fortalece sus habilidades comunicativas y la aceptación de la diversidad de estrategias para un mismo problema.

De este modo, la propuesta se sustenta en la premisa de que el juego es una herramienta pedagógica eficaz que, mediante su organización sistemática (una clase semanal), logra ofrecer diversas y equitativas vías de acceso al conocimiento, reforzando la motivación y el desarrollo integral de los estudiantes.

DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

La propuesta consistió en destinar una de las tres horas semanales de matemáticas a la implementación de un juego didáctico, diseñado o adaptado por el docente con apoyo de los asistentes de educación.

Las actividades fueron variadas y se ajustaron al nivel de cada curso:

- 4° y 5° básico: se implementó una yincana matemática, en la que los estudiantes recorrían estaciones resolviendo operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). El avance por estaciones generaba un ambiente de competencia sana y colaboración.
- 5° básico: se diseñó un juego tipo Batalla Naval para trabajar coordenadas en el plano cartesiano. Los estudiantes debían ubicar "barcos" mediante pares ordenados, fortaleciendo así la comprensión de este contenido.
- 6° básico: se elaboró un memory de fracciones, donde los estudiantes relacionaban representaciones gráficas con fracciones numéricas o equivalentes, favoreciendo la comprensión y la comparación de fracciones.
- 7° básico: se creó un juego estilo Dobble para identificar términos semejantes en expresiones algebraicas. Esta dinámica facilitó la comprensión de un contenido que había resultado complejo en años anteriores.

En todas las actividades, los premios consistieron en refuerzos simbólicos o apoyos pedagógicos, privilegiando la motivación intrínseca. Además, se utilizaron espacios rurales como patios y cancha, transformando el entorno en un recurso educativo.

RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN

La intervención permitió evidenciar mejoras en distintos ámbitos:

1. Motivación y participación: los estudiantes esperaban con entusiasmo la "clase de juegos", aumentando la asistencia y la disposición positiva hacia la matemática.
2. Rendimiento académico: se observaron avances en evaluaciones posteriores, particularmente en contenidos trabajados mediante dinámicas lúdicas (operaciones, fracciones y coordenadas).
3. Habilidades socioemocionales: los juegos fortalecieron la cooperación, el respeto de turnos y la resolución de conflictos a través del diálogo.
4. Inclusión: gracias al trabajo conjunto con asistentes de la educación, se logró que todos los estudiantes participaran en igualdad de condiciones, con adaptaciones cuando fueron necesarias.

Índice

CONCLUSIONES

En base a los resultados obtenidos, se constató un avance significativo en los aprendizajes de los estudiantes de la escuela, especialmente en la comprensión de contenidos que previamente habían generado dificultad. La incorporación del juego permitió que los estudiantes internalizaran procedimientos matemáticos de manera práctica y entretenida. De igual forma, la estrategia contribuyó al desarrollo del pensamiento crítico, ya que en la mayoría de las dinámicas los niños debieron dialogar, argumentar y justificar sus respuestas ante compañeros y docentes.

Un aprendizaje clave del proceso para el docente fue la necesidad de flexibilizar la planificación y el uso del tiempo. Inicialmente, la mayor dificultad fue lograr que los estudiantes, acostumbrados a un modelo tradicional, asumieran el error como parte del proceso lúdico y no solo como una calificación. Esto requirió un esfuerzo consciente por parte del docente para modelar la justificación y el diálogo como herramientas más valiosas que la respuesta correcta inmediata.

Estas instancias de discusión, propias de la mecánica del juego, fortalecieron la capacidad de explicar razonamientos, defender posturas y aceptar la diversidad de estrategias para resolver un mismo problema. La necesidad de adaptar los juegos a la realidad rural (por ejemplo, utilizando el espacio de la cancha) y la diversidad de ritmos impulsó el desarrollo de la capacidad de adaptación del docente, confirmando la tesis de Gee (2003) sobre la efectividad del aprendizaje basado en entornos atractivos y con reglas claras.

En consecuencia, la experiencia "Aprendizaje a través del Juego" no solo impactó positivamente en los resultados académicos, sino también en el desarrollo integral de los estudiantes, aportando a su motivación, trabajo colaborativo y habilidades comunicativas. Su carácter replicable la convierte en una propuesta valiosa para otros contextos educativos, particularmente en entornos rurales.

Referencias

Ausubel, D. P. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Trillas.

García, M., & Gómez, R. (2019). El juego como recurso didáctico en la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Educación Matemática*, *34*(2), 45–60.

Gee, J. P. (2003). *What video games have to teach us about learning and literacy*. Palgrave Macmillan.

Gros, B. (2007). Digital games in education: The design of games-based learning environments. *Journal of Research on Technology in Education*, *40*(1), 23–38. https://doi.org/10.1080/15391523.2007.10782494

Índice

DEL AULA A LA UNIVERSIDAD: UN VIAJE NUMÉRICO Y ALGEBRAICO HACIA LA IGUALDAD

Ivonne Velásquez Lohaus, Colegio Mirador del Lago/ Universidad Austral de Chile

Abstract:

La experiencia articuló el trabajo de 45 estudiantes de 5° Básico de un colegio público y 10 estudiantes de Pedagogía en Educación Básica de la una Universidad privada en el sur de Chile. Durante cuatro semanas, los escolares aplicaron la matemática en contextos reales al organizar y financiar una salida pedagógica, mientras los universitarios diseñaron e implementaron microclases de álgebra y patrones con enfoque inclusivo. Los resultados muestran aprendizajes significativos en ambos grupos: los niños fortalecieron habilidades de resolución de problemas y argumentación, y los futuros docentes desarrollaron competencias de planificación, manejo de grupo y reflexión sobre su práctica.

Álgebra, patrones, resolución de problemas, formación docente, aprendizaje contextualizado.

INTRODUCCIÓN

La experiencia de aula se desarrolló con 45 estudiantes de 5° básico de un colegio público y 10 estudiantes de Pedagogía en Educación Básica con Mención en Matemática y Ciencias de una universidad privada en el sur de Chile. La iniciativa se planteó como un proyecto de articulación escuela-universidad, con actividades realizadas en paralelo en un periodo de cuatro semanas. La propuesta busca favorecer aprendizajes matemáticos contextualizados en los escolares y, simultáneamente, fortalecer las competencias didácticas de los futuros docentes, promoviendo una visión de la matemática como ciencia inclusiva y con sentido.

Objetivo general: Favorecer aprendizajes matemáticos contextualizados en los estudiantes de educación básica y fortalecer las competencias didácticas de los futuros docentes a través de una experiencia articula escuela-universidad.

Objetivos específicos:

- Promover el uso del pensamiento matemático en situaciones de la vida cotidiana en estudiantes de 5° básico.
- Desarrollar en los futuros docentes competencias de diseño, implementación y reflexión sobre la práctica de enseñanza del álgebra
- Fomentar una visión inclusiva de la matemática, libre de sesgos de género y vinculada a la toma de decisiones reales.

Índice

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

El aprendizaje matemático en la escuela no puede limitarse a la repetición de técnicas descontextualizadas. Cantoral (2013), el conocimiento matemático escolar debe situarse en prácticas sociales de producción y uso. Godino, Batanero y Font (2007) sostienen que el aprendizaje de la matemática exige comprender los significados de los objetos matemáticos y diseñar situaciones que promuevan esa construcción. Carrillo-Yáñez et al. (2018) destacan que el conocimiento especializado del profesor de matemáticas incluye la selección, diseño y adaptación de tareas según la diversidad de los estudiantes. Alsina (2021) refuerza que la enseñanza de la matemática con sentido requiere vincular la resolución problemas con contextos significativos, lo que potencia el pensamiento algebraico y el aprendizaje inclusivo.

DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

La experiencia se planificó en ocho sesiones de 90 minutos para 5° básico y cinco sesiones con los docentes en formación. Participaron 45 estudiantes de 5° básico y 10 estudiantes de octavo semestre de Pedagogía en Educación Básica Mención Matemática y Ciencias. La docente guía del colegio, también docente universitaria, coordinó ambas instancias.

Estudiantes de 5° básico

1. Aprendieron la división en contextos reales (por ejemplo, calcular el valor unitario de barras de cereal en distintos envases), compartiendo estrategias y argumentando sus elecciones.
2. Votaron los alimentos que llevarían a su salida pedagógica, registraron datos y construyeron gráficos de barras.
3. Cotizaron productos en una salida al supermercado y elaboraron un presupuesto considerando costo, calidad y preferencias.
4. Organizaron y realizaron una venta a beneficio para financiar la salida pedagógica.

Estudiantes universitarios

1. Se prepararon teóricamente sobre la enseñanza del álgebra y los patrones, obstáculos y errores comunes, y enfoques inclusivos.
2. Diseñaron microclases para 5° básico, incluyendo objetivos, materiales, anticipación de errores y dinámicas participativas.}
3. Simularon y ajustaron sus microclases entre pares antes de implementarlas en aula real.

Ambos grupos

Los estudiantes de 5° básico, durante una mañana, fueron recibidos en la universidad por futuros docentes quienes implementaron microclases que correspondieron a breves experiencias pedagógicas centradas en la presentación de desafíos matemáticos vinculados al aprendizaje de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Cada actividad promovió la resolución de problemas desde un enfoque activo, colaborativo y libre de sesgos de género.

Se desarrollaron en formato de estaciones, donde grupos de 10 estudiantes rotaban cada 20 minutos. En cada estación, dos docentes en formación guiaban la actividad, presentaban el desafío y acompañaban el proceso de exploración, diálogo y resolución. El cruce de enseñanza se dio en la interacción directa entre los futuros profesores y los niños y niñas, quienes construyeron conjuntamente estrategias y significados matemáticos, permitiendo a los primeros poner en práctica sus conocimientos didácticos y a los segundos vivenciar una experiencia de aprendizaje dinámica, participativa y cercana a la enseñanza universitaria.

RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN

Participación y aprendizaje de los estudiantes de 5° básico

La experiencia evidenció una alta motivación y participación de los estudiantes de 5° básico. Desde la elección de los alimentos y la votación representada en gráficos de barras, hasta la confección del presupuesto y la venta escolar, se promovió un aprendizaje matemático contextualizado y socialmente significativo, en consonancia con lo planteado por Cantoral (2013), quien sostiene que el conocimiento matemático escolar debe situarse en prácticas sociales de producción y uso.

El trabajo con divisiones fue una oportunidad para profundizar la comprensión de la operatoria sin depender de la repetición algorítmica. Tal como señalan Godino, Batanero y Font (2007), el aprendizaje de la matemática requiere comprender los significados de los objetos matemáticos más que aplicar técnicas mecánicas. Esto se observa cuando el estudiante 1, ante un problema de reparto, estableció la relación con la división, pero al no recordar el algoritmo, estimó valores y ajustó sus resultados hasta lograr una solución razonable. Esta actuación refleja pensamiento flexible, comprensión conceptual y autonomía en la resolución.

La salida al supermercado permitió a los estudiantes aplicar la matemática a situaciones reales de toma de decisiones: calcularon precios unitarios, compararon productos y justificaron sus elecciones considerando costo, calidad y preferencias. En palabras de Alsina (2021), se trató de una enseñanza con sentido, al vincular la resolución de problemas con contextos significativos. Asimismo, durante la visita a la universidad, los estudiantes participaron activamente en microclases sobre patrones y ecuaciones de primer grado,

mostrando avances en la identificación de regularidades, el trabajo colaborativo y la argumentación de sus respuestas.

Aprendizajes y desafíos de los estudiantes universitarios

Las microclases diseñadas e implementadas mostraron fortalezas en la claridad de los planteamientos, el uso de dinámicas participativas y la conexión con los saberes previos de los escolares. Estos elementos reflejan lo propuesto por Carrillo-Yáñez et al. (2018), quienes destacan que el conocimiento especializado del profesor de matemáticas implica la selección, diseño y adaptación de tareas según la diversidad de los estudiantes.

También se identificaron desafíos propios de la práctica docente inicial, como el manejo del tiempo, la graduación de la dificultad y la gestión de la atención en grupos numerosos. Estos retos se transformaron en oportunidades formativas, ya que en la reflexión posterior los universitarios reconocieron la importancia de anticipar errores, ajustar la secuencia didáctica y modificar la planificación según la respuesta de los estudiantes. Este proceso de autoevaluación y ajuste muestra cómo la práctica se convirtió en fuente de conocimiento profesional y en una instancia de consolidación de la identidad docente.

CONCLUSIONES

La experiencia "Del aula a la universidad: un viaje numérico y algebraico hacia la igualdad" evidenció el valor de situar la matemática en contextos auténticos. Para los estudiantes de 5° Básico, la planificación y financiamiento de su salida pedagógica, junto con la participación en microclases de patrones y ecuaciones, permitió reconocer la utilidad de los contenidos en la vida cotidiana y fortalecer la resolución de problemas.

Para los futuros docentes, la experiencia constituyó un espacio formativo clave al diseñar, implementar y reflexionar sobre actividades de álgebra en un aula real. Esto les permitió enfrentar desafíos de manejo de grupo, anticipación de errores y ajuste de tiempos, integrando además un enfoque inclusivo y libre de sesgos.

En conjunto, la experiencia fortaleció el vínculo entre escuela y universidad, generando aprendizajes compartidos y mostrando cómo el trabajo colaborativo puede transformar la enseñanza del álgebra en una práctica humana e inclusiva.

Referencias

Alsina, Á. (2021). *Matemática con sentido: Conectar la enseñanza con la realidad*. Graó.

Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa*. Gedisa.

Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C.

(2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado y comprensión en didáctica de la matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 14*(3), 325–355.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Universidad de Granada.

LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES LINEALES MEDIANTE EL JUEGO "FUNCIÓN NAVAL"

Nicole Alejandra Baez Oyarzún, Universidad de Los Lagos

Abstract:

Este trabajo presenta el rediseño de una clase de matemáticas para primer año medio, centrada en el aprendizaje de funciones lineales a través de una propuesta lúdica: el juego "Función Naval". La metodología se basa en un enfoque de aprendizaje activo y colaborativo, donde los estudiantes, organizados en equipos, deben descubrir la función lineal secreta del oponente mediante el lanzamiento de puntos en el plano cartesiano y el uso de pistas algebraicas. Los resultados esperados incluyen una mejora en la comprensión conceptual de las funciones lineales, el desarrollo del razonamiento algebraico y funcional, y una mayor motivación e involucramiento en el proceso de aprendizaje. La propuesta se fundamenta en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau, estructurando la actividad en fases que promueven la construcción del conocimiento por parte del estudiante a través de la interacción con un medio problemático un rol activo del estudiante y un uso significativo de representaciones múltiples.

Funciones lineales, juego didáctico, rediseño de clase, matemáticas, educación media

INTRODUCCIÓN

La enseñanza tradicional de las funciones lineales suele centrarse en ejercicios repetitivos y descontextualizados, lo que limita la comprensión profunda y la motivación de los estudiantes. Este trabajo propone un rediseño basado en el juego "Función Naval", que transforma la clase en un espacio de exploración y descubrimiento.

Esta situación didáctica está ligada directamente a los Objetivos de Aprendizaje, específicamente, al OA11 de 1° Medio, ya que los estudiantes deben representar funciones lineales en el plano cartesiano, analizar cómo se comporta, y utilizar representaciones gráficas y algebraicas. El juego transforma la clase en un espacio de exploración y descubrimiento guiado por los principios de la TSD, donde el conocimiento se construye a través de la interacción entre el alumno y un medio adaptado didácticamente.

Desde el punto de vista cognitivo, esta tarea intenta promover el desarrollo de competencias que podrían ser nominadas como complejas, tales como, el razonamiento algebraico, la formulación y validación de conjeturas. No se busca que el estudiante simplemente aplique una fórmula, sino que comprenda qué significa que un punto pertenezca a una función y cómo se puede deducir una ecuación a partir de datos encontrados por ellos mismos. Por lo que, se fomenta una comprensión conceptual más que procedimental.

Índice

La importancia del contexto también es fundamental, ya que, el formato de juego permite conectar con los intereses de los estudiantes y genera un entorno emocional positivo, donde el error es parte del proceso de descubrimiento. Además, la tarea permite establecer vínculos con otras asignaturas como la historia y geografía (coordenadas, mapas), la informática (gráficos en videojuegos), favoreciendo una labor interdisciplinaria.

Finalmente, la tarea se adapta al nivel del curso, ya que presenta una fase previa de activación de conocimientos, apoyos visuales (como plantillas de planos cartesianos) y una guía estructurada para el docente, lo que permite acompañar a los estudiantes en los distintos niveles de desarrollo de la actividad.

ELEMENTOS TEÓRICOS

La actividad propuesta, "¡Función Naval!", constituye una situación a-didáctica, es decir, una en la cual el conocimiento emerge de la interacción entre el estudiante y el medio (en este caso, el juego y sus reglas), sin que la validación provenga exclusivamente del docente. Esta característica es central en la TSD, ya que permite que el estudiante movilice estrategias propias, formule conjeturas y valide internamente sus respuestas a través del razonamiento matemático.

La transición desde una situación didáctica (explicaciones iniciales, activación de conocimientos previos, introducción del juego) hacia una situación a-didáctica ocurre cuando el estudiante comienza a participar activamente en el juego intentando descubrir la función secreta de su oponente. En ese momento, el conocimiento no se le entrega de forma directa, sino que debe ser reconstruido a partir de la experiencia.

El rol del profesor también cambia: primero es el transmisor de información y luego es un mediador que diseña entornos de aprendizaje, propone desafíos y formula preguntas orientadoras. Por ejemplo, el docente puede intervenir con preguntas como: “¿Cómo sabes si ese punto pertenece a la función?” o “¿Qué crees que representa la pendiente en esta situación?”, lo cual fomenta la reflexión y ayuda la construcción del conocimiento desde la acción realizada.

El contrato didáctico que subyace en esta propuesta se aleja del modelo tradicional. No se espera que el estudiante reciba directamente la información ni que el profesor valide cada respuesta, sino que sea el propio medio quien actúe como sistema de validación. El error, lejos de ser penalizado, se convierte en una oportunidad para ajustar conjeturas y estrategias, generando así una autonomía creciente en los estudiantes.

DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

Se propone el juego "¡Función Naval!", inspirada en el clásico "Batalla Naval". En este juego, cada grupo selecciona una función lineal secreta que el oponente debe descubrir disparando

puntos en el plano cartesiano. Por cada acierto, el oponente recibe pistas que le permiten inferir información como la pendiente o el punto de intersección con el eje Y.

Reglas del juego:

- Cada equipo recibe una hoja cuadriculada con el plano cartesiano.
- Se elige una función lineal secreta (por ejemplo: $f(x) = 2x + 1$).
- El oponente debe descubrir la función del rival adivinando coordenadas (pares ordenados) que podrían pertenecer a su función.
- Cada vez que acierta con un punto que pertenece a la función del otro, obtiene una pista (puede ser un valor de la pendiente o el punto de corte con el eje Y).
- Gana quien primero descubre la expresión algebraica de la función del otro.

Tareas a realizar:

- Construcción de una función lineal en el plano (secreta o dada).
- "Disparo" de puntos (pares ordenados) y análisis de pertenencia.
- Generar tablas.
- Justificación y discusión matemática de las estrategias utilizadas entre los estudiantes.

Organización:

- Grupos de 4 estudiantes (dos parejas para cada plano).
- Cada equipo recibe un plano y escoge (o recibe) una función secreta.
- El oponente lanza "disparos" proponiendo puntos que podrían pertenecer a esa función.

Los medios que se utilizarán en la actividad serán: hojas cuadriculadas con ejes cartesianos, fichas de coordenadas, tablero o espacio común para mostrar resultados instrucciones impresas o en pantalla.

A continuación, se presenta la descripción de la propuesta desde la TSD estructurando la actividad en fases que promueven la construcción del conocimiento.

Fase 1: Devolución a la situación a-didáctica

El docente presenta el juego "Función Naval" sin explicitar los conceptos matemáticos que se espera que surjan. Cada equipo elige una función lineal secreta y, por turnos, los oponentes lanzan puntos (pares ordenados) para tratar de descubrirla. Por cada acierto, reciben pistas relacionadas con la pendiente o el intercepto. El medio (el juego) responde objetivamente a cada acción, lo que permite a los estudiantes experimentar directamente las consecuencias de sus decisiones.

Fase 2: Acción y formulación

Los estudiantes, inmersos en la situación a-didáctica, actúan sobre el plano cartesiano:

- Lanzan puntos y analizan su pertenencia a la función.
- Registran sus aciertos y usan las pistas para ajustar sus conjeturas.
- Dialogan con sus compañeros para definir estrategias más eficientes.

En esta fase, el docente observa y puede intervenir con preguntas orientadoras como: "¿Qué información te da el punto que acertaste?" o "¿Cómo podrías reducir los intentos necesarios?".

Fase 3: Validación

La validación no es dada por el profesor, sino por el propio juego: si un punto pertenece a la función, se confirma como acierto; si no, se descarta. Los estudiantes contrastan sus predicciones con los resultados y reformulan sus estrategias en función de la retroalimentación del medio.

Fase 4: Institucionalización

Una vez finalizado el juego, el docente recupera las experiencias de los estudiantes y formaliza los conocimientos matemáticos que emergieron durante la actividad. Por ejemplo:

- Explica cómo dos puntos permiten determinar una función lineal.
- Define formalmente los conceptos de pendiente e intercepto con el eje Y.
- Relaciona las estrategias utilizadas por los estudiantes con los procedimientos algebraicos estándar.

Esta fase es crucial, ya que convierte las ideas intuitivas y las estrategias informales en conocimiento matemático legitimado y reusable.

Sugerencia de preguntas guía para cada fase:

- **Al inicio**: ¿Qué significa que un punto pertenezca a una función? ¿Cómo se verifica si un par ordenado satisface una ecuación?

- **Durante el juego**: ¿Qué te indica un acierto? ¿Cómo usarías dos puntos acertados para encontrar la ecuación?
- **Al finalizar**: ¿Qué estrategia resultó más eficiente? ¿Cómo se relaciona la pendiente con la inclinación de la recta?

CONCLUSIÓN

El rediseño basado en el juego "Función Naval" permite aplicar de manera coherente los principios de la TSD, transformando la clase en un espacio donde el conocimiento matemático se construye a través de la interacción con un medio desafiante. Los estudiantes dejan de ser receptores pasivos para convertirse en actores de su propio aprendizaje, mientras el docente asume un rol de mediador y formalizador del saber. Esta propuesta no solo hace la clase más motivadora, sino que asegura una comprensión profunda y funcional de las funciones lineales, alineándose con los objetivos curriculares y promoviendo el desarrollo del pensamiento crítico y autónomo.

Referencias

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers.

EXPLORANDO CONJETURAS Y PROBABILIDADES "LA CARRERA ESPACIAL"

Gustavo Alfredo Torres Hernández, Universidad Católica de la Santísima Concepción

Abstract:

La enseñanza de la probabilidad en primaria enfrenta dificultades debido a concepciones intuitivas o erróneas que tienen los estudiantes sobre el azar, por lo que se diseñó una experiencia con alumnos de sexto básico basada en la actividad "Carrera espacial", donde se lanzan dos dados y se mueven "astronautas" según la suma obtenida, permitiendo que los estudiantes formulen hipótesis sobre los resultados más probables; esta dinámica fomenta el razonamiento probabilístico, la recolección y representación de datos, el análisis de patrones y tendencias, así como la argumentación y comunicación matemática, integrando además el uso de tecnologías como GeoGebra para realizar simulaciones automatizadas que amplían la exploración; la experiencia mostró altos niveles de motivación y participación activa, y evidenció avances en la capacidad de justificar ideas matemáticas, demostrando el valor de combinar actividades prácticas con herramientas digitales en la enseñanza de la probabilidad en educación primaria.

Educación matemática, probabilidad, conjeturas, juegos didácticos, enseñanza básica

INTRODUCCIÓN

El uso del juego didáctico en el aula como una propuesta pedagógica se presenta como una estrategia innovadora que transforma la relación de los estudiantes con práctica del conocimiento en la matemática. Este no debe entenderse como una actividad lúdica o recreativa en sí, sino como una herramienta estructurada que facilita el aprendizaje a través de la situación real; motivar y promover la independencia de pensar y compartir responsabilidades dentro del tema, ciclo o experimento desarrollado. Por todos estos motivos, es que la "Carrera espacial" ofrece una oportunidad para que los estudiantes formulen y contrasten conjeturas basadas en la experiencia y en el análisis de las posibles combinaciones al lanzar dos dados, fue una innovación en el aula, donde los estudiantes organizados en grupos, con roles determinados, tuvieron la posibilidad de enfrentarse a un conocimiento conceptual de una forma didáctica y entretenida, siendo inclusiva, incorporando a todos para derrumbar algunos mitos sobre probabilidades y la suerte, complementado con un trabajo en GeoGebra en el cual se dan cuenta con un software que pueden hacer sus cálculos con mayor cantidad de lanzamientos.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

El estudio del azar y la probabilidad en educación primaria se apoya en situaciones experimentales simples, como el lanzamiento de dados, ya que permiten comprender que

Índice

algunos sucesos no pueden preverse con certeza, pero sí analizarse. Según Batanero (2005), introducir a los estudiantes en experiencias de aleatoriedad facilita la construcción de nociones probabilísticas, pues los obliga a diferenciar entre lo posible, lo seguro y lo imposible.

En este sentido, el dado es un recurso didáctico fundamental, porque sus seis caras ofrecen un número limitado y claro de resultados posibles. Cada lanzamiento genera un dato que, al acumularse en múltiples repeticiones, puede organizarse en tablas o gráficos, lo que permite contrastar las frecuencias observadas con las probabilidades teóricas. Para Godino, Batanero y Cañizares (1996), esta comparación es clave en la formación matemática, ya que posibilita la construcción de conjeturas y el desarrollo de pensamiento estadístico.

Las conjeturas, son un elemento central en la enseñanza de la probabilidad. Por ejemplo, se puede anticipar que "todos los números del dado tienen la misma probabilidad de salir" o que "al lanzar dos dados, la suma 7 es más frecuente que otras". Según Fischbein (1975), el trabajo con conjeturas y su posterior verificación constituye una herramienta esencial para superar intuiciones erróneas y acercar al alumno al razonamiento probabilístico formal.

DESCRIPCIÓN DE PROPUESTA

La presente experiencia educativa fue implementada en la Escuela Aníbal Pinto, ubicada en la comuna de Cauquenes, en el nivel de sexto año de educación básica. El grupo curso está conformado por 24 estudiantes, quienes participaron de manera presencial en un entorno que dispone de condiciones adecuadas de infraestructura, recursos tecnológicos y materiales didácticos pertinentes.

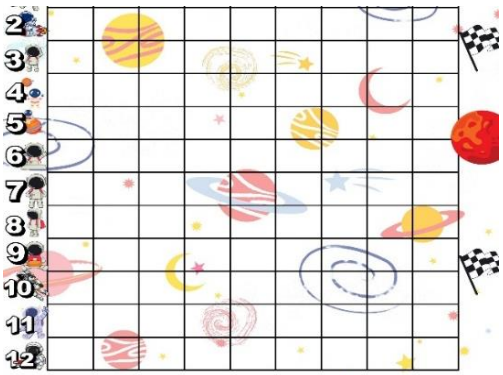
El objetivo de aprendizaje abordado corresponde al OA23 del currículo nacional, que propone: *"Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando software educativo"*. Esta experiencia se vincula directamente con el indicador que orienta a los estudiantes a enumerar los resultados posibles de lanzamientos de monedas o dados, y a realizar experimentos de manera reiterada para observar regularidades.

Actividad 1: La actividad consiste en formar grupos de 6 estudiantes, cada grupo debe escoger un secretario, el cual llevará el registro de los lanzamientos de los dados. A cada grupo se le repartirá un tablero, fichas y dos dados. Cada estudiante tendrá dos fichas con las cuales deberá jugar y escoger en el tablero dos números para cada una de sus fichas y ubicarlas en los números seleccionados. Cada integrante lanzará los dados una vez y debe

mover la ficha ubicada en la casilla. Luego tira los dados el compañero de la derecha. Gana la ficha que llegue primero a la meta.

Figura 1

Tablero de carrera espacial



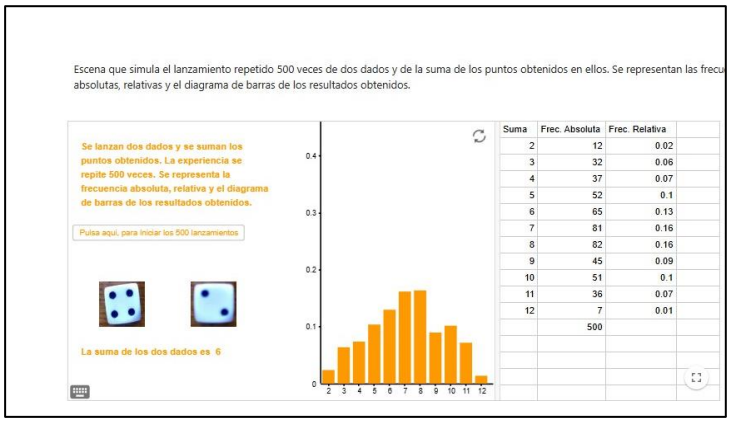
Antes de empezar juego los estudiantes responden algunas interrogantes: ¿Qué crees que sucede si lanzamos dos dados? ¿Cómo podríamos obtener diferentes resultados? ¿Qué números de astronauta pueden salir en este juego? ¿Podría haber un astronauta con el número 1 o con el número 13? ¿qué números pueden salir al sumar los dos dados? ¿Podemos saber qué número va salir? ¿Podemos saber qué astronauta va a ganar? ¿Qué astronauta elegirías para jugar? ¿Crees que tu astronauta tiene más posibilidades de ganar? ¿Por qué?. Estas preguntas ponen de manifiesto creencias sobre el azar: (Sesgo de equiprobabilidad: creer que en cualquier situación aleatoria todos los resultados tienen la misma posibilidad de suceder.)

Preguntas al final de la actividad 1: ¿Qué resultado se obtuvo con mayor frecuencia al lanzar los dados? ¿Qué astronauta avanzó más en los juegos? ¿Fueron siempre los mismos astronautas? ¿Tus predicciones iniciales están siendo acertadas? ¿Ganó el astronauta que pensabas que debía ganar? ¿Por qué piensas que sí o no? Con los resultados que tenemos, ¿Podemos afirmar que hay astronautas que tengan más posibilidades de ganar que otros?

Actividad 2: Uso de GeoGeobra. En los mismos grupos formados se entregará una tablet o computador con acceso a internet. Cada tablet estará lista con las actividades de GeoGebra. Deberán realizar dos actividades que consisten en realizar primero 150 y luego 300 lanzamientos de dados y analizar los resultados a partir de las preguntas mediadas por el docente.

Figura 2

Simulación en GeoGebra



RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN

Se observó que, al inicio de la actividad, la mayoría de los estudiantes seleccionaban sus números de forma intuitiva o por razones emocionales ("el número de la suerte", "el día de su cumpleaños"). Sin embargo, tras la implementación del juego y el trabajo con simuladores, cerca del 75%, de los estudiantes modificó su postura, correspondiente a 18 estudiantes de un espacio muestral de 24, identificando que ciertos resultados eran más frecuentes y que esto podría explicarse por el número de combinaciones posibles. Sin embargo, también se detectaron errores persistentes: un 20% (5 estudiantes de 24), seguía creyendo que "todos los resultados son igual de probables", incluso después de observar tendencias en gráficos de más de 500 lanzamientos. Finalmente, los estudiantes en todo momento mostraron alta motivación y compromiso con la tarea matemática. Tras la experiencia, reconocieron que ciertas fichas (como el 7) tenían más posibilidades de aparecer, vinculando la frecuencia experimental con el análisis de combinaciones. Se observaron mejoras en la argumentación matemática y en la disposición para discutir ideas en grupo.

CONCLUSIONES

Los resultados evidencian que la incorporación de juegos y herramientas digitales permite movilizar creencias intuitivas hacia comprensiones más fundamentadas, especialmente cuando se guía la reflexión con preguntas clave y se ofrecen instancias de comparación entre predicciones y resultados empíricos. Se recomienda para futuras clases: Aumentar el tiempo dedicado a la discusión grupal sobre las combinaciones posibles. Utilizar el gráfico del espacio muestral antes del juego como herramienta predictiva. Introducir actividades de codificación y conteo de combinaciones como base para la argumentación. La actividad “Carrera espacial” constituye un recurso didáctico valioso para abordar la probabilidad y fomentar el razonamiento basado en conjeturas en educación básica. El componente lúdico favorece la motivación y permite que los estudiantes construyan comprensión sobre la

distribución desigual de resultados al lanzar dos dados. Se recomienda su aplicación en diversos niveles y su integración con representaciones gráficas y tablas de frecuencias. Finalmente, este componente de investigación sugiere que un área interesante para futuros proyectos sería indagar cómo los estudiantes transfieren estos aprendizajes probabilísticos a otros contextos de juego o toma de decisiones.

Referencias

Batanero, C. (2005). Significado y comprensión de las ideas probabilísticas en la educación secundaria. *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 38*, 7–18.

Chamorro, M. C. (Ed.). (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Pearson Educación.

Díaz, C., & Batanero, C. (2009). Concepciones probabilísticas en estudiantes de educación primaria. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 71*, 43–56.

Godino, J. D., Batanero, C., & Cañizares, M. J. (1987). *Azar y probabilidad: Fundamentos para una didáctica*. Síntesis.

Ministerio de Educación. (2011). *Bases curriculares de matemática: 1.º a 6.º básico*. Unidad de Currículum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394_bases.pdf

ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA CRÍTICA: UNA EXPERIENCIA CON TAREAS DE ALTA DEMANDA COGNITIVA

Carolina Durán Sierra, Universidad San Sebastián, Santiago College

Leonardo Medel Contreras, Universidad San Sebastián

Abstract:

En un contexto marcado por la abundancia de datos, la alfabetización estadística es una competencia clave, entendida como la capacidad de interpretar representaciones visuales reconociendo tendencias, limitaciones e incertidumbre (Estrella, 2017). Sin embargo, la enseñanza tradicional, centrada en la memorización, mantiene dificultades conceptuales persistentes (Batanero et al., 1994), y muchos estudiantes se limitan a "leer los datos" sin avanzar a niveles más complejos (Curcio, 1987). Este estudio, enmarcado en el Modelo de Demanda Cognitiva (Stein et al., 2000) y la Instrucción Guiada Cognitivamente (Fennema et al., 1996), implementó con 28 estudiantes de Psicología del Programa del Diploma OBI una secuencia de actividades adaptadas de Pagano (2006). Los resultados muestran avances en el análisis crítico, identificación de sesgos y fortalecimiento del pensamiento colectivo. La experiencia se configura como un doble espacio de aprendizaje: promueve alfabetización estadística crítica en estudiantes y reflexión pedagógica en docentes.

Alfabetización estadística crítica, demanda cognitiva, interpretación de gráficos

ANTECEDENTES

En la sociedad actual, caracterizada por la abundancia de datos, la alfabetización estadística es una competencia esencial. Esta implica no solo leer tendencias en gráficos o tablas, sino también reconocer supuestos, limitaciones e incertidumbre en la inferencia estadística. Como señala Estrella (2017), alfabetizar estadísticamente supone desarrollar el razonamiento al interpretar representaciones visuales para comprender la variabilidad y el contexto de la información.

Este énfasis se conecta con el currículo chileno de matemáticas, organizado en torno a habilidades como resolver problemas, argumentar, modelar y representar (Unidad de Currículum y Evaluación UCE, 2024). Dichas habilidades se trabajan principalmente mediante tareas que movilizan el pensamiento y fomentan la construcción de conocimiento (Alsina et al., 2021, citado en UCE, 2023). En esta línea, Smith y Stein (1998) destacan que la selección de tareas de alta calidad constituye una decisión pedagógica clave, pues abre oportunidades de aprendizaje activo (Medel & Durán, 2024).

El Programa del Diploma de la Organización del Bachillerato Internacional (OBI), impartido en Chile en 33 colegios, demanda este tipo de alfabetización, incluso en asignaturas como

Índice

Psicología, donde la interpretación crítica de gráficos es central para un aprendizaje significativo (Skovsmose & Valero, 2005). Sin embargo, la enseñanza tradicional de la estadística, centrada en la memorización y el uso mecánico de algoritmos, limita el análisis a un nivel funcional y no supera las dificultades conceptuales persistentes (Batanero et al., 1994).

Como advierte Curcio (1987), muchos estudiantes se quedan en el nivel más básico de comprensión de gráficos ("leer los datos"), sin avanzar hacia niveles más complejos como comparar, relacionar o proyectar ("leer entre" y "leer más allá de los datos"). Desde el Modelo de Demanda Cognitiva (Stein et al., 2000) y la perspectiva de la instrucción guiada cognitivamente (Fennema et al., 1996), una buena tarea no solo apoya a los estudiantes en la construcción de significados, sino que también ofrece a los docentes instancias de reflexión sobre su práctica, formando espacios de aprendizaje compartido.

Ante esta situación, el propósito de esta experiencia fue diseñar e implementar tareas de alta demanda cognitiva que promuevan tanto el dominio conceptual como una alfabetización estadística crítica.

MARCO TEÓRICO

El Modelo de Demanda Cognitiva (Smith & Stein, 1998) plantea que una tarea matemática de calidad debe permitir comprender no solo el "cómo" de los procedimientos, sino también el "por qué" de los conceptos. El nivel de demanda se convierte así en un criterio clave para su diseño (Doyle, 1988).

Las tareas de alta demanda conectan procedimientos con conceptos y favorecen una disposición crítica frente al uso de la estadística: al problematizar datos y resultados, los estudiantes reconocen limitaciones, sesgos e implicancias éticas, avanzando hacia una alfabetización estadística crítica. En contraste, las de baja demanda suelen reducirse a la repetición mecánica de algoritmos, limitando el aprendizaje (Ni et al., 2017).

De forma complementaria, la instrucción guiada cognitivamente (Fennema et al., 1996) entiende las tareas como espacios de co-construcción del conocimiento: los estudiantes elaboran significados mientras el profesorado reflexiona y ajusta su práctica. Así, las tareas se convierten en escenarios de aprendizaje mutuo que fortalecen tanto la comprensión estudiantil como el desarrollo docente.

METODOLOGÍA

Se adoptó un diseño preexperimental, con un muestreo por conveniencia constituido por 28 estudiantes que cursaban la asignatura de Psicología (10° grado) de un colegio del programa del Diploma OBI, en Santiago de Chile, previa autorización de las autoridades del establecimiento.

EXPERIENCIA DE AULA

La tarea diseñada se orientó a favorecer una alfabetización crítica en estadística. Se implementó una sesión de dos horas pedagógicas, organizada en cuatro etapas, descritas a continuación.

Etapa 1: Activación de conocimientos previos y contextualización. Se inicia con una breve discusión sobre el rol de los gráficos y de la información estadística en la vida cotidiana y en disciplinas como la Psicología. A partir de preguntas abiertas, los estudiantes comparten experiencias de exposición a gráficos o noticias donde percibieron que la información podía ser engañosa. Esto activa la reflexión sobre la necesidad de evaluar críticamente la información antes de aceptarla como válida.

Etapa 2: Identificación de distorsiones en gráficos ("¿Cuál es la verdad?"). Se adaptó una actividad del Libro "Estadística para las ciencias del comportamiento" (Pagano, 2006), que presentan problemas de escala o de representación parcial, que inducen a interpretaciones erróneas. Luego d ser validada por dos jueces expertos en didáctica de la matemática y de estadística, se aplicó en grupos pequeños, identifican las distorsiones, discuten cómo podrían afectar la percepción de los resultados y proponen alternativas para representar los datos de manera más fiel.

Etapa 3: Análisis de evidencias y fuentes ("¿Dónde están los datos?"). Se presentan ejemplos de publicidades en revistas de temas psicológicos, con afirmaciones "de sentido común", pero sin evidencia científica que las respalde. Los estudiantes discuten, llegando a identificar la ausencia de datos reales, señalando la importancia de exigir evidencia empírica y reflexionando sobre el impacto de aceptar información carente de sustento. Esta actividad promueve la relación entre alfabetización estadística y alfabetización científica más amplia.

Etapa 4: Evaluación crítica de afirmaciones con sesgos encubiertos ("Métodos de adquisición de conocimiento"). Se trabaja con afirmaciones aparentemente plausibles, pero sustentadas en fuentes de dudosa calidad o con sesgos más difíciles de detectar que en la actividad anterior. Inicialmente, los estudiantes trabajan en grupos pequeños, lo que fomenta la confianza y la discusión abierta. Posteriormente, se reorganizan en grupos más grandes, integrando equipos con ideas y focos diferentes. Este cruce de perspectivas enriquece las discusiones, fortalece los argumentos y amplía el alcance del pensamiento crítico, ya que los estudiantes logran identificar problemas y sesgos que no habían advertido en la primera instancia.

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

Las observaciones preliminares muestran que la experiencia permitió fomentar habilidades de análisis críticas coherentes con el Modelo de Demanda Cognitiva: los estudiantes no se limitaron a repetir conceptos, sino que enfrentaron la necesidad de justificar sus juicios,

argumentar con evidencia y contrastar distintas perspectivas. La actividad con gráficos evidenció, por ejemplo, dificultades en distinguir cómo las escalas modifican la percepción de magnitudes.

En las etapas posteriores, la dinámica grupal tuvo un efecto relevante: mientras que en los grupos pequeños emergió la confianza para expresar ideas y cuestionamientos, la posterior conformación de grupos ampliados permitió que las discusiones se enriquecieran con perspectivas diversas. Este tránsito ayudó a visibilizar errores no detectados inicialmente, fortaleció la argumentación colectiva y favoreció un pensamiento crítico más profundo.

Finalmente, se observó que los estudiantes tendieron a aceptar de forma más rápida las afirmaciones de apariencia científica que las publicitarias, lo cual abre una línea de trabajo sobre la confianza en el formato académico. La discusión colectiva permitió problematizar esta tendencia y subrayar la importancia de establecer criterios sólidos para evaluar la calidad de las fuentes.

En conjunto, la experiencia sugiere que este tipo de tareas constituye un espacio doble de aprendizaje: los estudiantes desarrollan una alfabetización estadística crítica, aprendiendo a detectar sesgos y limitaciones en representaciones de datos y afirmaciones, mientras que los docentes adquieren insumos para reflexionar sobre cómo guiar este proceso, en consonancia con la perspectiva de la instrucción guiada cognitivamente.

En este sentido, la experiencia no solo contribuyó a la comprensión de conceptos estadísticos, sino que abrió un espacio para la promoción de una alfabetización crítica en estadística, orientada a que los estudiantes reconozcan cómo los números y su representación influyen en la percepción de fenómenos sociales y psicológicos. Se espera que este tipo de formación fortalezca su capacidad de cuestionar y problematizar datos que, en contextos reales, constituyan un aprendizaje significativo.

Si bien aún se evalúa el impacto a largo plazo, los resultados iniciales sugieren que esta experiencia constituye un enfoque prometedor. Al situar la enseñanza de la estadística en diálogo con problemas contextualizados más allá del aula, se amplía la alfabetización estadística hacia una perspectiva crítica y potencialmente transformadora.

Referencias

Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. R., & Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 25*(4), 527–547. https://doi.org/10.1080/0020739940250406

Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education, 18*(5), 382–393. https://doi.org/10.2307/749086

Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist, 23*(2), 167–180. https://doi.org/10.1207/s15326985ep2302_6

Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En A. Salcedo (Ed.), *Alternativas pedagógicas para la educación matemática del siglo XXI* (pp. 173–194). Universidad Central de Venezuela.

Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (1996). A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 403–434. https://doi.org/10.2307/749875

Medel, L., & Durán, C. (2024). Taller: Demanda cognitiva de tareas matemáticas. En *Actas de las XXVIII Jornadas Nacionales de Educación Matemática* (p. 671). SOCHIEM.

Ni, Y., Zhou, D.-H. R., Cai, J., Li, X., Li, Q., & Sun, I. X. (2018). Improving cognitive and affective learning outcomes of students through mathematics instructional tasks of high cognitive demand. *The Journal of Educational Research, 111*(6), 704–719. https://doi.org/10.1080/00220671.2017.1402748

Organización del Bachillerato Internacional. (2025a). *El IB por país o territorio: Chile*. https://www.ibo.org/es/about-the-ib/the-ib-by-country-and-territory/chile/

Organización del Bachillerato Internacional. (2025b). *Programa del Diploma: Guía de Psicología*. International Baccalaureate Organization.

Pagano, R. R. (2006). *Estadística para las ciencias del comportamiento* (8.ª ed.). Thomson.

Skovsmose, O., & Valero, P. (2005). Mathematics education and social justice. *Utbildning & Demokrati, 14*(2), 57–71.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(5), 344–350.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press.

Unidad de Currículum y Evaluación. (2023). *Orientaciones didácticas: Matemática*. Ministerio de Educación de Chile. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-334707_recurso_pdf.pdf

Unidad de Currículum y Evaluación. (2024). *Eje Matemáticas: Habilidades*. Ministerio de Educación de Chile.

Índice

DEL PAPEL AL CÓDIGO: FORMANDO CIUDADANOS CRÍTICOS MEDIANTE LA ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA CON PYTHON

Paulo Alexander Galleguillos Catalán, Universidad Central de Chile

Kevin Patricio Troncoso Donoso, Universidad Central de Chile

Abstract:

La presente experiencia de aula, desarrollada en el electivo de estadística y probabilidad con estudiantes de tercero y cuarto medio en un colegio particular de la comuna de Colina, surge para abordar una doble problemática fundamental, la constante dificultad de los estudiantes para vincular la naturaleza de las variables estadísticas con su correcta representación gráfica, y la vital necesidad de entregar herramientas que fomenten las habilidades de alfabetización digital pertinentes para el siglo XXI.

Frente a estos desafíos, se diseñó un proyecto que trasciende el uso de software tradicional, introduciendo a los estudiantes en el análisis de datos a través del lenguaje de programación Python en la plataforma Google Colab. Este proyecto tuvo dos objetivos, primeramente, consolidar la comprensión conceptual de los tipos de variables, y además desarrollar competencias para que los estudiantes pudieran programar distintas representaciones gráficas atingente a las características de los datos, como histogramas, gráficos de barra y box-plot. Al codificar sus propios gráficos, se promovió un entendimiento más profundo de la naturaleza de los datos.

Durante este proyecto, los estudiantes trabajaron en equipos para poder limpiar, analizar y visualizar un conjunto de datos acotado, culminando en una presentación que interpretaban sus hallazgos. Posterior al proyecto se puede evidenciar una habilidad de parte de los estudiantes para justificar la elección de un gráfico según el tipo de variable al utilizar herramientas de programación profesionales. Esta experiencia sugiere que la integración del pensamiento computacional es una vía efectiva para un aprendizaje más profundo y crítico de la estadística.

Pensamiento computacional, alfabetización digital, visualización de datos, lenguaje de programación Python

INTRODUCCIÓN

Hoy en día la sociedad se caracteriza por su flujo constante de información, la capacidad de interpretar datos de manera crítica se ha vuelto una competencia fundamental de la ciudadanía. La alfabetización de datos ya no es una habilidad secundaria, sino que un pilar para la toma de decisiones informadas y el ejercicio de una ciudadanía reflexiva, tal como lo demandan las habilidades del siglo XXI (Carretero, 2021). En esta línea, la educación

Índice

matemática, y en específico la estadística, asume un rol de responsabilidad para abordar este desafío, pudiendo entregar herramientas que son tanto conceptualmente consistentes como tecnológicamente pertinentes.

La presente experiencia se llevó a cabo en un curso de 28 estudiantes de la profundización de estadística y probabilidades de un tercero y cuarto medio. Una evaluación diagnóstica reveló que, si bien el interés por la asignatura era alto, los conocimientos conceptuales de base eran mínimos. Esta brecha se atribuye en gran medida a que sus primeros encuentros formales con la estadística realizados en los niveles de séptimo y octavo básico, ocurrieron durante el proceso de la pandemia. Dicha situación afectó la profundidad de la cobertura curricular y consolidación de los aprendizajes fundamentales, por lo que un enfoque tradicional y puramente teórico resultaba insuficiente y poco motivador.

La propuesta se basó en el programa de estudio de Probabilidades y Estadísticas Descriptiva e Inferencial (Mineduc, 2020), con un enfoque de impulsar el uso de las tecnologías de manera responsable, ética e informada. Tomando esto como base y aprovechando los conocimientos previos del estudiantado adquiridos en la asignatura de tecnología sobre codificación en C++ en proyectos de innovación realizados con Arduino, se diseñó un proyecto que integra el pensamiento computacional. La metodología evoluciona desde esa base hacia el análisis de datos mediante el uso del lenguaje de programación en Python en la plataforma Google Colab.

DESARROLLO

Dado el avance de las tecnologías, se espera que los estudiantes egresados del sistema educativo dominen las habilidades digitales descritas por Carretero (2021) para el Banco Interamericano de Desarrollo. Por esto, la propuesta de este trabajo tiene por objetivo que los estudiantes aprendan a modelar, analizar e interpretar datos, enfocándose en sus medidas de posición y en la construcción de gráficos mediante herramientas tecnológicas. De esta manera, se promueve el pensamiento computacional y la ciudadanía digital.

Esta propuesta toma como punto de partida las experiencias previas de los estudiantes, quienes ya han desarrollado habilidades de digitalización e innovación programando en C++ para proyectos ambientales. A partir de esta base, se busca potenciar dicho conocimiento conectándolo directamente con las matemáticas. Esta integración responde a la necesidad de desarrollar las habilidades digitales y la ciudadanía digital en un contexto disciplinar claro, tal como lo establece el Programa de Estudio de probabilidades y estadística descriptiva e inferencial de 3° o 4° medio (Mineduc, 2020). Esta integración se fundamenta en la transformación que las computadoras han generado en la enseñanza de la estadística, tal como lo describe Batanero (2001). La autora señala que la tecnología ha provocado “un cambio en los contenidos, presentándose mayor importancia a los aspectos interpretativos y

conceptuales y menor a los procedimentales y algoritmos de cálculo" (Batanero, 2001). Siguiendo esta línea, la presente experiencia de aula busca evolucionar desde la habilidad de programar (adquirida en C++) hacia el uso de la programación como una herramienta para el pensamiento estadístico. Al utilizar Python para automatizar los cálculos y la creación de gráficos, se libera tiempo significativo del trabajo procedimental. Este tiempo, como afirma Batanero (2001), permite a los estudiantes "explorar todos los aspectos de los procesos estadísticos... desde la recolección y el manejo de datos, la simulación y el análisis, para interpretar y comunicar los resultados". De esta manera, la tecnología se convierte en el vehículo para desarrollar la habilidad de argumentar con base en evidencia estadística.

Esta integración se fundamenta en la transformación que las computadoras han generado en la enseñanza de la estadística, tal como lo describe Batanero (2001). La autora señala que la tecnología ha provocado "un cambio en los contenidos, presentándose mayor importancia a los aspectos interpretativos y conceptuales y menor a los procedimentales y algoritmos de cálculo".

Siguiendo esta línea, la presente experiencia de aula busca evolucionar desde la habilidad de programar (adquirida en C++) hacia el uso de la programación como una herramienta para el pensamiento estadístico. Al utilizar Python para automatizar los cálculos y la creación de gráficos, se libera tiempo significativo del trabajo procedimental. Este tiempo, como afirma Batanero, permite a los estudiantes "explorar todos los aspectos de los procesos estadísticos... desde la recolección y el manejo de datos, la simulación y el análisis, para interpretar y comunicar los resultados". De esta manera, la tecnología se convierte en el vehículo para desarrollar la habilidad de argumentar con base en evidencia estadística.

El propósito formativo de este electivo se centra en el razonamiento estadístico y la toma de decisiones bajo incertidumbre, fomentando el trabajo colaborativo en entornos virtuales y el desarrollo de habilidades tecnológicas. Esta búsqueda de un aprendizaje significativo responde directamente a los lineamientos que establece el Mineduc en las Orientaciones Didácticas de las Matemáticas (Mineduc, 2023). La propuesta se alinea con dos principios didácticos clave de dichas orientaciones. Primero, la profesionalidad docente, que se ejerce al tomar decisiones pedagógicas que vinculan el contenido con las herramientas digitales específicas de esta intervención. Segundo, un enfoque contextualizado, que justifica la decisión de invertir el orden de las unidades del programa de estudio. Esta adaptación se hizo para enriquecer la propuesta, conectándose tanto con el proyecto educativo del establecimiento como con los aprendizajes previos de los alumnos. De este modo, se evidencia una flexibilidad curricular (Mineduc, 2023) que utiliza el conocimiento anterior de los estudiantes como un andamiaje, facilitando el proceso de enseñanza y promoviendo su responsabilidad hacia las habilidades digitales.

La experiencia de aula fue diseñada como una secuencia didáctica de tres fases, implementada con 28 estudiantes del electivo de Probabilidad, Estadística e Inferencia. El propósito central fue impulsar la transición desde la comprensión conceptual de la estadística descriptiva hacia la aplicación práctica de estas ideas mediante la programación. El objetivo final es generar en el estudiante habilidades para desenvolverse como un analista de datos, capaz de aplicar el pensamiento computacional para fundamentar sus decisiones en evidencia estadística.

El sistema de evaluación fue mixto, combinando instancias formativas y sumativas. Como estrategia formativa, se utilizó la autoevaluación guiada por rúbrica para promover la autorreflexión y la autonomía (Olave & Orrego, 2025). Paralelamente, la evaluación procesual se centró en la revisión de un "cuaderno digital", utilizando una rúbrica que medía el trabajo en equipo, la pertinencia del análisis, la selección de gráficos y el uso ético de las herramientas (Mineduc, 2020). Finalmente, un instrumento sumativo evaluó no solo la creación de gráficos en Python, sino también la interpretación de estos y la comunicación efectiva de las conclusiones.

La primera fase de la metodología se basó en asegurar una base conceptual sólida y abordar las brechas de aprendizaje detectadas. Se trabajaron los fundamentos teóricos de la estadística descriptiva: medidas de posición, clasificación de variables, tipos de representaciones gráficas y los criterios para la toma de decisiones sobre su uso adecuado. Esta fase culminó con una síntesis y una evaluación formativa para monitorear el logro conceptual antes de introducir las herramientas digitales. En la segunda fase, una vez consolidados los conocimientos estadísticos, se introdujo el lenguaje de programación Python. La apropiación de esta habilidad se gestionó mediante un "cuaderno virtual", que permitió monitorear el trabajo y entregar retroalimentación en directo. La transición fue paulatina, comenzando con la creación de variables, bucles y el uso de librerías para generar tablas de frecuencia. Dado que los estudiantes ya poseían la base estadística, el foco no estuvo en la simple ejecución de código, sino en el análisis y la comparación de las representaciones digitales con las creadas manualmente. Esta fase concluyó con una evaluación acumulativa donde los estudiantes aplicaron sus nuevas habilidades de programación para analizar diferentes bases de datos. La fase final consistió en un proyecto de síntesis, donde los estudiantes vinculan los aprendizajes con sus intereses particulares. El indicador de logro central fue la resolución de problemas mediante el análisis gráfico de datos cuantitativos y sus medidas de posición. Para ello, los estudiantes implementaron sus habilidades en Python para procesar un conjunto de datos y modelar los gráficos más apropiados según el contexto de su investigación.

CONCLUSIÓN:

Esta experiencia didáctica demuestra que es posible integrar el pensamiento computacional en la enseñanza de la estadística, logrando que los estudiantes no solo adquieran

conocimientos curriculares, sino que a su vez desarrollen habilidades para el siglo XXI. Como resultado final no fue solo la ejecución técnica de un código, aparte de consolidar a los estudiantes como analista de datos, capaces de justificar sus decisiones metodológicas y comunicar sus conclusiones de manera efectiva con sus pares.

Este enfoque se sustenta en distintas decisiones pedagógicas respaldadas por las orientaciones entregadas por el Mineduc, tales como los programas de estudio y las orientaciones didácticas abordando la flexibilidad curricular para la toma de decisiones asertivas en el proceso de enseñanza-aprendizaje vinculando el contenido teórico con los quehaceres prácticos de esta intervención. Asimismo, la metodología secuencial se concentra como un facilitador para la implementación de una secuencia didáctica asegurando que la introducción al lenguaje de Python no fuera una barrera sino una herramienta de profundización y aplicación del propio conocimiento teórico estadístico generado previamente.

Las evaluaciones aplicadas, tanto formativas como sumativas, confirmaron los fundamentos teóricos de esta propuesta. En línea con Batanero (2001), al reducir el trabajo procedimental de cálculo mediante Python, el énfasis evaluativo se desplazó de lo algorítmico a lo conceptual. Se pudo observar que los estudiantes desarrollaron un análisis estadístico crítico, tomando decisiones asertivas sobre el método gráfico a utilizar. Paralelo a esto, el uso de rúbrica para la autoevaluación, como sugiere Olave y Orrego (2025), fomenta la autorreflexión y la autonomía, permitiendo a los estudiantes vincular sus propios intereses con una capacidad de argumentar fundamentada en datos.

En síntesis, esta propuesta responde a la necesidad actual de formar ciudadanos digitalmente competentes. Durante la aplicación de esta experiencia se ha apreciado el uso de habilidades para tomar decisiones fundamentadas en evidencia y una comprensión crítica del entorno digital, aplicando el pensamiento computacional como una herramienta clave para el análisis y la argumentación.

Referencias

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/didacticaestadistica.pdf

Carretero Gómez, S. (2021). *Skills for life: Digital skills*. Banco Interamericano de Desarrollo. https://doi.org/10.18235/0003122

Ministerio de Educación. (2020). *Programa de estudio: Probabilidades y estadística descriptiva e inferencial*. Unidad de Currículum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/sites/default/files/newtenberg/614/articles-140145_programa_feb_2021_final_s_disegno.pdf

Ministerio de Educación. (2023). *Orientaciones didácticas: Matemática*. Unidad de Currículum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-334707_recurso_pdf.pdf

Olave Astorga, J. M., & Orrego Martínez, R. I. (2025). Estrategias de evaluación formativa de profesores de enseñanza básica y media: Decisiones para mejorar la enseñanza y el aprendizaje. *Páginas de Educación, 18*(1), e4452. https://doi.org/10.22235/pe.v18i1.4452

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO EN FUTUROS DOCENTES DE MATEMÁTICA MEDIADO POR HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

Javiera Herrera Pérez, Universidad Central de Chile

Nicolás Sánchez Acevedo, Universidad Central de Chile

Abstract:

Esta experiencia de aula describe una intervención didáctica implementada con siete futuros docentes de matemática, cuyo objetivo fue desarrollar el pensamiento estadístico a través del ciclo investigativo PPDAC. La actividad consistió en que los estudiantes, organizados en tres grupos, analizaran una base de datos de su interés utilizando RStudio y contando con el apoyo de herramientas de Inteligencia Artificial (IA) para la redacción y exploración. Los resultados mostraron que los participantes lograron formular preguntas investigables, manipular datos y generar análisis descriptivos. Sin embargo, se identificaron desafíos, como la omisión del "Plan" metodológico en sus informes y la aparición de imprecisiones conceptuales derivadas del uso de IA. La experiencia confirma la viabilidad del PPDAC para promover un enfoque investigativo en estadística, junto con destacar la necesidad de una guía explícita en el uso crítico de la tecnología y en la comunicación integral de todas las fases del ciclo, no solo de los resultados.

Pensamiento estadístico, formación de docentes de matemática, ciclo PPDAC, herramientas tecnológicas

INTRODUCCIÓN

La actualidad está marcada por la circulación de información y el acceso a datos, lo que configura el pensamiento estadístico como una competencia básica para desenvolvernos en el mundo actual (Bargagliotti et al., 2020). En este sentido, Schoen et al. (2025) mencionan que este tipo de habilidades también se requieren en la fuerza laboral y la economía global, ya que demandan personas capaces de analizar datos y con pensamiento crítico. Sin embargo, investigaciones han evidenciado que, en algunos cursos universitarios de estadística para futuros profesores de matemáticas, el aprendizaje se centrada en la transmisión expositiva de contenidos, predominando fórmulas y algoritmos, sin incorporar metodologías activas (Lovett & Lee, 2017). Esto plantea la necesidad que la educación estadística tenga lineamientos claros para el desafío de preparar a los estudiantes, no solo para ejecutar procedimientos, sino también para dar sentido a los datos en escenarios reales.

Para superar esto, las directrices para la evaluación y la enseñanza de la enseñanza de la estadística II (GAISE II) (Bargagliotti et al., 2020) recomiendan promover el pensamiento estadístico mediante experiencias activas que involucren la formulación de preguntas, el

Índice

análisis de datos reales y la comunicación de hallazgos. Además, Cujba y Pifarré (2024) destacan que implementar métodos innovadores, como la resolución de problemas cercanos a los estudiantes y el uso de tecnologías interactivas, mejora la actitud hacia la estadística.

La presente experiencia de aula buscó desarrollar competencias de análisis crítico de datos, investigación en fuentes confiables y comunicación visual de resultados, contribuyendo así a una formación estadística más integral y significativa. En esta línea, el ciclo investigativo Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusión (PPDAC, Wild & Pfannkuch, 1999) permitió organizar las etapas de un problema estadístico integrando indagación, contexto y tecnología.

MARCO TEÓRICO

El ciclo de investigación PPDAC (Wild & Pfannkuch, 1999) constituye un referente para promover el pensamiento en estadística, y que ha sido considera como marco para su enseñanza. Además, permite vincularla con la resolución de problemas en contexto. Este ciclo (PPDAC), al articular cinco fases dinámicas e iterativas, logra integrar dimensiones del pensamiento estadístico como la transnumeración —la transformación de datos en diferentes representaciones numéricas o gráficas, la variabilidad y la generación de inferencias (Watson et al., 2018; Makar & Rubin, 2018). En el contexto del ciclo investigativo, operacionalmente, la fase de *Problema* requiere formular preguntas de naturaleza estadística e investigable. La *Plan* implica diseñar una estrategia que considere la relación entre población y muestra. Los *Datos* y su posterior *Análisis*, mediante representaciones numéricas y gráficas permiten explorar y dar sentido a la información. Finalmente, las *Conclusiones* permiten responder la pregunta inicial, integrar contexto y comunicar resultados de manera crítica.

Este enfoque, otorga un marco que permite guiar la enseñanza universitaria de la estadística y resulta pertinente para la formación docente, considerando la estructura de pensamiento, pues queda posicionada como una herramienta para comprender fenómenos reales y sustentar la toma de decisiones (Batanero & Borovcnik, 2016), preparando a los futuros profesores para aplicar estas competencias en sus aulas.

DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO

La intervención se implementó con siete docentes en formación (DF) que cursaban la asignatura de *Estadística Descriptiva* en la carrera de Pedagogía en Matemática y Estadística de una universidad chilena, organizados en tres grupos. Cada uno seleccionó y analizó una base de datos (BBDD) de la plataforma web Kaggle según sus intereses: el primer grupo escogió calidad de granos de cacao (grupo “Cacao”), el segundo, canciones útiles para hacer RCP (grupo “RCP”) y el tercero, popularidad de animes (grupo “Anime”), para luego sintetizar la información en una infografía.

El proceso se organizó en cinco sesiones de trabajo que integraron herramientas de inteligencia artificial (IA) como apoyo para la redacción formal, la búsqueda de

investigaciones previas y la interpretación preliminar de datos. La planificación de la experiencia comenzaba con una introducción en el uso de RStudio y sus funciones estadísticas. Luego, la definición de temáticas, identificación de la BBDD a utilizar y formulación de una problematización inicial. En la tercera sesión, se utilizaría RStudio para analizar datos, crear gráficos y obtener estadísticos de resumen. En la cuarta, debían comenzar la elaboración de la infografía a partir de los resultados obtenidos y responder a la pregunta inicial. Finalmente, en la última sesión, los DF debían concluir la infografía y realizar la presentación al resto de la clase.

RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN

A continuación, se presentan los principales hallazgos del estudio, organizados según las fases del ciclo investigativo PPDAC que sirvió como estructura para la actividad. En cuanto a la *problematización*, solo dos de los tres grupos alcanzaron un nivel adecuado proponiendo preguntas estadísticamente investigables, tales como: *¿Dónde se cultivan los mejores granos de cacao?* y *¿Cuántas canciones más reproducidas sirven para hacer RCP?* En contraste, el tercero no avanzó hacia la formulación de una pregunta estadística, limitándose a describir el estado actual de su temática, el anime, sin establecer un problema investigable ni un propósito analítico claro.

Por otro lado, se observó una omisión en todos los equipos dentro de la infografía sobre el *Plan*. A pesar de que los lineamientos instruían explicar la BBDD y las variables en la presentación oral, ningún grupo incorporó de manera visible en sus infografías elementos tales como: la fuente de los datos (Kaggle), la naturaleza de conjunto (población o muestra), las variables seleccionadas, o la gestión de los datos. Esta elección resultó en productos finales que presentaron hallazgos gráficos y descriptivos, pero que opacaron la estrategia (Plan) que hizo posible dicho análisis, priorizando el qué sobre el cómo.

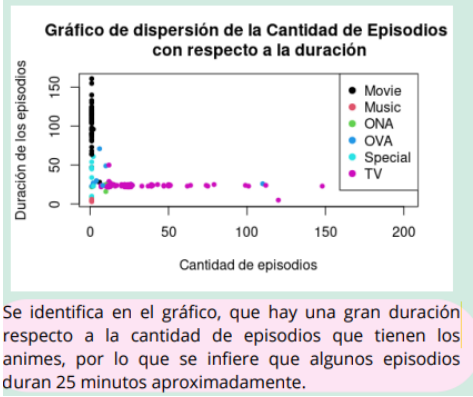
El proceso de trabajo evidenció el uso de pensamiento estadístico en la fase de preparación de *datos*, ya que dos grupos realizaron transformaciones en sus BBDD para adecuarlas al análisis: el equipo de anime creó una nueva variable categórica (Género Principal) a partir de una lista de géneros usando chatGPT, mientras que el de RCP transformó una variable numérica (BPM) en una categórica (rangos de 100-120 BPM) para facilitar la comparación de características musicales con la de todas las canciones mediante Rstudio. Estas decisiones, aunque no fueron comunicadas en la infografía, fueron importantes para la obtención de sus resultados y demuestran una comprensión práctica del ciclo de investigación.

En la fase de *análisis*, los grupos demostraron dominio de las técnicas descriptivas vistas en el curso, calculando medidas resumen y generando, en su mayoría, visualizaciones adecuadas (93% del total de gráficos y tablas). No obstante, en dos de ellos se observó que la interpretación de los resultados suele limitarse a una lectura literal de los valores, sin avanzar

hacia una descripción que integrara de manera crítica los datos obtenidos con la problemática. Además, se evidenció interpretaciones confusas, como la del equipo de anime que mencionó que "infiere" información, cuando solo observa la duración de los episodios (Figura 1). Asimismo, surgieron imprecisiones conceptuales, como el uso del término significativo, por el grupo Cacao, cuyo origen reconocieron en redacciones generadas por IA.

Figura 1

Gráfico e interpretación de grupo animé



Se identifica en el gráfico, que hay una gran duración respecto a la cantidad de episodios que tienen los animes, por lo que se infiere que algunos episodios duran 25 minutos aproximadamente.

Si bien el curso se centra en la descripción de datos, los DF que trabajaron el tema de RCP y cacao fueron capaces de articular una respuesta basada en la evidencia numérica y gráfica generada, cerrando así el ciclo de investigación de manera coherente, incluso sin realizar generalizaciones inferenciales.

CONCLUSIÓN

La experiencia permitió avanzar hacia una enseñanza de la estadística basada en la investigación, tal como recomiendan algunos autores (Bargagliotti et al., 2020; Cobb, 2015; Cujba y Pifarré, 2024), al integrar indagación, contexto y tecnología mediante el ciclo PPDAC (Wild & Pfannkuch, 1999). Esto favoreció el desarrollo del pensamiento estadístico de los DF, quienes mostraron capacidad para manipular datos, transformar variables y generar análisis descriptivos, superando así el enfoque solamente expositivo y algorítmico que mencionaban Lovett y Lee (2017) en su investigación. Sin embargo, la aplicación de la intervención reveló desafíos pedagógicos, como la subestimación del tiempo requerido (que exigió dos sesiones adicionales, una para RStudio y otra para la infografía) evidenciando la necesidad de planificar con mayor flexibilidad y considerar la trayectoria académica de los DF. Asimismo, el uso de IA emergió como una herramienta ambivalente: aunque facilitó la redacción y exploración inicial, también introdujo imprecisiones conceptuales, como afirmar que hallazgos eran "significativos" sin conocer los test de hipótesis, lo que alerta sobre el uso crítico y guiado de la IA. Finalmente, la omisión recurrente del *plan* y el procesamiento de los *datos* en las infografías sugiere que, para futuras réplicas, es clave enfatizar

explícitamente en la comunicación integral de todas las fases del ciclo investigativo, no solo sus resultados numéricos, con el propósito de consolidar una comprensión auténtica del quehacer estadístico en futuros docentes de matemática.

Referencias

Bargagliotti, A. E., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez, L., Roy, S., Thamotharan, J., & Bargagliotti, L. A. (2020). *Pre-K–12 guidelines for assessment and instruction in statistics education II (GAISE II): A framework for statistics and data science education*. American Statistical Association & National Council of Teachers of Mathematics.

Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Sense Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8

Cobb, G. W. (2015). Mere renovation is too little too late: We need to rethink our undergraduate curriculum from the ground up. *The American Statistician, 69*(4), 266–282. https://doi.org/10.1080/00031305.2015.1093025

Cujba, A., & Pifarré, M. (2024). Mejorando las actitudes de los estudiantes hacia la estadística mediante un aprendizaje innovador, colaborativo y basado en proyectos, potenciado por la tecnología y basado en datos. *Humanities and Social Sciences Communications, 11*, 1094. https://doi.org/10.1057/s41599-024-02784-1

Lovett, J. N., & Lee, H. S. (2017). New standards require teaching more statistics: Are preservice secondary mathematics teachers ready? *Journal of Teacher Education, 68*(3), 299–311. https://doi.org/10.1177/0022487117697918

Makar, K., & Rubin, A. (2018). Learning about statistical inference. En D. Ben-Zvi, K. Makar, & J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 261–294). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_8

Schoen, R. C., Rhoads, C., Perez, A., Jacobbe, T., & Li, L. (2025). Improving the teaching and learning of statistics. *Learning and Instruction, 95*, 102018. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2024.102018

Watson, J., Fitzallen, N., Fielding-Wells, J., & Madden, S. (2018). The practice of statistics. En D. Ben-Zvi, K. Makar, & J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 105–137). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_4

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67*(3), 223–248. https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x

Índice

REFLEXIONES DE UNA INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA EN MATEMÁTICA DESDE LA TEORÍA DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA

Gerardo Andrés Urra Barra, Universidad San Sebastián

Erich Leighton Vallejos, Universidad San Sebastián

Viviane Beatriz Hummes, Universidade Federal de Santa Catarina

Abstract:

La formación inicial de profesores de matemáticas enfrenta el desafío de articular el dominio disciplinar con la capacidad de generar experiencias de aprendizaje significativas. En el contexto chileno y latinoamericano, se han identificado limitaciones en la integración entre conocimiento matemático, didáctico y reflexivo, lo que demanda marcos teóricos que orienten la práctica docente. El Enfoque Ontosemiótico (EOS) y, particularmente, la Teoría de la Idoneidad Didáctica (TID), ofrecen criterios sólidos para analizar la calidad de la enseñanza a partir de dimensiones epistémicas, cognitivas, afectivas, interaccionales, mediacionales y ecológicas. Este estudio de caso explora cómo un futuro profesor de matemáticas, en el marco de su práctica profesional, reflexiona y mejora su enseñanza en geometría mediante la incorporación de la TID y la metodología Lesson Study. La propuesta incluyó la planificación colaborativa, la implementación de una clase registrada en video y un proceso de evaluación basado en rúbricas y retroalimentación de expertos. Los resultados evidencian fortalezas en motivación estudiantil y manejo de la clase, junto con áreas de mejora en la problematización y autonomía del alumnado. Se concluye que la sinergia entre Lesson Study y la TID potencia la reflexión crítica, la autorregulación docente y la innovación en programas de formación inicial.

Formación inicial docente, enfoque ontosemiótico, idoneidad didáctica, lesson study, educación Matemática

INTRODUCCIÓN

En contextos como el chileno y, en general, el latinoamericano, diversas investigaciones han señalado que los programas de preparación docente presentan debilidades en el desarrollo de competencias profesionales que integren, de manera equilibrada, el saber matemático, el conocimiento didáctico y la reflexión sobre la práctica (Navarrete-Cazales, 2023). Estas tensiones han puesto en evidencia la necesidad de contar con marcos teóricos y metodológicos que permitan analizar, orientar y mejorar los procesos de enseñanza en la formación de futuros profesores de matemáticas.

La experiencia que aquí se reporta corresponde a un estudio de caso desarrollado durante un curso de práctica profesional de un programa de formación pedagógica en matemática, en el

Índice

que se exploró cómo la incorporación de la Teoría de la Idoneidad Didáctica (TID), favorece la reflexión de un futuro profesor de matemáticas sobre su propia enseñanza. Esta experiencia permitió abrir un espacio de investigación y aprendizaje profesional en el aula, orientado a fortalecer las competencias pedagógicas del futuro docente y a generar condiciones para una enseñanza más consciente y reflexiva.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

En el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS), la idoneidad didáctica se entiende como el grado en que un proceso de enseñanza cumple ciertas condiciones que lo hacen aceptable y valioso desde distintas perspectivas: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica (Godino, 2024). La potencia de esta teoría se ha evidenciado en múltiples investigaciones que la han utilizado como marco de referencia para analizar prácticas docentes y diseñar instrumentos de evaluación. Por ejemplo, Figueroa y Malet (2024) emplearon la TID para construir y validar rúbricas destinadas a valorar la idoneidad didáctica en la formación inicial de profesores de matemáticas, contribuyendo tanto la reflexión como la mejora de la práctica. De manera similar, Hummes y Leighton (2025) utilizaron la TID para analizar simulaciones de clases sobre el teorema de Pitágoras en la formación de profesores, posibilitando una reflexión profunda sobre las decisiones didácticas y favorece que los docentes en formación desarrollen una visión más crítica y fundamentada de su práctica.

Por otra parte, el Lesson Study, surgido en Japón y posteriormente extendido a diversos países, se ha consolidado como un modelo de formación profesional colaborativa basado en ciclos iterativos de trabajo (Dudley, 2015). Dichos ciclos comprenden la identificación de una dificultad de aprendizaje, la planificación conjunta de una lección, su implementación en el aula con observación de pares y la reflexión posterior sobre los resultados (Richit et al., 2024).

En este panorama, la articulación entre la estrategia Lesson Study y la TID constituye una propuesta potente para favorecer tanto la mejora de la práctica pedagógica como el desarrollo profesional docente. Ambas herramientas, al complementarse, ofrecen un marco estructurado que impulsa la reflexión crítica y la mejora sistemática de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Hummes et al., 2022).

DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

La presente experiencia corresponde a un estudio de caso desarrollado durante el proceso de práctica profesional de un estudiante de un programa de formación pedagógica en matemática. Su propósito fue explorar cómo los procesos de reflexión estructurada, apoyados en la TID, contribuyen a mejorar las prácticas de enseñanza de un futuro profesor de matemáticas en el eje de geometría.

El trabajo se enmarcó en la implementación de la metodología Lesson Study y se inició con la planificación colaborativa de una clase de 45 minutos, en la cual el docente en formación diseñó una propuesta didáctica que integraba objetivos de aprendizaje, secuencia de tareas, recursos y anticipación de posibles dificultades de los estudiantes usando como base un formato de planificación. Dicho plan fue revisado por un docente especialista de la asignatura, con el fin de asegurar su coherencia con los criterios curriculares y con los lineamientos definidos para la implementación de intervenciones prácticas en el proceso de formación docente.

La implementación de la clase se llevó a cabo con un grupo de estudiantes de enseñanza media del sistema escolar chileno y cuyo futuro profesor tenía a cargo en su proceso de pasantía de práctica, los cuales asistieron al campus de la Universidad formadora. Toda la sesión fue registrada en video, lo que permitió obtener un insumo detallado para analizar interacciones, estrategias pedagógicas y uso de recursos durante el desarrollo de la actividad.

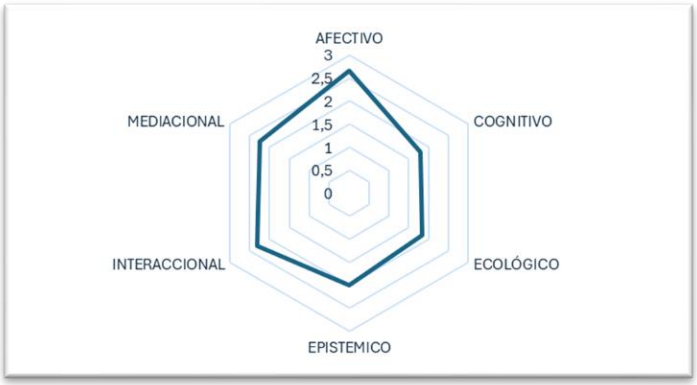
Posteriormente, se desarrolló un proceso de análisis y reflexión sustentado en dos fuentes principales: (1) la rúbrica de evaluación la intervención, basada en las ideas de idoneidad didáctica elaboradas por Figueroa y Malet (2024), aplicada tanto por el propio participante como por evaluadores externos; y (2) la evaluación de expertos, quienes entregaron retroalimentación cualitativa y cuantitativa sobre la experiencia. La triangulación de estas evidencias favoreció una reflexión profunda y sistemática, orientada a identificar fortalezas, reconocer áreas de mejora y proyectar acciones concretas para el perfeccionamiento de la práctica docente.

RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN

La Figura 1, muestra la valoración cuantitativa promedio (1 a 3 puntos) obtenida por el docente en formación para cada Criterio de Idoneidad Didáctica (CID) analizado.

Figura 1

Valoración CID Docente en Formación



Índice

Tal como se muestra en la Figura 1, las principales oportunidades de mejora en el desempeño del docente en formación se concentran en las facetas epistémica, cognitiva y ecológica. En particular, se observan brechas en el diseño de situaciones de problematización, en la promoción de definiciones y argumentaciones construidas por los propios estudiantes, así como en la planificación de actividades destinadas a la activación de conocimientos previos y al refuerzo o ampliación de los aprendizajes. Por otra parte, las facetas que presentaron un mejor despliegue fueron aquellas asociadas a la promoción de actividades que fomenten el interés, motivación y participación por parte de los estudiantes, junto con un reconocimiento de la utilidad social y contextual de la matemática. Asimismo, se evidenció un buen manejo docente en la presentación de la clase y en la inclusión grupal, favoreciendo consensos y resolución de conflictos; sin embargo, el diálogo matemático entre estudiantes fue escaso y la autonomía se situó en niveles medios, mostrando dependencia de la guía docente.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en este estudio de caso evidencian que la incorporación de la TID en procesos de práctica profesional ofrece un marco sólido para el análisis reflexivo de la enseñanza de la matemática. En particular, los CID permiten no solo valorar la coherencia epistémica de los contenidos, sino también atender a dimensiones cognitivas, afectivas, interaccionales y mediacionales que enriquecen la comprensión de la práctica docente en formación (Figueroa & Malet, 2024). La aplicación de rúbricas derivadas del EOS posibilitó que el futuro profesor reconociera fortalezas y debilidades en su desempeño, promoviendo así un proceso de autorregulación y mejora continua fundamentado en evidencia.

Finalmente, la articulación entre metodologías como el Lesson Study y la TID constituye un camino fértil para la innovación en programas de práctica pedagógica, al situar al docente en formación en un rol de investigador de su propia práctica (Font et al., 2023). Esto abre la posibilidad de avanzar hacia un modelo de práctica reflexiva donde la evaluación, tanto interna como externa, se convierte en una herramienta de aprendizaje profesional y no únicamente de control.

Índice

Referencias

Dudley, P. (2015). *Lesson study: Professional learning for our time*. Routledge.

Figueroa, M. V., & Malet, O. (2024). Construcción y validación de rúbricas para valorar la idoneidad didáctica en la formación inicial de profesores de matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 27*(1), 27–51. https://doi.org/10.12802/relime.24.2712

Font, V., Calle, E., & Breda, A. (2023). Uso de los criterios de idoneidad didáctica y la metodología Lesson Study en la formación del profesorado de matemáticas en España y Ecuador. *Paradigma, 44*(2), 376–397. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p376-397.id1424

Godino, J. D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática: Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. Editorial Aula Magna.

Hummes, V., Breda, A., & Font, V. (2022). El desarrollo de la reflexión sobre la práctica en la formación de profesores de matemáticas: Una mirada desde el Lesson Study y los criterios de idoneidad didáctica. En J. G. Lugo-Armenta, L. R. Pino-Fan, M. Pochulu, & W. F. Castro (Eds.), *Enfoque onto-semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos: Investigaciones y desarrollos en América Latina* (pp. 221–241). Universidad de Los Lagos.

Hummes, V. B., & Leighton, E. (2025). Reflexão sobre a prática na formação de professores: Análises de simulações de aula do Teorema de Pitágoras com Critérios de Adequação Didática. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 15*(1), 1–20. https://doi.org/10.37001/ripem.v15i1.4247

Navarrete-Cazales, Z. (2024). Modelos y programas de formación de profesores en Chile y México. *Revista Española de Educación Comparada, 44*, 165–183. https://doi.org/10.5944/reec.44.2024.37891

Richit, A., Ponte, J. P., & Tomkelski, M. L. (2024). Professional collaboration among elementary school teachers in Lesson Study. *REDIMAT: Journal of Research in Mathematics Education, 13*(2), 111–131. https://doi.org/10.17583/redimat.14337

MATEMÁTICAS PARA LA REINSERCIÓN SOCIAL: UNA EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE-SERVICIO

Ricardo Morales, Universidad Católica Silva Henríquez

Alexandra Callahan, Universidad Católica Silva Henríquez

Tamara Del Valle Contreras, Universidad Católica Silva Henríquez

Abstract:

La interacción temprana con el aula durante la formación de un docente es crucial para identificar prácticas pedagógicas que fomenten un aprendizaje profundo. Es fundamental que las primeras experiencias se lleven a cabo en entornos educativos que promuevan la reflexión crítica sobre la propia práctica. Dicha reflexión se profundiza aún más al interactuar con comunidades diversas, lo que permite a los futuros docentes contextualizar y enriquecer su visión sobre la realidad educativa. En este contexto, la metodología de Aprendizaje-Servicio se presenta como una estrategia efectiva para cultivar esta reflexión.

La presente contribución muestra una experiencia de aula con un grupo de futuros docentes de Pedagogía en Matemáticas, quienes realizaron su práctica inicial en una fundación dedicada a personas en situación de calle y se vieron impulsados a diseñar situaciones de aprendizaje orientadas a la reinserción social. El trabajo expone las reflexiones generadas a partir de esta experiencia.

Aprendizaje-Servicio, reflexión docente, formación docente

EL APRENDIZAJE-SERVICIO EN LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE

El Aprendizaje-Servicio se ha enfocado en una herramienta transformadora, que busque satisfacer una necesidad basada en la justicia social, de manera que el docente planifica el conocimiento de acuerdo con las necesidades de la comunidad, de manera que se ven beneficiados en la medida que van aprendiendo (Batlle, 2020). Investigaciones como Mayor Paredes (2017), Molina y Valero (2019), Bringle et al. (2022) y Sarraute (2023) enfatizan en esta concepción y desarrollan el Aprendizaje-Servicio como una herramienta para la justicia social.

Según Arambúruzabala y Opazo (2015) el aprendizaje-Servicio es una práctica pedagógica que combina objetivos de aprendizaje y de servicio a la comunidad, con la intención de mejorar la realidad de a quién se le brinda este servicio. Por lo tanto, el Aprendizaje-Servicio requiere de una planificación y elaboración de un objetivo de aprendizaje, y esto se logra dividiendo la práctica en 3 etapas: Preparación, Realización y Evaluación. Con respecto a la Preparación, el docente establece el proyecto a través del esboce de ideas considerando factores contextualizados y previamente identificados, como las cualidades generales del grupo, las necesidades a trabajar o los tipos de materiales con los que se cuenta. Para la Realización, se pone en marcha el proyecto construido. Y, por último, en la Evaluación se

Índice

realiza una reflexión basada en los resultados de los futuros docentes y en el proceso de aprendizaje.

La literatura sobre Aprendizaje-Servicio ha establecido tres principios clave que definen este tipo de proyecto, todos ellos orientados al desarrollo de un aprendizaje significativo (Opazo, et al., 2019). Estos son: el rol protagónico del futuro docente en su propio proceso de aprendizaje, la intencionalidad de solucionar un problema real de la comunidad y la articulación del proyecto con los contenidos y competencias curriculares.

La actividad curricular titulada Práctica Inicial de la carrera de Pedagogía en Matemáticas de la Universidad Católica Silva Henríquez, se encuentra inmersa en una metodología de Aprendizaje-Servicio. Lo anterior, dispuso a orientar a los futuros docentes de manera auténtica y en colaboración con diversos educadores en servicio, a través del diseño e implementación de un proyecto que recoge las necesidades de una comunidad y desarrolla experiencias de aprendizaje para la reflexión pedagógica. Estas evidencias son recogidas y evaluadas a través de un portafolio de desempeño que permite observar la gestión, el diseño de las tareas y el proceso reflexivo antes, durante y después de haber vivido la experiencia.

El objetivo de esta Práctica Inicial es integrar lo disciplinar, lo didáctico y lo social, ofreciendo un escenario de aprendizaje situado en el contexto educativo que, con foco en la reflexión de la propia práctica, permita a los futuros docentes desplegar y vivenciar prácticas pedagógicas esenciales. De este modo, la reflexión se enfoca en las decisiones del futuro docente y su quehacer pedagógico, con el fin de que sean capaces de construir y planificar un proyecto que ofrezca un servicio a la comunidad basado en la justicia social y no en la caridad.

DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA

La Práctica Inicial se realizó en una fundación que acoge a personas en situación de calle, acompañando su proceso en busca de una reinserción social. Para la reflexión con dicha experiencia, se utilizó el modelo de reflexión colaborativa de la Universidad Católica Silva Henríquez (DICE, 2024). Este modelo integra tres niveles de reflexión (personal, grupal e intergrupal) en tres ciclos temporales: antes, durante y después de la implementación. En paralelo, dentro de la planificación, se llevó a cabo un proceso de preparación, otro de implementación y de evaluación del proceso.

Preparación.

Durante esta etapa, los futuros docentes diseñaron instrumentos para recolectar información de la comunidad, tales como: documentos con datos públicos sobre la fundación, para estar al tanto de la historia y desarrollo de la comunidad; entrevistas a los cuidadores de los residentes/estudiantes, con el objetivo de conocer las necesidades y condiciones de estos mismos; y entrevistas a los residentes/estudiantes para incluir sus intereses en las futuras instancias de aprendizaje.

Con la información recopilada los futuros docentes se organizaron en tres grupos, quienes construyeron actividades que vincularon de manera significativa la vida de los residentes/estudiantes y su participación en talleres de matemática.

Se identificó en los residentes/estudiantes un marcado interés por el arte, la expresión visual y trabajos manuales. En respuesta, se levantó un taller titulado "Artes en las Matemáticas", el cual tuvo como propósito vincular las matemáticas con manifestaciones artísticas de la vida cotidiana. Asimismo, del interés manifestado por los residentes en la historia y considerando su necesidad del desarrollo cognitivo, se diseñó un taller titulado "Historia de las Matemáticas" para abordar la alfabetización matemática desde una perspectiva histórica. Su propósito fue introducir conceptos elementales de la disciplina mediante la exploración de los orígenes de las matemáticas en la sociedad, enfatizando la construcción del concepto de número y de conjunto. Por último, dado que una parte considerable de los residentes presenta diagnósticos de diabetes, se elaboró un taller titulado "Matemáticas para el cuidado y la salud" orientado a generar conciencia sobre el consumo de azúcar y su impacto en la salud para una toma de decisiones informada, fortaleciendo la alfabetización matemática.

Implementación.

Taller Arte en las Matemáticas: La propuesta inició con la enseñanza de transformaciones isométricas como recurso para reconocer patrones y estructuras, con las que, posteriormente, los residentes/estudiantes realizaron composiciones artísticas con papel lustre en las que aplicaron estos conceptos, integrando figuras geométricas básicas para armar teselaciones y mosaicos.

Taller Historia de las Matemáticas: La propuesta inició con relatos sobre los inicios de las matemáticas, continuó con la representación de conjuntos a través de rectas numéricas y avanzó hacia el refuerzo de operaciones básicas y proporciones, siempre en vinculación con situaciones cotidianas y recursos de visualización.

Taller Matemáticas para el Cuidado y la Salud: Para iniciar se abordó el concepto de proporción en situaciones alimenticias cotidianas, estableciendo también un puente con la medición de medicamentos. Luego, se realizaron actividades prácticas de revisión de etiquetas nutricionales, complementadas con representaciones concretas de la cantidad de azúcar en distintos productos.

Figura 1

Implementación de talleres en la fundación



Evaluación del Proceso.

La evaluación atendió la reflexión de cuatro ejes temáticos: el desafío social, la comunidad, el trabajo en equipo y el proceso educativo (ver Figura 2). Las instancias de reflexión buscaron diseñar situaciones de aprendizaje que se centraran en los residentes/estudiantes, tomando en cuenta no solo sus intereses, sino especialmente sus necesidades. Así, los objetivos pedagógicos se tuvieron que contextualizar a partir de la realidad concreta de la comunidad.

En la evaluación de los talleres, los futuros docentes valoraron dos aspectos clave: la anticipación de errores y la integración de las matemáticas con la realidad del residente/estudiante. La anticipación de errores se reforzó a lo largo de la práctica, tanto en el plano teórico como en el práctico, mediante una evaluación y reflexión constante del proceso. Además, se destacó la importancia de vincular las matemáticas con otras disciplinas, como el arte, la historia y la salud, para lograr una comprensión más significativa y contextualizada en los residentes/estudiantes.

Figura 2

Secuencia de reflexión colaborativa antes, durante y después de la intervención.



Índice

REFLEXIONES FINALES

Esta experiencia permitió que los futuros docentes reconocieran procesos esenciales para el desarrollo de prácticas pedagógicas situadas y reflexivas. En este contexto, el Aprendizaje-Servicio se destaca como una estrategia efectiva para cultivar la reflexión crítica sobre la propia práctica, ya que fomenta el aprendizaje profundo a través de la interacción temprana con el aula y diversas comunidades. Esta metodología permite a los futuros docentes contextualizar y enriquecer su visión de las realidades educativas, lo que les permite gestionar su práctica pedagógica con herramientas pertinentes a las necesidades de la comunidad. De esta forma, los futuros docentes se enfocan en las decisiones de su quehacer pedagógico, con el fin de que sean capaces de construir un proyecto que ofrezca un servicio a la comunidad basado en la justicia social y no en la caridad.

Referencias

Aramburuzabala, P., & Opazo, H. (Eds.). (2015). *El aprendizaje-servicio en las universidades: De la iniciativa individual al apoyo institucional*. Universidad Nacional de Educación a Distancia.

Batlle, R. (2020). *Aprendizaje-servicio: Compromiso social en acción*. Santillana.

Bringle, R. G., Santos-Rego, M. A., & Regueiro, B. (2022). Service-learning and social justice: An approach for teacher education. *Journal of Higher Education, 41*(3), 45–60.

DICE. (2024). *Modelo de reflexión colaborativa del proceso de desarrollo de la metodología de aprendizaje-servicio en la Universidad Católica Silva Henríquez* [Material de curso]. Universidad Católica Silva Henríquez.

Mayor Paredes, D. (2017). Aprendizaje-servicio: Una práctica educativa que favorece la participación fuerte de los menores en la construcción de las ciudades. *Educación y Ciudad, 33*, 171–184. https://doi.org/10.36737/01230425.v0.n33.2017.1651

Molina, E., & Valero, J. (2019). El aprendizaje-servicio en la formación de maestros: Una experiencia de innovación educativa con enfoque de justicia social. *Revista Iberoamericana de Educación Superior, 10*(28), 127–143. https://doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2019.28.431

Opazo, H., Aramburuzabala, P., & McIlrath, L. (2019). Aprendizaje-servicio para el desarrollo de competencias transversales. En E. M. Lera, L. A. Echeverría, & D. V. M. Fernández (Eds.), *Formación en competencias transversales en la universidad* (pp. 55–70). Síntesis.

Sarraute, M. M. (2023). El aprendizaje-servicio transformador: Pertinencia social de la universidad. En J. G. Naranjo & M. A. Varas (Eds.), *El compromiso social de la universidad: Reflexiones sobre la educación y la sociedad* (pp. 56–78). Editorial FESA. https://doi.org/10.22201/fesa.9786073083812e.2023

MEJORANDO LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA INFERENCIA A TRAVÉS DEL ESTUDIO DE CLASE

Alessandro Roco, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Fernanda Freite, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Benjamín Calderón, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Brahíam Ramírez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Soledad Estrella, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Raimundo Olfos, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

Se presenta una experiencia de implementar Estudio de Clase y el Aprendizaje-Servicio en una asignatura universitaria de Didáctica de la probabilidad e inferencia, con el propósito de fortalecer el desarrollo profesional de futuros profesores de matemática mediante metodologías colaborativas e innovadoras que les permitieran anticipar dificultades de enseñanza, diseñar propuestas contextualizadas y reflexionar sobre el aprendizaje de los estudiantes. En este contexto, 19 futuros profesores de matemática, que cursaban simultáneamente su práctica profesional intermedia en establecimientos escolares de Valparaíso y Viña del Mar, diseñaron propuestas de enseñanza en colaboración con sus centros de práctica, que actuaron como socios comunitarios. Las propuestas respondieron a necesidades educativas reales de los establecimientos, lo que permitió vincular la formación inicial docente con problemáticas concretas del contexto escolar. Como resultado, se elaboraron planes de clase refinados y contextualizados, además de un material recopilatorio con planificaciones, registros de implementación y reflexiones pedagógicas, puesto a disposición de los colegios como recurso de apoyo. La experiencia evidenció el potencial del Estudio de Clase y el Aprendizaje-Servicio para fortalecer tanto la formación profesional de los futuros profesores de matemáticas como el aprendizaje situado en la comunidad escolar, aportando evidencias transferibles a otros contextos educativos similares.

Estudio de clase, aprendizaje-servicio, formación docente, práctica profesional, didáctica de la probabilidad e inferencia

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la probabilidad y la inferencia estadística ha tenido un rol protagónico en la formación de los ciudadanos del siglo XXI, pues resulta clave para el razonamiento crítico, la comprensión de fenómenos sociales y la toma de decisiones fundamentadas (Batanero y Borovcnik, 2016; Engel et al., 2021). Los futuros profesores requieren un dominio disciplinar y un conocimiento didáctico especializado que les permita guiar a sus estudiantes en el desarrollo del pensamiento estadístico (Salcedo y Díaz-Levicoy, 2022). Sin embargo,

Índice

investigaciones evidencian que persisten dificultades en la enseñanza de estos contenidos, lo que demanda explorar nuevas estrategias formativas (López-Martín et al., 2019; Rodríguez-Alveal y Díaz-Levicoy, 2020).

Una estrategia de desarrollo profesional para responder ante dificultades en la preparación de experiencias de aprendizajes significativas puede ser el Estudio de Clase (EC) que posibilita a los futuros profesores anticipar obstáculos, explorar diversas estrategias de resolución y reflexionar sobre el desarrollo del pensamiento estadístico de sus estudiantes (Isoda & Olfos, 2009). Paralelamente, el aprendizaje-servicio (AS) constituye una metodología que integra el currículum con las necesidades de la comunidad, situando el trabajo estadístico en contextos auténticos, vinculando los contenidos de la asignatura con problemas reales de las comunidades escolares, lo que enriquece la comprensión conceptual y potencia la motivación de los Futuros Profesores de Matemática (FPM) (Cortés, 2020).

Así, el EC y el AS constituyen vías complementarias que pueden enriquecer la formación docente, al integrar la investigación de aula con experiencias de compromiso social y vincular la enseñanza a contextos escolares concretos. Por lo que se propuso que 19 FPM implementaran estas metodologías, articulándolas con su práctica profesional intermedia desarrollada en establecimientos educacionales de las comunas de Valparaíso y Viña del Mar. Los centros de práctica asociados actuaron como socios comunitarios, siendo esta vinculación la que permite responder a necesidades educativas reales de los centros de práctica, al mismo tiempo que busca fortalecer la formación profesional de los futuros docentes mediante la aplicación situada de estrategias pedagógicas innovadoras.

ELEMENTOS TEÓRICOS

El EC constituye una modalidad de desarrollo profesional docente centrada en planificación colaborativa, implementación y análisis de clases, siendo un proceso iterativo de mejoramiento. Su propósito es mejorar continuamente la enseñanza mediante la reflexión conjunta y la construcción colectiva de conocimiento pedagógico (Isoda & Olfos, 2009). Mientras que el AS se entiende como una metodología que integra simultáneamente el aprendizaje académico y la acción solidaria en beneficio de la comunidad. Desde esta perspectiva, el AS permite que los estudiantes desarrollen competencias, valores y actitudes ciudadanas a partir de experiencias significativas situadas en contextos reales, fortaleciendo el vínculo entre escuela y comunidad, y dotando de mayor sentido y aplicabilidad a los contenidos curriculares (Tapia, 2000). De manera complementaria, los Planes de Clase (PC) constituyen un recurso que concreta la planificación colaborativa del EC y las experiencias significativas del AS, siendo a la vez un insumo para el análisis y la mejora continua de la enseñanza.

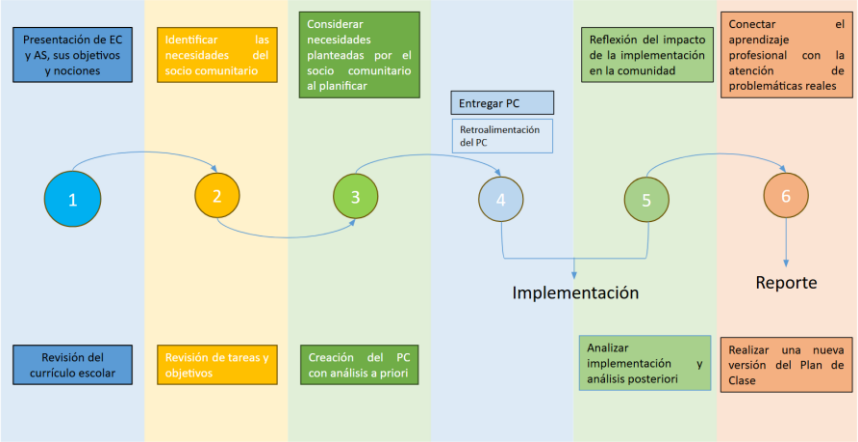
DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

Cada sesión del EC fue enriquecida con la reflexión y la vinculación comunitaria propia del AS, lo que permitió avanzar de manera articulada desde la identificación de necesidades hasta la implementación, análisis y reflexión de los PC. La Figura 1 muestra esquemáticamente las

etapas de la propuesta, integrando el modelo adaptado de EC de 6 sesiones (Ramírez & Estrella, 2024) en la parte inferior, con principios de AS en la parte superior.

Figura 1

Modelo de Estudio de Clase de seis sesiones con Aprendizaje y Servicio



Fuente. Adaptación a partir de Ramírez y Estrella (2024)

RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN

Los 19 FPM siguieron la organización planteada en la descripción de la propuesta, apoyados por tres ayudantes y los dos profesores de la asignatura —autores de este escrito—. En la primera sesión, se introdujeron a los FPM las nociones y objetivos del EC y del AS, asegurando que comprendieran sus propósitos y alcances. En la sesión dos se hizo revisión de los objetivos curriculares y se analizaron tareas asociadas al nivel educativo en el cual se implementará el PC. Posteriormente, los FPM establecieron el contacto inicial con los centros de práctica, quienes actuaron como socios comunitarios, identificaron conjuntamente las necesidades educativas específicas a las que responderían las propuestas de PC.

La tercera sesión consistió en el diseño de los PC centrado en la inferencia —ya sea formal o informal— considerando los contextos y características de cada centro de práctica, además de la necesidad planteada por el socio comunitario. Se promovió la reflexión constante sobre las decisiones pedagógicas, la selección de estrategias de enseñanza y la adecuación de los contenidos a las necesidades detectadas, incorporando retroalimentación de sus pares y de los socios comunitarios.

En la cuarta sesión, los FPM hicieron entrega de su PC (versión 1), utilizando un esquema de planificación clase a clase entregado por el curso que contempla seis momentos: Introducción al tema, puesta en juego de conocimientos previos, planteamiento del problema, solucionando el problema, compartir la ideas y sintetizar las ideas. La planificación fue

evaluada y calificada por los profesores de la asignatura, para luego implementarlo en los centros de práctica.

Posteriormente, en la quinta sesión, se analizaron los registros (notas de campo, fotografías y producciones de los estudiantes) de las clases implementadas por los FPM, la interacción de los estudiantes con los contenidos y se buscó reflexionar sobre la efectividad de las estrategias utilizadas, además del impacto en la comunidad. En la sexta sesión se realizaron ajustes y mejoras a las planificaciones, lo que permitió conectar el aprendizaje profesional con la atención a problemáticas reales de la comunidad educativa.

Finalmente, los productos de esta experiencia, incluyendo planificaciones, necesidades planteadas por el socio comunitario, registros de implementación y análisis reflexivos, fueron incluidos en un material recopilatorio, el cual quedó a disposición de los centros de práctica, constituyéndose como un recurso de apoyo para futuras planificaciones y como evidencia del impacto de la experiencia en la formación profesional de los futuros docentes.

CONCLUSIÓN

Conectar las metodologías de EC con AS permitió que los FPM construyan planificaciones contextualizadas a las necesidades de su establecimiento, contemplando diversas estrategias de resolución al momento de diseñar el PC, anticiparon dificultades y favoreció la reflexión sobre el desarrollo del pensamiento inferencial en sus estudiantes, además de que puedan reconocer la relevancia e impacto del aprendizaje de los estudiantes, fortaleciendo la comprensión y permitiendo que el aprendizaje de una parte de la comunidad se ponga al servicio de toda esta. El EC y AS hacen una excelente combinación al priorizar la reflexión del proceso y estar enfocado en el socio comunitario, atendiendo en las planificaciones de clases una problemática del entorno.

Agradecimientos

Fondo Red de Docentes: Línea Responsabilidad Social en Clave de Aprendizaje Servicio, Grupo Estudio de Clase [GEC PUCV], ANID/Exploración 13240075, ANID Becas/Doctorado Nacional 21241378

Referencias

Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Sense Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8

Cortés Seitza, T. (2020). Impacto de la metodología de aprendizaje-servicio del programa de grado de capacitación de profesores de inglés extranjero para estudiantes chilenos desfavorecidos. *Estudios Pedagógicos, 46*(3), 93–109. https://doi.org/10.4067/S0718-07052020000300093

Engel, J., Ridgway, J., & Weber Stein, F. (2021). Educación estadística, democracia y empoderamiento de los ciudadanos. *Paradigma, 41*(e1), 01–31. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p01-31.id1016

Isoda, M., & Olfos, R. (2009). *El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases*. Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Índice

López-Martín, M. M., Batanero, C., & Gea, M. M. (2019). ¿Conocen los futuros profesores los errores de sus estudiantes en la inferencia estadística? *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 33*(64), 672–693. https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a11

Ramírez, B., & Estrella, S. (2024). Percepciones sobre la efectividad del Estudio de Clase en formación inicial docente. *Zetetike, 32*(00), e0240010. https://doi.org/10.20396/zet.v32i00.8676661

Rodríguez-Alveal, F., & Díaz-Levicoy, D. (2021). Análisis de resultados de futuros profesores de matemática en los contenidos estadísticos y probabilísticos de la evaluación nacional diagnóstica. *Paradigma, 41*(e1), 142–164. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p142-164.id1021

Salcedo, A., & Díaz-Levicoy, D. (2022). *La formación del profesorado que enseña estadística: Una meta, diversos caminos*. En A. Salcedo & D. Díaz-Levicoy (Eds.), *Formación del profesorado para enseñar estadística: Retos y oportunidades* (pp. 3–20). Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística, Universidad Católica del Maule.

Tapia, M. N. (2000). *La solidaridad como pedagogía*. Ciudad Nueva.

ARTE, GEOMETRÍA Y ENFOQUE DE DERECHOS: UNA EXPERIENCIA EN EL NIVEL MEDIO DE UNA ESCUELA DE LENGUAJE

Leidy Bautista, Universidad Santo Tomás

Michael Pérez, Universidad de Chile

Liliana Vasallo, Universidad Santo Tomás

Nicole Campos, Escuela de Lenguaje las Pepas

Abstract:

Esta experiencia de aula se desarrolla con niños y niñas de 3 a 4 años de una escuela de lenguaje chilena, con el propósito de integrar la apreciación artística, la exploración geométrica y el enfoque de derechos en la educación parvularia. Surge como alternativa frente a prácticas fragmentadas que reducen la geometría en edades tempranas a una práctica reproductiva de nombres, y el arte a actividades libres sin propósito pedagógico. Inspirada en la obra de Federica Matta, la propuesta articula observación, interpretación y producción artística mediante estampado, collage y creación de títulos colectivos, favoreciendo la comunicación, la expresión emocional y el uso creativo de formas y colores. Los resultados preliminares muestran que los niños identifican y nombran figuras geométricas en las obras, amplían su vocabulario y expresan emociones en producciones colectivas. Se concluye que el arte constituye un espacio privilegiado para fortalecer pensamiento geométrico, expresión cultural y derechos en la primera infancia.

Arte, geometría, educación parvularia, enfoque de derechos

INTRODUCCIÓN

La experiencia de aula surge en un nivel medio mayor de educación parvularia, con niños y niñas de 3 a 4 años de una escuela de lenguaje chilena, donde se observa la necesidad de superar prácticas fragmentadas que reducen la matemática a tareas aisladas —como el conteo, la clasificación o el reconocimiento de figuras— y que relegan el arte a espacios libres sin propósito pedagógico definido. Este escenario evidencia la urgencia de promover prácticas integrales que consideren las distintas dimensiones del desarrollo infantil, articulando aspectos cognitivos, expresivos, sociales y emocionales, y que al mismo tiempo respondan a los intereses y formas de expresión de las niños y niñas.

La experiencia propone situar el arte y la geometría como lenguajes complementarios para favorecer aprendizajes significativos y culturalmente situados. Se concibe que la observación, la interpretación y la producción artística son instancias que no solo enriquecen el pensamiento geométrico y el vocabulario matemático, sino que también potencian la

Índice

expresión de emociones, la comunicación y la participación activa de los párvulos desde un enfoque de derechos.

Finalmente, se trata de un trabajo conjunto entre académicos y educadoras del sistema escolar, que establece una práctica de colaboración y codiseño, contribuyendo al desarrollo profesional docente en áreas clave de la profesión y fortaleciendo la articulación entre investigación y práctica pedagógica.

ELEMENTOS TEÓRICO-CONCEPTUALES

La experiencia se sustenta en el enfoque de las trayectorias de aprendizaje del pensamiento geométrico (Clements & Sarama, 2014), que plantea que el desarrollo del pensamiento geométrico en la infancia no ocurre de manera lineal ni homogénea, sino a través de progresiones que se consolidan en contextos culturalmente significativos. En este marco, se reconoce que los niños avanzan desde un reconocimiento intuitivo de formas hasta una comprensión más compleja de sus propiedades, siempre que se les brinden oportunidades de exploración, manipulación y representación en situaciones auténticas.

Desde la perspectiva del arte como medio de expresión (Edo, 2008), el trabajo con obras y producciones artísticas constituye un lenguaje privilegiado que conecta lo cognitivo, lo estético y lo emocional. La apreciación de obras permite identificar elementos visuales —formas, colores, líneas, texturas— mientras que la producción artística favorece la expresión de vivencias y emociones. En este sentido, el arte se concibe como un espacio interdisciplinar donde convergen la exploración geométrica, la comunicación simbólica y la construcción de significados compartidos.

El enfoque de derechos (Convención de 1989; Ley 20.911; BCEP 2018) aporta la mirada de los niños y niñas como sujetos activos de participación y decisión. Esto implica que la experiencia pedagógica debe garantizar instancias donde sus voces sean escuchadas y valoradas, fortaleciendo la autonomía y el respeto por la diversidad de expresiones.

Finalmente, el enfoque sociocultural del aprendizaje (Vigotsky, 1979; Rogoff, 1993) entiende que el aprendizaje se construye en la interacción con otros, a través de la mediación del adulto y la participación guiada en prácticas culturales. En esta experiencia, la educadora cumple un rol clave como mediadora que no solo facilita el acceso a herramientas cognitivas y estéticas, sino que también valida las interpretaciones infantiles y potencia el diálogo colectivo. De esta forma, arte, geometría y derechos se integran en un marco teórico que reconoce la riqueza de la infancia como espacio de construcción cultural, expresiva y matemática.

DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

La propuesta se organiza en una secuencia didáctica inspirada en la obra de la artista francesa de origen chileno Federica Matta quien concibe *el arte como posibilidad creativa para todas las personas y el arte como memoria colectiva*, y en los planteamientos de Edo (2008), quien destaca la importancia de articular la observación, la interpretación y la producción artística como fases complementarias para enriquecer el aprendizaje infantil.

En la fase de observación, los niños y niñas se aproximan a reproducciones de obras seleccionadas, identificando formas geométricas, colores y líneas presentes en las composiciones. La interpretación se potencia a través del diálogo colectivo, en el cual los párvulos expresan qué sienten o piensan frente a las obras, construyendo títulos colectivos que integran tanto percepciones estéticas como emociones y relatos personales. Finalmente, en la producción artística, se desarrollan actividades de estampado, collage y murales colectivos, donde los niños recrean y transforman elementos visuales a partir de sus propias experiencias y de las figuras geométricas exploradas.

La mediación pedagógica es clave: la educadora guía la observación, facilita la interpretación respetando turnos y voces, e impulsa la producción como un espacio de expresión libre, pero con intencionalidad educativa. De este modo, se potencia simultáneamente el reconocimiento geométrico, la comunicación, la creatividad y la participación democrática en el aula.

RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN

Los resultados preliminares muestran que la secuencia de actividades generó un impacto positivo tanto en el plano matemático como en el expresivo y participativo. En primer lugar, los niños y niñas ampliaron su repertorio de vocabulario geométrico, incorporando palabras como “círculo”, “triángulo”, “recta” y “curva” en sus descripciones de obras y producciones. Este lenguaje no se limitó a nombrar formas, sino que se utilizó en relatos más complejos, donde se integraban emociones y narraciones personales, por ejemplo, acerca de lo que interpretaban en las distintas obras estudiadas.

En las producciones plásticas se observó un uso recurrente y creativo de formas geométricas, combinando círculos, triángulos y líneas en composiciones colectivas que evidencian la capacidad de integrar lo aprendido en un producto artístico. Los registros de diálogo reflejaron un ejercicio de construcción conjunta de significados, donde la creación de títulos colectivos mostró la habilidad de escuchar, negociar y consensuar ideas entre pares. Asimismo, emergieron expresiones de emociones vinculadas a los colores y las formas, lo que sugiere que el arte funcionó como un mediador privilegiado para conectar lo geométrico con lo afectivo.

Estos hallazgos permiten vislumbrar que la propuesta no solo favoreció el reconocimiento y uso de conceptos geométricos, sino que también fortaleció competencias comunicativas,

sociales y ciudadanas, en línea con el enfoque de derechos y la participación activa de las niñas y niños.

CONCLUSIONES

La experiencia evidencia que integrar arte, geometría y enfoque de derechos en la educación parvularia genera aprendizajes más integrales, equitativos y culturalmente significativos. Los niños y niñas no solo reconocieron y nombraron formas geométricas, sino que también lograron vincularlas con emociones, relatos y producciones colectivas, mostrando que el pensamiento matemático temprano puede fortalecerse cuando se articula con lenguajes expresivos y estéticos.

Al desarrollar esta propuesta se pudo observar que el arte se consolidó como un medio privilegiado para el desarrollo del pensamiento geométrico, ya que situó las nociones matemáticas en contextos vivenciales, cercanos y culturalmente relevantes. La propuesta permitió superar la lógica de actividades fragmentadas, reemplazándola por una experiencia interdisciplinaria que potencia tanto la creatividad como la comprensión conceptual.

De igual manera, se constató la importancia de la mediación docente intencionada, basada en la escucha activa, la validación de las voces infantiles y la facilitación de instancias de diálogo y negociación de significados. Esto contribuye no solo al aprendizaje matemático, sino también al desarrollo de habilidades ciudadanas y comunicativas desde edades tempranas.

Finalmente, el trabajo refuerza la necesidad de promover espacios de colaboración entre académicos y educadores del sistema escolar, donde el codiseño de experiencias innovadoras se convierta en una práctica de desarrollo profesional continuo (Alsina, Pincheira & Delgado-rebolledo, 2023). Este tipo de iniciativas contribuye a fortalecer la identidad docente, a enriquecer la enseñanza de las matemáticas en la primera infancia y a avanzar hacia una educación que articule saberes, emociones y derechos, en coherencia con los desafíos contemporáneos de la educación parvularia.

Referencias

Alsina, Á., Pincheira, N., & Delgado-Rebolledo, R. (2023). Transformando el conocimiento para enseñar matemáticas de docentes en formación de educación infantil a través del diseño de tareas. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, *37*(98), 73–94. https://doi.org/10.47553/rifop.v98i37.2.99241

Clements, D., & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach* (2nd ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780415828505

Convención sobre los Derechos del Niño. (1989). *Convención sobre los derechos del niño. Oficina del Alto Comisionado de las Naciones Unidas para los Derechos Humanos*. https://www.ohchr.org/es/instruments-mechanisms/instruments/convention-rights-child

Índice

Edo, M. (2008). Arte y matemáticas en la educación infantil: Una experiencia interdisciplinar. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *47*, 37–53.

Ley 20.911. (2016). *Ministerio de Educación de Chile. Biblioteca del Congreso Nacional*. https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1088963

Matta, F. (2013). *El viaje de los mundos imaginarios en 31 días*. Aún Creemos en los Sueños.

Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: Cognitive development in social context*. Oxford University Press. https://doi.org/10.1093/oso/9780195059731.001.0001

MINEDUC. (2018). *Bases curriculares de la educación parvularia*. https://parvularia.mineduc.cl/wpcontent/uploads/2019/09/Bases_Curriculares_Ed_Parvularia_2018-1.pdf

Vigotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Crítica.

FAVORECIENDO EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO A TRAVÉS DE UNA ACTIVIDAD PEDAGÓGICA ADAPTADA AL TEA

Catalina Denisse Lagos Sanhueza, Universidad Católica de Temuco

Camila Beatriz Morales Rojas, Universidad Católica de Temuco

Aylen Trangol Pailahueque, Universidad Católica de Temuco

Abstract:

El aprendizaje de las matemáticas en educación media representa un desafío para estudiantes con Trastorno del Espectro Autista (TEA), quienes enfrentan barreras en las interacciones sociales, la flexibilidad cognitiva y el acceso a estrategias pedagógicas adecuadas. Con el objetivo de abordar esta problemática, se diseñó una actividad matemática centrada en probabilidad y estadística, orientada tanto al aprendizaje de contenidos como al desarrollo de interacciones entre estudiantes con TEA y sus pares. La propuesta se fundamentó en tres teorías educativas: la teoría de la mente, la teoría de la coherencia central débil y la teoría de la disfunción ejecutiva. Estas perspectivas guiaron el diseño de la actividad, priorizando claridad en las instrucciones, organización estructurada y el uso de recursos manipulativos. En particular, se empleó el Artefacto Matemático Cultural "Kawe", un dado irregular de forma piramidal de base cuadrada, cúspide truncada, de la cultura mapuche: las caras del 1 al 4 están delimitadas por líneas, la cara 5 corresponde cuando el dado cae sobre su base. La actividad se implementó en cursos de Octavo Básico a Segundo Medio, lo que permitió observar cómo los estudiantes se relacionan con el contenido y comprenden el sesgo de equiprobabilidad. La recolección de datos se realizó mediante observación directa y análisis de respuestas. Los resultados evidencian que la propuesta favoreció la participación activa y la comprensión del sesgo de equiprobabilidad, beneficiando tanto a estudiantes con TEA como a sus compañeros. Así, el estudio aporta evidencia sobre intervenciones inclusivas efectivas en la enseñanza de las matemáticas.

Trastorno del espectro autista, educación matemática, probabilidad y estadística, artefacto matemático cultural

ANTECEDENTES AL PROBLEMA

La enseñanza de las matemáticas exige estrategias efectivas, sobre todo con estudiantes con TEA, ya que suelen mostrar un estilo cognitivo basado en rutinas rígidas, estructuras claras y atención a los detalles. Esto representa un desafío para los docentes de matemáticas quienes deben ajustar y diversificar sus métodos de enseñanza. El análisis del aprendizaje de estudiantes con TEA muestra que, en general, enfrentan dificultades significativas en matemáticas, especialmente en la resolución de problemas y la comprensión de conceptos

Índice

abstractos (Kim & Cameron, 2016). Considerando estas dificultades, para favorecer la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con TEA es fundamental el uso de tecnologías, material manipulativo concreto, estrategias visuales por sobre las auditivas y la contextualización a situaciones cotidianas (Cox & Jimenez, 2020).

En base a esto, nuestro trabajo de título de licenciado en educación, de la carrera de Pedagogía Media en Matemáticas, nos hemos propuesto como objetivo general diseñar una actividad matemática centrada en el eje de probabilidad y estadística, orientada a favorecer tanto el aprendizaje de conceptos matemáticos a través del uso del *Kawe*, como el desarrollo de interacciones sociales entre estudiantes con TEA y sus pares.

La actividad está centrada en el concepto de sesgo de equiprobabilidad y en la toma de decisiones en situaciones de azar, por lo que se decidió trabajar con el *Kawe*, dado que no produce resultados equiprobables. Esto permite a los estudiantes observar directamente que algunos resultados son más probables que otros. Mediante el análisis de frecuencias relativas, los estudiantes comprenden cómo se distribuyen las probabilidades en este contexto. Además, se fomenta el desarrollo de habilidades sociales a través del trabajo colaborativo en grupos formados al azar de 3 a 4 estudiantes, quienes deben organizarse para registrar correctamente los datos, discutir y tomar decisiones en conjunto, y coordinarse para interpretar la información obtenida, fortaleciendo así su capacidad de trabajo en equipo y resolución de problemas.

En matemáticas, los estudiantes con TEA pueden mostrar fortalezas en cálculo, memoria o razonamiento visual, pero presentan dificultades en abstracción, resolución de problemas y comprensión verbal (García-Carmona et al., 2024). Para abordar estas necesidades, destacan tres marcos teóricos fundamentales: la teoría de la coherencia central débil, la teoría de la disfunción ejecutiva y la teoría de la mente, que explican déficits en integración de información, flexibilidad cognitiva e interacción social (Franceschette et al., 2024). Es por esto que, el uso de recursos concretos y culturales, como un dado mapuche conocido como *Kawe*, favorece la comprensión de conceptos abstractos y vincula el aprendizaje con la cultura local, promoviendo inclusión y motivación (Huencho, 2021).

METODOLOGÍA

La metodología de esta investigación corresponde a un estudio de casos bajo un enfoque cualitativo, en concordancia al objetivo de investigación planteado. Mediante este enfoque se busca comprender cómo el estudiante con TEA desarrolla su aprendizaje matemático en espacios de colaboración e interacción. La población de estudio corresponde a un curso de octavo básico compuesto por 40 estudiantes, de los cuales 2 presentan diagnóstico de TEA.

La recolección de datos se llevó a cabo mediante tres instrumentos principales: una actividad matemática, la observación directa con registro en notas de campo y las grabaciones de

audios. El primer instrumento, la actividad matemática, permitió recopilar las respuestas y procedimientos desarrollados por los estudiantes, lo que posibilitó evaluar los aspectos matemáticos de la actividad. El segundo instrumento correspondió a la observación directa, a través de la cual se registraron comportamientos, niveles de participación y actitudes de los estudiantes durante el desarrollo de la actividad, facilitando el análisis del grado de colaboración y participación en el trabajo grupal. Finalmente, el tercer instrumento fueron las grabaciones de audio, utilizadas para registrar de manera más detallada las interacciones entre la investigadora y los estudiantes, permitiendo analizar con mayor precisión los intercambios verbales que se producen durante la interacción investigadora-estudiante, aportando evidencia sobre los procesos comunicativos y sociales en la sala de clases. En conjunto, estos recursos posibilitaron recoger y analizar las respuestas e interacciones de los estudiantes, brindando información sobre sus procesos de aprendizaje y dinámicas sociales que emergen en entornos colaborativos, especialmente en el caso de los estudiantes con TEA.

La actividad matemática se basó en una actividad estructurada por etapas con una duración de 80 minutos, la cual consta de un problema base y sus respectivas amplificaciones. Para resolver cada actividad los estudiantes debieron trabajar de manera colaborativa, en donde debían ir registrando lanzamientos, analizar una gráfica y tomar decisiones, todo esto de manera conjunta. De esta manera, la actividad tenía como propósito evidenciar el sesgo de equiprobabilidad y evidenciar cómo los estudiantes perciben la probabilidad de distintos sucesos.

Para el desarrollo de la actividad matemática, se empleó el uso de un Artefacto Matemático Cultural (AMC), en este caso, se utilizó el *Kawe*, el cual es un dado perteneciente a la cultura mapuche. De esta manera, el *Kawe*, como AMC, permitió a los estudiantes representar de forma tangible los elementos del problema, facilitando la comprensión y evidenciando que no todos los sucesos tienen la misma probabilidad, materializando el sesgo de equiprobabilidad y favoreciendo una comprensión significativa del concepto de probabilidad.

Figura 1

Artefacto Matemático Cultural: Kawe



RESULTADOS PRELIMINARES

Según los datos obtenidos hasta la fecha, respecto de las argumentaciones matemáticas de los estudiantes en el eje de probabilidad y estadística, particularmente en relación con el sesgo

de equiprobabilidad y el azar, se presentan dos micro casos de estudiantes diagnosticados con TEA, referidos con los seudónimos, Estudiante 3 y Estudiante 4. En ambos micro casos se observaron patrones diferenciados de razonamiento probabilístico frente a 30–50–100 lanzamientos del *Kawe*.

El estudiante 3 estimó frecuencias a partir de los primeros 30 lanzamientos y ajustó su juicio al acumular más datos, concluyendo que, identificaba la no equiprobabilidad geométrica del *Kawe* y el sesgo de equiprobabilidad:

> Estudiante 3: No todos tienen la misma posibilidad…la cara 1 no tiene la misma posibilidad que la 5…es más probable que salgan las caras del 1 al 4 que la 5 por la forma del dado.

Cuando se le plantea escoger entre el dado tradicional de 6 caras y el *kawe*, escoge el tradicional argumentando que:

> Estudiante 3: Las caras del dado tradicional son iguales, por lo que tienen misma posibilidad, y que en el *kawe* no sale el 5.

El estudiante 3 participó de manera activa y colaborativa en cada momento de la actividad, asumiendo distintos roles como lanzar el *kawe*, registrar lanzamientos y debatir con su grupo. Se evidencio una mayor seguridad y disposición al trabajar junto a una compañera en particular.

El estudiante 4, en cambio, modificó su elección del número más probable al pasar de 30 a 50 lanzamientos, justificando que:

> Estudiante 4: En esta no nos salió mucho.

Frente al gráfico con 100 lanzamientos, atribuyó la rareza del “5” a la posicionalidad del dado más que a su geometría. Sostuvo que:

> Estudiante 4: Todas [las caras] pueden salir… excepto el 5, ya que tiene que caer parado.

La participación del Estudiante 4 se caracterizó por un trabajo más individual, con constantes desplazamientos por la sala de clases. Durante la actividad, respondió preguntas y registró sus respuestas, mientras su grupo se encargaba de consolidar la información obtenida.

En síntesis, se identifican al menos tres grandes ideas: (i) hay indicios de comprensión del sesgo en Estudiante 3 al integrar datos y forma del dado; (ii) en Estudiante 4 persiste una estrategia posicional que no integra la geometría del AMC; (iii) se evidencia que la interacción social se potencia en díadas/pequeños grupos con roles claros (registrador, lanzador, lector de gráfica), favoreciendo la participación de los estudiantes.

DISCUSIONES

Los micro casos exhiben trayectorias diferenciadas de razonamiento probabilístico ante el *Kawe*. Estudiante 3 articula frecuencias acumuladas con la geometría del dado irregular: "no todos tienen la misma posibilidad… es más probable que salgan las caras del 1 al 4 que la 5", y opta por el dado tradicional al reconocer no-equiprobabilidad por forma. Por otra parte, estudiante 4 oscila en su elección (30 a 50) lanzamientos y mantiene una estrategia posicional ("...excepto el 5 ya que tiene que caer parado"), sin explicitar el rasgo geométrico que reduce su ocurrencia. Estas pautas dialogan con la coherencia central débil (atención a rasgos locales, integración global limitada) y con demandas de función ejecutiva (actualización e inhibición de hipótesis) propias de la tarea: además, las diferencias en interacción social (Estudiante 3 colabora, Estudiante 4 trabaja más en solitario) son consistentes con variabilidad asociada a teoría de la mente en TEA.

El uso de recursos concretos y culturales (AMC *Kawe*) se alinea con recomendaciones para sostener la comprensión y participación (manipulativos, apoyos visuales, contextualización) y con evidencia local sobre la potencia inclusiva de los AMC. En este contexto, se observan indicios de superación del sesgo de equiprobabilidad cuando el estudiantado integra datos y forma del *Kawe* (Estudiante 3), mientras que persisten explicaciones posicionales cuando dicha articulación no ocurre (Estudiante 4). Estos resultados preliminares son coherentes con los marcos de coherencia central, función ejecutiva y teoría de la mente, así como con revisiones sobre fortalezas y dificultades matemáticas en TEA.

La experiencia permitió reconocer el potencial inclusivo del uso del AMC en la enseñanza de la probabilidad, al tiempo que evidenció la necesidad de estrategias diferenciadas que respondan a los distintos perfiles de los estudiantes con TEA. Por otro lado, las limitaciones son: muestra pequeña, sin grupo de comparación simultáneo. Como proyección, se propone continuar fortaleciendo el diseño de actividades matemáticas que integren la manipulación concreta, colaboración y análisis reflexivo, ampliando las oportunidades de aprendizaje y participación para todos los estudiantes.

Referencias

Cox, S. K., & Jimenez, B. A. (2020). Mathematical interventions for students with autism spectrum disorder: Recommendations for practitioners. *Research in Developmental Disabilities*, *105*(103744), 103744. https://doi.org/10.1016/j.ridd.2020.103744

Franceschette, C., Valentín, K. A., & Zapata-Cardona, L. (2024). Concepciones del profesorado de matemáticas sobre la inclusión de estudiantes con trastorno del espectro autista. *Praxis & Saber*, *15*(42). https://doi.org/10.19053/uptc.22160159.v15.n42.2024.16362

García Carmona, I., Lejárraga García, A. M., Sánchez Sánchez, N., de la Cueva Ortega, M. M., & Díaz Palencia, J. L. (2024). Revisión del estado sobre las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas en alumnado con TEA. *REIDOCREA, 13*(08), 103–124.

Huencho, A. (2021). *Efectos del Artefacto Matemático Cultural (AMC) en una educación matemática inclusiva: El caso mapuche.* En *Actas de las XXV Jornadas Nacionales de Educación Matemática* (pp. 26–35). Rancagua, Chile.

Kim, H., & Cameron, C. E. (2016). Implications of visuospatial skills and executive functions for learning mathematics: Evidence from children with autism and Williams syndrome. *AERA Open*, *2*(4). https://doi.org/10.1177/2332858416675124

CO-CONSTRUCCIÓN DE LA ENSEÑANZA DE LA SEMEJANZA DE FIGURAS CON ENFOQUE EN EDUCACIÓN INCLUSIVA: UNA EXPERIENCIA CON PROFESORES DE MATEMÁTICA Y DE EDUCACIÓN DIFERENCIAL EN UN LICEO MUNICIPAL DE SANTIAGO

Teresita Méndez Olave, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Dani Bravo Palma, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Claudia Rodríguez Gericke, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Giovana Ticchione Troncoso, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Abstract:

Desde una perspectiva de enseñanza inclusiva de la matemática reportamos una experiencia de Vinculación con el Medio entre Universidad y Liceo que emerge desde las necesidades de un equipo de trabajo colaborativo conformado por profesoras/es de matemática y educadoras/es diferenciales que realizan codocencia en un liceo público, con el propósito de transformar estas práctica, de modo que los estudiantes participen activamente en el reconocimiento de atributos que valoren su identidad y la interculturalidad para encontrarse con características de la semejanza de figuras. Para la planificación de la enseñanza nos basamos en el modelo del estudio de clases. La metodología es descriptiva interpretativa en un ciclo con las siguientes etapas: diagnóstico, diseño de la planificación; experimentación y retroalimentación del ciclo. Los resultados muestran roles asumidos por el profesorado de matemática y educación diferencial del Liceo y de académicas de la Universidad en la planificación colaborativa de la enseñanza. Estos roles orientaron decisiones para elaborar una planificación diversificada e inclusiva, con actividades exploratorias, recursos didácticos relacionados con aspectos de la identidad escolar y diseñados colaborativamente, para favorecer la participación del estudiantado en la caracterización de la semejanza de figuras y minimizar barreras que limitan el aprendizaje matemático.

Enseñanza inclusiva de la matemática, figuras semejantes, estudio de clase, co-docencia

INTRODUCCIÓN

Los principales cambios educativos en atención a la diversidad derivan de los Decretos n°170 (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2009) y del Decreto n°83 (MINEDUC, 2015). En la articulación de ambos decretos, se materializan los programas de educación inclusiva y junto con ello la colaboración entre docentes de educación especial y de disciplina, en particular en la clase de matemáticas.

Camelo (et al., 2017), señalan que, dentro de ciertos parámetros, docentes de educación especial y de asignatura adquieren las mismas responsabilidades (citado en Gómez y Solar,

Índice

2023). Sin embargo, esta relación algunas veces ha presentado diferentes matices. Al respecto Rexroat-Frazier y Chamberlin (2019); Siegemund y Johannsen, (2021), señalan dificultades para gestionar espacios escolares que promuevan la inclusión en un contexto de enseñanza de la matemática. Y esto debido a que, en la práctica, se considera que la inclusión es una responsabilidad asociada a docentes de educación especial, mientras que el saber curricular se relega a docentes de matemáticas.

La estrategia para favorecer la enseñanza inclusiva de figuras semejantes y transformar prácticas en codocencia, fueron algunas etapas del estudio de clases, considerada por MINEDUC como un modelo de desarrollo profesional docente (DPD) que permite examinar y mejorar sistemáticamente sus prácticas a través del aprendizaje colaborativo entre colegas (s.f). En las instancias de desarrollo profesional, profesoras de matemática y de educación diferencial del liceo y cuatro académicas de una Universidad pública interactuaron entre sí con un enfoque colaborativo y de codocencia para co-construir una enseñanza inclusiva, asumiendo diferentes roles, de acuerdo con su experticia profesional.

MARCO CONCEPTUAL

La inclusión educativa se entiende como "un conjunto de procesos orientados a eliminar o minimizar las barreras que limitan el aprendizaje y la participación de todo el estudiantado (…) para reducir la exclusión en la cultura, los currículos y las comunidades de las escuelas" (Ainscow & Booth, 2000, p. 11, citado en: MINEDUC, (s/f), p. 17-18). De esta manera, se busca que el estudiantado tenga equidad e igualdad de oportunidades en el proceso de enseñanza-aprendizaje, pues "la diversidad no se percibe como un problema a resolver, sino como una riqueza para apoyar el aprendizaje de todos" (Ainscow & Booth, 2000, p. 17, citado en: MINEDUC, (s/f), p. 17). Por lo tanto, el diseño y construcción de prácticas docentes deben encontrarse contextualizadas y ajustadas, valorando la diversidad del estudiantado, sus experiencias, conocimientos, habilidades, actitudes, etc.

Por ello, es fundamental "transformar los sistemas educativos para abrazar todas las formas de diversidad (…). [Puesto que] la inclusión no es solo un objetivo pedagógico sino un compromiso ético que refleja un profundo respeto por cada individuo y su potencial único" (Gómez et. al., 2024, p.7). De esta manera, la enseñanza inclusiva de la matemática genera un cambio profundo en la educación, cultura escolar, concepciones del estudiantado y familias, pues se genera un cambio en las actitudes y percepciones de la enseñanza, el propósito pedagógico, etc.

En los últimos años la codocencia ha promovido la inclusión y se ha hecho cargo de la atención a la diversidad del alumnado y al mismo tiempo ha contribuido al desarrollo profesional docente. Algunos autores plantean la codocencia como el trabajo conjunto de profesionales que con una visión común, de manera estructurada, durante un periodo de tiempo, asumen de forma igualitaria las responsabilidades de la buena enseñanza y el buen aprendizaje de todo el alumnado de un aula (Van Mieghem et al., 2018), siendo más

beneficioso para quienes se enfrentan con más dificultades (Subban et al., 2022, citado en López y Galarraga (2024). Por lo tanto, la codocencia se considera un recurso fundamental para romper con la cultura individualista y fomentar el desarrollo de nuevas prácticas educativas inclusivas (Hargreaves, 2019; Hargreaves y O'Connor, 2017; Toikka y Tarnanen, 2022).

Espinoza y Tapia (2023) indican que el requisito central de la codocencia está en que el profesorado implicado tenga una predisposición, unas actitudes y habilidades hacia el trabajo colaborativo, la planificación de la coenseñanza, la ejecución de la docencia; y para finalizar, la reflexión y evaluación conjunta.

Una forma de trabajo colaborativo es el estudio de clase (EC), reconocido como una actividad colaborativa entre profesores e investigadores en procesos de estudio de una lección, con el fin de compartir mejores prácticas. En muchos casos, se ha centrado en la escuela para establecer allí la comunidad de aprendizaje (Olfos et al., 2020).

El ciclo de un EC implica planificar, implementar y observar una clase, para posteriormente reflexionar y discutir sobre la misma (Isoda, 2011). Por esto es necesario realizar reuniones sistemáticas y periódicas, que permitan repetir el ciclo hasta alcanzar los objetivos de mejora propuestos.

METODOLOGÍA

La experiencia de VcM reporta la co-construcción de la planificación de enseñanza inclusiva de semejanza de figuras para uno de los tres segundos medios de un liceo emblemático de Santiago con alta matricula migrante. En este curso, las profesoras de educación diferencial y de matemática realizan codocencia, el curso tiene 23 estudiantes, de los cuales el 75% son migrantes y se observa diversidad en diferentes ámbitos.

El diagnóstico de necesidades didácticas y de atención a la diversidad se levantaron bajo la pregunta: ¿Cómo planificar una clase de figuras semejantes inclusiva y con enfoque de interculturalidad? Esta problemática se abordó desde una perspectiva de trabajo colaborativo, con el propósito de co-construir una enseñanza inclusiva de las figuras semejantes. Se organizaron reuniones de equipo Universidad – Liceo donde participaron tres profesores de matemática, dos educadoras diferenciales y cuatro académicas.

Sobre el diseño de actividades, el profesorado del liceo propuso considerar elementos geométricos en relación con aspectos culturales del estudiantado. De esta manera, en conjunto, decidimos centrarnos en símbolos de cada país y diseñamos un contexto de figuras semejantes considerando banderas latinoamericanas, mapuche y de las diversidades.

En cada reunión se mostraban presentaciones de avances que se retroalimentaban por los integrantes de cada equipo.

RESULTADOS

De este trabajo colaborativo, se co-construyó una enseñanza, con los siguientes focos:

- Objetivo de clase: Describir propiedades de la semejanza de figuras
- Aspectos Interculturales: Reconocimiento e identificación de símbolos
- Aspectos sociales: Valorar la Identidad cultural y la interculturalidad.

Para el inicio se planteó discutir en relación con el reconocimiento de símbolos, mediante las preguntas:1. ¿Para qué sirven los símbolos?, 2. ¿Qué símbolos conocen? Y 3. ¿Con qué símbolo te identificas?

Voces de los estudiantes. Ellos plantearon que los símbolos sirven para identificarse con algo, reconocerse y dar identidad; en relación con la pregunta dos, responden que los símbolos que conocen son la bandera, la insignia del liceo y la bandera feminista. Y, por último, se identificaron con las banderas nacionales, bandera LGTBIQA+ y otros.

A continuación, se proyectaron banderas latinoamericanas, Figura 1, y otros símbolos, Figura 2, para que los describieran y relataran sus experiencias al respecto.

Figura 1

Banderas Latinoamericanas



Figura 2

Otros Símbolos

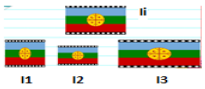


Voces de los estudiantes. Los estudiantes reconocieron sus banderas y describieron los símbolos que contenían (estrellas u otros) y los colores que las componían. En relación a los otros símbolos reconocieron la bandera mapuche y banderines como el del aborto libre, la diversidad y otros.

Luego se proyectaron cuatro banderas mapuches, Figura 3, la primera central denominada imagen inicial **(Ii)** y otras tres **(I1, I2 e I3)** similares a ella**.** A los estudiantes se les solicita identificar la(s) bandera(s) (**I1, I2, I3)** que más se parece a **Ii**. Se espera que los estudiantes reconozcan que **I2** es la que se parece a **Ii** y que **I1** presenta una deformación vertical e **I3** una deformación horizontal de **Ii**.

Figura 3

Banderas Mapuches



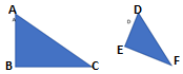
Voces de los estudiantes: Los estudiantes reconocieron que la bandera **I2** es la que más se parece a **Ii,** como se había previsto. Ellos explicaron que el kultrún de **Ii e I2** tenía la misma

forma, no así en las banderas **I1 e I3,** donde el kultrún es más ovaldo en ambas imágenes. También dijeron que las franjas de color celeste en **Ii y I2** eran parecidas; no así en las banderas **I1 e I3** donde estas franjas eran más ancha o angosta, produciendo una deformación en cada imagen.

Para el desarrollo de la clase, se planificó que los estudiantes trabajaran en grupos de 4. Cada grupo recibió dos tarjetas con una bandera mapuche, en cada una, de dimensiones diferentes **y** una tabla para que registrarán las medidas de los lados de cada bandera. La bandera más pequeña era la bandera 1 y la más grande, la bandera 2**.** Se les pidió que identificarán en cada bandera, los lados que se corresponden entre sí y que los anotarán en la tabla, con sus unidades de medida.
Como una manera de cerciorarnos del significado atribuido por los estudiantes, a la expresión "lados correspondientes" se les planteó la siguiente actividad: (1) Si se mide uno de los lados en la bandera 1, ¿Cuál lado hay que medir en la bandera 2? y (2) Identificar los lados correspondientes en las siguientes figuras:

Figura 4

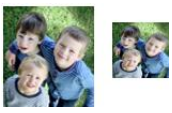
Lados correspondientes



Voces de los estudiantes. Los grupos reconocieron que AC es correspondiente con DF, porque "son los lados más largos", son las hipotenusas, pero solo 2 grupos identificaron la correspondencia entre AB y DE. En este caso había confusión porque las figuras no tenían la misma posición.
A continuación, se retomó la actividad de la bandera mapuche y los estudiantes respondieron la pregunta: ¿Cuántas veces más grande son las dimensiones de la bandera 2 con relación a las dimensiones de la bandera 1? Anota tu respuesta y compártela en el grupo.
Voces de los estudiantes. 2 grupos respondieron que los lados de la bandera 2 son 2 veces más grandes que los de la bandera 1; 1 grupo respondió con una relación de diferencia entre los lados correspondientes y un estudiante que trabajo individualmente encontró la relación de 2 veces mayor y además comprobó superponiendo las banderas (recurso didáctico).
Para el cierre, las profesoras proyectaron las fotografías de la Figura 5, a fin de que los estudiantes utilizarán el lenguaje aprendido, las relaciones geométricas encontradas y realizarán una estimación de comparación entre los lados de ambas fotos.

Figura 5

Fotografías semejantes



CONCLUSIONES

La estrategia de desarrollo profesional basada en el estudio de clase y la codocencia pudo fomentar el desarrollo de nuevas prácticas educativas y explorar estrategias didácticas donde el estudiantado participó activamente en el rreconocimiento de símbolos que valoran su identidad y la interculturalidad y también pudo favorecer que una parte importante de ellos se involucrara en la descripción de características y propiedades de la semejanza de figuras.

Se observó que en en el proceso de trabajo colaborativo, los docentes de matemática realizaban vigilancia epistemológica, en el sentido de Chevallard (1998), entre las actividades propuestas y los aspectos curriculares de la semejanza de figuras y las docentes de educación diferencial, participaron en la planificación, adecuando las instrucciones y preguntas al lenguaje de los estudiantes, y sugiriendo incorporar en la formulación de las actividades figuras que dieran cuenta del o los objetos relacionados con el estudio de las figuras semejantes. Y estas formas de actuación entre docentes de distintas áreas, da cuenta del tipo de codocencia que se practica.

Referencias

Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Aique.

Chile. Ministerio de Educación. (2009). *Decreto N.º 170, fija normas para determinar los alumnos con necesidades educativas especiales que serán beneficiados de las subvenciones para educación especial*.

Chile. Ministerio de Educación. (2015). *Decreto N.º 83, aprueba criterios y orientaciones de adecuación curricular para estudiantes con necesidades educativas especiales de educación parvularia y educación básica*.

Gómez, D., & Solar, H. (2023). Colaboración en co-docencia cuando se promueve la habilidad de argumentación en el aula de matemáticas. *Revista de Estudios y Experiencias en Educación, 22*(50), 82–98. https://doi.org/10.21703/rexe.v22i50.197

Isoda, M., Arcavi, A., & Mena, A. (2011). *Enseñanza de la multiplicación: Desde el estudio de clases japonés a las propuestas iberoamericanas*. Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Ministerio de Educación. (s. f.). *Comprendiendo los conceptos de diversidad e inclusión en nuestra comunidad: Dimensión: Gestionando la convivencia y la participación de la comunidad escolar*.

Olfos, R., Isoda, M., & Estrella, S. (2020). Más de una década de estudio de clases en Chile: Hallazgos y avances. *Paradigma, 41*(Extraordinario), 190–221. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p190-221.id838

Índice

TALLERES

Los Talleres constituyen un espacio de carácter eminentemente práctico, en el que las y los asistentes participan activamente en el desarrollo de actividades diseñadas para: vivenciar propuestas didácticas; explorar recursos y herramientas para la enseñanza de la matemática; y reflexionar colectivamente sobre su implementación en el aula. En las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática, organizadas por la Universidad Central de Chile junto a la Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM), se ofrecieron 17 talleres, organizados en dos grupos y dictados cada uno en dos oportunidades entre el miércoles 10 y el viernes 12 de diciembre de 2025, lo que permitió ampliar las posibilidades de participación de las y los asistentes.

Los talleres abarcaron siete líneas temáticas. Destacó la línea de Habilidades matemáticas del currículum escolar (modelización, argumentación y resolución de problemas), con cuatro talleres, seguida por la enseñanza y aprendizaje de la estadística, el Conocimiento del profesor: formación inicial y continua, y el pensamiento computacional, con tres talleres cada una, esta última con una marcada presencia de la robótica educativa y las tecnologías digitales. Se sumaron talleres sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medición, del álgebra, y la equidad e inclusión en el aula de matemática.

Estos talleres fueron conducidos por una veintena de talleristas provenientes de diez universidades chilenas, de liceos bicentenarios y colegios del país, y del ámbito editorial, combinando así las miradas de la academia, del aula escolar y de la elaboración de recursos educativos. Esta diversidad de conductores y de enfoques dio a los talleres un sello práctico y cercano al quehacer docente, reafirmando el compromiso de las Jornadas con el fortalecimiento de las prácticas de enseñanza de la matemática.

En la siguiente sección se presentan los Talleres realizados durante el evento.

Índice

EXPLORANDO LA MODELACIÓN MATEMÁTICA CON REALIDAD VIRTUAL INMERSIVA

Francisco Guantecura, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Elisabeth Ramos-Rodríguez, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Felipe Muñoz La Rivera, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Francisca Coiro, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Jaime Mena Lorca, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

La Modelación Matemática es un eje curricular fundamental, pero su implementación enfrenta desafíos en el aula tradicional. Este taller propone explorar el potencial de la Realidad Virtual Inmersiva como herramienta didáctica para enriquecer los procesos de modelación matemática. Los participantes, profesores y futuros profesores, experimentarán una tarea de Modelación Matemática diseñada en Realidad Virtual, "Pintar tu habitación", que simula un problema del mundo real. Se busca que vivencien cómo este tipo de tecnología facilita la comprensión de situaciones complejas, la formulación de modelos y la validación de resultados, superando limitaciones tradicionales y fomentando la motivación. El taller busca profundizar sobre el diseño e implementación de estas tareas escolares y sus implicaciones pedagógicas.

Realidad virtual, modelación matemática, educación matemática, formación docente, habilidades digitales

INTRODUCCIÓN

La Modelación Matemática (MM) se ha consolidado como un proceso central en educación matemática contemporánea, permitiendo conectar situaciones del mundo real con representaciones y soluciones matemáticas (Borromeo-Ferri, 2018). Sin embargo, su enseñanza y aprendizaje presentan desafíos significativos, ya que los estudiantes suelen enfrentar dificultades en comprender el problema real, formular modelos y validar resultados (Geisler, 2022). Ante ello, la literatura enfatiza la necesidad contar con estrategias innovadoras (Schukajlow et al., 2015).

Por otro lado, las tecnologías digitales, y en particular, la Realidad Virtual (RV), han emergido como un recurso con potencial en educación, ofreciendo entornos tridimensionales inmersivos e interactivos (Slater y Sánchez-Vives, 2016). Investigaciones han demostrado que la RV puede aumentar motivación, confianza y compromiso activo del alumnado, además de mejorar habilidades de visualización espacial (Campos et al., 2024).

A pesar de los avances independientes en RV y MM, la intersección en la educación escolar sigue siendo incipiente. La revisión sistemática de Guantecura et al. (2025) muestra que son

Índice

escasos los estudios que integran procesos completos de MM en entornos de RV, lo que evidencia una brecha investigativa y curricular en Chile. El taller busca que profesores en servicio y en formación vivencien una tarea de MM mediada por gafas de RV y profundicen sobre su potencial pedagógico.

ELEMENTOS CONCEPTUALES

La conceptualización de la MM considera esta como un "proceso" que implica una secuencia de fases (no necesariamente lineal) para aplicar la matemática a un problema del mundo real. Se utilizará el ciclo de MM propuesto por Stillman y Galbraith (2006).

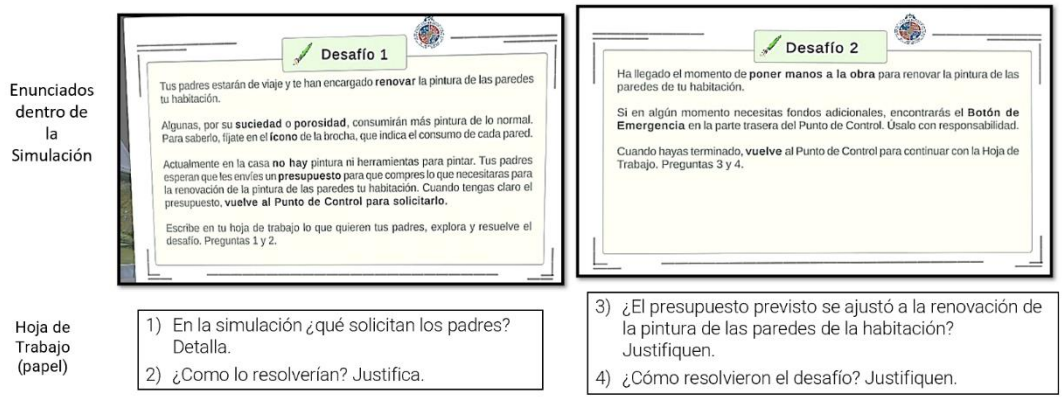
Por otro lado, la RV se define como un entorno simulado por tecnología que proporciona una sensación de inmersión en un mundo virtual (González-Oneto et al., 2024). La inmersión se logra mediante dispositivos como gafas de RV, que proyectan imágenes estereoscópicas, complementadas con controladores de movimiento, generando intensa sensación de "presencia" o "estar allí" (Slater y Sánchez-Vives, 2016).

METODOLOGÍA

El taller será experiencial y participativo (en parejas o tríos), dirigido a profesores y futuros profesores de Matemática y áreas afines. Se trabajará a partir de una Tarea Matemática Escolar (TME) de MM mediada por un entorno inmersivo de RV. Los contenidos matemáticos abordados corresponden a área, perímetro, conversiones de unidades y razones. Mediante gafas de RV, los participantes serán ubicados en un vecindario virtual que incluye una casa y una tienda de pintura con elementos interactivos y realistas. Se planteará el desafío de planificar y ejecutar el pintado de "su" habitación, entregando una hoja de trabajo con preguntas asociadas a cada desafío (Figura 1).

Figura 1

Enunciado de la tarea en el entorno virtual y de las preguntas a desarrollar en la hoja de trabajo (Elaboración propia)



La estructura del taller promueve que se recorra de manera experiencial el ciclo de MM propuesto a través de la TME de MM. La sesión consta de 3 momentos, el primero que refiere

Índice

a una exposición de parte del tallerista respecto a la contextualización de la MM y el potencial de la RV. Luego, mediante gafas inmersivas, los participantes trabajarán en un tutorial que permite comprender el entorno y uso del dispositivo, para luego, explorar la casa virtual. Ahí deberán identificar superficies a trabajar, materiales en las tiendas virtuales y presupuesto disponible para definir el problema real. Posteriormente, recopilarán datos con herramientas de medición virtual, elaborarán un modelo matemático para calcular áreas, pintura y costos, y resolverán los cálculos. La simulación entregará retroalimentación inmediata, lo que favorecerá interpretación de resultados y revisión de sus modelos en caso de errores. La Figura 2 ilustra parte de la habitación cuando el participante realiza mediciones, la tienda de pintura donde se compra material y luego la habitación cuando se el participante está pintando.

Figura 2

Imágenes de la simulación en distitntos etapas de la MM



Finalmente, el tercer momento, se abrirá un espacio de discusión donde los participantes compartirán sus estrategias, las dificultades encontradas y cómo la RV impactó su proceso de MM. Se presentará cómo la RV puede apoyar las distintas fases de la MM, y se discutirán los desafíos y oportunidades pedagógicas de su implementación en el aula.

RESULTADOS ESPERADOS

Se espera que los participantes del taller experimenten de primera mano una tarea de MM mediada por RV inmersiva, lo que les permitirá comprender su dinámica y valorar su potencial para la enseñanza de la matemática. A partir de esta experiencia, se busca abrir un espacio para pensar cómo la RV podría favorecer la comprensión de problemas reales complejos y la validación de modelos matemáticos, ámbitos en los que los estudiantes suelen presentar mayores dificultades.

Asimismo, identificarán elementos de diseño didáctico en entornos virtuales que facilitan el tránsito por las distintas fases del ciclo de MM y discutirán las implicaciones pedagógicas de integrar tecnologías inmersivas en el currículo de matemática, considerando tanto sus beneficios para la motivación y el desarrollo de habilidades como los desafíos asociados a su implementación, tales como costos y gestión en el aula. Finalmente, se espera que conozcan algunas orientaciones prácticas para adaptar o diseñar tareas de MM con apoyo tecnológico, avanzando hacia una enseñanza más activa, contextualizada y significativa.

Referencias

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modelling in school and teacher education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9

Campos, N., Corlu, C. G., Nogal, M., Juan, A. A., & Caliz, C. (2024). Simulation-based mathematical learning for higher education students from heterogeneous backgrounds. *Journal of Simulation, 18*(4), 477–488. https://doi.org/10.1080/17477778.2024.2314716

Geisler, S. (2022). Students' approaches concerning model validation and model improvement when solving modelling tasks with experiments. En J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi, & F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)*. Academy of Science. https://hal.science/hal-03759004

González-Oneto, H., Moreno Yáñez, Y., & D'Andrea Pincheira, M. (2024). Realidad virtual inmersiva como complemento en la educación odontológica: Un proceso de implementación para la docencia. *Educación Médica, 25*, 100931. https://doi.org/10.1016/j.edumed.2024.100931

Schukajlow, S., Kolter, J., & Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. *ZDM Mathematics Education, 47*, 1241–1254. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0707-2

Slater, M., & Sanchez-Vives, M. V. (2016). Enhancing our lives with immersive virtual reality. *Frontiers in Robotics and AI, 3*, Article 74. https://doi.org/10.3389/frobt.2016.00074

Stillman, G., & Galbraith, P. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 38*(2), 143–162. https://doi.org/10.1007/BF02655887

MODELAR PARA APRENDER: DISEÑO Y GESTIÓN DE TAREAS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN EL AULA

Kurt Heinz Mursell Montenegro, Liceo Nacional Bicentenario de Excelencia de San Bernardo

Natalia Camila Pérez Pereira, Colegio San Agustín

Abstract:

Este taller tiene como propósito que las y los participantes analicen y caractericen los elementos esenciales de tareas que promuevan la modelación matemática en el aula, así como identificar y comprender las etapas del ciclo de modelación presentes en dichas tareas. Para lograrlo, los asistentes trabajarán en equipo resolviendo una tarea matemática de modelación, compartirán reflexiones sobre la experiencia y discutirán la relación de la tarea matemática con el ciclo de modelación y el rol docente en su gestión. Se espera que, mediante esta experiencia, los participantes fortalezcan sus competencias para diseñar y gestionar actividades que incentiven la modelación matemática.

Modelación matemática, ciclo de modelación, trabajo colaborativo, competencias docentes.

INTRODUCCIÓN

Fortalecer la enseñanza de la matemática requiere desarrollar competencias docentes orientadas a promover habilidades auténticas como la modelación matemática. Esta implica construir, usar y validar modelos para resolver situaciones reales (Aravena et al., 2008), articulando el conocimiento escolar con fenómenos del mundo y favoreciendo el pensamiento crítico (Solar et al., 2023). En los enfoques curriculares basados en competencias, la modelación junto con la argumentación, la resolución de problemas y la comunicación, ocupa un lugar central. Sin embargo, muchos docentes carecen de formación suficiente en este ámbito, lo que dificulta diseñar experiencias de aprendizaje significativas. Por ello, es necesario fortalecer competencias para gestionar tareas de modelación que promuevan la interacción, la argumentación y el trabajo colaborativo (Solar et al., 2023; Goizueta et al., 2021).

ANTECEDENTES TEÓRICOS

La competencia de modelar se define como la capacidad de construir, analizar y evaluar modelos matemáticos para responder a situaciones de contextos extra-matemáticos (Niss & Højgaard, 2011). Este proceso conecta el mundo real con el pensamiento matemático mediante fases interrelacionadas (Aravena, 2016; Goizueta et al., 2021). El taller abordará el ciclo de modelación de Maaß (2006), complementado con aportes latinoamericanos (Aravena et al., 2008; Gómez, 2007), caracterizado por su naturaleza iterativa y la interacción constante entre lo real y lo matemático. Las tareas de modelación, al promover interpretación, validación y comunicación de resultados, movilizan la curiosidad y el aprendizaje

Índice

significativo cuando la gestión docente favorece la argumentación y el debate colectivo (Solar et al., 2023).

OBJETIVO

El propósito del taller es que las y los participantes desarrollen criterios y estrategias para diseñar, gestionar y analizar tareas de modelación matemática, reconociendo las etapas del ciclo de modelación y el rol docente en su implementación.

Asimismo, se espera que apliquen dichos criterios en la elaboración de propuestas concretas de aula, adaptadas a distintos niveles educativos, que promuevan la argumentación, la inclusión y la formación de ciudadanos críticos y reflexivos.

METODOLOGÍA

El taller se desarrollará a partir del trabajo colaborativo en torno a una tarea auténtica que promueve la modelación matemática. Tendrá una duración total de 45 minutos, distribuidos en cuatro momentos, que se detallan en la Tabla 1. A continuación se presenta el contexto de la tarea:

El 9 de mayo del año 2024 se produjo un accidente vehicular en la Ruta 5 sur a la altura de Paine en el kilómetro 42. En la radio de carabineros se informa que el taco comienza en el km 42 y la autopista indica que su vehículo se encuentra en el kilómetro 37. ¿Pueden estimar cuánto tiempo estarán en el taco si hay una sola pista habilitada, de las dos, controlada por carabineros para pasar?

Tabla 1

Descripción de los momentos y gestión

Momento	***Actividad***	***Preguntas orientadoras***	***Materiales***
Introducción y contextualización (5 minutos)	Presentación de los objetivos del taller y diálogo inicial con el grupo.	• ¿Qué entendemos por modelación matemática en el aula? • ¿Por qué es importante modelar?	• Presentación en PPT que muestre los objetivos del taller y preguntas iniciales.
Trabajo en equipos (20 minutos)	Resolución colaborativa de la tarea de modelación.	• ¿Qué información es relevante y cuál no? • ¿Qué suposiciones necesitan formular? • ¿Cómo pueden representar el problema matemáticamente? • ¿Qué cálculos o estimaciones consideran necesarios?	• Guía 1 (1 por equipo de trabajo) con la tarea de modelación.

Puesta en común y reflexión grupal (15 minutos)	Exposición de estrategias y soluciones por parte de dos o tres equipos, con retroalimentación colectiva.	• ¿Qué similitudes y diferencias encuentran entre sus modelos? • ¿Cómo interpretan sus resultados en relación con la situación real? • ¿Qué dificultades aparecieron al intentar modelar la situación?	• 1 papelógrafo o cartulina por equipo. • 1 plumón por equipo.
Discusión guiada y cierre (5 minutos)	Los equipos reciben una síntesis de ciclo de modelación y gestión docente. Discuten tomando en consideración dicha síntesis.	• ¿Qué rol cumple la argumentación en la validación de los modelos? • ¿Cómo podríamos rediseñar esta tarea para distintos niveles o realidades escolares? • ¿Qué implicancias tiene para nuestra práctica docente?	• 1 apunte (por equipo) elaborado a partir de la literatura sobre tareas de modelación matemática.

Nota. Elaboración propia

RESULTADOS ESPERADOS

Se espera que las y los participantes reconozcan las características de las tareas que promueven la modelación matemática, identificando los elementos que las vuelven auténticas y vinculadas al mundo real. Asimismo, que comprendan las etapas del ciclo de modelación y su aporte al aprendizaje profundo. Además, se busca que desarrollen habilidades para diseñar o adaptar tareas integrando la argumentación como herramienta central. Finalmente, que elaboren propuestas colaborativas aplicables a distintos niveles educativos, promoviendo prácticas inclusivas y la formación de ciudadanos críticos y reflexivos.

Referencias

Aravena, M. (2016). Modelización matemática en Chile. En J. Arrieta & L. Díaz (Eds.), *Investigaciones latinoamericanas en modelación matemática educativa* (pp. 195–233).

Aravena, M., Caamaño, C., & Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 11*(1), 49–92.

Goizueta, M., Ortiz, A., Aravena, M., Solar, H., & Cárdenas, L. (2021). Reflexiones en torno a una propuesta de formación continua enfocada en modelación matemática y gestión de la

argumentación en el aula. En C. Guerrero, A. Morales, & E. Ramos (Eds.), *Aportes a la práctica docente desde la didáctica de la matemática: Modelación matemática* (Vol. 35, pp. 75–104).

Gómez, J. (2007). *La matemática reflejo de la realidad: La modelización matemática como herramienta para la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas*. Federación Española de Profesores de Matemáticas.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 38*(2), 113–142. https://doi.org/10.1007/BF02655885

Niss, M. A., & Højgaard, T. (Eds.). (2011). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Roskilde University, IMFUFA. IMFUFA publication archive

Solar, H., Ortiz, A., Aravena, M., & Goizueta, M. (2023). Relaciones entre la argumentación y la modelación en el aula de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 37*(76), 500–531. https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a03

GESTIÓN ARGUMENTATIVA DESDE EL ANÁLISIS DE SITUACIONES PEDAGÓGICAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS

María José Milla Bustos, Universidad San Sebastián

Exequiel Aníbal Llanos Lagos, Universidad San Sebastián

Abstract:

El desarrollo de la habilidad de argumentación en matemáticas ofrece la oportunidad a los estudiantes de manifestar ideas, además de construir y justificar conocimiento matemático; esto posibilita que participen activamente en sus procesos de aprendizaje. Ante esto, el profesorado tiene el desafío de promover dicha habilidad. El propósito del presente taller es analizar el diálogo entre una profesora y sus estudiantes, determinando las acciones comunicativas que se emplean para dar respuesta a una actividad matemática de transformaciones isométricas. La metodología contempla la introducción a la habilidad argumentativa y el análisis grupal a partir de la descomposición de una situación pedagógica para determinar el tipo de acciones que pueden ser modificadas para desarrollar espacios argumentativos en el aula. El resultado esperado es fortalecer la comprensión conceptual de los elementos argumentativos del modelo de Toulmin, de modo que cada participante pueda elaborar estrategias comunicativas para fomentar la argumentación en el aula.

argumentación colectiva, modelo de Toulmin, formación de profesores, transformaciones isométricas, situación pedagógica.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la habilidad de argumentación posibilita que los estudiantes puedan manifestar sus ideas desde la reflexión, hasta la construcción y justificación del conocimiento matemático. De este modo, es que a través de sus argumentaciones los estudiantes propician el desarrollo del pensamiento matemático y participan como agentes activos de sus propios procesos de enseñanza-aprendizaje (Goizueta et al., 2017). En este sentido el currículum nacional orienta al docente a propiciar escenarios en que los estudiantes puedan describir, explicar y discutir, con sus pares, las soluciones y deducciones relativas a los problemas que se les proponen. Dando paso así a la tarea de convencer y validar con otro sus conjeturas, de tal modo que la apertura de los espacios comunicativos posibilite el desarrollo de esta habilidad (Ministerio de Educación, 2016).

Sin embargo, el profesorado presenta dificultades tanto para reconocer, como para promover la habilidad de argumentar y comunicar, por ejemplo, existe una tendencia de llevar al aula

Índice

actividades de carácter cerrado que limitan la actividad argumentativa fomentando la algoritmización para la búsqueda de resultados (Solar & Deulofeu, 2016). Bajo esta premisa se evidencia una tendencia clara en favorecer la algoritmia en la enseñanza de la Geometría, lo que deriva a la algebrización de dicho dominio matemático; esto implica en transitar de un plano geométrico a uno algebraico en busca de las posibles soluciones. Esto como práctica habitual, arriesga que el docente pueda obstaculizar el razonamiento geométrico del estudiante (Montoya et al., 2014).

El propósito del presente taller es abordar una situación pedagógica en la enseñanza de las transformaciones isométricas, debido a que se presentan dificultades, en la formación de profesores, en el entendimiento del concepto de movimiento y la distancia que se genera entre el fenómeno y el concepto matemático (Puig, 1997). A su vez, se empleará el modelo argumentativo de Toulmin, con énfasis en el rol del refutador en la argumentación colectiva, además de la gestión por medio de acciones comunicativas que pueden fomentar la habilidad.

El modelo argumentativo de Toulmin es uno a los que usualmente se recurre en estudios de argumentación en contexto de aula, debido a que proporciona un lente teórico para analizar cómo se desarrolla la actividad argumentativa en el fomento de la argumentación. Este plantea un modelo para argumentaciones complejas que se da en un proceso lineal, el cual va desde los datos proporcionados a las conclusiones.

Por otra parte, Conner et al. (2014) proponen un marco que permite investigar el rol que cumple el profesorado en el apoyo del razonamiento y la argumentación de los estudiantes en el aula. A su vez establece la *argumentación colectiva* como una extensión del trabajo de Toulmin. En relación con esto, Solar y Deulofeu (2016) rescatan la figura del refutador como un factor clave para garantizar la argumentación colectiva. Se remarca la importancia del refutador como agente que contrapone ideas y guía la argumentación a la discusión en base a puntos de vista, considerando que las garantías no son necesariamente correctas en un entorno de argumentación colectiva, por tanto, será clave el rol del docente para fomentar estas discusiones en las que aparezcan garantías y respaldos promovidos por el refutador (Canal Educación UC, 2022, 13:32).

A modo de poder analizar el rol del profesor en la gestión argumentativa, Solar y Deulofeu (2016) proponen un marco de tres estrategias comunicativas derivadas de acciones comunicativas docentes, las cuales impactan en el desarrollo de la argumentación en el aula de matemáticas. Estas son: oportunidades de participación, gestión del error y tipo de preguntas clave, las cuales se agrupan en lo que Arriagada et al. (2025) han llamado enfoques comunicativos.

Objetivo central del taller:

Analizar una situación hipotética del diálogo entre una profesora y sus estudiantes en el contexto de la enseñanza de las transformaciones isométricas para identificar las acciones comunicativas que son empleados y elaborar estrategias comunicativas que favorezcan la parte conceptual.

METODOLOGÍA

La metodología del taller consistirá en la discusión y análisis desde la habilidad de argumentar y comunicar una situación pedagógica de un episodio de enseñanza de transformaciones isométricas. A continuación, se detallan los momentos, tiempos y lo que se realizará en el taller.

- Introducción a la habilidad de argumentar y comunicar (10 minutos): Recordar la definición propuesta desde las bases curriculares de la habilidad de argumentar y comunicar. Luego, se les presenta a los participantes una situación pedagógica y se invita que por medio de grupos discutan la gestión argumentativa presente en el caso.
- Discusión colectiva (5 minutos): A partir de lo identificado en la etapa anterior, se realiza un plenario para discutir los aspectos considerados como relevantes.
- Presentación del modelo argumentativo (5 minutos): Se les presenta a los participantes el análisis de la situación pedagógica a partir del Modelo de Toulmin.
- Análisis de la situación pedagógica (15 minutos): Se invita por medio de preguntas a los participantes que vuelvan a analizar la situación desde las acciones argumentativas empleando el Modelo de Toulmin.
- Plenario (10 minutos): Discusión frente a los nuevos aspectos identificados y ver la tipología de preguntas que emergen.

RESULTADOS ESPERADOS

Al finalizar el taller se espera que los participantes reflexionen sobre su propia práctica con la finalidad de identificar las acciones comunicativas que efectúan y sean capaces de abrir espacios comunicativos que promuevan la habilidad de argumentación, desde la tipología de preguntas y los elementos del modelo de Toulmin.

Referencias

Arriagada, V., Fernández, C., & Solar, H. (2025). Construcción de un instrumento para mirar profesionalmente la gestión comunicativa de docentes de matemática. *Enseñanza de Las Ciencias*, *43*(1), 65–80. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.6116

Índice

Canal Educación UC. (2022, 12 de enero). Prácticas en el aula de matemáticas para promover la argumentación, modelación y metacognición [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=ipBQlngLKsw

Conner, A. M., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, *86*(3), 401–429. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8

Goizueta, M., Rojas, F., & Solar, H. (2017). La argumentación en el aula de matemáticas. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *78*, 49–56.

Ministerio de Educación (2016). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio*. Santiago, Chile: Ministerio de Educación

Montoya-Delgadillo, E., Mena-Lorca, A., & Mena-Lorca, J. (2014). Circulaciones y génesis en el espacio de trabajo matemático. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, *17*(4), 181–197. https://doi.org/10.12802/relime.13.1749

Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 61–94)

Solar, H., & Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema - Mathematics Education Bulletin, 30(56)*, 1092–1112. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13

Índice

¿CÓMO FORTALECER EL PENSAMIENTO CREATIVO ENTRE ESTUDIANTES A LOS QUE LES GUSTAN LAS MATEMÁTICAS?

Priscila Belén Ibacache Díaz, Universidad de Tarapacá

Nicolás Claudio Zumarán Martínez, Universidad de Tarapacá

Abstract:

Este taller busca promover estrategias de resolución de problemas que favorezcan el desarrollo del pensamiento creativo en estudiantes que disfrutan las matemáticas. A partir de una intervención pedagógica implementada en el contexto del Campeonato Escolar de Matemáticas (CMAT) 2025 en Arica, se propone una experiencia práctica donde los participantes podrán ser parte de actividades desafiantes que estimulan la creatividad, la flexibilidad y la fluidez en la construcción de soluciones. Este taller combina fundamentos teóricos sobre la creatividad matemática y la resolución de problemas con dinámicas replicables en el aula. Se espera que los asistentes reflexionen acerca de sus prácticas pedagógicas y la importancia de potencias y desarrollar la creatividad en las matemáticas.

Creatividad matemática, resolución de problemas, intervención pedagógica, pensamiento creativo, estrategias de enseñanza

INTRODUCCIÓN

Actualmente, fortalecer el pensamiento creativo en estudiantes es un desafío y una necesidad. Si bien muchos estudiantes muestran gusto y motivación por las matemáticas, generalmente los espacios escolares priorizan la resolución de ejercicios de forma "mecánica" sobre la exploración de ideas originales. Esto puede limitar el desarrollo de la creatividad matemática, la que es entendida como la capacidad de generar soluciones innovadoras frente a problemas propuestos.

Incluso en aquellos alumnos que gustan de las matemáticas, como los participantes del CMAT, existen falencias importantes en cuanto al pensamiento creativo, siendo evidente una "mecanización" para resolver ejercicios en lugar de conocimiento profundo.

El taller se fundamente principalmente en la necesidad de generar espacios en los que los estudiantes no solo apliquen procedimientos conocidos, sino que tengan la libertad de proponer vías de solución, equivocarse, reformular estrategias y sobre todo pensar. En este sentido, se plantea una experiencia práctica para docentes y futuros docentes, con el fin de que puedan aplicar estas estrategias en sus contextos educativos.

ELEMENTOS TEÓRICOS

La creatividad matemática se reconoce como una competencia clave en el aprendizaje profundo y significativo. De acuerdo con la literatura, esta se expresa a través de la fluidez

Índice

de ideas, la flexibilidad para abordar un problema desde distintas perspectivas y la originalidad de las soluciones propuestas es un tipo de creatividad específica del área, por lo que no debe confundirse con la creatividad en general.

Autores como Singer, destacan que la resolución de problemas es una habilidad central en la enseñanza de las matemáticas, favorece tanto el razonamiento como la exploración y construcción de conocimiento. Así también, estudios más recientes indican la importancia de generar ambientes adecuados para desarrollar la creatividad y permitir que los estudiantes avancen desde lo más convencional hacia respuestas innovadoras.

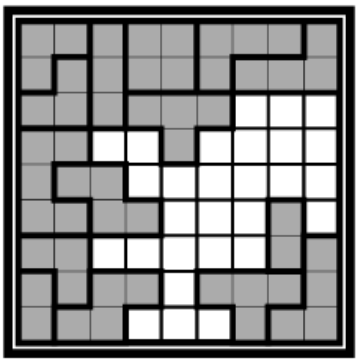
Siguiendo esta línea, la resolución de problemas y no solo ejercicios rutinarios se presenta como un camino a seguir para fortalecer el pensamiento creativo, al ofrecer desafíos que admiten múltiples soluciones o caminos.

METODOLOGÍA

El taller tendrá una duración de 45 minutos y se dividirá en cuatro momentos:

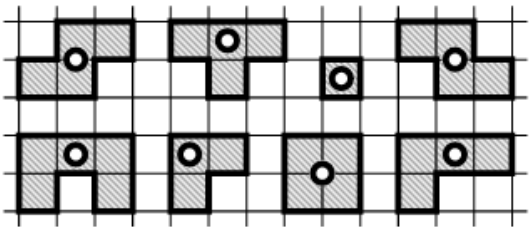
1. Actividad inicial: presentación de un problema desafiante que invite a los participantes a explorar diversas estrategias.

Samantha está completando un tablero de 9×9 cuadraditos con figuras plásticas, de tal manera que no se pueden sobreponer. Ella ha fijado en el tablero el siguiente patrón que se muestra en la imagen a continuación. *



D1. S

D2. La mamá de Samantha ve que el tablero de su hija está incompleto, por lo que le hace la siguiente colección de piezas de madera:



¿Puede Samantha completar de rellenar el tablero utilizando **todas** las piezas de esta colección? Note que las piezas pueden rotarse, pero no darse vuelta ni repetirse. (2 puntos)

D3. Muestre una forma de completar el tablero utilizando algunas o todas las piezas de madera de la colección del problema anterior. Note que las nuevas piezas pueden rotarse y trasladarse, pero no darse vuelta ni repetirse. (3 puntos)

Índice

2- Trabajo en grupos: resolución grupal del problema presentado, basado en competencias como la fluidez, flexibilidad y originalidad. Se trabajará con material concreto.

3- Socialización: espacio para comentar las distintas estrategias y reflexionar en torno a la importancia de la creatividad matemática.

4- Cierre: proyección de esta experiencia hacia el trabajo en el aula.

*Prueba de 8vo básico tomada del CMAT, primera fecha, 2025.

RESULTADOS ESPERADOS

Se espera que los participantes vivencien de forma práctica la aplicación de problemas con múltiples caminos de resolución como estrategia para potenciar la creatividad. Así mismo, que reflexionen acerca del rol de la creatividad matemática en la enseñanza de las mismas y que generen propuestas aplicables en el aula escolar. Se les propone una actividad que rompe el esquema tradicional de los problemas presentados en aula, indicando cómo este tipo de problemas estimulan el pensamiento creativo y permiten la participación activa de los estudiantes.

Para los estudiantes, este enfoque promueve un aprendizaje más libre, motivados y abierto, en el que se valora tato el conocimiento matemático como a la originalidad para llegar a las soluciones.

Referencias

Calle, V. E. R. (2018). El aprendizaje basado en problemas como estrategia para promover la creatividad en la educación. *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional*, *3*(10), 130–149.

Ramírez Sánchez, C. (2014). El aprendizaje basado en problemas: estrategia didáctica que fortalece el pensamiento creativo. *Papeles, 6*(11), 61–71.

Singer, F. M., & Voica, C. (2016). When mathematics meets real objects: How does creativity interact with expertise in problem solving and posing? En *Creativity and giftedness: Interdisciplinary perspectives from mathematics and beyond* (pp. 75–103). Springer International Publishing.

JUEGOS PARA PROMOVER LA COLABORACIÓN Y EL PENSAMIENTO FUNCIONAL EN EDUCACIÓN MEDIA

M. Alicia Venegas-Thayer, Universidad Católica Silva Henríquez

Roberto Torrealba Hermosilla, Universidad Católica Silva Henríquez

Abstract

Este taller busca promover el uso de juegos en la enseñanza de la matemática en educación media mediante un proceso de gamificación orientado al desarrollo del pensamiento funcional. Se presentará un marco teórico basado en la definición de juego de Werbach y Hunter (2012), junto con investigaciones recientes que destacan los beneficios de ambientes lúdicos en secundaria. La sesión de 45 minutos se organizará en dos momentos: una introducción a los seis pasos del proceso de gamificación y un espacio práctico de diseño colectivo. Se espera que los participantes experimenten la creación de un prototipo de juego matemático que promueva colaboración, toma de decisiones y argumentación, mientras se familiarizan con la noción de variable, dependencia y su uso para la caracterización de situaciones no matemáticas.

Gamificación, pensamiento funcional, colaboración, modelación, variable

PRESENTACIÓN

Los juegos han estado tradicionalmente vinculados a los niveles iniciales de la educación escolar. Sin embargo, su incorporación en la enseñanza de la matemática en educación secundaria también resulta pertinente, al favorecer la participación, la exploración de estrategias y la construcción de aprendizajes compartidos (Alsina, 2007; Cuadrado-Tapia et al., 2024; Jaramillo et al., 2025). El carácter lúdico contribuye a generar espacios donde los estudiantes pueden enfrentar desafíos sin que el error implique sanción, permitiendo que la experiencia sea colectiva y dinámica. Este enfoque tiene relevancia en contextos en los que la ansiedad matemática constituye una dificultad para el aprendizaje (Hill et al., 2016; Vukovic et al., 2013).

Investigaciones recientes muestran que la gamificación favorece la motivación y la consolidación de aprendizajes matemáticos mediante dinámicas atractivas y participativas (Espinales-Marín et al., 2022). En particular, el pensamiento funcional —vinculado a la identificación de variables y la exploración de dependencias— puede ser estimulado a través de juegos que planteen retos progresivos y escenarios de modelación (Cuevas-Vallejo et al., 2018). Así, el taller propone trasladar estas dinámicas a la práctica docente en educación media, promoviendo la colaboración, la toma de decisiones y la argumentación.

Índice

ASPECTOS TEÓRICOS

Siguiendo a Werbach y Hunter (2012), un juego es una actividad, individual o grupal, desarrollada bajo reglas definidas que busca generar cambios de comportamiento a través de acciones repetitivas y la retroalimentación inmediata. Se compone de tres categorías de elementos: dinámicos (organización, emociones, interacciones), mecánicos (reglas, turnos, azar, cooperación) y componentes (recursos materiales o digitales). El diseño, organización e integración de estos elementos constituye el proceso de gamificación, un anglicismo que deriva de la palabra *gamification*, el uso de elementos de un juego en otro tipo de actividades. Para guiar dicho proceso, los autores proponen seis fases que hemos interpretado para el diseño e implementación de un juego en el aula de Matemática, estableciendo una serie de preguntas y recomendaciones dirigidas a los docentes interesados en gamificar algunas de sus tradicionales actividades de aula: (1) definir el propósito del aprendizaje, (2) delimitar conductas esperadas, (3) considerar características de los jugadores, (4) diseñar ciclos de actividades, (5) asegurar la diversión y (6) seleccionar recursos adecuados. Este marco orientará la estructura del taller.

METODOLOGÍA

El taller tendrá una duración de 45 minutos y se organizará en dos momentos. Primero, se presentará a los docentes los seis pasos del proceso de gamificación, acompañados de un ejemplo de juego previamente diseñado. El propósito del juego es que los estudiantes exploren una serie de situaciones asociadas para definir aquellas variables que les permitirán predecir y tomar decisiones.

En el segundo momento, los participantes trabajarán colaborativamente en el diseño de un juego propio, seleccionando un contenido matemático de interés y definiendo propósito, conductas esperadas y recursos. Este proceso estará acompañado de preguntas orientadoras que apoyen la reflexión pedagógica y el diseño colectivo de una propuesta de gamificación centrada en un objetivo de enseñanza media, las que se describen en la Tabla 1.

Tabla 1

Preguntas orientadoras para cada fase de la gamificación

Fases	Preguntas orientadoras
1. Propósito	¿qué habilidad/conocimiento/actitud espero desarrollar en mis estudiantes a través de este juego? ¿Cómo el uso de este juego apoyará el aprendizaje de mis estudiantes?
2. Conductas esperadas	¿Cuáles son los indicadores de evaluación que mejor describen el progreso que se promoverá mientras las y los estudiantes juegan?

3. Los jugadores	¿Cuáles son los conocimientos previos de los y las estudiantes sobre el contenido? ¿Qué motiva y desmotiva a los jugadores? ¿Han jugado algo similar anteriormente?
4. Ciclo de actividades	Diseño del bucle de compromiso Diseño de escalera de progreso
5. Diversión	¿Cuántos y quiénes participaron de manera voluntaria? ¿Qué haría de este juego más divertido para ese grupo de estudiantes o ese curso?
6. Herramientas	¿Su presentación es adecuada para los participantes? ¿Cuento con implementos para todos los jugadores y niveles?

Nota. Elaboración propia

RESULTADOS ESPERADOS

Al finalizar el taller, los y las participantes se habrán familiarizado con los seis pasos del proceso de gamificación y contarán con una primera versión de un juego adaptado a un contenido matemático. Asimismo, se espera que reflexionen sobre el potencial de las dinámicas lúdicas en la educación media para favorecer la colaboración, la argumentación y el pensamiento funcional.

Referencias

Alsina, C. (2007). Educación matemática e imaginación. *UNIÓN*, *11*, 9–17.

Cuadrado-Tapia, J. H., Chazo-Montesdeoca, R. P., Reyes-Cueva, C. R., & Bautista-Quingalombo, A. S. (2024). Gamificación en el aprendizaje de la matemática: Estrategias efectivas para la participación estudiantil. *Revista Multidisciplinaria Perspectivas Investigativas, 4*(especial), 48–56.

Cuevas-Vallejo, C. A., Pineda, M. D., & Reyes, M. M. (2018). Una propuesta para introducir el pensamiento funcional y concepto de función real, antes de un curso de cálculo diferencial. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología, 10*(2), 20–38.

Espinales-Marín, J. V., Muñoz Pérez, R., & Garcés Acosta, J. P. (2022). Gamificación en la enseñanza de las matemáticas en niños con trastornos por déficit de atención e hiperactividad. *ConcienciaDigital, 5*(4.1), 103–131.

Hill, F., Mammarella, I., Devine, A., Caviola, S., Passolunghi, M., & Szűcs, D. (2016). Maths anxiety in primary and secondary school students: Gender differences, developmental changes and anxiety specificity. *Learning and Individual Differences, 48*, 45–53.

Jaramillo, J., García, G., Brito, E., & Navarro, R. (2025). Los juegos matemáticos en la enseñanza-aprendizaje de la matemática: una revisión bibliométrica en Scopus. *Revista InveCom, 5*(4), 1–12.

Índice

Vukovic, R., Kieffer, M., Bailey, S., & Harari, R. (2013). Mathematics anxiety in young children: Concurrent and longitudinal associations with mathematical performance. *Contemporary Educational Psychology, 38*(1), 1–10.

Werbach, K., & Hunter, D. (2012*). For the win: How game thinking can revolutionize your business*. Wharton Digital Press.

Índice

INTEGRACIÓN DE LA ROBÓTICA EDUCATIVA EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Andrés Joshua Madrigal Orellana, Universidad Adventista de Chile
Camila del Pilar Muñoz Bravo, Universidad Adventista de Chile
Sergio Esteban Ajata Calle, Universidad Adventista de Chile
Felipe Eugenio Retamal Acevedo, Universidad Adventista de Chile

Abstract:

La relevancia de la enseñanza de la geometría en el segundo ciclo básico radica en la entrega de herramientas adecuadas a los estudiantes para que sean protagonistas de su proceso de aprendizaje, trabajando con metodologías activas. El objetivo del presente taller es integrar la aplicación de Micro:bit como recurso didáctico para el reforzamiento del contenido de Geometría, abordando conceptos básicos de programación visual. Se usará también la robótica educativa en las situaciones didácticas de Guy Brousseau como una propuesta de la enseñanza del Teorema de Pitágoras. Ideal que cada participante lleve su computador, facilitaremos placas Micro:Bit.

Enseñanza de la geometría, Teoría de situaciones didácticas, *Micro:bit*, robótica educativa

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la geometría ha sufrido cambios cruciales y nuevos enfoques en los últimos 100 años (Sinclair, 2008). A partir de los años noventa, el currículo chileno comenzó a transformarse como parte de una estrategia nacional de reforma educativa. Según Cox (2006), entre los cambios más relevantes se encuentra el paso desde un enfoque centrado en contenidos hacia uno orientado al desarrollo de competencias, así como la conexión del aprendizaje con el entorno sociocultural del estudiante.

Posteriormente, las Bases Curriculares de Matemáticas implementadas desde el 2012, introdujeron una organización por ejes, siendo uno de ellos Geometría y Medición; este busca desarrollar razonamiento geométrico y modelación de situaciones reales mediante figuras y relaciones espaciales (MINEDUC, 2012). En paralelo, la incorporación progresiva de tecnologías digitales en el aula ha permitido una enseñanza más dinámica, interactiva y cotidiana de los estudiantes (Rodríguez-Martínez et al., 2019; Sunzuma, 2023). El desarrollo profesional docente igualmente ha evolucionado, el Estándar E destaca que los profesores en formación deben estar aptos para crear contenidos que promuevan el aprendizaje de las matemáticas en entornos digitales (MINEDUC, 2021). Por ende, las instituciones de educación superior han debido asumir la respectiva tarea de adaptar su oferta académica con cursos específicos (Cabello et al., 2020).

A partir de lo anterior, nace la necesidad de implementar metodologías activas en las aulas, con el fin de entregar mayor oportunidad de aprendizaje constructivista a los estudiantes. La

Índice

Robótica Educativa (RE) fomenta una formación de competencias, desarrollando habilidades sociales, de creatividad, pensamiento crítico y matemático (Rosero Calderón, 2024). Cuando los estudiantes trabajan con la RE, potencian sus habilidades cognitivas y pensamiento computacional, puesto que descomponen problemas complejos en más pequeños, permitiendo el desarrollo de soluciones algorítmicas (Ng et al., 2023). Del mismo modo, Rosero-Calderón (2024), comenta que aplicar la RE en el aula ayuda a la vinculación con el mundo real, trabajando en el análisis, búsqueda de soluciones, comprobaciones y evaluación de resultados de una problemática que se asemeje al contexto en el que el alumno vive. Se espera que en las escuelas se trabaje el enfoque STEAM (Ciencias, Tecnología, Ingeniería, Artes, Matemáticas), pues esto permite mejorar la lógica matemática y actitud hacia las ciencias, generando motivación en el estudiantado (Song et al., 2019).

La geometría es uno de los puntos centrales de la educación matemática de los niños pequeños (National Council of Teachers of Mathemetics [NCTM], 2006). Según Alisinanoğlu et al. (2013), la geometría hace hincapié en objetos y formas concretas, lo que la convierte en un componente esencial de la educación matemática temprana. En conjunto con todas estas aplicaciones tecnológicas, la codificación robótica también ha comenzado a utilizarse en diversas áreas de las matemáticas de la primera infancia.

Sin embargo, en la enseñanza de la geometría es necesario instruir al estudiante en conceptos computacionales, ya que no son incidentales en edades tempranas (Rodríguez-Martínez et al., 2019). Por lo tanto, el taller busca fomentar el aprendizaje de la geometría a través de recursos robóticos.

METODOLOGÍA

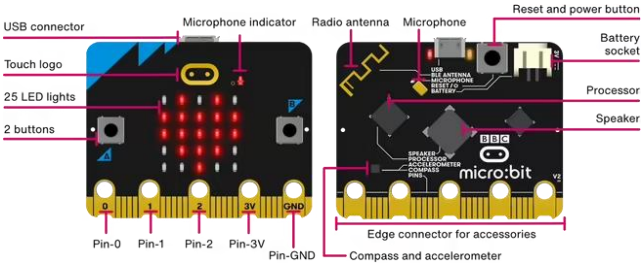
Establecer y delimitar las condiciones (los momentos del proceso), permite trabajar de manera óptima y controlada la construcción de la adquisición del conocimiento (Gálvez Pérez & Block Sevilla, 2024). Se aplicará la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brosseau, que estructura el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante cuatro momentos: acción, en el inicio de la interacción con el problema; formulación, donde comparten ideas sobre la resolución del problema; validación, en que verifican su trabajo; institucionalización, momento en que el docente formaliza el conocimiento (Chavarría, 2006)

Herramienta

Micro:bit es una placa basada en un microcontrolador codificable con un tamaño de 5cm x 4cm. Como se detalla en la Figura 1, está equipada con diferentes sensores como: botones, micrófonos, altavoces, Bluetooth, sensores de proximidad, de temperatura, una matriz de LEDs de 5x5 y dos botones (Krnaáč, 2020; Hartley et al., 2024). Microsoft MakeCode (www.makecode.com), es una aplicación web que permite programar el micro:bit visualmente mediante Bloques o JavaScript o Python (Devine, 2019).

Figura 1

Placa Micro:Bit y características/componentes técnicas.



Fuente: *https://microbit.org/es-es/get-started/features/overview*

Presentación de Taller

El taller propuesto está compuesto por tres sesiones progresivas, centradas en la construcción del conocimiento geométrico mediante programación visual y RE.

En la primera sesión, se introducirá a los y las participantes en los fundamentos de la programación por bloques, utilizando la plataforma Microsoft MakeCode y/o la aplicación de App "Micro:Bit: Educational Foundation" disponible para sistemas *Android* o *IOs*. En esta etapa se espera familiarizar a los docentes con el entorno de codificación visual, esperando que comprendan la lógica estructural de los lenguajes de programación por bloques, mediante tareas y manipulaciones, donde ejecuten instrucción, eventos, bucles y condicionales. Se exploran las funciones básicas del dispositivo micro:bit como matriz LED, sensores integrados y botones físicos, etc.

En la segunda sesión se construirá un robot luchador de cartón (los materiales serán facilitados por nosotros) y se programará con micro:bit, integrando conceptos geométricos de ángulos, orientación y simetría. Mediante el diseño y la programación por bloques, se explorará cómo los ángulos determinan los movimientos y giros del robot, fortaleciendo la comprensión de los ángulos como magnitudes dinámicas y su aplicación en contextos reales y lúdicos.

En la última sesión, el taller está dedicado a la presentación de una propuesta de secuencia didáctica, orientada en las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau (Brousseau, 2002), como recurso para trabajar diferentes aspectos de la geometría, en este caso el Teorema de Pitágoras, implementando la programación y robótica, con la placa Micro:Bit como herramienta. Para este punto se requerirá que los participantes tengan un computador.

RELEVANCIA Y PROPÓSITO DEL TALLER

Entre las múltiples posibilidades del STEAM, la programación y la robótica son un medio de aprendizaje para la ciencia. Según investigaciones, integrar estas en enfoques STEAM en la educación básica fortalece competencias matemáticas y computacionales. En la investigación de Cabrera et al. (2022) reportan que el uso de esta metodología (como programación Kodu) condujo a significativos progresos en habilidades de lógica matemática; de igual modo, estudios similares en Asia evidencian que herramientas basadas en Scratch elevan la actitud hacia las ciencias y las matemáticas, motivando a estudiantes con actividades interactivas

(Song et al., 2019). Experiencias en STEAM también fomentan la creatividad en la escolaridad. Según Weng et al. (2022) los alumnos de secundaria describen tareas en ideas artísticas dibujando figuras. Del mismo modo, en Aslan et al. (2024) destacan la relevancia de la robótica como recurso en la enseñanza de la geometría.

Este taller tiene como propósito fortalecer las competencias de los docentes en formación y en ejercicio, a través de la integración de tecnologías digitales, en particular, la RE mediante Micro:bit en la enseñanza de contenidos geométricos del segundo ciclo de educación básica. La propuesta se fundamenta en la necesidad de promover prácticas pedagógicas innovadoras que articulen la modelación matemática y el pensamiento computacional, y para la correcta implementación de estas metodologías, es de suma importancia capacitar a los docentes. Brender et al. (2021) instan a investigar y entregar directrices adecuadas de actividades que se alineen con el contexto y los objetivos establecidos por el currículum.

Se espera que la incorporación de dispositivos programables y entornos de codificación visual, como el Microsoft Make Code, proporcione a los participantes herramientas concretas a partir de la abstracción matemática y accesible mediante representaciones dinámicas y manipulables. Esta aproximación metodológica está basada en recomendaciones como la de Brender et al. (2021), quienes mencionan que los estudiantes, utilizando esta clase de metodologías, presentan mayor interés tanto en las matemáticas como en la construcción de su aprendizaje.

Agradecimiento

Proyecto de Investigación con referencia N° 197, financiado parcialmente por la Dirección de Investigación de la Universidad Adventista de Chile.

Referencias

Alisinanoğlu, F., Kesicioğlu, O. S., & Mart, M. (2013). Evaluation of pre-school children's development of geometric thought in the UK and Turkey according to van Hiele model. *International Journal of Education and Research, 1*(10), 1–10.

Aslan, D., Dağaynası, S., & Ceylan, M. (2024). Technology and geometry: Fostering young children's geometrical concepts through a research-based robotic coding program. *Education and Information Technologies*. https://doi.org/10.1007/s10639-024-12747-3

Brender, J., El-Hamamsy, L., Bruno, B., Chessel-Lazzarotto, F., Zufferey, J. D., & Mondada, F. (2021). Investigating the role of educational robotics in formal mathematics education: The case of geometry for 15-year-old students. En *Technology-enhanced learning for a free, safe, and sustainable world* (pp. 67–81). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90677-1_5

Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990*. Kluwer Academic Publishers.

Cabello, P., Ochoa, J. M., & Felmer, P. (2020). Tecnologías digitales como recurso pedagógico y su integración curricular en la formación inicial docente en Chile. *Pensamiento Educativo. Revista*

de Investigación Educacional Latinoamericana, 57(1), 1–20. https://doi.org/10.7764/PEL.57.1.2020.9

Cabrera Medina, J. M., Sánchez Medina, I. I., & Céspedes Muñoz, B. A. (2022). The inclusion engineer with STEAM in the educational institution. *Ingeniería Solidaria, 18*(3), 1–23. https://doi.org/10.16925/2357-6014.2022.03.10

Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 1*(2), 1–16.

Cox, C. (2006). *Policy formation and implementation in secondary education reform: The case of Chile at the turn of the century*. World Bank.

Devine, J., Finney, J., de Halleux, P., Moskal, M., Ball, T., & Hodges, S. (2019). MakeCode and CODAL: Intuitive and efficient embedded systems programming for education. *Journal of Systems Architecture, 98*, 468–483. https://doi.org/10.1016/j.sysarc.2019.07.005

Gálvez Pérez, G., & Block Sevilla, D. (2024). La teoría de las situaciones didácticas, legado fundamental de Guy Brousseau a la educación matemática. *Educación Matemática, 36*(1), 258–263. https://doi.org/10.24844/EM3601.14

Hartley, K., Rubegni, E., Underwood, L., Finney, J., Ball, T., Hodges, S., … Moskal, M. (2024). Meet MicroCode: A live and portable programming tool for the BBC micro:bit. En *Proceedings of the 23rd Annual ACM Interaction Design and Children Conference* (pp. 355–370). Association for Computing Machinery. https://doi.org/10.1145/3628516.3655784

Krnáč, R., Cápay, M., & Koprda, Š. (2020). Education with physical device BBC micro:bit. En *2020 18th International Conference on Emerging eLearning Technologies and Applications (ICETA)* (pp. 352–357). IEEE. https://doi.org/10.1109/ICETA51985.2020.9379210

Ministerio de Educación de Chile. (2012). *Guías didácticas para la articulación de los ejes curriculares de números, álgebra y geometría: Asignatura Matemática, 1.º a 4.º año de educación media*.

Ministerio de Educación de Chile. (2021). *Estándares disciplinarios para carreras de pedagogía en educación general básica: Estándares de matemática*. Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas.

National Council of Teachers of Mathematics. (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*.

Ng, O.-L., Leung, A., & Ye, H. (2023). Exploring computational thinking as a boundary object between mathematics and computer programming for STEM teaching and learning. *ZDM – Mathematics Education, 55*(7), 1315–1329. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01509-z

Rodríguez-Martínez, J. A., González-Calero, J. A., & Sáez-López, J. M. (2020). Computational thinking and mathematics using Scratch: An experiment with sixth-grade students. *Interactive Learning Environments, 28*(3), 316–327. https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1612448

Rosero Calderón, O. A. (2024). La robótica educativa: Potenciando el pensamiento matemático y habilidades sociales en el aprendizaje. *Emerging Trends in Education, 7*(13), 129–144. https://doi.org/10.19136/etie.a7n13.6040

Índice

Sinclair, N. (2008). *The history of the geometry curriculum in the United States*. Information Age Publishing.

Song, H.-S., Kim, S.-H., Song, Y.-J., Yoo, P.-R., Lee, J.-Y., & Yu, H. (2019). Effect of STEAM education program using flexible display. *International Journal of Information and Education Technology, 9*(8), 559–563. https://doi.org/10.18178/ijiet.2019.9.8.1266

Sunzuma, G. (2023). Technology integration in geometry teaching and learning: A systematic review (2010–2022). *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education, 11*(3), 1–18. https://doi.org/10.31129/LUMAT.11.3.1938

Weng, X., Ng, O.-L., Cui, Z., & Leung, S. (2023). Creativity development with problem-based digital making and block-based programming for science, technology, engineering, arts, and mathematics learning in middle school contexts. *Journal of Educational Computing Research, 61*(2), 304–328. https://doi.org/10.1177/07356331221115661

DESAFÍOS EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA 3D: COMO PROFESORES ¿ESTAMOS PREPARADOS?

Fabiola Arévalo-Meneses, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Elizabeth Montoya-Delgadillo, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

El estudio de la geometría 3D presenta desafíos importantes, tales como las dificultades de la visualización de representaciones 3D en formatos planos y de carácter estático, como una pizarra o papel. No obstante, debemos desarrollar conocimientos de geometría y habilidades espaciales que permitan a nuestros estudiantes obtener una imagen mental de los objetos representados. ¿Cómo profesores, estamos preparados para ello? Este taller tiene como objetivo poner en juego habilidades y conocimientos, didácticos y disciplinares, de profesores de matemática ante tareas de geometría 3D, con uso de distintos artefactos, que conectan con la geometría 2D. Con esto esperamos motivar la reflexión en torno a los procesos y estrategias de enseñanza aprendizaje de la Geometría 3D en nuestros estudiantes.

Geometría 3D, visualización 3D, habilidades espaciales, uso de artefactos, profesores.

INTRODUCCIÓN

El tránsito entre la geometría 2D y 3D no es fácil, Existen dificultades que están relacionadas con la visualización de representaciones de objetos 3D en un medio plano, como las que encontramos en libros o en una pizarra, así como, el uso de representaciones estáticas que limitan la manipulación. Frente a estas dificultades, se recomienda el uso de artefactos tecnológicos en la enseñanza de la geometría 3D, ya que, facilitan la observación de cambios y posición de figuras en el espacio (Salazar, 2006). No obstante, es necesario contar con conocimientos geométricos específicos (Fujita et al., 2020) y habilidades espaciales que al ser desarrolladas pueden mejorar el razonamiento geométrico 3D (Pittalis & Christou, 2010).

Esto nos presenta un escenario complejo, ya que se reporta que los profesores poseen habilidades espaciales y conocimientos de geometría 3D limitados (Güven y Kosa, 2008), y pocos conocimientos sobre planificación y evaluación de conocimientos de geometría 3D (Mjenda et al., 2023) en profesores de secundaria.

En Chile, el escenario se vuelve más complejo aún, ya que el estudio de la geometría 3D ha adquirido mayor presencia en el currículo escolar (MINEDUC, 2021), pero los resultados de la Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente (ENDFID) dan cuenta de que los profesores en formación inicial presentan bajos resultados en cuanto a aspectos disciplinares y didácticos en Geometría (CPEIP, 2023).

De este modo, con este taller esperamos abordar esta problemática a partir de una situación didáctica que conecta conocimientos de la geometría 2D y 3D, con uso de diferentes artefactos.

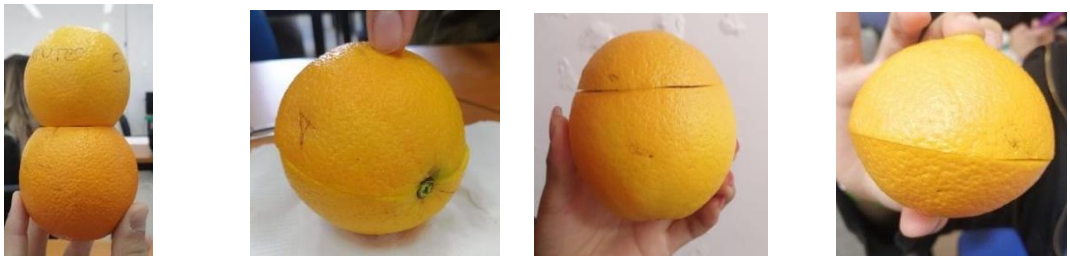
Índice

METODOLOGÍA

El taller consiste en la exploración y reflexión, en torno a una situación didáctica referente a la intersección de esferas en el espacio, que originalmente consta de 3 etapas. La primera etapa (E1) con uso de material concreto (naranjas) para un primer acercamiento desde la intuición. Luego una segunda etapa (E2) de exploración y validación mediante el uso de Chat GPT y luego la construcción de modelos en GeoGebra (E3). Esta secuencia fue implementada, en el marco del desarrollo de tesis doctoral, en profesores de matemática en formación inicial pertenecientes a dos universidades de la región de Valparaíso, cuyos resultados han sido analizados desde la teoría de Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak, 2014), dadas las características semióticas, instrumentales y discursivas involucradas. La implementada se realizó en el transcurso de tres sesiones, motivo por el cual, considerando el tiempo disponible para este taller, hemos realizado una adaptación de esta, que permita un acercamiento a la situación original y que enriquezca la reflexión y discusión en relación a los resultados de la implementación del estudio doctoral. De este modo, en primera instancia se les presentarán los resultados de E1, en particular, los cuerpos formados por dos naranjas (Figura 1) que obtuvieron los profesores en formación, y sus respuestas ante preguntas relacionadas con la experimentación.

Figura 1

Cuerpos compuestos por dos naranjas unidas en sus cortes



Luego se les propondrá a los participantes, la siguiente indicación: Construye un modelo en GeoGebra para la intersección de dos esferas, Luego responde: ¿Qué se obtiene de la intersección de dos esferas? Puedes utilizar Chat GPT si lo estimas conveniente.

Ante esta primera indicación se espera que los participantes, a través de construcción de distintos modelos en GeoGebra, que pueden variar en tamaño y posición, descubran que la intersección de dos esferas es una circunferencia en el espacio, o bien, un punto de tangencia dependiendo de la distancia entre ambas.

Por otra parte, nos interesa observar si los participantes recurren al uso de Chat GPT y en caso de hacerlo conocer las características de sus interacciones con la IA. Estas pueden ser muy diversas, y con distintos propósitos, como el abordaje de los aspectos matemáticos involucrados y/o el apoyo en el uso de las herramientas de GeoGebra para la construcción de los modelos (Yunianto et al., 2025).

Luego de realizada esta primera parte, se les preguntará: *¿Cuál es la ecuación de la circunferencia en el espacio? Si puedes determinarla, hazlo.* Esta pregunta no es trivial, pues la ecuación de la circunferencia en el espacio es una ecuación paramétrica, por tanto, distinta a la ecuación de la circunferencia en el plano.

Una vez finalizado el trabajo en las tareas propuestas, se motivará a los participantes compartir el trabajo realizado para luego, presentarles los resultados de las etapas E2 y E3 del estudio doctoral con el fin incorporar nuevos elementos que puedan enriquecer la discusión en relación a los conocimientos geométricos involucrados en la situación y al uso de artefactos.

RESULTADOS ESPERADOS

Este taller presenta un desafío a los profesores al poner en juego su propio ETM personal, es decir, abordando la situación desde sus propios conocimientos y habilidades, lo que creemos relevante al reflexionar en torno a su rol como profesor, en donde emerge su ETM idóneo.

Esperamos que este taller permita genera una discusión didáctica enriquecedora en relación a la geometría 3D en la enseñanza aprendizaje, motivada desde la propia experiencia al abordar la tarea propuesta y al conocer los resultados de la investigación doctoral, lo que puede motivar nuevas estrategias y nuevos diseños de tareas que promuevan el aprendizaje de la geometría 3D, así como el desarrollo de habilidades espaciales como la visualización 3D, considerando a la vez, las limitaciones y potencialidades de artefactos tecnológicos, tales como softwares de geometría dinámica e IA generativas como Chat GPT.

Referencias

Fujita, T., Kondo, Y., Kumakura, H., Kunimune, S., & Jones, K. (2020). Spatial reasoning skills about 2D representations of 3D geometrical shapes in grades 4 to 9. *Mathematics Education Research Journal, 32*(2), 235–255. https://doi.org/10.1007/s13394-020-00335-w

Güven, B., & Kosa, T. (2008). The effect of dynamic geometry software on student mathematics teachers' spatial visualization skills. *The Turkish Online Journal of Educational Technology, 7*(4), 100–107.

Kuzniak, A., & Richard, P. R. (2014). Spaces for mathematical work: Viewpoints and perspectives. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17*(4-I), 17–27. https://doi.org/10.12802/relime.13.1741b

Ministerio de Educación de Chile. (2021). *Programa de estudio: Geometría 3D, 3.º y 4.º medio*.

Mjenda, M., Mutarutinya, V., & Owiti, D. (2023). Diagnostic assessment knowledge and practices among secondary school mathematics teachers in Dodoma, Tanzania. *African Journal of Empirical Research, 4*(2), 1119–1129.

Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics, 75*(2), 191–212. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9251-8

Índice

Salazar, J. (2009). *Gênese instrumental na interação com Cabri 3D: Um estudo de transformações geométricas no espaço* [Tese de doutorado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo].

Yunianto, W., Galiç, S., Lavicza, Z., & Urhan, S. (2025). A model for computational thinking development in GeoGebra with the support of ChatGPT. *Computers in the Schools*, 1–37. https://doi.org/10.1080/07380569.2025.2544062

TRABAJO MATEMÁTICO EN ÁLGEBRA LINEAL CON TECNOLOGÍA DIGITAL

Jorge Gaona, Universidad de Playa Ancha

Silvia López, Universidad de Viña del Mar

Romina Menares, Universidad de Valparaíso

Elizabeth Montoya, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Fabrice Vandebrouck, Universidad París Cité

Laurent Vivier, Universidad París Cité

Abstract:

En este taller se mostrarán algunas de las tareas diseñadas en el marco del proyecto ECOS ANID sobre álgebra lineal. Se discutirá sobre el trabajo matemático de estudiantes en formación inicial de profesores, así como los paradigmas que se han propuesto en el marco del proyecto y que guían el diseño de las tareas. Además, se mostrará una herramienta automática colaborativa para visualizar categorías cualitativas en una línea temporal.

Sistemas de ecuaciones lineales, álgebra lineal, sistemas de evaluación en línea, líneas de tiempo, tecnología, educación matemática

INTRODUCCIÓN

En el contexto del proyecto ECOS-ANID 2023-2025 titulado "Trabajo matemático de profesores en formación inicial apoyado por artefactos digitales en el dominio del álgebra lineal" entre un equipo de Chile (UPLA, UV, PUCV y UVM) y de Francia (UPC), se han levantado tres paradigmas del álgebra lineal (Gaona et al., 2023) y se han diseñado 4 tareas en un entorno tecnológico (Menares et al., 2023), durante finales del año 2023 se realizó una propuesta piloto en las universidades chilenas, y el año 2024 se implementarán tanto en Chile como en Francia.

El taller pretende propiciar un análisis didáctico, a partir de la experiencia de trabajo matemático de los participantes, el cual involucra la resolución de dos tareas dirigidas a profesores de matemáticas en formación en Chile, y estudiantes de la licenciatura científica en Francia, en el curso de Álgebra Lineal diversificando las perspectivas epistemológicas y cognitivas. Esto permitirá que los participantes discutan sobre una tarea del Álgebra Lineal, involucrando variables didácticas, tales como: distintos cambios de registros, trabajo matemático en el álgebra, la geometría y el álgebra lineal. Esto será fundamental para que los participantes puedan implementar este tipo de tareas en su propia aula de clases, utilizando la tecnología en la disciplina y distintos softwares matemáticos (GeoGebra,

Índice

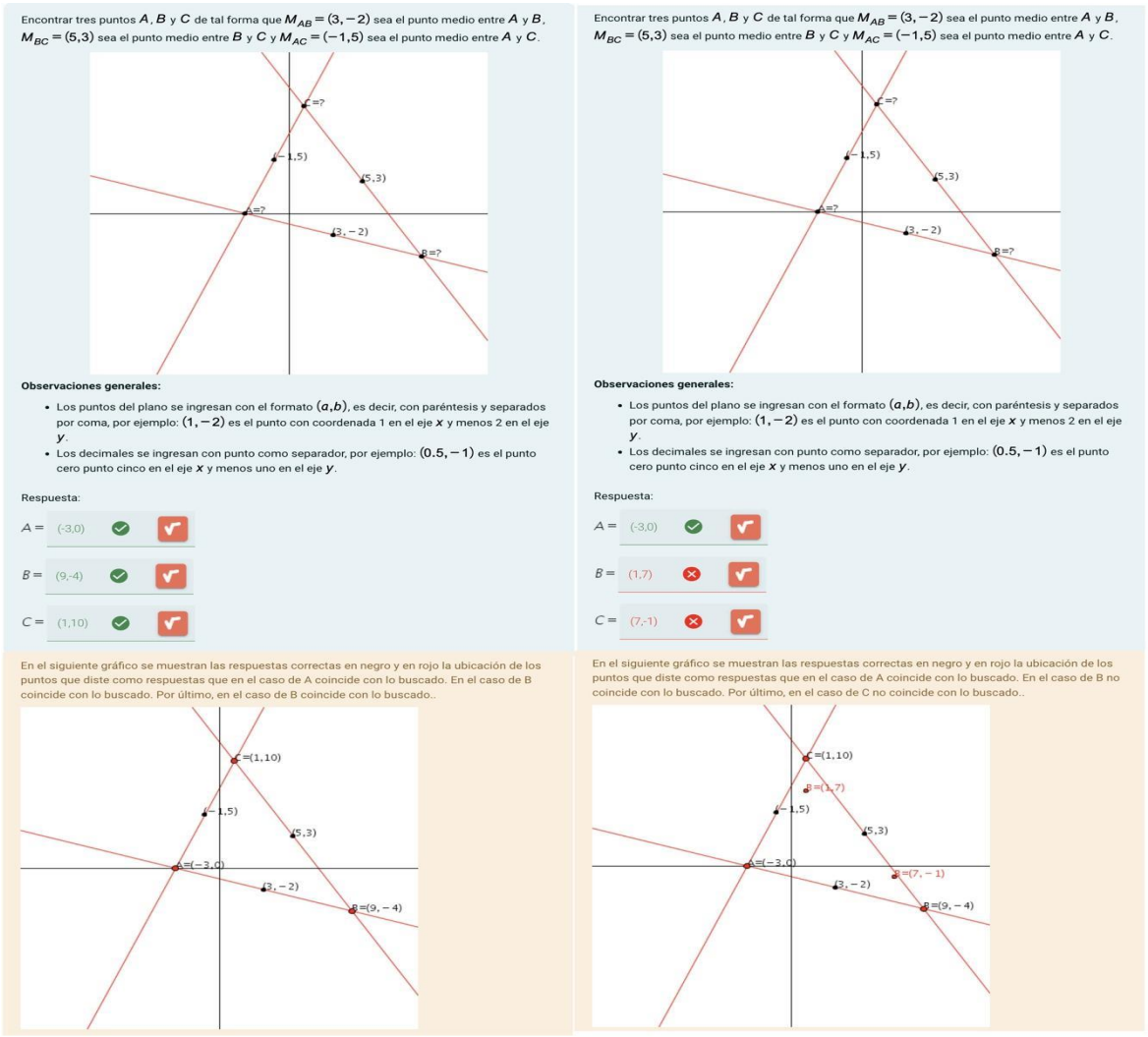
Symbolab, WolframAlpha, entre otros). Finalmente, podrán caracterizar en base a los paradigmas que se han planteado del Álgebra Lineal, su propio trabajo matemático al desarrollar las tareas propuestas.

En el taller, se propone en una **primera parte**, enfrentar a los participantes a la resolución de dos tareas en un entorno tecnológico donde pueden utilizar diversos artefactos digitales (GeoGebra, Symbolab, Wolfram Alpha, entre otros) para resolverlas, y con la finalidad de comprender los análisis a priori.

En una **segunda parte,** se analizan producciones de estudiantes para comprender el trabajo matemático y su relación con los paradigmas del álgebra lineal propuestos.

Figura 1

Enunciado de la tarea (arriba) y retroalimentación de la tarea (abajo) con una respuesta correcta (izquierda) y una respuesta incorrecta (derecha) en la plataforma.



Índice

TAREAS

Hasta el momento se han diseñado 4 tareas, de las cuales 3 ya están programadas en una plataforma con parámetros aleatorios, infinitas respuestas correctas posibles y feedback automático. La tarea 1, y la que se muestra en este resumen (Figura 1).

La tarea presentada en la plataforma sitúa a los estudiantes en un contexto geométrico con coordenadas, donde se entregan tres puntos que representan los puntos medios de un triángulo desconocido. La estrategia más eficaz consiste en plantear sistemas de ecuaciones que formalicen la condición de que los tres puntos dados sean los puntos medios de los lados del triángulo. Para ello, se generan dos sistemas lineales —uno para las coordenadas en x y otro para las coordenadas en y— con la misma estructura matricial. Como los determinantes son distintos de cero, ambos sistemas tienen solución única, lo que permite calcular de manera precisa las coordenadas de los vértices A, B y C. De este modo, se vincula la interpretación geométrica con una resolución algebraica más eficaz.

DISCUSIONES

Paradigmas del álgebra lineal

En el proyecto ECOS-ANID se ha avanzado en la formulación y el análisis de tareas, incluyendo las que se proponen en este taller. Este análisis ha llevado a la formulación de tres paradigmas para el álgebra lineal (AL1, AL2 y AL3), los que fueron presentados en la 22e EEDM. En términos muy genéricos, el paradigma AL1, propone un trabajo algorítmico sobre los sistemas lineales y sobre la geometría del plano y del espacio (dimensiones 2 y 3). AL2, que propone trabajos en R^n con una reinterpretación de los sistemas lineales en términos de productos matriciales, basados en el álgebra de matrices. AL3, que propone trabajos basados en la estructura algebraica de los espacios vectoriales, en dimensión finita o infinita.

CONCLUSIÓN

En este taller queremos discutir sobre las tareas en un entorno tecnológico y sobre los tres paradigmas propuestos para el álgebra lineal. Esperamos que esto permita refinar los análisis que se han realizado y discutir con la comunidad la pertinencia de los paradigmas en el dominio del Álgebra Lineal. Esto nos permitirá validar los resultados obtenidos con la comunidad de especialistas, y comprender el ETM en este dominio.

Referencias

Gaona, J., López, S., Menares, R., Montoya, E., Rodríguez, M., Vandebrouck, F., & Vivier, L. (2024). Paradigmes de l'algèbre linéaire. Manuscrito aceptado para publicación en *Actes de la 22e École d'été de Didactique des Mathématiques*.

Menares, R., Gaona, J., López, S., Montoya-Delgadillo, E., Rodríguez, M., Vivier, L., & Vandebrouck, F. (2023). *Estudio del espacio de trabajo matemático en el álgebra lineal en la interacción con plataformas digitales con feedback automático*. En *Actas de las XXVI Jornadas Nacionales de Educación Matemática*. SOCHIEM.

Kuzniak, A., Montoya-Delgadillo, E., & Richard, P. R. (Eds.). (2022). *Mathematical work in educational context* (Vol. 18). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8

Índice

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO A TRAVÉS DEL JUEGO

Sebastián Alejandro Cortés Pérez, Liceo Bicentenario Domingo Santa María
Denis Alexander Tonconi Cruz, Liceo P. Bicentenario Antonio Varas de la Barra
Ludy Mireya Núñez Soza, Universidad de Tarapacá

Abstract:

En Chile, la aplicación de pruebas estandarizadas tiene como consecuencia que algunos establecimientos educacionales apuesten al logro académico, relegando el aprendizaje significativo. Producto de esta práctica, las estrategias de enseñanza son mecánicas, orientadas a maximizar la transmisión y memorización de contenidos, sobre todo en matemática y lenguaje (Milicic et al., 2020). A pesar de esto, los resultados son deficientes, por ende, es necesario instaurar nuevas metodologías de enseñanza y aprendizaje que estimulen la creatividad y pensamiento crítico. El presente taller propone el uso del juego como recurso didáctico para el aprendizaje y la enseñanza matemática, como método alternativo para ofrecer aprendizajes significativos a los estudiantes y desarrollar sus competencias matemáticas (Chamoso et al., 2004). En particular el propósito del Taller es presentar el aprendizaje a través del juego, aplicando esta estrategia didáctica en el área de probabilidad y estadística, aportando a la innovación docente.

Aprendizaje a través del juego, probabilidad y estadística, estrategia didáctica, aprendizaje significativo.

INTRODUCCIÓN

El Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) ha estipulado acorde a los resultados del SIMCE 2024, que siguen existiendo desafíos en educación matemática de enseñanza media, a pesar del alza de 2 puntos con respecto al 2023, esto muestra un estancamiento en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. (MINEDUC, 2025).

Los resultados mencionados anteriormente se ven agravados por la percepción que tienen los estudiantes chilenos acerca de la matemática, ya que, la ven como una disciplina aburrida, poco interesante y difícil. Según Dúran (2015), muchos estudiantes no se sienten cómodos ni motivados a estudiar matemáticas, a pesar de reconocer su utilidad en todos los ámbitos de la vida.

En Chile, actualmente, el aprendizaje basado en juegos es un área que ha recibido escasa atención en términos de investigación. A pesar de que el currículum nacional de matemáticas, desarrollado por el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2023), está repleto de diversas actividades didácticas, lamentablemente solo un pequeño porcentaje de estas son lúdicas. El currículum nacional de matemática se enfoca en el desarrollo gradual e integrado de habilidades y actitudes junto con contenidos conceptuales, los cuales no necesariamente incluyen el juego como una herramienta de aprendizaje. Sin embargo, el aprendizaje basado en juegos ha demostrado ser una herramienta efectiva en diversas áreas de estudio. El juego

Índice

como herramienta pedagógica, puede ser extremadamente beneficiosa para los estudiantes. Dado que, los juegos logran que el aprendizaje sea más atractivo y divertido, lo que puede aumentar la motivación y el compromiso de los estudiantes. Además, los juegos pueden proporcionar a los estudiantes un entorno seguro y de bajo riesgo donde también se puede fomentar el pensamiento crítico y la resolución de problemas (Alonso, 2021).

MARCO TEÓRICO

El juego ya sea individual o grupal incita a usar la creatividad y el intelecto, y el juego como herramienta pedagógica retroalimenta de manera positiva el conocimiento adquirido. Además, el juego fomenta las relaciones sociales y de autoconfianza, debido a que involucran factores tales como: emociones, creencias y actitudes. (Carbajal y Angulo, 2019; Mendoza et al., 2014).

Arija (2021), recomienda los juegos como generadores de aprendizaje duradero, ya que las habilidades adquiridas en condiciones agradables suelen ser retenidas por más tiempo que aquellas impuestas o adquiridas en condiciones adversas, dado que, los estudiantes no olvidan lo aprendido después de superar metas a corto plazo.

De acuerdo con Jean Piaget citado en Simbaña-Haro et al. (2022), el juego forma parte de la inteligencia del niño, porque representa la asimilación funcional o reproductiva de la realidad según cada etapa evolutiva del individuo. Por otro lado, Lev Semyónovich Vigotsky citado en Arija (2021), afirma que el juego surge de la necesidad de interactuar con otros, permitiendo la adquisición de roles personales útiles en la vida de cada individuo.

Hoy en día, los docentes buscan incorporar en la enseñanza de la matemática múltiples estrategias para enseñarla. Entre las más exitosas, se encuentran las estrategias que aplican actividades lúdicas y didácticas (Mora, 2003). Ahora bien, varios estudios nos indican que la didáctica es la clave para el aprendizaje significativo, ya que esta herramienta contiene elementos esenciales para una enseñanza óptima (Urhahne & Wiljia 2023).

METODOLOGÍA

El taller se llevará a cabo en una sola sesión de 45 minutos, organizada en tres momentos que buscan combinar teoría, práctica y reflexión compartida.

En un **primer momento (5 minutos)** se presentará de manera breve el valor del juego como estrategia didáctica en la enseñanza de la probabilidad a través de un Kahoot, donde cada pregunta se retroalimentará en base a la fundamentación teórica y recientes investigaciones que respaldan la importancia de generar experiencias de aprendizaje activas y significativas.

En el **segundo momento (10 minutos)** se invitará a los docentes a participar en un ejemplo interactivo de juego. La idea es que vivan la experiencia “como estudiantes”, de modo que puedan sentir en primera persona cómo el juego favorece la comprensión de los conceptos probabilísticos.

La actividad consiste en reunir a los docentes en grupos de máximo 5 participantes, donde jugaran dominó con cartas cuyos valores están relacionados a la unidad de probabilidad. El material será otorgado por los talleristas.

En el **tercer momento (30 minutos)**, los participantes trabajarán en pequeños grupos para diseñar su propio juego, asociado a un eje de la matemática de su interés. Para guiarlos, se entregará una pauta de planificación creada a partir de la investigación referente al tema. Al finalizar, cada grupo compartirá su propuesta con los demás, generando un espacio de retroalimentación y reflexión conjunta. De esta forma, los docentes no solo conocerán ejemplos de juegos aplicados a la enseñanza de la probabilidad, sino que también saldrán del taller con una propuesta concreta y adaptable a sus propias clases. Los recursos requeridos para la realización del taller son los siguientes: Data, telón de proyección, puntero laser, mesas y sillas.

CLASIFICACIÓN DEL TALLER

El taller se clasifica en la línea de investigación de enseñanza y aprendizaje de la estadística y las probabilidades (EE), en la educación media (ES)

Referencias

Alonso Arija, N. (2021). *El juego como recurso educativo: Teorías y autores de renovación pedagógica* [Trabajo de fin de grado, Universidad de Valladolid].

Carbajal, R. M., & Angulo, C. V. (2019). Juegos de rol para la enseñanza de las matemáticas. *Education in the Knowledge Society, 20*, Article 13. https://doi.org/10.14201/eks2019_20_a13

Durán, P. (2015). *Percepciones de la asignatura de matemáticas en estudiantes de enseñanza media en dos liceos de la comuna de Chillán* [Tesis de pregrado inédita, Universidad del Bío-Bío].

Mendoza, L., Trinidad, J., & García, E. (2014). Actividades lúdicas como estrategia al impulso del talento matemático. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1251–1258).

Ministerio de Educación. (2023). *Para la reactivación integral de aprendizajes: Actualización de la priorización curricular de Lenguaje y comunicación, Lengua y literatura, Historia, geografía y ciencias sociales, Tecnología y Matemática*.

Ministerio de Educación. (2025). *Resultados del SIMCE 2024*. Gobierno de Chile.

Mora, C. D. (2003). *Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Universidad de Los Andes.

Simbaña-Haro, M., González-Romero, M., Obando-Tasiguano, C., & Hinojosa-Cazco, G. (2022). El juego: Una mirada desde los diferentes autores. *593 Digital Publisher CEIT, 7*(6-2), 145–156. https://doi.org/10.33386/593dp.2022.6-2.1536

Urhahne, D., & Wijnia, L. (2023). Theories of motivation in education: An integrative framework. *Educational Psychology Review, 35*, Article 63. https://doi.org/10.1007/s10648-023-09839-0

DEL AZAR A LA NORMALIDAD: SIMULACIONES PARA COMPRENDER LA LEY DE LOS GRANDES NÚMEROS Y EL TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE

Ludy Núñez Soza, Universidad de Tarapacá

Gisella Tapia Yáñez, Universidad de Tarapacá

Abstract:

En la formación docente en Pedagogía en Matemática, el Estándar C de Probabilidades y Estadística para Pedagogía en Matemática menciona que el/la docente egresado/a sea capaz de realizar experimentos aleatorios, calcular probabilidades y diseñar clases que integren software dinámico para analizar datos en contextos diversos (Ministerio de Educación de Chile, 2021). No obstante, estas competencias suelen verse limitadas por la abstracción de los contenidos y la falta de experiencias concretas. Estudios como los de Garfield y Ben-Zvi (2008) y del Mas et al. (2007) evidencian dificultades en conectar la teoría con fenómenos reales, mientras del Mas et al. (1999, 2007) destacan que entornos visuales mejoran la comprensión del Teorema Central del Límite. En respuesta a estos requerimientos y dificultades se propone una metodología experimental y visual, a través de simulaciones realizadas utilizando software de acceso libre.

Simulaciones, ley de los grandes números, teorema central del límite, probabilidad, estadística, enseñanza

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la probabilidad enfrenta desafíos significativos cuando se aborda exclusivamente desde el enfoque clásico, el cual suele estar vinculado a una visión determinista de las matemáticas. Diversos estudios han señalado que este enfoque limita el desarrollo del razonamiento probabilístico en los estudiantes, dificultando la comprensión profunda de los fenómenos aleatorios y la construcción significativa de conceptos clave como la Ley de los Grandes Números y el Teorema Central del Límite (Batanero & Díaz, 2012; Jaimes & Yáñez, 2013).

En este contexto, la simulación computacional emerge como una herramienta didáctica poderosa que permite modelar situaciones reales marcadas por el azar y la incertidumbre. Al representar fenómenos aleatorios de forma dinámica e interactiva, las simulaciones favorecen la comprensión conceptual, estimulan la participación activa del estudiante y fortalecen la intuición estadística. Además, contribuyen a incrementar la motivación y el interés por los contenidos probabilísticos, al vincular la teoría con situaciones prácticas y significativas (Burbano, Pinto & Valdivieso, 2015).

Índice

Este taller se centra en explorar el potencial de las simulaciones para la enseñanza de conceptos fundamentales de la probabilidad, tales como. La ley de los Grandes Números y el Teorema Central del Límite, proponiendo una estrategia que integra la teoría y la práctica en entornos digitales de aprendizaje.

OBJETIVO DEL TALLER

Desarrollar competencias docentes para abordar la Ley de los Grandes Números y el Teorema Central del Límite, mediante simulaciones en R, promoviendo el razonamiento probabilístico y el uso de software dinámico en contextos educativos.

MARCO TEÓRICO

Diversos estudios han evidenciado que el enfoque clásico de la probabilidad, centrado en reglas deterministas, no favorece el desarrollo del razonamiento probabilístico ni la construcción de intuiciones adecuadas (Batanero et al., 2012; Jaimes & Yáñez, 2013). En este contexto, la simulación computacional se presenta como una herramienta didáctica eficaz que permite representar fenómenos aleatorios de forma dinámica, favoreciendo la comprensión conceptual, la visualización de patrones emergentes y la participación del estudiante en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Burbano, Pinto & Valdivieso, 2015).

Asimismo, la enseñanza de conceptos como la Ley de los Grandes Números y el Teorema Central del Límite representa un desafío constante en el aula, debido a su nivel de abstracción y a la escasa conexión con experiencias concretas (Garfield & Ben-Zvi, 2008; del Mas et al., 2007). Estos contenidos son fundamentales para comprender fenómenos aleatorios y distribuciones muestrales, pero suelen generar dificultades en estudiantes y docentes debido a su complejidad conceptual.

Considerando el Estándar C de Probabilidades y Estadística contemplado en los Estándares de la Profesión Docente Carreras de Pedagogía en Matemática Educación Media del Ministerio de Educación de Chile, donde se establece que el/la docente debe ser capaz de "realizar experimentos aleatorios y calcular probabilidades teóricas y experimentales" (MINEDUC, 2021, p. 87), además de integrar software dinámico para representar y analizar datos en contextos diversos. Adicionalmente en el Estándar de Pensamiento Computacional se enfatiza la importancia de diseñar algoritmos y actividades que articulen instrucción guiada con exploración autónoma, promoviendo el uso de lenguajes de programación en el currículo de matemática (MINEDUC, 2021). En este sentido, investigaciones como las de Zieffler et al. (2008) y Ben-Zvi y Garfield (2004) destacan que el pensamiento computacional aplicado a la estadística permite interpretar, representar y automatizar procesos de análisis, mientras que los entornos visuales mejoran la comprensión del Teorema Central del Límite (del Mas et al., 1999, 2007). Por ello, esta propuesta busca articular teoría, tecnología y contexto educativo mediante actividades formativas que integren simulaciones en R,

promoviendo una práctica pedagógica significativa, contextualizada y alineada con los estándares profesionales vigentes.

METODOLOGÍA

El taller se desarrollara en una o dos sesiones de 45 minutos cada una, en las cuales se busca promover el aprendizaje activo y el desarrollo del razonamiento probabilístico mediante el uso de simulaciones computacionales.

Primera Sesión. Fundamentos teóricos y simulaciones básicas.

El propósito de la sesión es comprender los conceptos de la Ley de los Grandes Números (LGN) y el Teorema Central del Límite (TCL) mediante simulaciones en R, con foco en su aplicación en el aula escolar. En esta sesión los participantes realizaran simulaciones de forma guiada con apoyo de las rofesoras que impartiran el taller.

Tabla 1

Actividades a desarrollar en primera sesión

Actividad	Duración	Descripción
Inicio	10 min	- Presentación del taller y su relevancia en el proceso de enseñanza y aprendizaje. - Actividad diagnóstica: ¿cómo enseñan o enseñaran LGN y TCL? ¿Qué dificultades han enfrentado? - Breve explicación teórica de LGN y TCL, con ejemplos del ámbito escolar. - Breve introducción sobre el software R.
Desarrollo	30 min	- Simulación guiada en R: Generan muestras de distintos tamaños, obtener la probabilidad asociada a un suceso y las medias muestrales y observar convergencia en gráficas.
Cierre	5 min	- Reflexión colectiva: ¿cómo llevar esta experiencia al aula?

Nota. Elaboración propia

Segunda sesión (opcional). Diseño didáctico y reflexión pedagógica.

El proposito de la sesión es aplicar simulaciones en R para diseñar actividades escolares que enseñen la Ley de los Grandes Números y el Teorema Central del Límite, alineadas con el currículo y los estándares docentes.
En esta sesión las participantes simularon en forma individual y grupal, apoyados por los profesores del taller.

Tabla 2

Actividades para desarrollar en la segunda sesión (opcional)

Actividad	Duración	Descripción
Inicio	5 min	- Revisión de los conceptos abordados en la primera sesión. - Presentación de ejemplos de clases que integran simulaciones.
Desarrollo	35 min	- Simulación 1. Comparación entre probabilidad teórica y probabilidad empírica utilizando simulaciones repetidas. - Simulación 2. Generar distribuciones muestrales con diferentes tamaños de muestra y analizar ¿cómo cambia la forma de la distribución al aumentar el tamaño de la muestra? - Simulación 3. Generar *m* muestras de igual tamaño, luego obtener la media muestral en cada muestra y graficar. - Simulación 3. Diseñar una actividad escolar en grupo, utilizando R para modelar un experimento aleatorio.
Cierre	5 min	- Presentación breve de cada grupo. - Entrega de recursos complementarios.

Nota. Elaboración propia

Para la realización del Taller se requiere: Laboratorio de computación equipado con computadores, Data, telón de proyección y puntero.

La instalación del software R, no es necesaria si los computadores están conectados a INTERNET, ya que es posible su instalación de forma libre.

CLASIFICACIÓN DEL TALLER

El taller se clasifica en el nivel educativo Enseñanza Superior (ES) o Educación continua (EC) y en la línea de investigación de enseñanza y aprendizaje de la Estadística y las probabilidades (EE).

Agradecemos al Proyecto UTA Mayor 4785-24.

Referencias

Batanero, C., & Díaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability: Reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, *3*(1), 3–13. http://soche.cl/chjs/volumes/03/01/Batanero_Diaz%282012%29.pdf

Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. Springer. https://library.stipjakarta.ac.id/repository/48ca50100c43c9d64f4de30b15b1e76a.pdf

Burbano, H., Pinto, M., & Valdivieso, M. (2015). Formas de usar la simulación como un recurso didáctico. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, *45*, 36–52. https://www.redalyc.org/pdf/1942/194239783003.pdf

DelMas, R., Garfield, J., & Chance, B. (1999). A model of classroom research in action: Developing simulation activities to improve students' statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, *7*(3). https://doi.org/10.1080/10691898.1999.11910631

Delmas, R., Garfield, J., Ooms, A., & Chance, B. (2007). Assessing students' conceptual understanding after a first course in statistics. *Statistics education research journal*, *6*(2), 28–58. https://doi.org/10.52041/serj.v6i2.483

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8383-9

Jaimes, Á., & Yáñez, G. (2013). Simulación y razonamiento probabilístico en estudiantes de básica secundaria. *Revista Educación y Ciudad*, *25*, 95–106. https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/educacion/article/view/4563/5896

Ministerio de Educación de Chile. (2021). *Estándares de pensamiento computacional para la formación inicial docente*. División de Educación General.

Zieffler, A., Garfield, J., DelMas, R., & Reading, C. (2008). A Framework to Support Research on Informal Inferential Reasoning5. *Statistics Education Research Journal*, *7*(2), 40–58. https://doi.org/10.52041/serj.v7i2.469

Índice

UN TALLER PARA VIVENCIAR EL CICLO PPDAC MEDIANTE DATOS REALES: EL PROBLEMA DE LAS MANDARINAS

Pedro Vidal-Szabó, Universidad de Los Lagos

Elizabeth Hernández, Universidad de Los Lagos

Alejandra Mondaca-Saavedra, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Abstract:

Este taller propone una experiencia práctica de educación estadística centrada en los niveles educativos entre 8° año básico a 2° año medio, y fundamentada en la vivencia del ciclo investigativo PPDAC mediante datos reales y el uso de representaciones gráficas. A partir de una actividad lúdica –medir el tiempo de pelar una mandarina y contar sus gajos– los participantes recolectarán datos, construirán diagramas de caja (boxplots) a través del uso de softwares como GeoGebra y/o Excel. Además, discutirán conclusiones desde un enfoque de análisis exploratorio de datos (EDA). La propuesta busca fortalecer el razonamiento estadístico e inferencial informal, modelando una tarea replicable en el aula. El taller se basa en la propuesta de GAISE II y en investigaciones recientes sobre las dificultades en la interpretación de boxplots, aportando herramientas didácticas innovadoras y reflexivas para la enseñanza de la estadística escolar.

Educación estadística, PPDAC, análisis exploratorio de datos, boxplot, inferencia informal

INTRODUCCIÓN

La educación estadística escolar se ha consolidado como un componente esencial para la formación ciudadana, al punto de ser considerada un derecho civil que promueve la equidad y la toma de decisiones informadas (Estrella, 2017). En el currículo chileno, entre 7° año básico y 2° año medio se incluyen las medidas de posición y los diagramas de caja; sin embargo, los estudiantes presentan dificultades recurrentes en su interpretación, lo que pone de manifiesto la necesidad de estrategias didácticas innovadoras. En este marco, se propone un taller basado en el ciclo PPDAC (Wild & Pfannkuch, 1999), que utiliza la actividad lúdica de pelar mandarinas para recolectar y analizar datos reales mediante el uso de software como GeoGebra y/o Excel. La propuesta busca fortalecer el razonamiento estadístico informal (Estrella et al., 2025) y mejorar la comprensión de los boxplots en un contexto significativo, alineándose con las recomendaciones internacionales como el reporte GAISE II (Bargagliotti et al., 2020), que promueve experiencias investigativas apoyadas en tecnología para desarrollar la alfabetización estadística desde edades tempranas.

Índice

ELEMENTOS TEÓRICOS

Este taller se sustenta en el Análisis Exploratorio de Datos (EDA) de Tukey (1977), que fomenta descubrir patrones y comprender conceptos como la tendencia central o la variabilidad a través de representaciones gráficas sencillas como el diagrama de caja. También se apoya en el ciclo PPDAC de Wild y Pfannkuch (1999), que guía el proceso de pensar estadísticamente desde la formulación de preguntas hasta la conclusión de un problema estadístico, resaltando la participación activa de los estudiantes en cada fase. Además, este taller, involucra el desarrollo del razonamiento inferencial informal, que propicia la realización de conjeturas a partir de los datos obtenidos y cuestionar qué tan generalizable es la experiencia a partir de los hallazgos. Estos elementos, son fundamentales para dar paso a la inferencia formal.

Desde la perspectiva curricular, se reconoce la importancia de iniciar la enseñanza de la estadística de manera temprana y activa, aunque aún persisten brechas en la formación docente, especialmente en la enseñanza de representaciones complejas como el boxplot. Por ello, el taller busca ofrecer a los profesores una experiencia vivencial y un ejemplo concreto de tarea didáctica que puedan replicar o adaptar en sus aulas. De este modo, se contribuye tanto a su desarrollo profesional como al fortalecimiento de la alfabetización estadística en los niveles básicos y medios, en coherencia con los desafíos del currículo chileno y las recomendaciones internacionales.

METODOLOGÍA

El formato del taller es práctico y participativo. A continuación, se describe la secuencia de actividades, articuladas con las etapas del ciclo PPDAC. A saber:

Planteamiento del Problema. Se iniciará preguntando a los participantes: *¿De cuánto será el tiempo mínimo y típico que tarda una persona en pelar una mandarina?* Esta pregunta inicial busca despertar la curiosidad y motivar la participación activa. Se dialogará brevemente sobre la naturaleza de la pregunta y se alentará a los asistentes a considerar qué factores podrían influir en el tiempo. Paralelamente, se introducirá una sub-pregunta: *"¿Cuántos gajos usualmente puede tener una mandarina cualquiera?"*, para ampliar la investigación a otra variable de interés. Estas preguntas configuran el problema a investigar y establecen el contexto concreto del taller.

Planificación (Plan). En esta fase, los participantes discutirán cómo recolectar los datos de manera válida. Se acordará un protocolo común. Se enfatizará la importancia de la consistencia en la medición. Esta etapa permite destacar la fase de diseño experimental del ciclo PPDAC, discutiendo cuestiones de variabilidad y control: aunque no controlaremos todas las variables (diferentes tamaños de mandarina, diferencias individuales), es una

Índice

oportunidad para mencionar cómo en estadística siempre existe variabilidad e incertidumbre y nuestro objetivo es describirlas y entenderlas.

Recolección de Datos. A continuación, se procede a la actividad central de recolección. Cada participante recibe una cantidad de mandarinas (proveída por los facilitadores del taller) y, al indicarse la partida, comienzan a pelarla y a cronometrar su tiempo en parejas. Al finalizar, cada equipo anota su tiempo (en segundos) y cuenta los gajos correspondientes. Se recopilan los datos de todo el grupo curso, construyendo una única tabla en la pizarra y/o en una hoja de cálculo proyectada.

Análisis de Datos. Con el conjunto de datos, el taller se enfocará en el análisis exploratorio utilizando principalmente representaciones gráficas apoyados por tecnología, se construirá el diagrama de caja (boxplot) de la variable tiempo de pelado. Para ello se empleará GeoGebra, aprovechando su herramienta de estadística: los datos se ingresarán en la hoja de cálculo de GeoGebra y con un comando simple se generarán el boxplot y, en paralelo, el gráfico de puntos correspondientes (discretizando los valores de los datos). Esta es una instancia clave para discutir las ideas de centro y variabilidad de manera visual. Se contrastará la mediana con las percepciones iniciales de "tiempo típico" que tenían los participantes, y se analizará la amplitud de la caja (rango intercuartílico, RIC) como medida de la variabilidad en los tiempos. Además del boxplot de tiempos, se construirá otro boxplot para la variable número de gajos, o alternativamente un gráfico de barras y/o de puntos dado que es una variable discreta con rango pequeño (usualmente de 8 a 12 gajos).

Interpretación y Conclusiones. Finalmente, se orientará a los participantes a formular conclusiones a partir del EDA y a inferir informalmente, destacando sus elementos argumentativos constituyentes.

RESULTADOS ESPERADOS

Se espera que, al finalizar el taller, los participantes logren los siguientes resultados y aprendizajes: *(i)* Comprensión vivencial del ciclo PPDAC. Los docentes habrán vivido todas las etapas de una investigación estadística escolar, comprendiendo su secuencia lógica y pudiendo luego transmitirla a sus estudiantes en proyectos similares; *(ii)* Producción de representaciones gráficas y resúmenes estadísticos. El taller generará diagramas de caja y medidas descriptivas (mediana, cuartiles, rango, RIC), destacando la interpretación contextual más que el cálculo manual; *(iii)* Desarrollo de razonamiento estadístico informal. Mediante discusiones guiadas, los participantes describirán distribuciones, contrastarán percepciones con datos, reconocerán la variabilidad y la necesidad de múltiples datos (medidas y observaciones), y ejercitarán inferencias informales como base para la inferencia estadística formal.

El taller busca que los docentes aprendan haciendo y reflexionen enseñando, fortaleciendo competencias conceptuales (ciclo investigativo, EDA, inferencia informal), instrumentales (boxplots, GeoGebra/Excel) y actitudinales (innovación, confianza en la estadística), para promover una educación escolar que forme a estudiantes con datos reales.

Referencias

Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Johnson, S., Perez, L., Spangler, D. A., & Gould, R. (2020). *Pre-K–12 guidelines for assessment and instruction in statistics education II (GAISE II): A framework for statistics and data science education*. ASA & NCTM.

Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En A. Salcedo (Ed.), *Alternativas pedagógicas para la educación matemática del siglo XXI* (pp. 173–194). Universidad Central de Venezuela.

Estrella, S., Ramírez, B., Mondaca-Saavedra, A., Méndez-Reina, M., Vidal-Szabó, P., & Morales, S. (2025). Secuencia de aprendizaje lúdica que desarrolla el razonamiento estadístico en estudiantes de 8 a 9 años. *Revista Educación Matemática, 37*(2), 246–275.

Tukey, J. W. (1977). *Exploratory data analysis*. Addison-Wesley.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67*(3), 223–265. https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x

ROBÓTICA EDUCATIVA EN LA PRIMERA INFANCIA APLICADO AL PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

María Reneé Vargas Villanueva, Universidad Adventista de Chile

Felipe Eugenio Retamal Acevedo, Universidad Adventista de Chile

Paulina Alejandra González Valdés, Universidad Adventista de Chile

Abstract:

El desarrollo de pensamiento lógico matemático en la primera infancia es esencial para los niños y niñas ya que posibilita al infante comunicar, resolver situaciones prácticas cotidianas y comprender el entorno. El taller tiene como objetivo explorar el uso de Bee-Bot para el desarrollo de habilidades del pensamiento lógico matemático en estudiantes de 4 y 5 años. La propuesta contempla un recorrido por el currículum nacional, nociones de programación visual y diseño de actividades que propicien el desarrollo de habilidades lógico-matemáticas. Asimismo, se presentarán ejemplos prácticos de cómo implementar el Bee-Bot como recurso transversal en el progreso cognitivo, social y emocional de los niños y niñas.

Bee Bot, primera infancia, programación, habilidades matemáticas, pensamiento conceptual

INTRODUCCIÓN

El currículum nacional chileno en conjunto con las Bases curriculares de Educación Parvularia, trabajan en pos del desarrollo de habilidades previas del pensamiento lógico matemático y enfatizan en actividades como percepciones o acciones no necesariamente de la matemática formal (abstracción, modelación) (BCEP, 2018). Respetando de esta forma el proceso madurativo del cerebro en torno a los niveles cognitivos en la infancia.

En la primera infancia el desarrollo del pensamiento lógico-matemático requiere experiencias significativas, lúdicas y contextualizadas. Para ello se invita a trabajar con el robot *Bee-Bot* para fomentar la programación y el pensamiento computacional (PC), trabajo colaborativo y conteo desde la primera infancia, con una herramienta que facilita un aprendizaje fácil, amigable y lúdico (Mineduc, 2018). En sus estudios Xue y Liu (2021) y Seckel (2023), manifiestan que introducir la Robótica Educativa (RE) en educación inicial, particularmente el *Bee-Bot,* permite que los estudiantes desarrollen estimaciones, secuencias y resuelvan problemas.

Scasellati et al. (2012), identifica la RE como un recurso valioso para aumentar la motivación y la participación de los niños(as) en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En este sentido, la RE se define como una actividad diseñada para crear un nuevo escenario donde los participantes aprenden los fundamentos de la robótica mediante creatividad y experimentación (Seckel, 2023). En el área de las matemáticas, García, et al. (2025) destaca el uso de robots como una oportunidad innovadora para el aprendizaje, donde se pone en práctica conocimientos matemáticos y tecnológicos.

Índice

Según Aparicio-Roldán (2023) el uso del robot *Bee-Bot* en los niños(as), facilita el aprendizaje del pensamiento lógico-matemático y habilidades espaciales mediante actividades lúdicas y multisensoriales. Además, permite que los niños(as) experimenten con conceptos de secuenciación, programación básica y resolución de problemas de manera concreta y visual (Hurtado Soler & Santamaría Péris, 2019), además genera la competencia algorítmica (Chaldi & Mantzanidou, 2021).

Por tanto, este taller busca responder a la necesidad de fortalecer las habilidades matemáticas iniciales y fomento de la programación, mediante la integración de la tecnología en entornos educativos, a través de experiencias prácticas con tableros temáticos diseñados como circuitos de exploración*, simuladores y APP.*

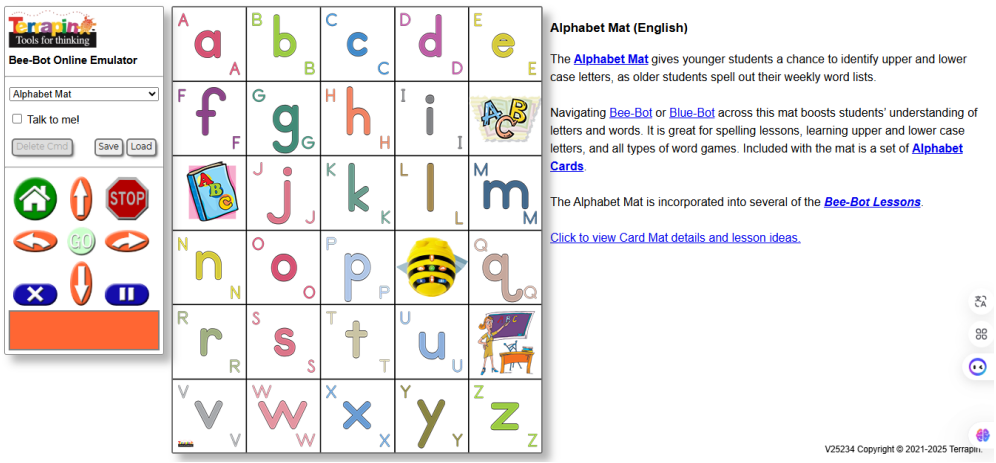
METODOLOGÍA

El *Bee-bot* es un robot con forma de abeja, creado para la primera infancia por su sencillez y uso (Pérez & Diago, 2018). En la espalda cuenta con botones que pueden ser pulsados de forma correlativa y el robot carga las instrucciones secuencialmente (Diago & Yáñez, 2021). Permite movimientos de retroceso o avance y girar en 90° y limpieza de secuencia.

El taller propuesto consta de tres sesiones que buscan aprovechar los beneficios de la robótica para fomentar el razonamiento lógico matemático y el aprendizaje concreto mediante el uso del robot *Bee-Bot*. En la primera sesión, se introducen conceptos curriculares de pensamiento lógico matemático, dando énfasis en el uso de material concreto para la programación visual mediante el simulador online.

Figura 1

Simulador Bee -bot aprendizaje.



Fuente: Terrapin Software. (s.f.). Bee-Bot. Terrapin Software. https://beebot.terrapinlogo.com/

La segunda sesión se centra en actividades prácticas con la aplicación *Bee-Bot* para dispositivos *Android* e *iOS* **Fig 2**, los participantes podrán aplicar programación visual y

consolidar habilidades como la planificación y la lógica matemática a partir de la aplicación directa.

Figura 2

Simulador Bee -bot aprendizaje.



Fuente: TTS Group. (2024, 29 de abril). *Bee-Bot* (versión 1.65) [Aplicación móvil]. Google Play Store. https://play.google.com/store/apps/details?id=com.tts.beebot.

En la tercera sesión se integrará el robot *Bee-Bot*, junto con metodologías basadas en el juego para educación parvularia, mediante la contextualización y aplicación de aprendizajes en situaciones reales y cotidianas de los niños y niñas, con actividades diseñadas por los propios participantes del taller para fortalecer el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

RESULTADOS

Los estudios resaltan que el uso de la robótica, y en particular robot como *Bee-Bot*, facilita la creación de entornos controlados que reducen el error, mejoran la experimentación y optimizan la enseñanza del razonamiento a través de la manipulación concreta (Scasellati et al., 2012). El desarrollo del pensamiento matemático es una herramienta cuya adquisición progresiva, lleva a niños y niñas a ampliar su mundo, ayudando a comprender la realidad y desenvolverse en la vida cotidiana (BCEP, 2018).

Al finalizar el taller los participantes podrán implementar el *Bee-Bot* mediante material visual concreto, el simulador online y la aplicación para *Android* e *IOs* para el desarrollo del pensamiento lógico en niños(as) de la primera infancia, y articular con otras áreas de saberes transversales, tales como el respeto de turnos, trabajo en equipo, habilidades sociales y emocionales o disciplinas concretas tales como lenguaje verbal, lenguaje artístico, exploración del entorno sociocultural.

Referencias

Aparicio-Roldán, C. (2023). *El Bee-Bot en el aula de ELE: La enseñanza de las nociones espaciales*. Re-UNIR.

Chaldi, D., & Mantzanidou, G. (2021). Educational robotics and STEAM in early childhood education. *Advances in Mobile Learning Educational Research, 1*(2), 72–81. https://doi.org/10.25082/AMLER.2021.02.002

Diago Nebot, P. D., & Yáñez Avendaño, A. (2021). Estrategias de suma y resta basadas en conteo con Bee-Bot. *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 93*, 38–43.

Hurtado Soler, A., & Santamaría Péris, N. (2019). La robótica en la enseñanza de las ciencias en primaria: Una experiencia con Bee-Bot. *Creativity and Educational Innovation Review, 3*, 104–119. https://doi.org/10.7203/CREATIVITY.3.15929

Ministerio de Educación. (2018, 18 de octubre). *Bee-Bot: El juguete pedagógico que iniciará a 12 mil niños en la programación*. Ministerio de Educación de Chile

Ministerio de Educación, Subsecretaría de Educación Parvularia. (2018). *Bases curriculares de la educación parvularia*. Ministerio de Educación. Subsecretaría de Educación Parvularia

Ocaña Rebollo, G. (2012). Robótica como asignatura en enseñanza secundaria: Resultados de una experiencia educativa. *Espiral. Cuadernos del Profesorado, 5*(10), 56–64.

Pérez Buj, G., & Diago Nebot, P. D. (2018). Estudio exploratorio sobre lenguajes simbólicos de programación en tareas de resolución de problemas con Bee-Bot. *Magister: Revista de Formación del Profesorado e Investigación Educativa, 30*(1–2), 9–20. https://doi.org/10.17811/msg.30.1-2.2018.9-20

Scassellati, B., Admoni, H., & Mataric, M. J. (2012). Robots for use in autism research. *Annual Review of Biomedical Engineering, 14*, 275–294. https://doi.org/10.1146/annurev-bioeng-071811-150036

Seckel, M. J., Salinas, C., Font, V., & Sala-Sebastià, G. (2023). Guidelines to develop computational thinking using the Bee-Bot robot from the literature. *Education and Information Technologies, 28*(10), 16127–16151. https://doi.org/10.1007/s10639-023-11843-0

Xue, C., & Liu, Y. (2021). The analysis of research hotspots and frontiers of computational thinking based on CiteSpace. *Open Journal of Social Sciences, 9*, 1–16. https://doi.org/10.4236/jss.2021.99001

ROBÓTICA EDUCATIVA Y GEOMETRÍA: CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS MEDIANTE VEXCODE VR

Gonzalo Reyes Vargas, Centro Educacional Santa Clara

Carlos Gallegos Lastra, Universidad Central de Chile

Exequiel Llanos Lagos, Universidad San Sebastián

Erich Leighton Vallejos, Universidad San Sebastián

Abstract:

La integración de la programación robótica en educación matemática representa una oportunidad para integrar el aprendizaje y vivir experiencias inmersivas compartidas que ayuden a los estudiantes a interactuar de manera directa, física y/o perceptual con objetos matemáticos. Asimismo, su uso en las aulas promueve un aprendizaje activo, interacción social, motivación y una experiencia de innovación educativa que ofrece interdisciplinariedad y aprendizaje basado en problemas. El taller está diseñado para que profesores/as de matemática en ejercicio tengan un espacio de trabajo educativo con la plataforma VEXcode VR relacionada con tópicos de geometría euclidiana formuladas bajo la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau. Se espera que los participantes intercambien experiencias y conclusiones de las actividades, favoreciendo la innovación educativa y el uso del pensamiento computacional como herramienta transversal para fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje en matemáticas contemporáneas.

Robótica educativa, pensamiento computacional, geometría, teoría de las situaciones didácticas

INTRODUCCIÓN

La integración de la programación robótica en educación matemática representa una oportunidad para integrar el aprendizaje y vivir experiencias inmersivas compartidas que ayuden a los estudiantes a interactuar de manera directa, física y/o perceptual con objetos matemáticos, siendo útil para la comprensión de relaciones espaciales en geometría, discutir y aprender conceptos geométricos (Walkington et al., 2021). Asimismo, su uso en las aulas promueve un aprendizaje activo, interacción social, motivación y una experiencia de innovación educativa que ofrece interdisciplinariedad y aprendizaje basado en problemas (Bernstein et al., 2022; Hennesy Elliot, 2020; Perez y López, 2019).

La Robótica Educativa (RE) tiene sus raíces con Papert (1976) quien diseñó un robot denominado Turtle para enseñar programación en Logo y así promover una forma alternativa de aprender algoritmos, ayudando a que los niños aprendan los principios de la programación mediante el juego. Actualmente, es vista como una forma de transformar el aprendizaje

Índice

tradicional en instancias con actividades prácticas mediante la experiencia, dado que los estudiantes participan e interactúan de manera colaborativa (Chatzichristofis, 2023). En ella encontramos el uso de tecnologías robóticas como una herramienta para el proceso de enseñanza y aprendizaje, la promoción de habilidades de pensamiento computacional como la descomposición, reconocimiento de patrones, algoritmización, evaluación y depuración; junto a otras habilidades como la resolución de problemas, la creatividad, la colaboración, entre otras (Leonard et al., 2016; Wing, 2006).

ELEMENTOS CONCEPTUALES

La educación actual sigue en búsqueda de estrategias de innovación que permitan mejorar los aprendizajes y captar la atención de los estudiantes. Es por ello que, el uso de las tecnologías de Realidad Aumentada (RA), entendida como una fusión de entornos físicos y virtuales y, la Realidad Virtual (RV), como un escenario sintético que permite la exploración e interacción con una realidad simulada, son vistas como una herramienta valiosa para llevar a cabo experiencias matemáticas interactivas, inmersivas, generando posibilidades de desarrollar habilidades disciplinares y transversales (Moulai et al., 2023; Fernández-Enríquez y Martín, 2020; Park y Kim, 2022).

A su vez, la herramienta educativa-tecnológica VEXcode VR, permite diseñar, construir y programar robots simulados en un entorno virtual que interactúen en escenarios controlados, sin necesidad de usar kits físicos (Parra-González et al., 2025) posibilitando el trabajo, por ejemplo, con nociones y propiedades geométricas como ángulos, polígonos, trayectorias, transformaciones y medidas, de manera experimental y visual.

METODOLOGÍA

El taller tiene como propósito la resolución de problemas de construcción de polígonos con el uso de la herramienta VEXcode VR en el ámbito geométrico. Está dirigido a profesores y profesoras de matemática del sistema escolar de enseñanza media y su implementación está basada en una secuencia de pasos y actividades ligadas a la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau (1982). A continuación, se detallan los momentos, fases y lo que se realizará en el taller.

- Introducción (10 minutos) / Fase de Exploración con el medio: Reconocimiento de la plataforma VEXCODE VR e interfaz gráfica, se presentarán ejemplos de programación a partir de códigos con la opción de desplazamiento a fin de llevar a cabo el proceso de abstracción al identificar los componentes (bloques, comandos, parámetros). Por su parte, desde la TSD se explicitan las reglas de interacción (contrato didáctico) y el medio didáctico (entorno digital).
- Desafío 1. Dibujar un cuadrado (5 minutos) / Fase de Acción y Formulación: Se les presenta un desafío a los participantes que desde la programación por bloques deben

construir un cuadrado con el movimiento del robot (fase de formulación). Se acompañará de preguntas indagatorias para develar características del cuadrado y algunas propiedades (fase de acción). Aquí se llevan a cabo los elementos del PC de: secuenciación (orden lógico de las instrucciones), pensamiento algorítmico (planificación del recorrido) y depuración (ajuste de comandos antes posibles errores en el desplazamiento).

- Desafío 1.1 Optimizando la secuencia (5 minutos) / Fase de Formulación, Validación e Institucionalización: A partir de la programación realizada en el desafío 1, se les pregunta a los participantes, ¿de qué manera pueden optimizar la secuencia de programación? (fase de formulación y validación) y, del mismo modo, se plantea la pregunta cómo se podrían construir otros polígonos. Se institucionaliza cuando se logra entender el ángulo de giro con la cantidad de lados y la repetición o bucle de la regularidad del polígono. Se consolidan saberes respecto al ángulo de giro de 360º dividido por el número de lados y que el bucle permite repetir una estructura regular. Cabe señalar que este espacio apunta al pensamiento computacional al presentarse la evaluación y optimización de algoritmos, generalización y abstracción y, la descomposición de problemas al adaptar el código a nuevas figuras.
- Desafío 2 Construcción de un triángulo (5 minutos) / Fase de Acción y Formulación: Los participantes tendrán el desafío de articular las propiedades del triángulo (ángulos internos) con la codificación que deben realizar desde la programación, evidenciando elementos del PC como: algoritmización avanzada en el uso de repeticiones y giros y pensamiento lógico al realizar el ajuste a las medidas angulares.
- Vínculo entre las propiedades de los polígonos y la programación (10 minutos) / Fase de Formulación, Validación e Institucionalización: A partir de las producciones de los participantes, se promoverá un espacio de reflexión mediante la pregunta: ¿Cómo se vinculan las propiedades del triángulo con la programación? Esto promueve la evaluación y depuración de modelos y el reconocimiento de patrones.
- Implicaciones didácticas (10 minutos) / Verificación de aprendizajes: Se realiza un plenario con preguntas orientadoras que vinculan la programación robótica y geometría.

RESULTADOS ESPERADOS

Se espera que al finalizar este taller los profesores participantes conozcan la plataforma VEXcode VR y se motiven a implementar esta y otras actividades en su sala de clases, favoreciendo la innovación educativa, el uso de tecnologías y el desarrollo habilidades matemáticas y de pensamiento computacional.

Índice

Referencias

Bernstein, D., Mutch-Jones, K., Cassidy, M., & Hamner, E. (2022). Teaching with robotics: Creating and implementing integrated units in middle school subjects. *Journal of Research on Technology in Education, 54*(2), 161–176. https://doi.org/10.1080/15391523.2020.1816864

Chatzichristofis, S. A. (2023). Recent advances in educational robotics. *Electronics, 12*(4), 925. https://doi.org/10.3390/electronics12040925

Fernández-Enríquez, R., & Martín, L. (2020). Augmented reality as a didactic resource for teaching mathematics. *Applied Sciences, 10*(7), 2560. https://doi.org/10.3390/app10072560

Hennessy Elliott, C. (2020). "Run it through me:" Positioning, power, and learning on a high school robotics team. *Journal of the Learning Sciences, 29*(4–5), 598–641. https://doi.org/10.1080/10508406.2020.1770763

Leonard, J., Mitchell, M., Barnes-Johnson, J., Unertl, A., Outka-Hill, J., Robinson, R., & Hester-Croff, C. (2018). Preparing teachers to engage rural students in computational thinking through robotics, game design, and culturally responsive teaching. *Journal of Teacher Education, 69*(4), 386–407. https://doi.org/10.1177/0022487117732317

Mouali, S., Sefian, M. L., & Bakkali, I. (2024). Augmented and virtual reality for mathematics education: A narrative review. En *Technological tools for innovative teaching* (pp. 179–198). IGI Global.

Parra-González, E. F., Cardona-Reyes, H., & Murillo-Alfaro, R. (2025). VEXCODE VR: A virtual tool as support in the teaching of analytical geometry. *CLEI Electronic Journal, 28*(2), Article 4. https://doi.org/10.19153/cleiej.28.2.4

Park, S. Y., & Kim, J. H. (2022). Instructional design and educational satisfaction for virtual environment simulation in undergraduate nursing education: The mediating effect of learning immersion. *BMC Medical Education, 22*(1), 673. https://doi.org/10.1186/s12909-022-03728-6

Pérez, S. E., & López, J. F. (2019). An ultra-low cost line follower robot as educational tool for teaching programming and circuit foundations. *Computer Applications in Engineering Education, 27*(2), 288–302. https://doi.org/10.1002/cae.22074

Solomon, C. J., & Papert, S. (1976). *A case study of a young child doing Turtle graphics in LOGO* (AI Memo No. 375). Massachusetts Institute of Technology, Artificial Intelligence Laboratory.

Walkington, C., Gravell, J., & Huang, W. (2021). Using virtual reality during remote learning to change the way teachers think about geometry, collaboration, and technology. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education, 21*(4), 713–743.

Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM, 49*(3), 33–35. https://doi.org/10.1145/1118178.1118215

MODELANDO FENÓMENOS ALEATORIOS CON MICRO: BIT Y MAKECODE

Paulo Alexander Galleguillos Catalán, Universidad Central de Chile

Claudio Andrés Zamorano Sánchez, Universidad Central de Chile

Abstract:

La propuesta de taller corresponde a una experiencia práctica centrada en el uso de la placa programable Micro: bit para poder modelar fenómenos aleatorios en el aula de clases. Los participantes programaran un simulador del lanzamiento de dos dados utilizando el editor MakeCode, recolectaran datos en tiempo real y los visualizaran en una hoja de cálculo.

Se discutirá el análisis de los resultados, contrastando la frecuencia experimental con la probabilidad teórica para explorar conceptos como la Ley de los Grandes Números. Además, se reflexionará sobre el rol del pensamiento Computacional como una herramienta para la enseñanza de la estadística.

Micro: bit, makecode, ley de los grandes números, pensamiento computacional

INTRODUCCIÓN

En el contexto de la actual política educativa chilena, que promueve la integración de habilidades para el siglo XXI, la alfabetización de datos y el pensamiento computacional se han convertido en temáticas fundamentales para la incorporación de nuevas herramientas tecnológicas para el diseño de situaciones de aprendizaje. El desafío para los docentes de la asignatura de matemática es encontrar estrategias que integren estas habilidades en el curriculum. Comúnmente, la enseñanza de la estadística y probabilidad se mantiene en un plano teórico, generando dificultades para que los estudiantes conecten con los conceptos abstractos, como la Ley de los Grandes Números, con fenómenos del mundo real.

El objetivo formativo del taller es propiciar la construcción de situaciones de aula con base al pensamiento computacional a partir de una experiencia de trabajo práctico de probabilidad. Para ello, los participantes docentes utilizarán el simulador de la placa programable Micro: bit como una herramienta para modelar un fenómeno aleatorio, recolectar datos en tiempo real y analizar visualmente las distribuciones de probabilidad resultantes.

Para la ejecución del taller, consideramos la ejecución en dos etapas. La primera de ellas, los participantes se enfrentarán a la programación mediante bloques para generar un simulador de lanzamiento de dados y a la recolección de datos experimentales. Posterior a ello, se analizarán los datos recolectados utilizando una hoja de cálculo, lo que permitirá discutir la brecha entre la probabilidad teórica y la frecuencia experimental, y el rol que ocupa el tamaño de la muestra en este análisis.

Índice

MARCO TEÓRICO

El pensamiento computacional y la programación proveen al estudiante oportunidades de aprendizaje para desarrollar el conocimiento y el saber hacer, necesarios para comprender, analizar críticamente y actuar en un espacio fuertemente influenciado por las tecnologías digitales.

El sustento teórico de la actividad, estudia la definición de Wing (2006), de pensamiento computacional, en la que propone que consiste en la resolución de problemas utilizando conceptos fundamentales de la programación. En este sentido, estudiaremos las habilidades asociadas a la resolución de problemas no mecánicos y de trabajo en equipo como una competencia de la formación de ciudadanos para el siglo XXI.

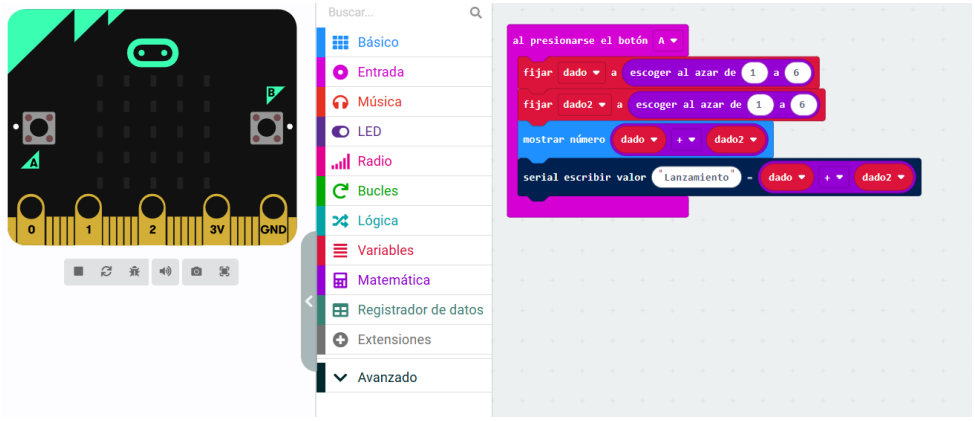
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

La actividad del presente taller se centra en el diseño y uso de un simulador para la suma del lanzamiento de dos dados. Los participantes utilizaran el editor de bloques MakeCode y la placa Micro:bit. La actividad está diseñada para ser accesible, incluso para docentes sin experiencia previa en programación. Para llevar a cabo esta actividad, los participantes se juntan en parejas para realizar la recolección de datos y la posterior carga a los bloques MakeCode. Posterior a ello, los datos son compartidos con todos para la modelación del fenómeno y la discusión de ello.

En una **primera parte** los participantes programan la placa para que, al presionar un botón, simule el lanzamiento de dos dados (generando dos números aleatorios entre 1 y 6) y muestre la suma en su panel LED. La **segunda parte** tiene como objetivo la recolección de datos, en donde se debe modificar el código para que cada resultado (la suma) sea enviado de manera automática al computador a través del puerto serie, esto permite registrar el número de lanzamientos de manera rápida y precisa.

Figura 1

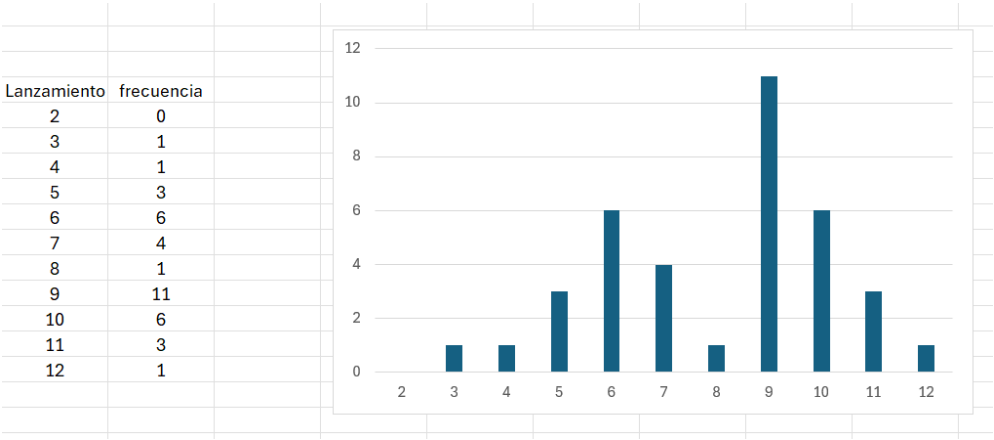
Registro de suma de cara de los dados en MakeCode



Como **tercera parte** está el análisis de datos, en donde los datos recolectados se exportan a un archivo CSV para ser analizados en una hoja de cálculo. Allí, los participantes construirán una tabla de frecuencia y un gráfico de barras para visualizar la distribución de los resultados obtenidos (Figura 2).

Figura 2

Representación gráfica y tabla de frecuencia



Lanzamiento	frecuencia
2	0
3	1
4	1
5	3
6	6
7	4
8	1
9	11
10	6
11	3
12	1

DISCUSIÓN

La actividad practica servirá como base para una discusión centrada en dos ejes conceptuales claves. El primero es el Pensamiento computacional en estadística, ya que se discutirá como el proceso de programar el simulador obliga a los estudiantes a descomponer un problema (simular dos dados), pensar de manera algorítmica y utilizar variables. Esto enmarca la programación como una herramienta para modelar un fenómeno matemático.

Índice

Como segundo eje tenemos la alfabetización de datos y la Ley de los Grandes Números, esto se debe a que el análisis del grafico será el punto de comienzo para discutir la diferencia entre la distribución teórica (con el 7 como el resultado más probable) y la distribución experimental obtenida. Se planteará la pregunta "¿Por qué nuestro resultado más frecuente no fue necesariamente 7?" con el fin de abrir la discusión sobre la aleatoriedad y el rol del tamaño de la muestra, permitiendo una comprensión intuitiva y visual de la Ley de los Grandes Números.

CONCLUSIÓN

En este taller, se busca generar una instancia de discusión sobre el potencial de los artefactos digitales de bajo costo como el Micro:bit para la enseñanza de la estadística. Se busca que la experiencia práctica permita a los docentes que participan no solo adquirir una nueva herramienta tecnológica, sino también reflexionar sobre como estas tecnologías pueden transformar conceptos abstractos en exploraciones concretas y significativas para los estudiantes. Finalmente, se espera que los asistentes se lleven una actividad lista para ser implementada, promoviendo así la integración del pensamiento computacional y la alfabetización de datos en la sala de clases.

Referencias

Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, *49*(3), 33–35.

TAREAS PARA MIRAR PROFESIONALMENTE EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE ESTUDIANTES: UN TALLER BASADO EN RESPUESTAS REALES DE ESTUDIANTES DE PRIMARIA

Victoria Arriagada Jofré, Universidad de Las Américas

Sofía Astudillo, Universidad de Las Américas

Abstract:

El objetivo del taller es mirar profesionalmente un problema matemático con respuestas reales de estudiantes del contexto escolar chileno. Las tareas están siendo diseñadas durante el 2025 y consisten en un problema matemático, diversas respuestas reales de estudiantes de establecimientos chilenos, y 3 preguntas que invitan a mirar profesionalmente las respuestas de los estudiantes (identificar, interpretar y decidir). Primero, se describirá el contexto en que se diseñaron las tareas; segundo, los participantes responderán las 3 preguntas de forma individual; tercero, los participantes discutirán sus respuestas en grupos formados aleatoriamente; cuarto, se realizará una plenaria para reflexionar sobre las respuestas de los participantes. La idea final es discutir cómo contribuyen los distintos profesionales desde su rol a favorecer el aprendizaje de las matemáticas. El taller está dirigido a docente y futuros docentes de matemática (enseñanza básica y enseñanza media) así como también a Educadores Diferenciales.

Mirada profesional, teacher noticing, formación inicial, formación continua, educación especial

INTRODUCCIÓN

La competencia docente "mirada profesional" consiste en identificar el pensamiento matemático del estudiante, interpretarlo para luego proponer decisiones de respuesta (Jacobs et al., 2010). Es una competencia que fusiona dos elementos clave de la enseñanza: el conocimiento didáctico y el conocimiento disciplinar. Para estudiar esta competencia, normalmente se utilizan imágenes con respuestas reales de estudiantes escolares a problemas matemáticos, para que posteriormente, docentes de matemática en formación y docentes de matemática en ejercicio puedan analizar estas respuestas a través de preguntas que involucren la identificación, interpretación y toma de decisiones (ver Figura 1). Esta competencia ha sido ampliamente estudiada y desarrollada en docentes y futuros docentes de matemática (Fernández et al., 2018; Ivar et al., 2018; Jacobs et al., 2010). Sin embargo, no existen estudios sobre cómo Educadores/as Diferenciales desarrollan esta competencia, al mirar profesionalmente el aula de matemáticas. Por eso, hemos diseñado el material con el que realizaremos este taller; para apoyar a futuras/os Educadores Diferenciales durante su formación profesional para que puedan desarrollar esta competencia y anticipar decisiones

Índice

sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en estudiantes que acompañarán durante su desarrollo profesional. El objetivo del taller es mirar profesionalmente un problema matemático con respuestas reales de estudiantes del contexto escolar chileno. El público al que está dirigido es: a) docentes y futuros docentes de educación básica, b) docentes y futuros docentes de enseñanza media, c) profesores y futuros profesores de Educación Diferencial y d) investigadores en el ámbito de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

MARCO TEÓRICO

Mirada profesional es una competencia basada en el conocimiento matemático y didáctico (Llinares et al., 2019) que se puede desarrollar con el tiempo, con experiencia y con apoyo de programas de formación continua (Jacobs et al., 2024). Este taller se sitúa en la perspectiva cognitiva-psicológica (König et al., 2022), ya que busca indagar en cómo los participantes razonan para darle sentido *pensamiento matemático del estudiante* (Amador & Carter, 2018). En concreto, esto se reflejará en cómo los participantes identifican estrategias/dificultades/errores/ en las respuestas de los estudiantes, las interpretan y luego proponen decisiones tal como si fueran docentes del estudiante. Distintos estudios en el mundo se han centrado en la mirada profesional mostrando, por ejemplo: que existen diferencias socioculturales que influyen en la mirada profesional (Yang et al., 2019); que existen diferencias entre docentes nóveles y experimentados (Blömeke et al., 2015). Es por esto, que este taller tiene como propósito convocar a distintos profesionales, para indagar en la mirada profesional de acuerdo con su contexto, nivel educativo, formación inicial, etc.

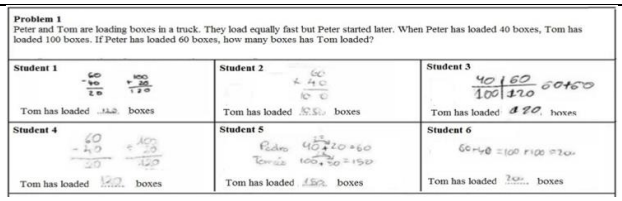
METODOLOGÍA

Antecedentes del taller

En una etapa previa se diseñarán problemas a partir de textos escolares y se aplicarán en centros de práctica para obtener las repuestas en el contexto chileno. Los problemas serán aplicados en tercero básico, quinto básico y segundo medio para que puedan ser analizados con posterioridad por docentes de enseñanza básica, enseñanza media y educadoras diferenciales. Una vez aplicados los problemas en centros de práctica, se analizarán las respuestas de los estudiantes escolares y se seleccionarán 6 respuestas y/o estrategias diferentes por cada problema. Así, los profesionales que analicen las respuestas (en este caso los asistentes al taller) podrán mirar profesionalmente distintas particularidades de las respuestas. Finalmente, se diseñarán las preguntas que completarán la tarea, que son las preguntas que responderán los participantes del taller. A continuación, se presenta un ejemplo de Fernández et al., (2013) en contexto español. En este momento las tareas se encuentran en etapa de diseño, sin embargo, para la realización del taller las tareas estarán completas.

Figura 1

Tareas utilizadas en Fernández et al. (2013)



*1.Por favor, describa detalladamente lo que cree que hizo cada alumno en respuesta a cada problema (**identificar** estrategias de los estudiantes).*

*2.Por favor, indique lo que aprende sobre los conocimientos de los alumnos relacionados con la comprensión de los diferentes conceptos matemáticos implicados (**interpretar** el pensamiento matemático del estudiante).*

*3.Si usted fuera profesor de estos alumnos, ¿qué haría a continuación? (**decidir** cómo responder en base al pensamiento matemático del estudiante).*

Estructura del taller

El taller contará de 4 momentos: a) Presentación y descripción del contexto en que fue diseñado el taller (10 minutos); b) Análisis de 1 problema de forma individual, participantes responden las 3 preguntas por escrito (identificar, interpretar y decidir) (10 minutos); c) Análisis de 1 problema de forma grupal, participantes discuten sus repuestas (10 minutos); y d) Plenaria en relación con la identificación, interpretación y toma de decisiones, reflexiones finales (15 minutos).

RESULTADOS ESPERADOS

Se espera que los participantes identifiquen distintos aspectos, realicen interpretaciones diferentes y propongan decisiones pedagógicas distintas también de acuerdo con su profesión y formación. La plenaria final se realizará en esta línea donde se realizarán las siguientes preguntas:

- ¿Qué diferencias notaron entre los aspectos identificados de forma individual a los identificados por los otros participantes?
- ¿Qué diferencias hubo entre las interpretaciones de cada participante? ¿a qué creen que se debe esta diferencia?
- ¿Qué decisiones propusieron y cómo se relacionan estas diferencias con su rol en la enseñanza de las matemáticas?

La formación de los grupos se realizará de forma aleatoria, por lo que se espera que las reflexiones en torno a estas preguntas se realicen en torno a las formaciones profesionales de cada participante, a la experiencia, a los cursos en los que imparte clases, etc.

Índice

Referencias

Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41*(2), 169–202.

Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, *10*(1), 441–468. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1274

Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J., & Callejo, M. L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: characterization, development and contexts. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *13*, 39–61.

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing noticing: using a hypothetical learning trajectory to improve pre-service primary teachers' professional discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *14*(11), 2–16.

Yang, X., Kaiser, G., König, J., & Blömeke, S. (2019). Professional noticing of mathematics teachers: A comparative study between Germany and China. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *17*(5), 943–963. https://doi.org/10.1007/s10763-018-9907-x

REQUERIMIENTOS DEL MINEDUC: ELABORACIÓN DIDÁCTICA DE UN TEXTO ESCOLAR DE MATEMÁTICA

Patricio Loyola, Editorial Santillana

Melisa Silva, Editorial Santillana

Daniel Catalán, Editorial Santillana

Luis Paredes, Editorial Santillana

Abstract:

El texto escolar es una herramienta clave en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se encuentra presente en todos los niveles de enseñanza, permitiendo a niños, niñas y jóvenes acceder de manera progresiva a las habilidades y conocimientos propios de la asignatura. Los colegios subvencionados reciben cada año libros gratuitos proporcionados por el Ministerio de Educación. Estos materiales son de gran calidad y abarcan todos los contenidos establecidos en el currículo nacional. En este taller se abordarán diferentes aspectos relacionados con la forma en que se puede elaborar un texto escolar de alta calidad a partir de las bases y guías entregadas por el Ministerio de Educación, y en cómo esta labor puede influir positivamente en la capacitación docente y en la innovación metodológica de su quehacer.

Texto escolar, enseñanza, aprendizaje, habilidad, requerimientos.

INTRODUCCIÓN

El Programa de Textos Escolares del Ministerio de Educación proporciona recursos didácticos alineados con el Currículum Nacional para apoyar la enseñanza y el aprendizaje en todos los niveles y asignaturas. Estos textos no solo estructuran progresivamente habilidades, conocimientos y actitudes, sino que también ofrecen estrategias y recursos que permiten a las y los docentes adaptarlos a distintos contextos educativos. Su distribución gratuita garantiza equidad en el acceso a materiales de calidad. Los textos escolares son entregados de forma gratuita por el estado a todas y todos los estudiantes de establecimientos con subvención estatal, constituyendo un universo de más de 3 millones de estudiantes en cerca de 10 mil establecimientos educacionales.

Además de transmitir contenidos, un texto escolar puede orientar la práctica docente y establecer experiencias de aprendizaje que respondan a las preguntas de qué enseñar, cómo enseñar, cuáles son los aprendizajes esperados y cómo y cuándo evaluar. En particular, las licitaciones que periódicamente realiza el Ministerio de Educación (Mineduc) fijan los lineamientos técnicos y editoriales y establecen una línea de acciones pedagógica que requiere ser comprendida y apropiada por los docentes.

Índice

Este taller tiene como propósito mostrar cómo un texto escolar de alta calidad puede, además de servir de herramienta que facilita y guía la práctica docente, materializarse como un referente curricular y una fuente de nexo entre el trabajo docente y los cambios que ocurren en la sociedad. Mediante la revisión de los requerimientos ministeriales y de su aplicación en la elaboración de las propuestas didácticas presentes en los textos escolares de Matemática de 1º y 2º medio se pretende establecer un espacio de estudio, diseño y reflexión que permita a los docentes fortalecer su conocimiento profesional de la forma en que convergen el Currículum Nacional, la didáctica y los recursos educativos.

ELEMENTOS TEÓRICOS O CONCEPTUALES

Algunas de las funciones que puede cumplir un texto escolar como apoyo del trabajo docente son las siguientes: facilita su labor, le permite estructurar la clase, orienta su capacitación y la innovación metodológica, permite programar las clases, sirve como mediador con las familias, diversifica y ajusta la ayuda educativa, cede y traspasa parte del control en el aprendizaje, sirve de soporte para la tarea escolar y es una fuente primaria para el proceso de evaluación.

Desde la perspectiva establecida en los lineamientos de las bases, el texto escolar debe promover experiencias de aprendizajes. En este sentido, se concibe como un mediador pedagógico que vincula el currículum con la práctica docente y con la trayectoria de aprendizaje de los estudiantes.

Entendiendo el conocimiento profesional docente como un entramado de saberes disciplinares, pedagógicos y didácticos que orientan las prácticas en el aula, la revisión de los textos escolares de 1° y 2° medio y los lineamientos ministeriales emanados para su elaboración, puede constituirse en un espacio para el desarrollo profesional, de manera que los docentes se relacionen con los cambios en los paradigmas educativos y vislumbren ajustes en sus prácticas profesionales. Algunas de las acciones concretas que pueden gestionarse a través de un texto escolar son las siguientes:

- Servir como fuente de conocimiento acerca del contenido del Currículum Nacional.
- Guiar la articulación entre las Bases Curriculares y los materiales educativos disponibles.
- Identificar propuestas didácticas que potencien habilidades cognitivas y socioemocionales.
- Potenciar la progresión de los aprendizajes, asegurando la continuidad entre los ciclos.
- Facilitar el uso de tecnologías y recursos digitales, tales como bancos digitales de actividades y *software* matemáticos (por ej. GeoGebra).

- Integrar criterios de inclusión, equidad y accesibilidad en la planificación de actividades.

METODOLOGÍA

Este taller está diseñado como una instancia de formación docente orientada a la práctica, fortaleciendo la capacidad de interpretar, adaptar y realizar ajustes para concebir recursos coherentes con los requerimientos curriculares y pedagógicos del Mineduc.

El taller se desarrollará a través de cuatro momentos principales:

- Exposición inicial (15 min): presentación de los lineamientos generales del Mineduc y de los aspectos específicos de la Licitación Pública 2024 para los textos escolares de Matemática de 1.º y 2.º medio.
- Análisis de casos (10 min): revisión guiada de fragmentos o secciones de textos escolares licitados, identificando cómo se integran y articulan sus elementos con los requerimientos del Mineduc.
- Trabajo colaborativo práctico (15 min): análisis crítico de un borrador de propuesta didáctica (entrada de unidad, ejemplos resueltos, sección y/o secuencia de actividades) que responde a algunos de los puntos solicitados en los requerimientos técnicos de la licitación e identificación, en parejas, de algunos elementos que podrían hacer más explícito este cumplimiento.
- Socialización y retroalimentación (5 min): discusión colectiva del trabajo colaborativo práctico, haciendo énfasis en el cumplimiento del requerimiento, la coherencia curricular, la pertinencia didáctica y la claridad editorial.

RESULTADOS ESPERADOS

Al finalizar el taller, se espera que los participantes sean capaces de:

- Reconocer y comprender los principales requerimientos técnicos y pedagógicos establecidos por el Mineduc para la elaboración de textos escolares de Matemática.
- Identificar la relación entre estos requerimientos y el conocimiento y práctica profesional docente, especialmente en lo que respecta al diseño de experiencias de enseñanza-aprendizaje.
- Establecer un curso de acción para ajustar, adaptar y mejorar un recurso didáctico, de manera que quede alineado con las Bases Curriculares y cumpla con los requerimientos técnicos ministeriales.
- Reflexionar críticamente sobre el rol que puede tener el texto escolar en la capacitación continua de los docentes y en su acercamiento a la innovación metodológica.

Índice

Referencias

Ministerio de Educación de Chile. (2024). *Bases de licitación de textos escolares*.

Ministerio de Educación de Chile. (2023). *Bases curriculares de Matemática: Educación media*. Currículum Nacional

Subsecretaría de Educación, Unidad de Currículum y Evaluación. (s. f.). *Unidad de Currículum y Evaluación (UCE)*. Subsecretaría de Educación – UCE

Superintendencia de Educación. (s. f.). *Inicio*. Recuperado el 22 de julio de 2026, de https://www.supereduc.cl/

Ministerio de Educación de Chile. (2025). *Matemática 1.º medio: Texto del estudiante*.

Ministerio de Educación de Chile. (2025). *Matemática 2.º medio: Texto del estudiante*.

Ministerio de Educación. (s. f.). *Descripción general Textos Escolares*. Ayuda Mineduc. https://www.ayudamineduc.cl/ficha/descripcion-general-textos-escolares-5

Stevenson, A. (2003). El texto escolar: Un material curricular al servicio de los procesos de enseñanza y aprendizaje. *Educación, 12*(23), 139–148. https://doi.org/10.18800/educacion.200301.004

USO DE TAREAS COMO HERRAMIENTA PARA LA MEJORA DE LAS PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS EN MATEMÁTICA

Leonardo Medel Contreras, Universidad San Sebastián

Carolina Durán Sierra, Universidad San Sebastián

Abstract:

Las tareas matemáticas constituyen tanto un recurso de aprendizaje para estudiantes, como una herramienta de desarrollo profesional para docentes. Este taller se propone desde un enfoque de perfeccionamiento basado en tres marcos teóricos complementarios: el Modelo de Demanda Cognitiva (Stein et al., 2000), las prácticas fundamentales de la docencia (Ball et al. 2008; Ball & Forzani, 2012), y la instrucción guiada cognitivamente (Fennema et al., 1996). Se realizarán actividades dirigidas a docentes de enseñanza básica y media, donde los participantes clasificarán tareas, estudiarán resoluciones de estudiantes y reflexionarán sobre los patrones de pensamiento utilizados. El taller busca que los docentes reconozcan el potencial de las tareas no solo para generar aprendizajes significativos en sus estudiantes, sino también para fortalecer su propia práctica mediante instancias de análisis y reflexión pedagógica.

Tareas matemáticas, formación docente, prácticas pedagógicas, razonamiento matemático.

INTRODUCCIÓN

El currículo nacional en matemáticas se organiza en torno a habilidades, contenidos y actitudes, en línea con estándares internacionales como los Common Core en EE.UU. y los currículos de Finlandia y Singapur (Felmer y Perdomo-Díaz, 2017). Dentro de las habilidades a desarrollar están resolver problemas, argumentar y comunicar, modelar y representar (UCE, 2024), las cuales son abordadas en el aula de matemáticas principalmente a través de tareas y actividades.

Autores como Alsina et al. (2021, citado en UCE, 2023) subrayan que la labor docente no consiste en transmitir verdades, sino en facilitar la construcción de conocimiento, especialmente mediante preguntas y tareas que promuevan la curiosidad y el razonamiento. En línea con lo anterior, Smith y Stein (1998) establecen que una buena tarea matemática ayudará a dicha labor, ofreciendo oportunidades de pensar y razonar. Considerando que el tipo y profundidad de razonamiento determinan las ganancias de aprendizaje de los estudiantes, escoger cuidadosamente las tareas matemáticas a utilizar es probablemente la decisión más importante que un/a docente debe tomar en consideración al momento de planificar sus clases (Medel & Durán, 2024). Pero su efecto va más allá de los propios estudiantes: el diseño de una buena tarea se constituye como un instrumento de reflexión y mejora profesional para el propio docente.

Índice

MARCO TEÓRICO

1. El Modelo de Demanda Cognitiva

Este modelo clasifica las tareas en distintos niveles (desde la memorización hasta el "hacer matemáticas") en función del tipo y nivel de pensamiento que promueven (Stein et al., 2000). Las tareas de alta demanda cognitiva son claves para desarrollar la capacidad de razonar, argumentar y resolver problemas de forma autónoma.

2. Conocimiento para la enseñanza y prácticas de enseñanza

Autores como Ball et al. (2008) han señalado que la enseñanza de las matemáticas exige un conocimiento especializado del contenido, distinto del que posee un matemático, pues debe estar orientado a la explicación, la anticipación de errores y la formulación de preguntas que impulsen la comprensión. Se enfatizan las prácticas de enseñanza fundamentales, como seleccionar y discutir tareas, que se constituyen en oportunidades de aprendizaje tanto para estudiantes como para la formación continua de docentes (Ball & Forzani, 2012).

3. Instrucción guiada cognitivamente

La instrucción guiada cognitivamente plantea la necesidad de que las tareas se diseñen y desarrollen considerando tanto la comprensión de los estudiantes como las oportunidades de reflexión docente (Fennema et al., 1996). En este sentido, las tareas son más que un medio de enseñanza: son un espacio de co-construcción donde el docente aprende a guiar procesos de manera más efectiva.

METODOLOGÍA

El taller sigue un enfoque de desarrollo profesional basado en la resolución, análisis y rediseño de tareas matemáticas. Este enfoque centrado en las tareas ha sido respaldado por múltiples evidencias (Boston y Smith, 2011; Felmer y Perdomo-Díaz, 2017). Los y las participantes trabajarán en:

1. Clasificación de tareas matemáticas según su nivel de demanda cognitiva.
2. Estudio de resolución de estudiantes de dichas tareas, análisis de estrategias planteadas y de patrones de pensamiento involucrados.
3. Adaptación de tareas según marco de demanda cognitiva y taxonomía de tipos de tareas de instrucción guiada cognitivamente, para responder a necesidades identificadas.
4. Reflexión colectiva sobre cómo el análisis del pensamiento de estudiantes enfrentados a buenas tareas matemáticas, potencia la práctica docente y la toma de decisiones, contribuyendo al desarrollo profesional.

RESULTADOS ESPERADOS

Al cabo de la realización del taller, los/as asistentes serán capaces de:

(1) Reconocer el valor de las tareas matemáticas como herramienta para mejorar tanto el aprendizaje estudiantil, como la práctica pedagógica en un proceso de formación continua.
(2) Analizar la resolución de tareas, identificando patrones de pensamiento.
(3) Incorporar estrategias de instrucción guiada cognitivamente para orientar la resolución de tareas.
(4) Utilizar el análisis de tareas y trabajo de estudiantes como estrategia de reflexión y mejora de la propia práctica docente, en un proceso de mejora profesional continua.

Referencias

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Ball, D. L., & Forzani, F. M. (2012). *Teaching works*. School of Education, University of Michigan.

Boston, M. D., & Smith, M. S. (2011). A task-centric approach to professional development: Enhancing and sustaining mathematics teachers' ability to implement cognitively challenging mathematical tasks. *ZDM – Mathematics Education, 43*, 965–977. https://doi.org/10.1007/s11858-011-0353-2

Medel, L., & Durán, C. (2024). Taller: Demanda cognitiva de tareas matemáticas. En *Actas de las XXVIII Jornadas Nacionales de Educación Matemática* (p. 671). SOCHIEM.

Felmer, P., & Perdomo-Díaz, J. (2017). Un programa de desarrollo profesional docente para un currículo de matemática centrado en las habilidades: La resolución de problemas como eje articulador. *Educación Matemática, 29*(1), 201–217. https://doi.org/10.24844/EM2901.08

Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (1996). A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 403–434. https://doi.org/10.2307/749875

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(5), 344–350.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press.

Unidad de Currículum y Evaluación. (2023). *Orientaciones didácticas: Matemática*. Ministerio de Educación de Chile.

Unidad de Currículum y Evaluación. (2024). *Eje Matemáticas: Habilidades*. Ministerio de Educación de Chile.

DIFERENCIAS QUE SUMAN: PROMOVIENDO LA INCLUSIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICA

Paula Rodríguez Retamal, Colegio Leonardo Da Vinci, Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Paloma Villamandos Soto, Colegio Alberto Blest Gana, Universidad de Chile

Abstract:

La enseñanza de la matemática escolar enfrenta barreras que limitan el acceso y la participación equitativa de estudiantes, lo que la convierte en una de las asignaturas más excluyentes del currículum. Estas dificultades se relacionan con la naturaleza del saber matemático, la existencia de estereotipos asociados a la aptitud de las y los estudiantes, y con prácticas pedagógicas tradicionales que no reconocen la diversidad de formas de aprender. En este contexto, la educación inclusiva y la didáctica de la matemática ofrecen marcos teóricos y metodológicos que permiten repensar la enseñanza, promoviendo la valoración de la diversidad y la construcción de conocimiento como un derecho de todas y todos. Se propone la realización de un taller que resulte ser un espacio de reflexión y trabajo colaborativo orientado al rediseño de tareas matemáticas aplicando criterios inclusivos, buscando avanzar hacia prácticas pedagógicas más accesibles, significativas y transformadoras en distintos contextos escolares.

Educación matemática, enfoque inclusivo, diversidad, trabajo colaborativo.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la matemática escolar enfrenta importantes desafíos cuando su objetivo es garantizar el aprendizaje de todas y todos los estudiantes, especialmente al considerar las barreras que dificultan el acceso y la participación. En este sentido, resulta necesario identificar dichas barreras desde un enfoque inclusivo, que permita visibilizar no solo las necesidades individuales del estudiantado, sino también las limitaciones presentes en las prácticas pedagógicas y en las metodologías utilizadas por las y los docentes. Bajo esta perspectiva, la vinculación de estrategias y aportes teóricos provenientes tanto de la Didáctica de la Matemática como de la Educación Inclusiva constituye una oportunidad para repensar y rediseñar, de manera colaborativa, propuestas que favorezcan la participación equitativa, la valoración de la diversidad en el aula y la diversificación del proceso de enseñanza-aprendizaje. La siguiente experiencia invita a reflexionar acerca de la aplicabilidad de criterios en las prácticas pedagógicas que orienten una matemática escolar más inclusiva en los contextos educativos particulares de cada docente, avanzando así hacia una enseñanza más significativa y accesible para todas y todos.

Índice

ELEMENTOS TEÓRICOS

Considerando los objetivos del taller propuesto, se describen a continuación los principales antecedentes y aspectos teóricos que justifican la necesidad de reflexionar y construir propuestas para un aula matemática inclusiva.

Educación inclusiva en Chile

Desde hace décadas en Chile existe una preocupación constante por incorporar el enfoque inclusivo en las aulas escolares, los nuevos desafíos en cuanto al trabajo con estudiantes neurodivergentes, migrantes, con necesidades educativas especiales, entre otras características propias de lo diverso que puede ser el estudiantado, obliga a las y los profesores a desarrollar herramientas que les sirvan para contribuir a un ejercicio docente más respetuoso y pertinente a los contextos donde están inmersos, para enmarcar este enfoque es amplia la normativa que lo respalda y que busca impulsar criterios y lineamientos que promuevan la valoración de la diversidad en las prácticas pedagógicas. Según el Ministerio de Educación, en el Marco general de educación inclusiva (Mineduc, 2023), este enfoque promueve la entrega de apoyos considerando las características particulares de cada persona y el contexto en el cual se está inmerso, procurando la participación equitativa de todas y todos los actores del proceso educativo.

Barreras propias de la Matemática escolar

Teniendo en cuenta la necesidad de realizar modificaciones en la didáctica de las y los docentes en la escuela para aportar a un aula más inclusiva, el caso de la Matemática presenta barreras específicas vinculadas tanto con la naturaleza del saber matemático como con estereotipos que entorpecen el acceso de todas y todos los estudiantes a esta disciplina.

Soto y Cantoral (2014) describen a la matemática escolar como un campo que promueve dinámicas de exclusión, a partir de la idea de que acceder a este saber se dificulta por factores tales como la atomización de conceptos, su carácter hegemónico, la concepción de la matemática como un conocimiento acabado, el carácter más utilitario que funcional del conocimiento y la falta de marcos de referencia para resignificar la matemática escolar.

Por otra parte, la idea de que hay un grupo de estudiantes que puede acceder al conocimiento matemático y otro que no, se evidencia en expresiones tales como “aptitud natural”, “talento”, “inteligencia innata”, las que forman parte del lenguaje escolar sin considerar las posibles consecuencias que estas tienen en las prácticas y resultados de aprendizaje de todas y todos los estudiantes (Kaplan, 2008).

Finalmente, se observan en la didáctica de la matemática, a través de distintas teorías, aportes en términos de inclusión, considerándose a todo estudiante como un sujeto de derecho intelectual. Ya en la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau se infiere el objetivo de formar estudiantes con autonomía y pensamiento crítico garantizando el derecho a construir

conocimiento matemático desde la interacción con distintos medios y tareas (Broitman & Sancha, 2021).

METODOLOGÍA

El taller propuesto a partir de la problemática previamente descrita se plantea como una oportunidad para la reflexión y el trabajo colaborativo entre profesionales y estudiantes vinculados tanto a la enseñanza de la matemática como a la educación diferencial. La sesión de taller planificada se divide principalmente en cinco momentos. Para empezar, se realiza una actividad de presentación de las y los asistentes en que se solicita que identifiquen barreras asociadas al aprendizaje de la matemática a partir de un enfoque inclusivo. Las respuestas de cada participante se registran para luego quedar fijas en un soporte diseñado para estos fines.

En segundo lugar, se presentan lineamientos teóricos que incluyen el marco legal actual en términos de inclusión escolar, una síntesis de la versión actualizada del DUA 3.0 (Diseño Universal de Aprendizaje) y la problematización en torno a la matemática escolar, sus barreras y posibles criterios para hacerla más accesible, según investigaciones propias de la Didáctica de la Matemática y de la Educación Inclusiva.

Posterior a esta presentación, se comparte con el grupo una rúbrica de autoevaluación de acciones para un aula matemática inclusiva, instrumento diseñado a partir de los principios del DUA. Se busca que las y los asistentes revisen su práctica pedagógica identificando barreras y formulando posibles oportunidades de mejora basadas en los lineamientos ya discutidos.

Considerando las reflexiones alcanzadas a partir de las actividades previas, se lleva a cabo la actividad central del taller. Esta se realiza en equipos, y consiste en que las y los participantes deberán rediseñar una actividad extraída de un libro de texto de la asignatura asociada a la construcción del concepto de valor absoluto, incorporando además sus condiciones de aplicación, los recursos necesarios y la fundamentación de por qué el rediseño significa un aporte en términos de inclusión. Para esto dispondrán de material de apoyo, que consiste en un set de tarjetas que sintetizan las distintas directrices y pautas del DUA, además de la rúbrica ya compartida. Tendrán además la opción de trabajar en soportes tanto análogos como digitales. Al finalizar este rediseño, cada equipo debe presentarlo al grupo, compartiendo además sus reflexiones.

A modo de cierre, se utiliza el soporte empleado en la actividad inicial para que cada equipo intervenga con criterios y oportunidades detectadas a partir de la reflexión llevada a cabo que signifiquen aportes para un aula matemática más inclusiva.

RESULTADOS ESPERADOS

A partir de la experiencia propuesta, se espera que las y los participantes conozcan normativas y aspectos legales en que se enmarca la educación inclusiva actualmente, tengan oportunidad de compartir sus propias impresiones y experiencias asociadas a la

implementación de una didáctica de la matemática con enfoque inclusivo, identifiquen barreras que la matemática escolar presenta para la participación de todas y todos y las fortalezas propias de cada contexto y trabajen colaborativamente compartiendo su creatividad e impresiones. Idealmente, además, se espera que a partir del grupo de asistentes al taller se conforme una red que se proyecte al trabajo colaborativo en investigaciones, reflexiones conjuntas y elaboración de recursos para la promoción de una matemática escolar más inclusiva.

Referencias

Broitman, C., & Sancha, I. (2021). Diálogos ineludibles entre didáctica de la matemática y educación inclusiva: La enseñanza de las matemáticas a alumnos con discapacidad. En *Diálogos ineludibles entre didáctica de la matemática y educación inclusiva* (pp. 153–206). EDULP.

Kaplan, C. (2008). *Talentos, dones e inteligencias: El fracaso escolar no es un destino*. Colihue.

Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Inclusión y Participación. (2023). *Marco general de educación inclusiva: Documento de trabajo*. Biblioteca Digital Mineduc

Soto, D., & Cantoral, R. (2014). Discurso matemático escolar y exclusión: Una visión socioepistemológica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 28*(50), 1525–1544. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a25

POSTERS

La Presentación de Pósters constituye un espacio de difusión visual y de diálogo directo entre autores y asistentes, en el que se exhiben propuestas didácticas, avances de investigación y trabajos de tesis de pre y postgrado. Su formato favorece el intercambio cercano y espontáneo, ofreciendo una instancia especialmente propicia para que investigadores e investigadoras en formación reciban retroalimentación de la comunidad. En las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática, organizadas por la Universidad Central de Chile junto a la Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM), se presentaron 27 pósteres, exhibidos en dos jornadas realizadas el miércoles 10 y el jueves 11 de diciembre de 2025 en el Hall del edificio VK II.

Las contribuciones abarcaron once líneas temáticas. Destacaron la enseñanza y aprendizaje de la estadística y del álgebra, con cinco pósteres cada una, seguidas por los aspectos socioculturales y políticos de la educación matemática, con cuatro, y el Conocimiento del profesor: formación inicial y continua, con tres. Se sumaron trabajos sobre las habilidades matemáticas del currículum escolar (modelización, argumentación y resolución de problemas), la enseñanza y aprendizaje del cálculo, la equidad e inclusión, la geometría y la medición, los números y la aritmética, la matemática en la primera infancia, y la interdisciplinariedad y el enfoque STEM.

En su conjunto, estos trabajos reunieron a 33 autoras y autores, provenientes de 13 universidades chilenas y de 3 universidades extranjeras de España y Colombia. Esta participación, con una destacada presencia de estudiantes y jóvenes investigadores e investigadoras, refleja el rol de las Jornadas en la formación de nuevas generaciones para la educación matemática y su compromiso con la apertura de espacios para las ideas emergentes en el área.

En la siguiente sección se presentan los Pósteres exhibidos durante el evento.

Índice

UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS MEDIANTE MODELACIÓN: UN ENFOQUE PARA LA FORMACIÓN CIUDADANA

Bárbara Figueroa Contreras, Universidad de Chile

Alicia Zamorano Vargas, Universidad de Chile

Leslie Jiménez Palma, Universidad de Chile

Abstract:

La presente investigación busca caracterizar una secuencia de enseñanza de las razones trigonométricas en el nivel de 2° medio que articule modelación matemática y formación ciudadana. A partir de diferentes problemáticas contextualizadas al establecimiento educacional y su entorno, se diseñan tareas de modelación que solicitan construir representaciones, aplicar razones trigonométricas para estimar alturas y distancias, y reflexionar sobre implicancias comunitarias. El diseño es analizado mediante el registro de planificación docente, observación de aula, self study y bitácoras reflexivas. Mediante un análisis cualitativo se buscará identificar las decisiones pedagógicas que favorecen la conexión entre contenidos disciplinares y objetivos cívicos, así como evidenciar cambios en la naturaleza de las tareas y en la argumentación estudiantil. Se espera que la secuencia promueva comprensión conceptual de razones trigonométricas y que facilite la deliberación crítica sobre problemas locales, aportando orientaciones prácticas para la reflexión inicial docente. Se espera que los resultados aporten criterios para integrar objetivos matemáticos y ciudadanos en la enseñanza de la trigonometría.

Trigonometría, modelación matemática, razones trigonométricas, formación ciudadana, formación inicial docente.

INTRODUCCIÓN

Esta investigación se desarrolla bajo un enfoque de reflexión de práctica, enmarcado en la metodología self-study, donde la docente en formación analiza y reconstruye su propia práctica de enseñanza. El estudio se llevará a cabo durante el segundo semestre académico del presente año y se centrará en el diseño e implementación de una secuencia de enseñanza sobre razones trigonométricas en segundo año medio, utilizando la modelación matemática como estrategia para vincular el contenido disciplinar con fenómenos de la vida cotidiana y problemáticas sociales. Es importante aclarar, que aún no se obtienen resultados del estudio, por ello se comentarán las proyecciones en la sección correspondiente.

Índice

ANTECEDENTES

Las razones trigonométricas son un contenido fundamental en la educación media, ya que permiten resolver problemas de medición de distancias, alturas y ángulos en triángulos que tienen aplicaciones en ámbitos como la construcción, la planificación urbana o el estudio de fenómenos naturales (MINEDUC, 2015). Sin embargo, su enseñanza suele reducirse a la aplicación algorítmica de expresiones matemáticas, lo que limita la conexión con el mundo real (Vanegas & Giménez, 2021). Esta falta de autenticidad en las tareas impide que los estudiantes reconozcan la matemática como una herramienta útil para comprender y deliberar sobre problemas reales (Krawitz et al., 2025).

La modelación matemática, entendida como el proceso de trasladar fenómenos reales a representaciones matemáticas, trabajar con ellas y validar los resultados (Blum y Leiß, 2007), ofrece una oportunidad para superar esta limitación. Estudios señalan que el uso de la modelación en la enseñanza de la trigonometría permite a los estudiantes comprender el sentido de las razones trigonométricas y reconocer su utilidad en contextos reales, siendo no necesariamente una secuencia lineal (Doerr, Ärlebäck y Misfeldt, 2017).

Asimismo, la enseñanza de las matemáticas tiene un rol formativo para la ciudadanía. El currículum nacional chileno establece que los aprendizajes deben favorecer el pensamiento crítico y la participación en la vida democrática (MINEDUC, 2015). En esta línea, problemas contextualizados al entorno del estudiantado, pueden convertirse en espacios de aprendizaje donde las razones trigonométricas se utilicen no solo para realizar cálculos matemáticos, sino también para debatir implicancias sociales y comunitarias (Villalón-Gálvez y Zamorano-Vargas, 2023).

PROBLEMA

Cuando la enseñanza de las razones trigonométricas se aborda sin un contexto real y familiar para los y las estudiantes, es posible que tiendan a percibir este contenido sin utilidad práctica. Esto podría restringir su motivación en el proceso de aprendizaje y también el potencial de la matemática como herramienta para comprender y participar en la vida social (Ball & Bass, 2008).

En este estudio se propone utilizar la modelación matemática con un enfoque no lineal (Doerr, Ärlebäck y Misfeldt, 2017), para articular este contenido de la trigonometría como un contenido cercano. Los y las estudiantes trabajarán con una problemática real de su establecimiento educacional para llevarlo a los cálculos que involucren el uso de razones trigonométricas, para estimar alturas y distancias, interpretar resultados y discutir las consecuencias sociales de un fenómeno. Así, la modelación permitiría integrar aprendizajes matemáticos y ciudadanos.

METODOLOGÍA

La investigación se desarrollará bajo la metodología self-stufy, que promueve la indagación reflexiva y sistemática de la práctica docente. La docente en formación diseñará, implementará y analizará una secuencia de enseñanza basada en modelación matemática con foco en razones trigonométricas. Esta planificación tendrá los siguientes objetivos de clases:

1. Primera clase (90 minutos): Relacionar las razones trigonométricas con el concepto de pendiente en rampas, mediante el análisis de situaciones reales, para reconocer su importancia en la construcción de espacios accesibles e inclusivos.

2. Segunda clase (45 minutos): Analizar los resultados obtenidos en la modelación de rampas, mediante la revisión colectiva de ejercicios y discusión guiada, para identificar qué rampas cumplen la norma y reflexionar sobre la importancia de la accesibilidad en la vida escolar.

3. Tercera clase (90 minutos): Reflexionar sobre la aplicación de las razones trigonométricas en rampas del entorno escolar, mediante el análisis de cálculos y diálogo colectivo, para reconocer cómo las matemáticas pueden contribuir a una sociedad más inclusiva.

Para el análisis, se utilizarán registros de planificación, registros de estudiantes y notas de campo. En este marco, el estudio tiene como objetivo caracterizar un diseño de clases con foco en razones trigonométricas, mediante modelación matemática contextualizada, que articule aprendizajes matemáticos y formación ciudadana en estudiantes de 2° medio de un colegio municipal.

PROYECCIONES

Se espera que la implementación del diseño de clases favorezca que los y las estudiantes comprendan con mayor claridad el sentido de las razones trigonométricas al enfrentarse a situaciones cercanas a su vida cotidiana, donde deban estimar distancias, alturas o interpretar fenómenos de su entorno. A partir de estas experiencias, se proyecta caracterizar cómo la modelación matemática permite no solo abordar contenidos disciplinares de manera más significativa, sino también abrir espacios de discusión sobre problemas sociales y comunitarios. De este modo, el estudio busca mostrar en qué medida un diseño de clases centrado en la modelación contribuye a articular aprendizajes matemáticos con la formación ciudadana dentro del aula de segundo medio.

Referencias

Ball, D. L., & Bass, H. (2008). The role of mathematics in education for democracy. En L. D. English (Ed.), *Yearbook of the National Society for the Study of Education* (Vol. 107, No. 1, pp. 171–184). Wiley. https://doi.org/10.1111/j.1744-7984.2008.00129.x

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example "Filling up". En W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.),

Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study (pp. 222–231). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_24

Doerr, H. M., Ärlebäck, J. B., & Misfeldt, M. (2017). Representations of mathematical modelling in mathematics education research. En G. Stillman, W. Blum, & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education* (pp. 71–81). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1_7

Krawitz, J., Pinkernell, G., & Vorhölter, K. (2025). A systematic review of international perspectives on mathematical modelling. *ZDM – Mathematics Education, 57*, 193–212. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01655-7

Ministerio de Educación de Chile. (2015). *Bases curriculares de la educación media*. Unidad de Currículum y Evaluación.

Vanegas, Y., & Giménez, J. (2021). Prácticas matemáticas democráticas. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 19*, 71–85. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i19.358

Villalón-Gálvez, M., & Zamorano-Vargas, J. (2023). Curricularizar el conflicto para la construcción de la democracia en la escuela: El conflicto como eje de la enseñanza. *Sophia Austral, 29*, 1–10. https://doi.org/10.22352/SAUSTRAL20232901

IMPLEMENTACIÓN DE UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA GAMIFICADA PARA PROPICIAR EL DESARROLLO DE LA ARGUMENTACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICA DE TERCERO AÑO BÁSICO

Licie Belén Aliaga Pino, Universidad de O´Higgins

Claudia Cornejo Morales, Universidad de O´Higgins

Rubén Balboa Ortega, Universidad de O´Higgins

***Abstract*:**

Esta investigación propone una secuencia de enseñanza y analiza la incidencia de la implementación de una propuesta didáctica gamificada en el desarrollo de la argumentación en clases de matemática de estudiantes de tercero básico de un colegio subvencionado de la comuna de Graneros. Para ello, se diseñará, implementará y evaluará una unidad didáctica de seis clases, cuyo propósito es incentivar el interés y la participación de los y las estudiantes, generando un ambiente propicio para fomentar la argumentación matemática mediante distintas estrategias, con 30 estudiantes de 8 a 9 años. Metodológicamente, se adopta un enfoque cualitativo y un diseño de investigación-acción, permitiendo comprender y mejorar la práctica de aula. El análisis se realizará mediante análisis de contenido, sustentado en el modelo de Situación Argumentativa propuesto por Cornejo-Morales et al. (2021). Se espera que, al término de la intervención, los y las estudiantes evidencien mayor claridad y profundidad en sus argumentaciones, así como una mejor capacidad para persuadir a sus pares, generando información útil para diseñar y sostener prácticas que fortalezcan la argumentación en clases de matemática.

Argumentación, gamificación, matemática

DESARROLLO

Esta investigación surge a partir de las necesidades de un 3° básico de un colegio subvencionado de la Región de O'Higgins, donde se observó un bajo desarrollo de la argumentación en clases de Matemática. La evidencia recopilada mediante notas de campo y el Diagnóstico Integral de Aprendizajes (DIA) muestra que, de 32 estudiantes, solo 4 resolvieron un problema de manera numérica. Sin embargo, ninguno explicó su procedimiento. En las clases predomina una interacción breve y procedural, con preguntas cerradas y sin justificación. Esta situación se vincula con una planificación y metodología enfocadas en fichas y algoritmos, con bajo trabajo colaborativo y escasas experiencias activas, lo que promueve la memorización de procedimientos, dificulta la selección de información relevante y restringe el desarrollo del pensamiento crítico y la comunicación matemática (Salazar & Cáceres, 2021).

Índice

A partir de la problemática identificada, se hace evidente la necesidad de fortalecer esta habilidad, para fomentar el razonamiento matemático, pensamiento crítico, justicia social y motivación hacia el área de conocimiento, desde los primeros años de escolaridad. Así, la pregunta de investigación es: ¿Cómo incide una propuesta didáctica gamificada, diseñada para fomentar la argumentación, en el desarrollo de la habilidad de argumentar en clases de matemática, en estudiantes de tercero básico de un colegio particular subvencionado de la comuna de Graneros? El objetivo general de esta investigación es analizar la incidencia de una propuesta didáctica gamificada, diseñada para fomentar la argumentación, en el desarrollo de la habilidad de argumentar en clases de matemática, en estudiantes de tercero básico de un colegio particular subvencionado de la comuna de Graneros.

MARCO TEÓRICO

El desarrollo de la argumentación en clases de matemáticas constituye una habilidad fundamental, ya que permite a los estudiantes construir, expresar, justificar, defender y revisar sus ideas de manera lógica. En esta investigación, la argumentación se entiende como un proceso social y colaborativo, en el que los estudiantes comparten, explican y analizan sus ideas en interacción con otros (Cornejo & Alsina, 2020; Solar, 2018). Para comprender la argumentación se empleará el modelo Situación Argumentativa (SA) (Cornejo et al., 2021) Este modelo permite observar e interpretar cómo los estudiantes participan en situaciones argumentativas en matemáticas, considerando cinco componentes clave: argumento, interacción, función, carácter y matemática.

La estrategia seleccionada para favorecer la participación y el interés de los estudiantes es la gamificación. Esta metodología incrementa la motivación, la participación y la colaboración entre pares, favoreciendo discusiones efectivas (Soza Herrera, 2025). Además, al implementar dinámicas de juego con objetivos claros, se genera un entorno seguro que promueve la confianza de los estudiantes para expresar sus ideas sin temor al error. (Midalek et al., 2018)

METODOLOGÍA

La investigación adopta un enfoque cualitativo, idóneo para comprender procesos dinámicos y situados como la argumentación en clases de matemática y para captar la complejidad del fenómeno en su contexto real (Solar, 2018). Este enfoque permite describir y comprender cómo las y los estudiantes explican, justifican y defienden sus razonamientos durante la interacción en el aula.

La recolección de datos se realizará a través de tres tipos de instrumentos: una pauta de observación aplicada sobre registros audiovisuales, notas de campo de la investigadora y cuestionarios administrados a los y las estudiantes en diferentes momentos de la secuencia didáctica. Estos recursos permitirán triangular la información, recogiendo tanto las

Índice

interacciones argumentativas como las percepciones y emociones vinculadas al aprendizaje de los y las estudiantes.

El análisis de datos se realizará mediante contenido cualitativo, codificando registros escritos, orales y audiovisuales para identificar patrones de argumentación en clases de matemática. Para los objetivos OE1 (Diagnosticar el nivel de argumentación), OE2 (Diseñar e implementar una unidad didáctica) y OE3 (Evaluar el impacto de la secuencia didáctica), la pauta de observación permitirá codificar momentos pedagógicos relevantes siguiendo el modelo de Situación Argumentativa, cuantificando la cantidad y calidad de los argumentos en las interacciones de los estudiantes. En tanto, para el OE4 (Facilitadores y debilitadores de la secuencia didáctica), se aplicará una categorización deductiva en los cuestionarios iniciales y finales, así como en los tickets de salida, clasificando las respuestas en dimensiones actitudinales y emocionales.

Esta metodología permitirá contrastar las producciones argumentativas de los y las estudiantes con sus percepciones y emociones a lo largo de la secuencia didáctica, con el fin de valorar el impacto de la propuesta gamificada como propiciación para la participación e interés de los y las estudiantes.

CONSIDERACIONES FINALES

La importancia de desarrollar la argumentación en clases de Matemática radica Desarrollar la argumentación en Matemática permite que las y los estudiantes trasciendan el “cómo” del procedimiento para comprender, justificar y comunicar el “por qué” de sus respuestas. Al explicar, cuestionar y persuadir, fortalecen el pensamiento crítico y metacognición, profundizan la comprensión conceptual y evitan un aprendizaje memorístico

Como resultado de esta investigación, se espera que los y las estudiantes de 3° básico muestren avances en su argumentación en clases de Matemática. Esto se evidenciará al intencionar mayores espacios donde, por medio de estrategias comunicativas y pedagógicas, los argumentos de los estudiantes puedan crecer en cantidad y profundidad, se genere una dinámica progresiva en la que, clase a clase, los niños y niñas se acostumbren a participar, argumentar y fundamentar sus ideas con mayor seguridad. Los análisis y resultados estarán disponibles durante el segundo semestre, por lo que serán incorporados en la versión final del póster y serán presentados durante el congreso.

Agradecimientos

Proyecto FOVI 240238, ANID.

Referencias

Cornejo-Morales, C., & Alsina, Á. (2020). La argumentación en los currículos de educación matemática infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 9*(1), 12–30. https://doi.org/10.24197/edmain.1.2020.12-30

Cornejo-Morales, C., Goizueta, M., & Alsina, Á. (2021). La situación argumentativa: Un modelo para analizar la argumentación en educación matemática infantil. *PNA, 15*(3), 159–185. https://doi.org/10.30827/pna.v15i3.16113

Migdalek, M., Santibáñez, C., & Rosemberg, C. R. (2014). Argumentative strategies in young children: A study of disputes during play in school contexts. *Revista Signos, 47*(86), 435–462. https://doi.org/10.4067/S0718-09342014000300005

Salazar Béjar, J. E., & Cáceres Mesa, M. L. (2022). Estrategias metacognitivas para el logro de aprendizajes significativos. *Conrado, 18*(84), 6–16.

Solar, H. (2018). Implicaciones de la argumentación en el aula de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación, 74*, 155–176. https://doi.org/10.17227/rce.num74-6902

Soza Herrera, J. J. (2025). Estrategias de gamificación en la educación primaria: Impacto en el desarrollo de competencias matemáticas y de comunicación. *Educar, 61*(1), 245–261. https://doi.org/10.5565/rev/educar.2255

ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL CÁLCULO: DISEÑO DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA COMPRENSIÓN DE FUNCIONES EN LA EDUCACIÓN MEDIA DE CHILE

Vannia Díaz Cisterna, Universidad de Chile

Leslie Jiménez Palma, Universidad de Chile

***Abstract*:**

Este póster presenta una secuencia didáctica que aborda la enseñanza y aprendizaje de funciones reales en los primeros años de la educación media en Chile. Propone una construcción del concepto de función desde una secuencia didáctica fundamentada en las teorías de la transposición didáctica de Chevallard y la Teoría de representaciones semióticas de Duval. La secuencia utiliza una metodología indagatoria, exploratoria y reflexiva para trascender el aprendizaje de las funciones mayormente a través de expresiones algebraicas y algorítmico, priorizando la conversión entre diversos registros de representación (gráfico, tabular, lenguaje natural, etc.). El objetivo es lograr una comprensión integral del objeto matemático función y desarrollar habilidades superiores de modelización, argumentación y pensamiento crítico en estudiantes.

Funciones, Currículum, Secuencia Didáctica, Enseñanza-Aprendizaje

PROBLEMÁTICA

En el marco de la educación chilena, la enseñanza de las funciones en secundaria se aborda desde un objetivo intrínsecamente ligado al álgebra. Se busca que los estudiantes comprendan el lenguaje algebraico como una herramienta de comunicación y que, a partir del trabajo con ecuaciones e inecuaciones, desarrollen la capacidad de modelar diversas relaciones como funciones para la resolución de problemas (Ministerio de Educación, 2015).

El programa curricular chileno promueve un aprendizaje activo y significativo, en sintonía con las teorías constructivistas. Este enfoque postula que el conocimiento se construye sobre la base de las experiencias y saberes previos del estudiante. Asimismo, propone el trabajo en equipo, el diálogo y la colaboración como instancias clave de aprendizaje, lo que refleja una clara influencia de la teoría sociocultural de Vygotsky. (1995).

Importancia fundamental tienen la transposición didáctica y las representaciones semióticas, propuestas por Yves Chevallard (2000) y Raymond Duval (2017), respectivamente. Ambas teorías describen un proceso de aprendizaje en el que los estudiantes deben ser capaces de comprender un mismo objeto matemático a través de sus múltiples representaciones. Para ello, cada docente debe ser capaz de descontextualizar y recontextualizar el saber, permitiendo que los estudiantes reconstruyan los conceptos. Esto implica realizar

Índice

transformaciones dentro de un mismo registro de representación (por ejemplo, manipular una ecuación algebraicamente) para finalmente lograr la conversión, que consiste en cambiar de un registro de representación a otro (por ejemplo, pasar de una fórmula a un gráfico). Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El trabajo que transforma un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza es denominado la transposición didáctica según Chevallard (2000).

Por su parte, Duval (2017) subraya la centralidad de las representaciones en el pensamiento matemático, entendiendo que la semiosis es un proceso cognitivo propio del pensamiento matemático que ocurre a través de dos tipos de transformaciones. “No hay noesis [adquisición de conocimiento] sin semiosis [uso de signos y representaciones], ni pensamiento matemático sin transformación de las representaciones semióticas, sean cuales sean” (p. 22).

Con esto en consideración, es que se aborda una secuencia didáctica que considere diferentes registros de representaciones (tabulación, gráficos, simbólico). Considerando actividades que trabajen habilidades de modelización, discusión y argumentación matemática, a través de un trabajo progresivo que parta de la definición de relaciones entre conjuntos, permitiendo incorporar una visualización completa del objeto matemático.

PROPUESTA

La presente contribución detalla una propuesta de secuencia didáctica para los niveles de primero y segundo medio de la educación chilena. A diferencia del enfoque estipulado en el currículo nacional, esta secuencia aborda el concepto de función desde a) la teoría de conjuntos, b) el comportamiento y la relación entre variables, c) definición del concepto y, d) revisión en contexto, tratándolo de manera independiente al álgebra en su fase inicial. Se postula que la construcción del concepto desde esta perspectiva más fundamental puede generar nuevas reflexiones en los estudiantes, facilitando una transición más gradual y comprensible hacia conceptos matemáticos más complejos, pensando en un andamiaje del concepto (Biza et al., 2022).

Además, los conceptos matemáticos trabajados, que en este caso son las funciones, constan de una reestructuración completa del concepto, en donde el docente transforma el saber sabio en un saber enseñado contextualizado en un ambiente escolar. Así, se descontextualiza el concepto de función desde el área investigativa de teoría de conjuntos para re-contextualizar en el aula con un trabajo constructivista del conocimiento por parte de los estudiantes y el desarrollo de su aprendizaje. (Chevallard, 2000).

Así, con las dos teorías expuestas anteriormente, proponemos una secuencia didáctica compuesta inicialmente de cuatro sesiones en donde los objetivos abordados son reconocer

funciones como una relación entre conjuntos que cumple condiciones específicas, reconocer relaciones de dependencia entre variables, identificar elementos para que una función esté bien definida e integrar los conceptos en el desarrollo de un problema contextualizado, cada clase tiene una duración de 90 minutos, en donde se identifican actividades de inicio, desarrollo y cierre.

Dicha secuencia es desarrollada desde una perspectiva indagatoria y exploratoria, activando conocimientos previos mediante preguntas abiertas de la cotidianeidad haciendo la conexión con la abstracción matemática. Así el estudiantado deberá reconocer dichos conceptos a través de la modelización de un problema, reconociendo dependencia entre variables, construir una función bien definida y la conversión de registros de representación del objeto función. Cabe mencionar que en toda la secuencia propuesta se incentiva un trabajo colaborativo por parte del estudiantado, la reflexión crítica que va de la mano con la argumentación tanto en lenguaje castellano como en lenguaje matemático y la comunicación oral de argumentos.

RESULTADOS ESPERADOS

Mediante esta secuencia didáctica, se busca generar un proceso de construcción progresiva del concepto de función. Este proceso se fundamenta en un enfoque comprensivo, reflexivo y aplicado que trasciende los desarrollos puramente algorítmicos y algebraicos. El énfasis se pone en la habilidad de realizar conversiones entre los diversos registros de representación del objeto matemático (gráfico, tabular, algebraico), promoviendo así un tratamiento más analítico. En consecuencia, la propuesta está diseñada para que el estudiantado sea capaz de modelar, argumentar y comunicar sus ideas. Se fomenta la integración de conocimientos específicos con habilidades transversales como el pensamiento crítico, la construcción autónoma del aprendizaje y el trabajo colaborativo entre pares, a partir del reconocimiento de funciones como un objeto que se construye a partir de relaciones de dependencia, partiendo de ejemplos cercanos y de manera progresiva construir los conceptos de dominio, codominio, recorrido y regla de asignación, permitiendo la comprensión del concepto, logrando que los estudiantes sean capaces de trabajar las funciones en todas sus formas de representación.

De forma más precisa, esta secuencia busca que el estudiantado logre una comprensión integral del concepto de función. Al vincular su estudio a problemas de la vida cotidiana, se espera que los alumnos reconozcan que las funciones describen comportamientos del mundo real, percibiendo así su pertinencia y utilidad.

Referencias

Chevallard, Y. (2000). *La transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñado*. *Aique Grupo Editor S.A.*

Biza, I., González-Martín, A. S., & Pinto, A. (2022). 'Scaffolding' or 'filtering': A review of studies on the diverse roles of calculus courses for students, professionals, and teachers. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics*, *8*, 389–418. https://doi.org/10.1007/s40753-022-00180-1

Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking: The registers of semiotic representations*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9

Ministerio de Educación. (2015). *Bases curriculares*. https://www.curriculumnacional.cl/sites/default/files/newtenberg/614/articles-37136_bases.pdf

Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje, teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*. *Ediciones Fausto. https://abacoenred.org/wp-content/uploads/2015/10/Pensamiento-y-Lenguaje-Vigotsky-Lev.pdf*

MECANISMOS COGNITIVOS Y EQUILIBRACIÓN EN LA CONSTRUCCIÓN DEL ESQUEMA DE INTEGRAL DEFINIDA

Claudio Fuentealba, Universidad Austral de Chile
Andrea Cárcamo, Universidad Austral de Chile

***Abstract*:**

Este estudio analiza el papel de los mecanismos de asimilación y acomodación en la evolución del esquema de la integral definida en estudiantes de primer año de ingeniería, articulando los resultados obtenidos a partir de un cuestionario y entrevistas semiestructuradas. La intervención didáctica basada en el ciclo ACE (Actividades, Discusión, Ejercicios), sustentada en la teoría APOS y la perspectiva de equilibración de Piaget, permitió evidenciar procesos cognitivos de conflicto y reconstrucción conceptual. Se identificaron perfiles cognitivos diferenciados y se constató que las tareas no rutinarias y las discusiones guiadas favorecen la aparición de acomodaciones productivas. Estos hallazgos aportan a estrategias efectivas para la enseñanza del cálculo en educación superior.

integral definida, teoría APOE, equilibración, asimilación, acomodación

INTRODUCCIÓN

La integral definida es un concepto fundamental en la formación matemática de los ingenieros, con aplicaciones que abarcan desde el cálculo de áreas y volúmenes hasta la modelización de fenómenos físicos y económicos. Sin embargo, investigaciones previas muestran que los estudiantes frecuentemente desarrollan una comprensión fragmentada y limitada, centrada en procedimientos mecánicos o en la idea restringida de "área bajo una curva" (Sealey, 2014; Jones, 2013). Esta concepción parcial dificulta la transferencia y aplicación en contextos diversos propios de la práctica profesional.

El presente estudio se propone, por un lado, investigar cómo los mecanismos cognitivos de asimilación y acomodación contribuyen a la construcción de un Esquema mental flexible y tematizado de la integral definida en estudiantes de ingeniería. Asimismo, busca evaluar la eficacia de una intervención basada en el ciclo de instrucción ACE para facilitar este proceso de desarrollo conceptual.

MARCO TEÓRICO

La teoría APOE (Arnon et al., 2014), en palabras simples, describe el aprendizaje matemático como una evolución cognitiva que transita por distintos niveles de construcción mental: Acciones concretas, Procesos interiorizados, Objetos mentales y Esquemas tematizados (Objetos de nivel más complejo). En el caso de la integral definida, esta progresión implica

Índice

pasar de un cálculo mecánico (Acción), a la interiorización del concepto de acumulación continua (Proceso), su encapsulación como Objeto manipulable y, finalmente, la organización en un Esquema que coordina sus múltiples representaciones y significados.

Piaget (1975) introduce el concepto de equilibración como el motor del aprendizaje, definiendo los mecanismos de asimilación (incorporar nueva información en Esquemas existentes) y acomodación (modificar esquemas para resolver conflictos cognitivos) como procesos clave en la re-equilibración de un Esquema. En la enseñanza de la integral, esto es clave para que los estudiantes superen conceptos rígidos como el de "área" y comprendan nociones más amplias como acumulación neta y operador lineal.

El ciclo ACE (Asiala et al., 1996) es un modelo instruccional diseñado para generar y resolver desequilibrios cognitivos, combinando actividades exploratorias, discusión guiada para socializar y formalizar ideas, y ejercicios que consolidan aprendizajes, fomentando así la acomodación y re-equilibración conceptual (Borji, 2018; Syarifuddin, 2022).

METODOLOGÍA

La investigación se realizó con 35 estudiantes de un curso de Cálculo en una Variable para la carrera de Ingeniería Civil. Se diseñó una secuencia didáctica ACE basada en una descomposición genética del concepto integral (Fuentealba & Cárcamo, 2025). Para evaluar la construcción cognitiva, se aplicó un cuestionario de seis tareas que exploran distintas subestructuras del Esquema, complementado con entrevistas semiestructuradas para profundizar en los razonamientos.

El análisis cualitativo se sustentó en codificación temática apoyada en una matriz analítica que diferencia evidencias de asimilación y acomodación en las diferentes y su interpretación en términos de la teoría APOE (Braun & Clarke, 2006; Hernández & Mendoza, 2018).

RESULTADOS

Se identificaron tres perfiles cognitivos predominantes: Esquemas insuficientes con asimilación rígida al significado geométrico, Esquemas en transición que evidencian acomodación local y Esquemas tematizados caracterizados por acomodación estructural que integra múltiples significados y representaciones.

Los datos cualitativos provenientes de las entrevistas complementaron las respuestas escritas, mostrando procesos metacognitivos y ajustes conceptuales profundos. La secuencia ACE facilitó, mediante las actividades y discusiones, la generación y resolución de conflictos cognitivos, promoviendo la evolución conceptual de los estudiantes.

CONCLUSIONES

El trabajo muestra que la construcción de un Esquema sólido y tematizado de la integral definida requiere superar la asimilación rígida del concepto como área, mediante procesos de acomodación cognitiva que integran nociones más amplias como la acumulación neta. Asimismo, se refuerza el principio de que el desarrollo cognitivo no es lineal, sino que transita por perfiles diferenciados que reflejan diversas etapas de reorganización conceptual. La implementación del ciclo ACE resultó fundamental para facilitar este proceso, al propiciar condiciones de desequilibrio cognitivo mediante actividades desafiantes, promover la discusión colectiva que conduce a la reflexión y soportar la consolidación mediante ejercicios orientados a la comprensión profunda. Estos elementos favorecen la emergencia de acomodaciones estructurales que enriquecen el Esquema de los estudiantes.

Desde una mirada práctica, los resultados aportan a la formulación de estrategias didácticas que atiendan las dificultades cognitivas en el aprendizaje del Cálculo, enfatizando la necesidad de diseñar secuencias de enseñanza que balanceen el apoyo y el desafío para promover la construcción continua y flexible de los Esquemas.

Agradecimientos

A la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) que ha apoyado este trabajo por medio del proyecto Fondecyt Regular N°1241700.

Referencias

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa Fuentes, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6

Asiala, M., Brown, A., DeVries, D. J., Dubinsky, E., Mathews, D., & Thomas, K. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. En J. Kaput, A. H. Schoenfeld, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education II* (Vol. 6, pp. 1–32). American Mathematical Society.

Borji, V. (2018). Application of the APOS-ACE theory to improve students' graphical understanding of derivative. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14*(7), 2785–2798. https://doi.org/10.29333/ejmste/91451

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77–101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Fuentealba, C., & Cárcamo, A. (2025). Dificultades en el desarrollo y tematización del esquema de integral definida. *Formación Universitaria, 18*(5).

Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. P. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill Education.

Piaget, J. (1975). *L'équilibration des structures cognitives: Problème central du développement*. Presses Universitaires de France.

Sealey, V. (2014). A framework for characterizing student understanding of Riemann sums and definite integrals. *The Journal of Mathematical Behavior, 33*, 230–245. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.12.002

Syarifuddin, H. (2022). The use of Activity, Classroom Discussion, and Exercise (ACE) teaching cycle for improving students' engagement in learning elementary linear algebra. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, 45*(1), 104–138.

Trigueros, M., Badillo, E., Sánchez-Matamoros, G., & Hernández-Rebollar, L. A. (2024). Contributions to the characterization of the schema using APOS theory: Graphing with derivative. *ZDM – Mathematics Education, 56*, 1093–1108. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01615-6

Índice

ANÁLISIS DE CERÁMICA DIAGUITA COMO RECURSO PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Camila Cortés, Universidad de La Serena

Paola Armijo, Universidad de La Serena

Abstract:

Este trabajo explora el potencial didáctico de la cerámica diaguita como recurso para la enseñanza de geometría en un curso de formación inicial docente, integrando patrimonio cultural local con aprendizaje matemático. Para eso se realizó un análisis geométrico sistemático de la pieza cerámica "Aisana" del Museo Arqueológico de La Serena mediante observación directa y análisis fotográfico detallado. Se identificaron y clasificaron elementos geométricos presentes en los diseños decorativos, evaluando su aplicabilidad pedagógica. El análisis reveló la presencia de múltiples conceptos geométricos: transformaciones isométricas (traslaciones y reflexiones), teselaciones irregulares, triángulos de distintos tipos, líneas paralelas y ángulos agudos, obtusos y extendidos. Estos elementos demuestran la sofisticación matemática de la cultura diaguita y su representación bidimensional del mundo. Esta propuesta didáctica facilita la conexión entre currículo matemático e identidad cultural, promoviendo tanto el aprendizaje conceptual como la valoración del patrimonio arqueológico local. Los resultados sugieren que la integración de artefactos culturales en la educación matemática puede enriquecer significativamente la experiencia de aprendizaje de los futuros docentes.

Pueblo diaguita, enseñanza geométrica, GeoGebra, etnomatemática, geometría

ANTECEDENTES

Chile, a lo largo de su territorio, conserva una gran herencia indígena reflejada en vestigios culturales y tradiciones. En la región de Coquimbo, el pueblo diaguita es parte esencial del legado cultural, reflejado en su alfarería, diseños, costumbres e identidad local, su reconocimiento permite cuestionar si es posible enseñar geometría por medio de artesanías de origen indígena. En este contexto nos planteamos la pregunta: ¿es posible utilizar las manifestaciones diaguitas como recurso didáctico para la enseñanza de la geometría? Autores como Angel y Aquino (2023) señalan la importancia de educar a los estudiantes respecto a las prácticas de los pueblos indígenas para reconocer sus conocimientos y preservarlos. En este marco teórico, la etnomatemática emerge como disciplina que estudia las manifestaciones matemáticas desarrolladas por diferentes grupos étnicos y comunidades culturales, centrándose específicamente en las actividades matemáticas implícitas en sus tradiciones (Rosa & Clark, 2011). Esta disciplina se enfoca en las actividades matemáticas que están en sus tradiciones culturales. Considerando aquello, damos pie a observar y analizar el potencial de los saberes ancestrales como una herramienta útil en la enseñanza geométrica moderna.

Índice

METODOLOGÍA

Para desarrollar este trabajo se hizo una visita al Museo Arqueológico de La Serena donde fueron observadas diversas piezas de alfarería diaguita. Se seleccionó una pieza de alfarería diaguita llamada Aisana (figura 1), cuyo diseño posee una teselación formada de triángulos y rectángulos. Durante el recorrido se tomaron una serie de fotografías para analizar posteriormente. Con base en la información recopilada en distintas fuentes académicas y en el propio museo, se redactó una "Reseña Cultural" destinada a otorgar al análisis una adecuada contextualización cultural e histórica. En este apartado se expone la información relativa al pueblo originario al que pertenece la pieza, su ubicación geográfica, el periodo histórico de su creación, los materiales empleados en su fabricación y el propósito para el cual fue creada. Tiempo después, se realizó un análisis geométrico a la teselación que posee la Aisana para en ella identificar todo contenido geométrico posible de estudiar en la Educación Básica. Para la demostración de los elementos geométricos se empleó el software GeoGebra; con este se hizo una representación pictórica de la reflexión, triángulos, paralelas y, en el caso de los ángulos, para tomar sus medidas correspondientes. Finalmente, se reflexionó sobre el potencial didáctico que ofrece la alfarería indígena para la enseñanza de la geometría en educación básica, diseñando un conjunto de preguntas didácticas orientadas a guiar el análisis geométrico de la Aisana por parte de estudiantes de este nivel educativo.

RESULTADOS

Mediante el análisis geométrico realizado a la Aisana (Figura 1), se pudo apreciar gran cantidad de contenidos declarados en el eje curricular de Geometría. Estas son las teselaciones, transformaciones isométricas, triángulos (figuras 2D), líneas paralelas, ángulos (figura 2) y patrones geométricos, todos estos trabajados en la enseñanza básica; por ende, esta pieza es de lo más idóneo para enseñar geometría a los y las estudiantes de primero a sexto año básico (MINEDUC, 2018). Asimismo, se pudo observar que GeoGebra supone un valioso apoyo en el trabajo con este tipo de recursos. Un ejemplo claro se observa en la medición de ángulos (figura 3), donde habitualmente se dispone únicamente de imágenes, lo que posibilita utilizar este software para trabajar directamente sobre ellas. A partir de estos resultados hemos diseñado algunas actividades de uso didáctico; estas están pensadas para ser analizada la Aisana por parte de estudiantes de 1° y 2° ciclo de Educación Básica, algunos ejemplos serían: que describan el patrón geométrico presente en la pieza, la pregunta "¿Te parecen prolijas las figuras observadas?". ¿Con qué métodos o instrumentos geométricos podrías mejorarlo?" y, para dar un valor de reconocimiento de los saberes ancestrales, "Luego de observar este artículo y su reseña cultural, ¿consideramos que estos pueblos originarios tenían conocimientos geométricos?"

Finalmente, un hallazgo importante dentro de este análisis es la oportunidad que otorga este recurso para un trabajo transdisciplinar que integre las matemáticas, historia, arte, entre muchas más asignaturas.

CONCLUSIONES

Posterior al análisis realizado a la Aisana, podemos reconocer la importancia del legado de los pueblos originarios para comprender y conocer diversas concepciones de la geometría y la vinculación existente entre los contenidos de geometría enseñados en aula (geometría occidental) y las nociones primitivas propias de las culturas precolombinas del territorio nacional. De tal forma, también podemos atribuir a estas artesanías indígenas un uso didáctico en la enseñanza de la Geometría y una herramienta para el desarrollo de competencias matemáticas que hace más cercano al estudiante su deseo de aprender con nuevas formas y de manera interdisciplinaria.

La exploración de la cultura local en el aprendizaje de las matemáticas constituye una oportunidad para potenciar su carácter interdisciplinario en la Educación General Básica, favoreciendo la integración de saberes de distintos grupos étnicos y reconociendo su valor como agente de desarrollo educativo (Ángel & Aquino, 2023).

Figura 1

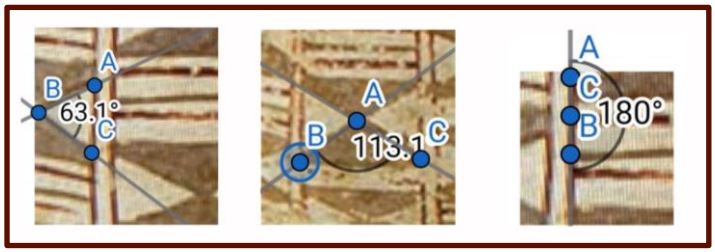
Aisana



Fuente: Museo Arqueológico de La Serena

Figura 2

Medición de ángulos con GeoGebra



Referencias

Angel, Z., & Aquino, N. (2023). Tejido del pueblo nasa y la geometría. Un diálogo intercultural para el desarrollo de procesos de aprendizaje en estudiantes de cuarto de primaria. *Memorias SIFORED - Encuentros Educación UAN*, *7*. https://revistas.uan.edu.co/index.php/sifored/article/view/1723

Índice

Ministerio de Educación. (2018). *Bases curriculares primero a sexto básico*. Unidad de Currículum y Evaluación. https://www.curriculumnacional.cl/sites/default/files/newtenberg/614/articles-22394_bases.pdf

Rosa, M., & Orey, D. C. (2011). Ethnomathematics: the cultural aspects of mathematics. *Revista Latinoamericana De Etnomatemática Perspectivas Socioculturales De La Educación Matemática*, *4*(2), 32–54. https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/32

Índice

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO Y EL VALOR POSICIONAL; UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA TERCER AÑO DE PRIMARIA

Sebastián Fuentes R, Universidad Central de Chile

Abstract:

La enseñanza de las matemáticas en Educación Básica suele centrarse en la memorización, lo que limita la comprensión profunda del pensamiento numérico. Esta problemática, reflejada en los bajos resultados de Chile en pruebas internacionales como PISA, plantea la necesidad de propuestas didácticas que superen el aprendizaje mecanizado. El objetivo de este estudio fue diseñar y evaluar una secuencia didáctica orientada a fortalecer el pensamiento numérico y la comprensión del valor posicional en estudiantes de segundo año básico. El marco teórico se sustenta en la importancia de las representaciones externas, la contextualización de problemas y la participación activa en situaciones significativas como vías para potenciar la comprensión matemática. Metodológicamente, se implementó la secuencia con un estudiante de segundo año básico bajo un diseño de investigación-acción, aplicando actividades en torno a la recta numérica y al valor posicional, y ajustando las propuestas a partir del análisis de interacciones. Los resultados muestran avances en la comprensión conceptual, aunque persisten dificultades para explicar razonamientos y aplicar herramientas de manera autónoma. En conclusión, la propuesta evidencia el potencial de las secuencias contextualizadas para favorecer aprendizajes significativos, requiriendo ajustes en la mediación docente para consolidar la relación entre teoría y práctica.

Pensamiento numérico, valor posicional, secuencia didáctica, educación básica, representaciones externas

DESARROLLO

El pensamiento numérico constituye la base para comprender números y operaciones y para aplicar estrategias en situaciones significativas (McIntosh, 1992, citado en Quintero Marín et al., 2006; Palacio y Chacón, 2022). Sin embargo, la enseñanza de las matemáticas ha tendido a ser rígida y estandarizada, dificultando que los estudiantes exploren diversas rutas de solución (Espinoza, Barbé y Gálvez, 2011; Gallego y Uzuriaga, 2015). Además, los alumnos llegan con conocimientos previos que pueden facilitar u obstaculizar nuevos aprendizajes, y los errores forman parte natural del proceso (Del Puerto et al.2004).

En Chile, los resultados del informe PISA 2022 evidencian bajos niveles de desempeño en matemáticas, con una alta proporción de estudiantes bajo el nivel mínimo desde 2006 (Agencia de Calidad de la Educación, 2023), fenómeno asociado a prácticas centradas en la memorización y a percepciones negativas hacia la asignatura (Montero, 2015; Mesa et al., 2023).

Índice

Respecto del valor posicional, la literatura subraya que su comprensión exige práctica sistemática y atención explícita en aula (Martínez et al., 2022). Antes de ello, los niños deben construir nociones de unidades y de unidades compuestas (Kamii, 1985, como se citó en Medina, 2023; Thompson, 2000, como se citó en Medina, 2023), y el trabajo temprano con problemas de multiplicación puede facilitar su aprendizaje formal (Young y Bickell, 2014, como se citó en Medina, 2023).

METODOLOGÍA EMPLEADA

El estudio, diseño e implementación de una secuencia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico y la comprensión del valor posicional en estudiantes de educación básica se apoyó en representaciones externas —como la recta numérica y la tabla posicional— y en la contextualización de problemas significativos (Callejo, 2000; Estrella et al., 2017; Espinoza et al., 2011; Gallego & Uzuriaga, 2015; Pérez-Echeverría y Scheuer, 2009). La experiencia se implementó con un estudiante de segundo básico de la Escuela Pío XII. El diseño contempló tres clases con objetivos específicos: un inicio para activar conocimientos previos, un desarrollo con actividades prácticas y guía de trabajo, y un cierre con preguntas metacognitivas. La evaluación combinó diagnóstico, observación directa y análisis de resultados para identificar logros y corregir errores frecuentes, evitando un aprendizaje meramente mecanizado.

CARACTERÍSTICAS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Se trabajó de manera individual, comenzando con el contenido teórico vinculado a los conceptos de valor posicional y recta numérica, posteriormente se abordaron los contenidos tratados en las clases mediante una guía práctica a través de la cual fue posible comprender cómo el estudiante logra aplicar los conceptos revisados por medio de experiencias significativas y situaciones contextualizadas. La secuencia buscó desarrollar los conceptos relacionados con la materia de forma simplificada y precisa, utilizando ejemplos tradicionales como la recta numérica y números de hasta tres cifras en el caso del valor posicional, considerando una estructura que, una vez explicados estos conceptos iniciales, permitiera vincularlos directamente con algún referente que el estudiante pudiera relacionar de manera más cercana con su entorno cotidiano. Un ejemplo de este tipo de ejercicio empleado en el rediseño y que obtuvo buenos resultados fue el uso de los conceptos de día y noche en relación con la recta numérica, tal como se muestra en la Figura 1 adjunta a continuación

Figura 1

Seguimiento de Actividades Diarias



CONCLUSIONES Y REDISEÑO

El diseño de la secuencia didáctica facilita la adquisición de conceptos teóricos y su vinculación con la vida cotidiana, pero se observó que la comprensión profunda del razonamiento matemático y el manejo de materiales concretos requieren de una mediación más cercana y apoyos adicionales. El valor posicional se reafirma como un concepto central en el desarrollo del pensamiento numérico y su aprendizaje demanda tanto práctica como acompañamiento docente.

Con base en estos hallazgos, se propuso un rediseño de la secuencia: En la Clase 1, incluir imágenes motivadoras, reducir el número de actividades por momento del día y añadir preguntas sobre diferencias horarias para profundizar el uso de la recta numérica como herramienta de medición. En la Clase 2**,** introducir preguntas que resalten la composición de los números y actividades de descomposición para fortalecer la explicación conceptual del valor posicional. En la Clase 3, incorporar apoyos visuales y materiales preparados previamente para superar las dificultades prácticas, además de preguntas que permitan reflexionar sobre errores y pensar en aplicaciones cotidianas. Este rediseño busca mejorar la claridad de las instrucciones, fortalecer la explicación de conceptos abstractos y facilitar la manipulación de materiales, favoreciendo aprendizajes más sólidos y significativos.

Referencias

Agencia de Calidad de la Educación. (2023, diciembre). *PISA 2022: Chile lidera en América Latina y el Caribe, pero aún no alcanza el promedio de países OCDE*. https://www.agenciaeducacion.cl/pisa-2022-chile-lidera-en-america-latina-y-el-caribe-pero-aun-no-alcanza-el-promedio-de-paises-ocde/

Areces, D., Cueli, M., García, T., Rodríguez, C., & González-Castro, P. (2017). Intervención en dificultades de aprendizaje de las matemáticas: Incidencia de la gravedad de las dificultades. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 20*(3), 293–318. https://doi.org/10.12802/relime.17.2032

Del Puerto, S. M., Minnaard, C. L., & Seminara, S. A. (2005). Errores en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación, (37)*, 1–12. https://rieoei.org/historico/deloslectores/1285Puerto.pdf

Espinoza, L., Barbé, J., & Gálvez, G. (2011). Limitaciones en el desarrollo de la actividad matemática en la escuela básica: El caso de la aritmética escolar. *Estudios Pedagógicos, 37*(1), 105–125. https://doi.org/10.4067/S0718-07052011000100006

Estrella, S., Olfos, R., Morales, S., & Vidal-Szabó, P. (2017). Componentes lógicas, numéricas y geométricas de la argumentación en niños de primer ciclo básico. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (México), 47*(3), 345–370.

Gallego Cortés, G. N., & Uzuriaga López, V. L. (2015). Implicaciones en la comprensión del valor posicional. En *XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM).* https://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/492/222

Gellert, U. (2009). ¿Qué significa Pedagogía Crítica frente a la sociedad matematizada? *Revista de Investigación Educativa, 2*(1), 45–56. http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1997-40432009000100009

Medina Rodríguez, D. A. (2023). Comprensión del valor de posición en estudiantes de primer grado: Equivalencia numérica y composición aditiva como facilitadores en la escritura de numerales. *Avances en Psicología Latinoamericana, 41*(1), 1–20. https://doi.org/10.12804/revistas.urosario.edu.co/apl/a.9882

Quintero Marín, M. C., Quintero Marín, R. A., Rojas Alzate, R. del S., Moreno Cuesta, F., Silva Restrepo, G., Villegas Múnera, A. O., & Arrubla Carmona, M. del T. (2006). Pensamiento numérico y sistemas numéricos. En M. E. Posada (Ed.), *Interpretación e implementación de los estándares básicos de matemáticas* (pp. 15–46). Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1217521/Quintero2006Pensamientonum25C325A9rico.pdf

Índice

REDISEÑO DE UNA ACTIVIDAD DEL LIBRO DE TEXTO SM: HACIA EL MODELAMIENTO MATEMÁTICO DE LA FUNCIÓN AFÍN

Margarita Antonieta Cárcamo Lefián, Universidad de Los Lagos

Abstract:

Los libros de texto constituyen mediadores entre el curriculum y la práctica docente, sin embargo, presentan actividades descontextualizadas que privilegia procedimientos algorítmicos sobre el desarrollo del pensamiento matemático. Este trabajo analiza críticamente una actividad sobre función afín del texto SM 8º básico (2025) y propone su rediseño fundamentado en la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, la Ingeniería Didáctica de Artigue, y la Teoría Antropológica de lo didáctico de Chevallard. El análisis identificó tres limitaciones principales: ausencia de contexto significativo, énfasis procedimental sobre argumentación matemática, y falta de coordinación entre registros de representación semiótica. El rediseño propone una situación a didáctica contextualizada (elección colaborativa de pizzas bajo restricciones presupuestaria) s que promueven el modelamiento matemático, la toma de decisiones argumentada y la coordinación de registros algebraico, grafico, tabular y verbal. Para su evaluación formativa se pretende considerar la rúbrica diseñada por Acebo-Gutiérrez y Rodríguez-Gallegos (2021, proyectando su implementación y ampliación a otros contenidos.

Rediseño didáctico, función afín, modelamiento matemático, situaciones a-didáctica, textos escolares

ANTECEDENTES

El Ministerio de educación de Chile, MINEDUC (2019) establece que los docentes deben revisar y ajustara materiales educativos según necesidades estudiantiles, respaldados por el decreto Nº 83/2015. No obstante, esta adaptación requiere fundamentación teórica que oriente decisiones pedagógicas. Los libros de texto, según Parra y Pino-Fan (2017), frecuentemente presentan conocimiento matemático despersonalizado, desconectado de su utilidad social. En el caso de la función afín (f(x)= mx+n), contenido del OA10 de 8º básico, resulta esencial diseñar actividades que promuevan el modelamiento matemático como herramienta para resolver problemas significativos. Motta y Marrero (2025) distinguen entre aprendizaje mecánico y significativo, que "requiere el uso de habilidades cognitivas avanzadas, como el análisis y la síntesis" (p.98).

PROBLEMÁTICA

El análisis de actividad original del texto SM (2025) reveló limitaciones desde tres perspectivas: Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1997): la actividad no constituye

Índice

situación adidáctica genuina, la función afín se presenta como fórmula impuesta sin emerger como herramienta necesaria. Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999): se observa despersonalización del saber, la función afín aparece desvinculada de necesidades concretas (praxeología incompleta). Coordinación de registros (Duval, 2006): privilegia registro algebraico sin articulación significativa con representaciones gráficas, tabulares o verbales.

METODOLOGÍA

Este estudio se enmarca en la metodología de investigación conocida como Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995), la cual se organiza en cuatro fases esenciales que permiten un diseño, validación y análisis sistemático de secuencias de enseñanza.

Fase 1. Análisis preliminar: Estudio del OA10 curricular, análisis crítico de actividad original mediante matriz de evaluación didáctica, identificación de limitaciones desde TSD, TAD y registros semióticos.

Fase 2. Diseño y análisis a priori: Construcción del problema rediseñado fundamentado en situaciones a didácticas, diseño de preguntas activadoras progresivas, anticipación de dificultades epistemológicas (confusión función afín/proporcionalidad directa).

Fase 3. Validación teórica: Análisis del rediseño desde TSD (situaciones de acción, formulación, validación), desde TAD (organización praxeológica: tarea-técnica-tecnología-teoría), y coordinación de registros semióticos. Selección de rúbrica validada para evaluación.

Fase 4. Proyección: Pilotaje previsto primer semestre 2026 en contexto escolar regional, con observaciones de clase, producciones estudiantiles y análisis.

RESULTADOS Y ANALISIS

Problema rediseñado

El 8º básico desea comer pizzas el último día de clases, para ello el profesor/a desafía a grupos de tres estudiantes a realizar cotizaciones argumentando su elección mediante función afín. La mejor opción (tamaño, ingredientes, cantidad) será comprada. Presupuesto: $100.000 para 31 personas. Sabiendo que hay tres tamaños de pizza (pequeña $10.400, mediana $12.200, familiar $14.800) e ingredientes variables $1.800 c/u, divididos en carnes y vegetales.

Preguntas activadoras progresivas: a) ¿Cuál es el costo fijo de una pizza familiar? b) ¿Cuánto pagar con 1 o 2 ingredientes? c) Si se paga $19.400, ¿cuántos ingredientes extras

incluye? d) ¿Cuánto se pagará por 3 ingredientes en cada tamaño? e) Organizar datos en tabla y graficar (GeoGebra)

Preguntas desafiantes (consumo crítico): a) ¿Qué variables se controlaron? b) Si aumenta a 40 personas con mismo presupuesto, ¿qué cantidad y tipo comprar?

Análisis desde marcos teóricos

TSD: Situación a didáctica donde la función afín emerge como herramienta necesaria, no impuesta, con un docente facilitador y estudiantes constructores activos y un contrato didáctico explícito (modelamiento y argumentación).

Ingeniería Didáctica: Secuencia validada que anticipa dificultades (confusión con proporcionalidad, interpretación del intercepto), progresión desde casos simples hacia generalización, integración de evaluación formativa coherente.

TAD - Praxeología completa: La tarea, organizar datos, modelar situación real, cuya técnica es el Modelamiento matemático contextualizado, con una tecnología de reconocer pendiente (costo/ingrediente) y coeficiente de posición (costo base) y una Teoría (Duval, 2006) que permite la coordinación de registros algebraico $f(x)=1.800x+12.200$, gráfico (recta con pendiente y ordenada), tabular (x: ingredientes, y: precio), verbal (¿Cuánto se pagará por una pizza mediana con 3 ingredientes?). Finalmente se evalúa comprensión del problema, matematización, trabajo matemático, e interpretación/validación con rúbrica validada de Acebo-Gutiérrez y Rodríguez-Gallegos (2021). Esto responde a la necesidad de evaluar procesos, coherente con evaluación formativa (Bizarro et al., 2021).

CONCLUSIONES Y PROYECIONES

El rediseño transforma una tarea mecánica en praxeología matemática significativa, superando limitaciones del texto escolar. La articulación de TSD, Ingeniería Didáctica y TAD proporciona respaldo teórico, promoviendo situaciones de formulación, validación y argumentación matemática. Este trabajo evidencia la necesidad de que docentes desarrollen competencias para análisis crítico y adaptación fundamentada de materiales educativos. Como proyección implementación en aula para validar empíricamente efectividad del rediseño y una ampliación a otros contenidos de 8° básico.

Referencias

Acebo Gutiérrez, C. J., & Rodríguez Gallegos, R. (2020). *Diseño y validación de rúbrica para la evaluación de modelación matemática en alumnos de secundaria*. *Revista Científica*, *40*(1), 13–29. https://doi.org/10.14483/23448350.16068

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 33–60). Grupo Editorial Iberoamérica.

Bizarro Flores, W. H., Paucar Miranda, P. J., & Chambi-Mescco, E. (2021). Evaluación formativa: Una revisión sistemática de estudios en aula. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación, 5*(19), 872–891. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i19.244

Brousseau, G. (2011). Theory of didactical situations in mathematics. *Éducation & Didactique, 5*(1), 101–104. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.1164

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(2), 221–266.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9*(1), 143–168.

Ministerio de Educación de Chile. (2019). *Orientaciones para la adaptación curricular en matemática*. Ministerio de Educación de Chile.

Cerón Motta, A. (2024). *Dualidad en el aprendizaje matemático: Explorando el enfoque mecánico y el aprendizaje significativo* [Tesis doctoral, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas]. https://espacio.digital.upel.edu.ve/index.php/TD/article/view/1666/1570

Parra-Urrea, Y., & Pino-Fan, L. R. (2017). Análisis ontosemiótico de los libros de texto chilenos: El caso de la noción de función. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone, & M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Actas del II CIVEOS (Universidad de Granada)

PARÁBOLAS DE COLORES

Cristian Rojas Beltrán, Universidad Católica de la Santísima Concepción
Carlos González Araneda, Universidad Católica de la Santísima Concepción
Silvana Pacheco Gatica, Universidad Católica de la Santísima Concepción
Ana Latorre Ruiz, Universidad Católica de la Santísima Concepción
Catalina Gavilán Molina, Universidad Católica de la Santísima Concepción

Abstract:

En la enseñanza de las matemáticas, uno de los temas que suele generar mayores dificultades en los estudiantes de enseñanza media es la función cuadrática, la cual se representará mediante parábolas. Conceptos como el vértice, el eje de simetría, el foco y la concavidad suelen presentarse de manera abstracta, lo que provoca que los alumnos tengan dificultades para relacionar la ecuación simbólica con su representación gráfica. Frente a esta situación, la propuesta didáctica tendrá como propósito innovar en la enseñanza de la parábola mediante un enfoque manipulativo y visual que permitirá a los estudiantes experimentar y construir activamente los conceptos involucrados. Para ello, se utilizarán materiales accesibles, como hojas de block, lápices de colores y plastilina, y la actividad se desarrollará en tres etapas: la construcción de tablas de valores a partir de la ecuación simbólica, la representación gráfica en el plano cartesiano y la modelación tridimensional de la parábola con plastilina. Se espera que este enfoque facilite la conexión entre lo simbólico, lo gráfico y lo concreto, promoviendo la comprensión de los elementos de la parábola, fomentando la participación activa, la colaboración en parejas y un mayor interés por las matemáticas.

Parábola, función cuadrática, aprendizaje manipulativo, representación gráfica, innovación didáctica

DESARROLLO

La actividad tiene como propósito fortalecer la comprensión de la función cuadrática mediante su representación gráfica con materiales concretos, permitiendo a los estudiantes reconocer y relacionar sus elementos característicos con la expresión simbólica. El objetivo general es representar gráficamente la función cuadrática identificando sus elementos principales. Específicamente, se espera que los estudiantes identifiquen vértice, eje de simetría y concavidad a partir de la ecuación simbólica y construyan de forma concreta la gráfica de la parábola asignada, integrando aspectos algebraicos y geométricos.

MARCO TEÓRICO

El presente trabajo se fundamenta en el enfoque ontosemiótico (Godino, 2022), que plantea que el conocimiento matemático se construye mediante la interacción entre objetos, signos y

Índice

acciones sobre ellos. En el contexto de la función cuadrática, las configuraciones onto semióticas permiten que los estudiantes relacionen la ecuación simbólica de la parábola con su representación gráfica concreta, identificando elementos como vértice, eje de simetría y concavidad. Para lograr esto de manera efectiva, el diseño de la actividad incorpora la idoneidad didáctica, asegurando que los materiales y tareas estén adaptados a los conocimientos previos de los estudiantes y favorezcan un aprendizaje significativo al cumplir con el objetivo general de representar gráficamente la función cuadrática a partir de materiales concretos, integrando comprensión algebraica y geométrica.

METODOLOGÍA

La metodología busca que los estudiantes sean los protagonistas de su aprendizaje. En parejas, utilizarán materiales simples como hojas, lápices, regla y plastilina para trabajar la parábola de forma práctica. Primero construirán una tabla de valores y graficarán la función en el plano cartesiano; después identificarán y marcarán sus elementos principales (vértice, eje de simetría, foco y directriz) y finalmente los modelarán en plastilina. Con este proceso podrán relacionar lo simbólico, lo gráfico y lo concreto, comprendiendo mejor un tema que suele resultar abstracto, a la vez que fortalecen el trabajo colaborativo en un ambiente participativo y cercano.

CONTEXTO

La actividad está pensada para estudiantes de segundo medio en Chile, de 15 a 16 años, que ya tengan conocimientos sobre los elementos de la parábola. Se llevará a cabo en un aula que motive su participación y con materiales concretos que les permitan construir y comprender de manera práctica la función cuadrática y sus elementos.

Desarrollo de la enseñanza:

Para organizar la actividad se utilizan cuadros de planificación y temporización que orientan los pasos, tiempos y recursos necesarios.

Cuadro 1. Temporización y planificación del objeto de estudio

Bloques	Contenidos	Sesiones presenciales (sp)	Tiempo SP
1	Repaso de conocimientos previos. Construcción de la tabla de valores. Representación gráfica.	1	45 minutos
2	Identificación de los elementos Modelación con plastilina Conexión entre representaciones	2	45 minutos

Índice

Cuadro 2. Planificación.

Sesión Presencial (SP)	Acción didáctica	Objetivo de la acción didáctica	Lenguajes	Configuraciones
1	Creación de la tabla de valores a partir de una ecuación simbólica. Trazado del plano cartesiano y el gráfico de la parábola.	Representar la función cuadrática en sus formas tabular y gráfica, estableciendo la conexión entre la ecuación simbólica y los puntos que la conforman.	Simbólico Gráfico	Epistémica Manipulativa
2	Identificación de los elementos. Modelado de la parábola y sus elementos con materiales concretos. Comparación de las diferentes representaciones.	Solidificar la comprensión de los elementos de la parábola a través de una representación concreta, y generar una conexión integral entre los lenguajes simbólico, gráfico y manipulativo.	Gráfico Concreto	Manipulativa Epistémica

El objetivo es facilitar la comprensión de las funciones cuadráticas, que suelen ser abstractas por conceptos como el vértice, el foco o el eje de simetría, pero que también tienen aplicaciones en la vida real. Con materiales simples —como hojas, lápices, regla y plastilina— los estudiantes trabajarán en parejas para trazar un eje cartesiano, elaborar una tabla de valores, graficar la parábola e identificar sus elementos principales con colores.

Figura 1

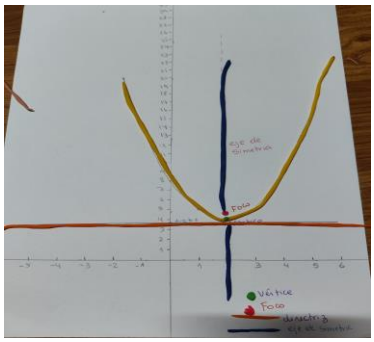
Materiales a usar



Fuente: de Colaboradores, D. (s.f.). *Webback to school con útiles escolares dibujados a mano.* Vecteezy. https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/10888474.

Figura 2

Parábolas con plastilina



Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, modelarán estos elementos en plastilina y compararán la tabla, el gráfico y el modelo físico, integrando lo simbólico, lo gráfico y lo concreto.

Referencias:

Godino, J. D. (2022). Emergencia, estado actual y perspectivas del enfoque ontosemiótico en educación matemática. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, *2*(2), e202201. https://doi.org/10.54541/reviem.v2i2.25

MATH WHEELS: EN LA PISTA DE LAS FUNCIONES

Pablo Fuentealba Bello, Universidad Católica de la Santísima Concepción
Maricel Muñoz Riffo, Universidad Católica de la Santísima Concepción
Dangelo Nores Segura, Universidad Católica de la Santísima Concepción
Verenice Pedreros Figueredo, Universidad Católica de la Santísima Concepción
Antonella Vera Bustos, Universidad Católica de la Santísima Concepción

Abstract:

El propósito de la investigación es aplicar la función lineal y cuadrática de manera didáctica a través de la creación de una maqueta, con el objetivo de favorecer la comprensión en los estudiantes. La metodología empleada busca abarcar los contenidos establecidos por el Ministerio de educación respetando los cronogramas correspondientes. Los resultados obtenidos serán presentados en el desarrollo del proyecto. Asimismo, cada conclusión expuesta será validada por los participantes del grupo. Con el fin de evidenciar los cambios en el pensamiento matemático que puedan generarse dentro de los estudiantes, quienes constituyen el eje central de esta investigación. De esta manera, se incorporan los principales conceptos de estudio propios del área matemática, reforzando el aprendizaje significativo. El proyecto tiene como propósito fortalecer la comprensión de las funciones y promover e incentivar que los estudiantes relacionen las matemáticas con contextos cotidianos, para potenciar una experiencia de aprendizaje más atractiva, activa y significativa.

Función lineal, función cuadrática, aprendizaje significativo, propuesta didáctica, trabajo colaborativo

DESARROLLO

La función, elemento clave para el desarrollo del pensamiento matemático y modelación de relaciones entre variables. “Math Wheels” busca aplicar la función lineal y cuadrática mediante la construcción de una maqueta, representada como una pista de autos, integrando trabajo colaborativo, creatividad, evaluación técnica y conceptual. La actividad se adapta al plan curricular de enseñanza media en Matemáticas y Ciencias, permitiendo a cada uno de los estudiantes fortaleciendo sus conocimientos teóricos, desarrollando habilidades prácticas en la construcción y presentación de modelos matemáticos. El objetivo general es aplicar las funciones lineales y cuadráticas de manera didáctica a través de una actividad adaptada al plan curricular de enseñanza media en Matemáticas y Ciencias, permitiendo a los estudiantes

Índice

identificar y representar las características de estas funciones en una maqueta, para luego presentarla y explicar sus elementos clave.

MARCO TEÓRICO

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemáticos (EOS) plantea que los objetos matemáticos adquieren significado al ponerse en juego diversas prácticas y registros de representación (Godino, Batanero & Font, 2019). En este sentido, el aprendizaje de la función lineal y cuadrática requiere articular expresiones simbólicas, gráficas y tabulares para construir significados múltiples.

La calidad de la enseñanza puede valorarse mediante la idoneidad didáctica, que integra las facetas epistémica, cognitiva, mediacional, interaccional, afectiva y ecológica (Breda, Font & Pino-Fan, 2018). Asimismo, se consideran las configuraciones epistémicas propuestas por Galindo, Breda y Alvarado (2023), entendidas como formas de organizar la actividad matemática que favorecen el tránsito de lo concreto a lo abstracto.

Bajo este enfoque, la propuesta Math Wheels: En la pista de las funciones utiliza dos configuraciones epistémicas: la manipulativa, mediante la construcción de una maqueta con tramos rectos y parabólicos, y la algebraica, a través del análisis simbólico y tabular de las funciones. De este modo, se integra lo lúdico con lo formal, fortaleciendo tanto la motivación como la comprensión de las funciones en coherencia con el EOS y la idoneidad didáctica.

METODOLOGÍA

La propuesta se desarrolla en el contexto de una clase de 2° medio, frente a las dificultades que presentan los estudiantes para identificar y diferenciar la función lineal y cuadrática. Los participantes son estudiantes con conocimientos previos de plano cartesiano, pendiente y vértice, quienes aplican esto en la construcción de una maqueta de autos tipo Hot Wheels, donde cada grupo representa una función distinta asignada por el docente. La actividad consiste en representar de forma concreta ambas funciones mediante una maqueta que evidencia inclinación, curvatura y diseño particular de cada tipo de función. Para la recolección de datos se utilizan rúbricas grupales, guías de observación y breves informes reflexivos, que permiten evaluar la identificación, construcción y presentación de las maquetas. El análisis de los datos es de tipo cualitativo, considerando los avances en la comprensión, aplicación y argumentación matemática de los estudiantes. El plan de trabajo se desarrolla en tres sesiones prácticas y colaborativas, abordando las funciones desde sus formas gráfica, algebraica y tabular, bajo un enfoque algebraico y manipulativo.

RESULTADOS

Desarrollo de la enseñanza: la intervención, de una semana y media, aborda funciones lineales y cuadráticas desde su representación gráfica hasta la exposición de maquetas, elaboradas en conjuntos con la asignatura de artes y presentadas en clases de matemáticas.

Las sesiones abarcan la representación de cada función, hasta la presentación de las maquetas. Se ve expuesto en la tabla 1.

Tabla 1

Temporalización y Planificación de los Campos de Problemas (Función Lineal y Cuadrática)

Semana	Campo de Problemas (CP)	SP	Tiempo SP
1,5	Reconocimiento y representación de la función lineal y cuadrática en la vida diaria	1	90min
	Presentación de maquetas, exposición y análisis de la función lineal y cuadrática	2-4	270min

Fuente: Elaboración de los autores 2025

Tabla 2

Semana 1 Temporalización y Planificación sobre función (Lineal y cuadrática)

Acción didáctica	Objetivo de la acción didáctica	Lenguajes	Configuración
Tarea SP1	Identificar las características fundamentales de la función lineal y cuadrática	Descriptiva-Simbólico	Algebraica
Tarea SP2	Presentación una maqueta que muestre las características	Gráfico, Descriptivo, Tabular	Manipulativa
Tarea SP3	Explicar la construcción de la maqueta y sus características.	Simbólico, Gráfico Descriptivo	Simbólica

Fuente: Elaboración de los autores 2025

Sección N°1: los estudiantes inician reconociendo las características de la función lineal y cuadrática a partir de un modelo presentado por el docente. Luego, se les solicita que, en coordinación con la asignatura de Artes, elaboren en grupos una maqueta similar, tomando como base una función asignada al azar que deberán representar en la pista de carreras.

Figura 1

Maqueta didáctica de funciones lineales y cuadráticas



Fuente: Creación propia para el proyecto Math Wheels: En la pista de las funciones. 2025

Sesión N°2: Muestran la maqueta que prepararon para representar funciones lineales y cuadráticas.
Sesión N°3: Los estudiantes explican la construcción de su maqueta, fundamentando como se representan en ellas las propiedades principales de las funciones trabajas.

Referencias

Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. R. (2018). Análisis didáctico: Una herramienta para la investigación y la formación del profesorado en didáctica de las matemáticas. En V. Font, A. Breda, & L. R. Pino-Fan (Eds.), *Avances del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática* (pp. 295–310). Universidad de Granada.

Referencia duplicada de la que aparece más abajo en la misma página con "44(Número especial: EOS. Questões e Métodos)"; unificar en una sola entrada y usar el descriptor de número completo.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada.

¡ATRAPA LA RECTA!

Sarita Abigail Lagos Jiménez, Universidad Católica de la Santísima Concepción

Abstract:

El propósito de este trabajo es proponer un diseño de actividad didáctica para estudiantes de octavo básico en Chile en la asignatura de matemática, orientada a la modelación de la función lineal en un contexto de datos estadísticos mediante el uso de un applet de GeoGebra. La propuesta se fundamenta en el Enfoque Ontosemiótico (EOS), con énfasis en las nociones de idoneidad didáctica y en las configuraciones epistémicas, particularmente la manipulativa y la computacional. La metodología contempla dos clases presenciales de 90 minutos cada una, las cuales promueven el trabajo en equipo e integran el uso de GeoGebra, permitiendo a los estudiantes explorar de forma dinámica las relaciones entre las representaciones tabular, gráfica y simbólica de una función lineal a partir de datos estadísticos extraídos de la red social Instagram. Se espera que los resultados favorezcan una comprensión más profunda del concepto de función lineal y de su modelación, propiciando un aprendizaje significativo y contextualizado.

Función lineal, GeoGebra, modelación matemática, enfoque ontosemiótico, estudiantes de octavo básico

INTRODUCCIÓN

En la actual era digital, el uso de recursos tecnológicos en el aula se ha vuelto indispensable, especialmente en niveles donde se abordan conceptos abstractos, pues genera entornos educativos más significativos y fomenta el desarrollo del pensamiento crítico y analítico en los estudiantes.

Uno de los principales desafíos de la labor docente es captar y mantener la atención del estudiantado. En este sentido, la incorporación de recursos modernos e interactivos contribuye a despertar el interés y la motivación, lo que vuelve el aprendizaje más atractivo, sobre todo cuando el contenido matemático se vincula a situaciones cercanas para ellos.

En coherencia con lo anterior, el objetivo general de la propuesta es modelar simbólicamente la función lineal mediante una actividad tabular y gráfica, utilizando un applet en GeoGebra. Para ello, se propone una actividad que integra el análisis de datos estadísticos obtenidos en la red social Instagram, utilizando GeoGebra para representar y modelar funciones lineales.

MARCO TEÓRICO

El Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática surge con el propósito de integrar diversas perspectivas y nociones teóricas sobre la naturaleza del conocimiento matemático y sus procesos de enseñanza y aprendizaje. Este enfoque introduce

Índice

la idoneidad didáctica, entendida como la pertinencia y coherencia de las prácticas en que se aplican los objetos matemáticos, y las configuraciones epistémicas, que organizan dichas prácticas en conjuntos significativos (Godino, 2019). En coherencia con estos planteamientos, la actividad propuesta se fundamenta en dichos principios, integrando las configuraciones manipulativa y computacional de Galindo et al., 2023.

METODOLOGÍA

Participantes

La actividad está diseñada para estudiantes de octavo básico en Chile, con edades entre 13 y 14 años, quienes cuentan con conocimientos previos relacionados con la lectura de tablas, la representación de puntos en el plano cartesiano a partir de pares ordenados, el reconocimiento de la forma general de la función lineal y manejo inicial de GeoGebra. Para la implementación de la actividad, se requiere que el establecimiento cuente con una sala de computación con acceso a internet, de modo que cada estudiante pueda trabajar directamente con el software.

Bases para una propuesta didáctica:

a) Objeto de estudio: Se considera como objetos de estudio la función lineal y sus representaciones tabular, gráfica y simbólica, abarcando la identificación de la relación entre la variable dependiente e independiente, la representación de datos mediante puntos en el plano cartesiano y el análisis de su comportamiento. Además, contempla el ajuste de la recta $f(x) = mx + b$ para modelar la relación entre las variables y la expresión simbólica de la función lineal, comprendiendo el significado de sus parámetros: pendiente y coeficiente de posición.

b) Configuraciones epistémicas:

   (i) Configuración manipulativa: El estudiante trabaja con un applet de GeoGebra, utilizando deslizadores para ajustar una recta que modele la relación entre las variables. El lenguaje utilizado en esta configuración es de tipo gráfico.

   (ii) Configuración computacional: El estudiante dispone de un computador, internet y GeoGebra. El lenguaje y los procedimientos son de tipo tabular, gráfico y simbólico.

c) Trabajo presencial de aula: La actividad didáctica considera dos sesiones presenciales dentro del horario de clases, bajo la guía del docente de la asignatura.

DESARROLLO DE LA ENSEÑANZA

La actividad considera dos sesiones presenciales (SP) de 90 minutos cada una, siguiendo la temporalización descrita en la Tabla 1, que por motivos de espacio solo muestra la primera

acción didáctica de cada sesión, el resto de la planificación puede consultarse en el Anexo[12]. En la primera sesión, los estudiantes, organizados en parejas, reciben una guía de trabajo[1] y un conjunto de fichas[1] que presentan el perfil de Instagram de un personaje y estadísticas semanales de sus seguidores. A partir de ello, identifican las variables, tabulan los datos y los grafican en un applet de GeoGebra[13]preconfigurado con la recta $f(x) = mx + b$ y deslizadores para los parámetros m y b (ver Figura 1), lo que les permite obtener la representación simbólica de la función. En la segunda sesión, los estudiantes se reúnen en grupos para compartir sus resultados, interpretar el significado de los parámetros de la función y discutir las limitaciones del modelo.

Tabla 1

Temporalización y planificación de las clases.

SP	Acción didáctica (AD)	Objetivo AD	Lenguaje	Configuración
1	Identificar la variable dependiente e independiente y tabular los datos en una guía impresa.	Identificación de la relación entre las variables y organización de los datos.	Tabular	Manipulativa
2	Responder preguntas de análisis y reflexión.	Análisis e interpretación del significado de los parámetros de la función lineal en relación con los datos estadísticos.	Verbal Simbólico Gráfico	Manipulativa

Nota. Elaboración propia

Figura 1

Perfil de Instagram, estadística semana 1 y modelación en GeoGebra.



Fuente: Elaboración de los autores

[12] https://drive.google.com/drive/folders/1tYSA4VSbyX5VrRESDk1kINg2ts1jjAan?usp=sharing
[13] https://www.geogebra.org/classic/aywjxkdk

Referencias

Duplicado exacto del anterior —mismos autores, año, título y DOI— con formato de fascículo distinto; eliminar una de las dos entradas.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics, 39*(1), 37–42.

UN ENFOQUE DIDÁCTICO DISCIPLINAR PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE TEORÍA DE GRUPOS EN LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE

Rocío Acevedo, Universidad de Chile

Leslie Jiménez, Universidad de Chile

Abstract:

En esta contribución presentamos el estado de avance de un proceso de creación de una serie de transposiciones didácticas, del saber sabio al saber a enseñar (previo al saber enseñado), de conceptos claves de la teoría de grupos en la Formación Inicial Docente en matemáticas. La creación de éstas se basa en la teoría de registros de representación semiótica de Duval. Consideramos las dificultades en los procesos de enseñanza-aprendizaje de estos conceptos que se han detectado en distintas investigaciones del tema y mostramos un avance de las transposiciones que muestran un tratamiento didáctico-disciplinar de los contenidos enfocada en una comprensión de la teoría de grupos con mayor sentido para la formación inicial y un posterior ejercicio docente.

Transposición didáctica, teoría de grupos, formación inicial docente, registros de representación

ANTECEDENTES

La FID entrega bases fundamentales para la enseñanza, pero de todas formas ciertos conceptos siguen presentando dificultades significativas en los procesos de enseñanza-aprendizaje para el profesorado en formación. Este es el caso del área del álgebra abstracta y las estructuras algebraicas dentro de la pedagogía en matemática por diversas razones: a) el uso de lenguaje natural y simbólico rígido, b) poca disponibilidad de diversidad de representaciones, y c) presentación de conceptos abstractos que se hacen inaccesibles al aplicarlos en demostraciones, como mencionan Hart (1994), Selden y Selden (2003) o Duval (1991). Como dice Dubinsky et al. (1994), una parte importante del estudiantado que rinde estos cursos son las y los futuros profesores de matemática, lo que hace que sea importante desarrollar estrategias pedagógicas para mejorar las competencias respecto a la abstracción matemática en esta materia. Coherente con lo que pide el currículum nacional chileno y los estándares para la formación docente en matemáticas (CPEIP, 2021).

Prasad y Ratna (2024) mencionan que los estudiantes tienen mejor comprensión del contenido cuando se les enseñan aplicaciones y ejemplos concretos. También, Ruiz (2025) explicita que “Este proceso requiere una secuencia didáctica cuidadosamente planificada, donde se articulen actividades manipulativas, representaciones gráficas, lenguaje simbólico

Índice

y argumentación deductiva." (p.118), asociado al desafío del tránsito entre lo intuitivo y una comprensión formal de los conceptos.

Siguiendo estos antecedentes, proponemos presentar parte de un trabajo que está actualmente en proceso, como parte de un seminario de finalización de grado en una carrera de pedagogía en matemáticas del país. Consiste en mostrar la creación de una serie de transposiciones didácticas, del saber sabio al saber a enseñar, referentes a conceptos claves de la teoría de grupos en la FID en matemáticas.

MARCO TEÓRICO

El trabajo está basado en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Duval (1991), y la Transposición Didáctica de Yves Chevallard (1991), centrada en el paso de transformación del saber sabio al saber a enseñar.

Se considera relevante la TRRS, ya que, en sus palabras, ningún pensamiento matemático puede llevarse a cabo sin un sistema semiótico, pues involucra una sustitución de una representación por otra. En específico, se quiere reforzar en mayor medida el proceso de conversión, donde se cambia de registro sin cambiar el objeto, ya que "para que exista una comprensión conceptual de los objetos matemáticos, es necesario coordinar al menos 2 registros de representación" (Duval, 2017, p.110).

En efecto, consideramos un proceso de transposición didáctica que contribuya a la comprensión profunda de objetos de la teoría de grupos a través del proceso de conversión, para una transformación del contenido a enseñar con miras a su enseñanza en la FID.

METODOLOGÍA

Basándonos en distintas investigaciones, consideramos las dificultades en los procesos de enseñanza-aprendizaje conceptos claves de la teoría de grupos que se han detectado.

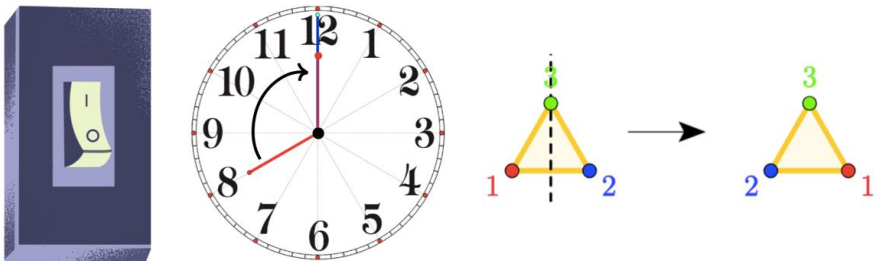
Luego, trabajamos en torno al proceso de transformación del saber sabio al saber a enseñar, respecto a distintos objetos de la teoría de grupos. El saber sabio se toma del libro "Abstract Algebra" de los autores Dummit y Foote (1991), elegido por poseer una variedad de demostraciones explícitas y diversidad de ejemplos asociados a las definiciones que presenta. Se escogen conceptos fundamentales para su transcripción y tratamiento posterior. A partir de esto, trabajamos en torno a una diversidad de representaciones, conversiones y ejemplos variados, tomando definiciones, proposiciones y demostraciones para crear una propuesta de transposición didáctica de conceptos, y por ende de tratamiento didáctico-disciplinar de los contenidos de teoría de grupos, dirigido a estudiantes de pedagogía en matemática.

RESULTADOS

Este trabajo está en proceso y por ahora, como avance, considera dos pasos relevantes: 1) el establecimiento de la definición de grupo abstracto extraído del libro Dummit and Foote (1991), y 2) una secuencia de representaciones que se relevan para transponer este concepto matemático puro a un saber a enseñar.

Figura 1

Representaciones para la definición de grupo abstracto



En la Figura 1, mostramos distintas representaciones (algunas no incluidas, como tablas de multiplicación, tablas de suma) que usamos como secuencia de representaciones (de carácter cotidiano y matemático) que permite construir desde éstas, la definición de grupo abstracto según nuestro saber sabio establecido. Observando los elementos en a) la acción de mover el interruptor de encendido o apagado de la luz, b) la aritmética del reloj, y c) las simetrías de un triángulo. Es importante ver cómo se relacionan entre sí estos elementos, identificar elemento neutro, inverso según la acción u operación realizada y ver la propiedad de clausura y asociatividad.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Proyectamos como resultado del seminario de grado en el cual se contextualiza esta contribución, la construcción de un material docente para usar en la FID con la transformación de estos conceptos del saber sabio al saber a enseñar, basado en la TRRS y siguiendo las dificultades detectadas. Incluyendo definiciones, demostraciones, ejemplos, formas gráficas, geométricas y con diversas representaciones y propuestas de conversiones de los conceptos escogidos. Esperamos que este proyecto de seminario contribuya también con discusiones y reflexiones sobre el tratamiento didáctico-disciplinar de los contenidos para futuras/os profesores secuencias concretas de enseñanza para docentes que dictan cursos de estructuras algebraicas y álgebra en las carreras de pedagogía.

Referencias

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas. (2021). *Estándares pedagógicos y disciplinarios para carreras de pedagogía en matemática*. Ministerio de Educación de Chile.

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Aique.

Dummit, D. S., & Foote, R. M. (1991). *Abstract algebra*. Prentice Hall.

Duval, R. (1991). Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration. *Educational Studies in Mathematics, 22*(3), 233–261. https://doi.org/10.1007/BF00368399

Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking: The registers of semiotic representations*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9

Dubinsky, E., Dautermann, J., Leron, U., & Zazkis, R. (1994). On learning fundamental concepts of group theory. *Educational Studies in Mathematics, 27*(3), 267–305. https://doi.org/10.1007/BF01273732

Hart, E. (1994). Analysis of the proof-writing performance of expert and novice students in elementary group theory. En E. Dubinsky & J. Kaput (Eds.), *Research issues in undergraduate mathematics learning: Preliminary analyses and results* (MAA Notes No. 33, pp. 49–62). Mathematical Association of America.

Khatiwada, Y. P., & Budhathoki, M. R. (2024). Difficulties in studying abstract algebra at the undergraduate level. *Pragyaratna, 2*(1), 1–11. https://doi.org/10.3126/pragyaratna.v2i1.64542

Ruiz Castillo, J. C. (2025). El grupo diédrico como objeto epistémico y semiótico: Implementación del enfoque ontosemiótico en contextos de formación docente. *Iberociencias: Revista Científica y Académica, 4*(2), 107–133.

Selden, A., & Selden, J. (1987). Errors and misconceptions in college level theorem proving. En J. D. Novak (Ed.), *Proceedings of the Second International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics* (Vol. 3, pp. 456–471). Cornell University.

EL ENCUENTRO CON LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL: UN DISEÑO DE TAREAS DESDE LA TO PARA EL ELECTIVO DE ESTADISTICA Y PROBABILIDAD

Cristobal Arenas-Nina, Universidad Arturo Prat

Juan Luis Prieto-González, Universidad de Los Lagos

Elizabeth-H. Arredondo, Universidad de Los Lagos

Abstract:

La enseñanza y el aprendizaje de la estadística y la probabilidad presenta múltiples desafíos, derivados tanto de su carácter más conceptual que operacional como de la escasez de estrategias pedagógicas que faciliten su comprensión. En este contexto, la distribución binomial adquiere relevancia por su potencial para modelar diversos fenómenos, aunque también presenta dificultades específicas asociadas a su enseñanza y aprendizaje. Para atender a estas problemáticas, se propone el diseño de una secuencia de tareas fundamentada en la Teoría de la Objetivación de Luis Radford, que concibe la Educación Matemática como un proceso histórico-cultural orientado a la formación de sujetos críticos y reflexivos entorno a prácticas matemáticas, lo que permite abordar con mayor profundidad el carácter conceptual de la estadística y la probabilidad. Nuestra secuencia consta de tres tareas que buscan generar un encuentro con las formas de pensamiento y acción estadísticas de calcular probabilidad con la distribución binomial, haciendo un énfasis en la colaboración.

Distribución binomial, estadística, enseñanza media, diseño de tareas

INTRODUCCIÓN

La estadística y la probabilidad poseen una gran relevancia por su carácter instrumental, debido a que permite desarrollar una actitud crítica para evaluar información y predecir resultados, en ámbitos como la medicina, el comercio, los deportes y la educación (Esquivel, 2008; Kelmansky, 2009). Sin embargo, el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad presenta dificultades debido al carácter más conceptual que posee en comparación a otros contenidos matemáticos (Del Pino & Estrella, 2012) y el escaso manejo del contenido y estrategias didácticas de los docentes, que conducen a una enseñanza centrada en el uso de fórmulas y no la interpretación (Sofia, 2021; Álvarez, 2023).

En este contexto, la distribución binomial (DB) adquiere relevancia debido a que permite modelar y estudiar *ensayos binomiales* —dos resultados posibles, independientes y sin importar su orden— y por su relación con la distribución normal, la cual permiten abordar una mayor variedad de casos (Kelmansky, 2009; de la Fuente, s.f.). Sin embargo, el proceso de

Índice

enseñanza y aprendizaje de la DB tiene sus propias dificultades, como son las noción de variabilidad —la diferencia entre la probabilidad teórica y frecuencial—, la *ilusión de linealidad* —la aplicación de modelos lineales en contextos que no lo son—, la *distribución de probabilidades* —el cómo se distribuye la probabilidad— y el escaso manejo de conceptos probabilísticos previos como el *diagrama de árbol*, el *principio multiplicativo*, y la *combinatoria* (Alvarez, 2022; del Pino, 2012, de la Fuente, s.f.; Vargas, 2013; Sánchez, 2018).

Dentro del currículo chileno, se implementa en los establecimientos con plan curricular diferenciado el electivo de *Probabilidades y Estadística Descriptiva e Inferencial* para tercero y cuarto medio. Este contempla el Objetivo de Aprendizaje 3 (OA 3), en el cual esta inserto la DB. Este objetivo manifiesta que el estudiante utilice la DB para construir modelos que respalden la toma de decisiones fundamentadas (OA e), resolver problemas que implique el análisis de variar parámetros (OA b) y trabajar con una actitud de responsabilidad y liderazgo en la realización de tareas colaborativas orientada a una meta común (MINEDUC, 2021). Todo lo anterior plantea le necesidad de diseñar una secuencia de tareas que sirva como estrategia pedagógica y que aborde las dificultades propias de la DB y, al mismo tiempo, se articule con el currículo vigente.

CONSIDERACIONES TEORICAS Y METODOLOGICAS

Desde la Teoría de la Objetivación (TO), el aprendizaje es concebido como "un encuentro continuo y tenso de transformación dialéctica mutua entre un mundo objetivo […] e individuos únicos que lo encuentran" (D'Amore y Radford, 2017, p. 122). Desde esta perspectiva se sitúa nuestra propuesta, cuyo objetivo es: *Diseñar y validar una secuencia de tareas fundamentadas en la TO, orientada al encuentro de estudiantes de educación media con la DB, favoreciendo la superación de dificultades de comprensión y su interpretación en diversos contextos.*

Para que el individuo pueda tener un encuentro con el *saber* de nuestro interés —en este caso la DB—, este debe materializarse mediante la *actividad de enseñanza-aprendizaje*, entendida como "un sistema dinámico en el que los individuos interactúan colectivamente en un fuerte sentido social […]" (Radford, 2023, p. 36). Dicha *actividad* posee dos componentes: phi (Φ) y theta (Θ). La componente Φ corresponde al proyecto educativo del docente, siguiendo la estructura de *objeto-meta-tarea*: el *objeto* es el encuentro que buscamos propiciar; las metas, los logros que se pretende alcanzar para favorecer dicho encuentro; y la *tarea*, la secuencia de problemas que permiten ir hacia la *meta*. La componente Θ refiere a la actividad en sí misma, situada en un espacio y tiempo determinados, mediada por las interacciones entre estudiantes, profesor y el saber, por ello, no es posible determinarla, aunque sí es posible identificar los *momentos* que la componen (Radford, 2023).

Para diseñar una secuencia de tareas, Radford (2023) propone una serie de consideraciones: *generales*, *relativas a problemas matemáticos* y sobre *forma de colaboración*. Las *generales* atienden

a reconocer los conocimientos previos del estudiante e integrar el uso de artefactos, con el fin de facilitar su inmersión en la *actividad*. En cuanto a los *problemas matemáticas*, se señalan cuatro: que las tareas resulten interesantes; que promuevan distintos niveles de conceptualización —desde un primer nivel de reflexión, hasta un tercer nivel de uso de símbolos matemáticos—; que aseguren una unidad conceptual y contextual para los problemas; y que presente una complejidad conceptual creciente. Finalmente, las *formas de colaboración* buscan evitar formas de interacción alienantes y favorecer el posicionamiento crítico, la reflexión, la responsabilidad y el cuidado del otro.

EL DISEÑO DE TAREAS

La elaboración de la secuencia de tareas se enmarca en un diseño de tareas fundamentado en la TO (Radford, 2023), entendida como la proyección de la *actividad de enseñanza-aprendizaje*, en la que participan los estudiantes y el profesor, e integrada por dos componentes Φ y Θ. En la componente Φ, el objeto es el "encuentro con formas de pensamiento, acción y reflexión sobre fenómenos aleatorios del tipo binomial entorno al conteo de casos y el cálculo de probabilidades, mediante el uso de la distribución binomial". A partir de este objeto, se establecen dos *metas*: la "resolución de problemas de conteo y probabilidad de fenómenos del tipo binomial" y la "creación de problemas de fenómenos aleatorios del tipo binomial". Para alcanzarla se proponen tres tareas, dos orientadas a la primera meta y una a la segunda. En cuanto a su componente Θ, las tareas son diseñadas considerando cuatro *momentos de la actividad*: la comprensión de la tarea; la búsqueda de la respuesta —trabajo en grupo—; la discusión en pequeños grupos —con el profesor—; y la discusión con gran grupo —plenario colectivo.

Las tareas se diseñaron incorporando personajes ficticios de una feria que plantea sucesos aleatorios binomiales, dotando de una unidad conceptual y contextual. Se integran además artefactos y simuladores que permiten transitar en los niveles de conceptualización. La primera tarea consiste en un juego de plinko con una maquina real y un simulador, que permite trabajar nociones de *variabilidad* y *distribución de la probabilidad*, además de romper la ilusión de linealidad. La segunda tarea se desarrolla a través de un juego llamado *mini-lota* haciendo uso de cartones y una urna, mediante los cuales se introduce progresivamente los elementos de un *ensayo binomial*, y la formulación de la expresión matemática de la DB. Finalmente, la tercera tarea se basa en la lectura de relatos en formato cómic, en los que los estudiantes deben identificar situaciones binomiales, modificar parámetros, tomar decisiones fundamentados en la DB y finalizar con la creación de sus propios comics. Cada tarea busca captar el interés de los estudiantes, promoviendo la participación y colaboración.

CONCLUSIONES

Es notable que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística y la probabilidad presenta desafíos y es por ello que nuestro trabajo busca incentivar el uso de nuevas estrategias pedagógicas que contribuyan a mejorar este proceso y a mejorar su comprensión. La propuesta de diseño de tareas presentado está en vías de ser implementado para recolectar audio y video, donde se pueda analizar las formas de colaboración y el encuentro con la DB.

Agradecimientos

Este poster fue financiado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile, a través del proyecto Fondecyt de Iniciación No. 11250276.

Referencias

Álvarez, N., Flores, J. O. R., & Zambrano, S. D. P. M. (2022). Las dificultades en la enseñanza-aprendizaje de la estadística y probabilidad: Una perspectiva de estudiantes. *Revista ECOS de la Academia, 8*, 81–97. https://doi.org/10.53358/ecosacademia.v8i16.772

De la Fuente, G. R. C. (año). Evaluación de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre distribuciones binomial y normal en 2º de Bachillerato. *Revista de Educación Matemática, 42*(1), 45–67. https://doi.org/10.15359/rem.42-1.3

Del Pino, G. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educacional Latinoamericana, 1*, 53–64. https://doi.org/10.7764/pe.v1i1.2

Esquivel, E. C. (2008). Análisis de la propuesta ministerial para la enseñanza de la estadística en secundaria. *Posgrado y Sociedad, 8*, 50–84. https://doi.org/10.22201/cps.18704204e.2008.8.1.004

Kelmansky, D. (2009). *Estadística para todos*. Ministerio de Educación – Instituto Nacional de Educación Tecnológica. https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/estadistica_para_todos.pdf

Ministerio de Educación [MINEDUC]. (2021). *Programa de Estudio 3° o 4° Medio. Formación Diferencial Matemática. Probabilidades y Estadísticas Descriptivas e Inferencial*. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140145_programa.pdf

Sánchez, E., & Carrasco, G. (2018). The probabilistic reasoning of high school students in binomial distribution activities. En *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 535–543). https://doi.org/10.22201/cem.18704204e.2018.22.1.017

Radford, L. (2023). *La teoría de la objetivación: Una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Ediciones Uniandes. https://doi.org/10.22201/cem.18704204e.2023.25.1.001

D'Amore, B., & Radford, L. (2017). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.rematec.2017.2

Índice

REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS Y LA PROBABILIDAD CONDICIONAL EN ESTUDIANTES DE ENSEÑANZA MEDIA

Diego Marcel Vásquez Vizcarra, Universidad Católica Silva Henríquez

Abstract:

La probabilidad condicional forma parte de los objetivos de aprendizaje de tercero medio, estableciendo especial énfasis en el OA 2, el cual orienta la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre. Se propone un estudio donde se espera identificar cómo los estudiantes son capaces de comprender la probabilidad condicional a través de la resolución de problemas. Se espera que, con la propuesta, la elección del procedimiento utilizado por cada estudiante no solo se centre únicamente en el cálculo, sino también pueda promoverse la capacidad de resolver problemas mediante registros verbales, gráficos o simbólicos que orienten al estudiante hacia una respuesta adecuada. A partir de los Registros de representación semiótica que establece Duval (2006), se identificarán diversos registros, lo que promueve el uso de técnicas de cálculo, interpretación y justificación. Este estudio tendrá un enfoque cualitativo y un diseño exploratorio con una muestra estimada de 20 estudiantes. El póster presenta ejemplos de ítems que forman parte del instrumento, con el cual esperamos caracterizar y clasificar las estrategias utilizadas desde la resolución de los estudiantes, de este modo, en un futuro se espera proponer estrategias más innovadoras que favorezcan la comprensión conceptual a través de los registros de representación.

Resolución de problemas, probabilidad condicional, registros de representación semiótica

INTRODUCCIÓN

Diversos autores como León et al. (2020) señalan errores frecuentes en la comprensión y explicación de este concepto desde un enfoque cognitivo, además, muestran que la forma en que se representa un problema de probabilidad condicional influye en las dificultades de los estudiantes para resolverlo. Por ello, es necesario presentar el concepto mediante estrategias innovadoras que permitan a los estudiantes visualizar diferentes tipos de registros que conducen a la misma respuesta. Mencionado esto, surge la pregunta de investigación ¿De qué forma los estudiantes seleccionan y justifican el método de resolución de problemas de probabilidad condicional utilizando diversos tipos de representación semiótica, tales como tablas de doble entrada, lenguaje verbal, diagrama de árbol y/o gráficos?

ANTECEDENTES

Diversos estudios, han identificado que relacionar un concepto a través de distintas percepciones como lo son, visuales, verbales y/o simbólicos, favorece la comprensión de un concepto (Bar-Hillel, 1980; Yan & Davis, 2018), mencionado esto surge la necesidad de innovar en el aula permitiendo favorecer a los estudiantes a entender la probabilidad condicional, contextualizando los problemas planteados respecto a su entorno y relacionarlos

Índice

a contextos cotidianos, de esta manera se busca utilizar representaciones con el objetivo de obtener una respuesta adecuada, permitiendo innovar en estrategias en el aula y entregando alternativas didácticas que faciliten la comprensión de este concepto (De la Fuente Solana & Batanero, 2004). Desde otra perspectiva, Barrientos (2023) en su investigación sobre los textos escolares de enseñanza media desde 2009 a 2023, analizó los contenidos de probabilidad condicional descubriendo ausencias conceptuales y precisiones incompletas en su definición y su formalización del concepto, esta evidencia descrita por Barrientos (2023) nos permite establecer en un futuro posibles estrategias didácticas que permitan atribuir múltiples registros de representación, para fortalecer el contenido favoreciendo así la comprensión y aplicación de este concepto.

Por otra parte, la teoría de Duval (2006) establece diferentes formas de expresar un concepto involucrado en matemática y estadística. Este autor, señala que el estudiante es capaz de aprender un concepto cuando logra transitar entre registros semióticos adquiridos. Además, Duval (2006) establece que el aprendizaje está presente cuando el estudiante es capaz de identificar una solución a un problema a través de su proceso de representación. Es decir, el estudiante logra escoger el tipo de registro a su conveniencia para determinar la respuesta a un problema planteado.

Considerando como marco teórico la TRRS de Duval (2006) la cual establece que la comprensión del concepto matemático se sitúa cuando se logra transitar entre diferentes registros semióticos adquiridos, registros gráficos, simbólicos, tabulares, etc. Es decir cuando el individuo es capaz de percibir adecuadamente la información, en base a un tipo de registro y es capaz de convertirlo a otro registro, el aprendizaje está involucrado enfocándose en el tratamiento y conversión del concepto. En este sentido, el aprendizaje de un objeto matemático depende de la capacidad del individuo para realizar tratamientos en diferentes registros y seleccionar aquel que sea más adecuado para su resolución.

METODOLOGIA

A partir de lo descrito anteriormente, se establece como objetivo de investigación, caracterizar el uso de diversos registros empleados en la resolución de problemas, de esta manera se busca que los estudiantes puedan desarrollar y seleccionar la representación que mejor apoye su propia comprensión, lo que promovería el uso de técnicas de cálculo, interpretación y justificación, para ello, se propone llevar a cabo una investigación bajo un paradigma interpretativo y exploratorio, como un estudio de caso instrumental. El caso estará conformado por 15 a 20 estudiantes de tercero medio de un establecimiento municipal que hayan estudiado probabilidad condicional, quienes deberán responder un instrumento conformado por cinco problemas asociados al cálculo de probabilidad condicional cuyos enunciados sean formulados usando diferentes registros semióticos.
Se considera de carácter exploratorio e interpretativo, puesto que se busca observar posibles patrones que puedan presentar los estudiantes. Respecto a la muestra, se considerará un curso de tercero medio de un establecimiento de la comuna de Santiago, donde se seleccionará a 20 estudiantes elegidos por conveniencia, esto con el objetivo de observar cómo los estudiantes son capaces de enunciar problemas y responderlos mediante el registro que utilizará cada individuo. Para la elaboración de los instrumentos se consideran guías y tareas

involucradas con conceptos de probabilidad condicional con diversos registros involucrados, para medir cómo el estudiante cambia de registro desde el enunciado hasta la resolución del problema planteado.

ANÁLISIS DE DATOS

Para el análisis de los datos, se realizará una clasificación a partir de los registros semióticos utilizados por los estudiantes y su relación con la interpretación de la probabilidad solicitada en cada problema.

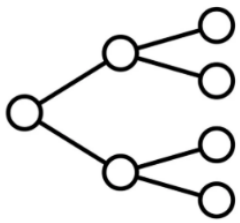
INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

A continuación, se presentan dos problemas que forman parte del instrumento, los cuales los estudiantes deben responder preguntas sobre probabilidad condicional junto con otras de probabilidades, asociadas a experimentos aleatorios que pueden ser representados de manera visual y simbólica.

ENUNCIADO: Una caja contiene 10 tarjetas, donde 7 son amarillas y el resto verdes. Entre las tarjetas amarillas, 4 tienen una estrella dibujada y solo una tarjeta verde tiene una estrella. Si una persona extrae al azar una tarjeta de la caja:

a) Cuál es la probabilidad que la tarjeta tenga una estrella.
b) Cuál es la probabilidad de que la tarjeta sea amarilla y tenga una estrella.
c) Cuál es la probabilidad de que tenga una estrella, si se sabe que la tarjeta extraída es amarilla.

DIAGRAMA: En el experimento de lanzar una moneda, existen dos posibles resultados en cada lanzamiento: cara o sello, en base al diagrama dibuje las probabilidades involucradas y luego responda.



a) Determine la probabilidad de obtener cara en el segundo lanzamiento si se obtuvo cara en el primer intento
b) Cuál es la probabilidad de que se obtenga cara si se lanza la moneda 2 veces
c) Cuál es la probabilidad de que salga cara si ya se obtuvo sello en el primer lanzamiento

CONCLUSIONES

Esta actividad identificará patrones entre los estudiantes permitiendo visualizar qué tipo de registro suelen usar, de acuerdo con la resolución de problemas que emplean. Desde la perspectiva de Duval será de gran importancia debido a que desde su teoría podremos observar los registros semióticos que están involucrados en la comprensión de probabilidades condicionales. Entre estos registros, se espera poder entregar problemas verbales, visuales y simbólicos, lo que generaría insumos estratégicos tales como actividades didácticas y lúdicas, que permitirán desarrollar actividades de acuerdo con los tipos de registros que están menos involucrados. En suma, esto permitiría comprender conceptos más abstractos a través de diversos tipos de registros y perspectivas de cada estudiante con el objetivo de comprender la probabilidad condicional.

Índice

Referencias

Bar-Hillel, M. (1980). The base-rate fallacy in probability judgments. *Acta Psychologica*, *44*(3), 211–233. https://doi.org/10.1016/0001-6918(80)90046-3

Barrientos, R. (2023). *La probabilidad condicional en los textos ministeriales chilenos (2009 - 2023)* [Tesis de Magíster, Universidad de Santiago de Chile]. Repositorio Académico USACH. https://www.mem.dmcc.usach.cl/wp-content/uploads/2024/11/2023-La-Barrientos-R..pdf

De la Fuente Solana, E. I., & Batanero, M. C. D. (2004). Razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza de la estadística. *Épsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática «Thales»*, *59*, 245–260. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1255895

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, *9*(1), 143–168. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1984436

León, J. M., Sosa, L., & Carrillo, J. (2020). Conocimiento del profesor sobre el aprendizaje en probabilidad: Un estudio de caso. *PNA*, *15*(1), 1–25. https://doi.org/10.30827/pna.v15i1.15458

Yan, D., & Davis, G. E. (2018). The Turtleback diagram for conditional probability. *Open Journal of Statistics*, *8*(4), 684–705. https://doi.org/10.4236/ojs.2018.84045

VALIDACIÓN DE UN CUESTIONARIO PARA EVALUAR NIVELES DE LECTURA DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Elizabeth Pérez-Galarce, Universidad Católica del Maule

Lizzet Morales-García, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Danilo Díaz-Levicoy, Universidad Católica del Maule

Audy Salcedo, Universidad Autónoma de Chile

Abstract:

Este trabajo describe los procesos de diseño y de validación de un cuestionario destinado a analizar el nivel de lectura de gráficos estadísticos en estudiantes de sexto año de Educación Primaria en Chile, fundamentado en la revisión de libros de texto e investigaciones previas. Con el propósito de evaluar la validez de contenido, se empleó la técnica de juicio de expertos, donde especialistas en Didáctica de la Matemática y Didáctica de la Estadística calificaron los ítems según claridad, pertinencia y relevancia, además de entregar observaciones. Los Coeficiente de Validez de Contenido (CVC) evidencian que el instrumento presenta una alta validez. En pertinencia (CVC=0,99) y relevancia (CVC=1,00) todos los ítems fueron considerados adecuados y representativos del constructo evaluado. En cuanto a la claridad (CVC=0,93), si bien se ubica en un nivel aceptable, se observa que el ítem 3 alcanzó el valor más bajo (0,80), lo que sugiere la necesidad de ajustar su redacción para evitar posibles ambigüedades.

Validación, educación primaria, gráficos estadísticos, nivel de lectura

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, los ciudadanos reciben información estadística desde diversas fuentes, la cual suele presentarse en gráficos estadísticos. Es por esto que su interpretación es esencial para la toma de decisiones, dado que la información estadística se reconoce como un componente esencial de la vida cotidiana de los ciudadanos (Batanero, 2019). En este contexto, surge el concepto de cultura estadística (Batanero, 2004), entendida como el conjunto de habilidades y conocimientos que permiten leer, interpretar y evaluar datos en la vida cotidiana, utilizando el lenguaje estadístico y representaciones gráficas (León, 2021).

Diversas investigaciones muestran que existen déficits en la comprensión de gráficos estadísticos tanto en docentes (en activo y en formación) como en estudiantes de distintos niveles (Primaria y Secundaria) (e.g., Arteaga et al., 2020), siendo escasas las indagaciones centradas en Educación Primaria (Díaz-Levicoy et al., 2021). En Chile, los estudios que

Índice

analizan específicamente la lectura e interpretación de gráficos de barras y líneas son limitados (e.g., Bustamante-Valdés y Díaz-Levicoy, 2024).

Respecto a la validación de instrumentos, Samuel et al. (2019) realizaron un cuestionario para futuras educadoras de párvulos, donde se utilizó el método de juicio de expertos para depurar ítems. Otros autores han combinado estrategias de validación de contenido, criterio y constructos (e.g., Ortega-Quevedo et al., 2020). Sin embargo, la mayoría de estos estudios se han desarrollado en contextos de Educación Superior o en niveles distintos a los de Educación Primaria.

A diferencia de los anteriores, el presente trabajo busca diseñar y validar un cuestionario para estudiantes chilenos de sexto año de Educación Primaria, centrado en la lectura de gráficos estadísticos de barras y líneas, garantizando coherencia entre teoría y las actividades propuestas, logrando reforzar la calidad de las tareas al asegurar que evalúan realmente las competencias y contenidos que se pretende desarrollar.

METODOLOGÍA

Esta investigación, de enfoque mixto (Anguera et al., 2020) y nivel descriptivo (Mishra & Alok, 2017), busca establecer la validez de contenido de un cuestionario orientado a evaluar los niveles de lectura de gráficos de barras y de líneas en estudiantes de sexto año de Educación Primaria en Chile. Para ello se recurrió al juicio de expertos, técnica que permite que especialistas con experiencia valoren los ítems según criterios definidos (Bruna et al., 2019). Los expertos fueron profesores e investigadores en Didáctica de la Matemática y Didáctica de la Estadística. Posteriormente, con sus valoraciones y observaciones, se modificaron los ítems. Además, junto con estas modificaciones se calculó el Coeficiente de Validez de Contenido (CVC) propuesto por Hernández-Nieto (2011), el cual se utiliza mayoritariamente para evaluar aspectos como la claridad, pertinencia y relevancia de los ítems.

RESULTADOS

Los resultados del Coeficiente de Validez de Contenido (CVC) evidencian que el cuestionario diseñado posee una alta validez de contenido, ya que en pertinencia (0,99) y relevancia (1,00) todos los ítems fueron evaluados como adecuados y representativos del constructo, mientras que en claridad (0,93) se alcanzó un nivel aceptable, con la excepción del ítem 3 que obtuvo el valor más bajo (0,80) (Tabla 1). Se espera que el instrumento diseñado y validado pueda ser útil en futuras investigaciones sobre interpretación de gráficos estadísticos.

Tabla 1

Coeficientes de Validez de Contenido

Criterios	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	CVC Total
Claridad	0,93	1,00	0,90	1,00	0,93
Pertinencia	1,00	1,00	0,96	1,00	0,99
Relevancia	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Nota. Elaboración propia

CONCLUSIÓN

En consecuencia, se concluye que el cuestionario diseñado presenta una alta validez de contenido y es adecuado para analizar el nivel de lectura de gráficos estadísticos en estudiantes de sexto año de Educación Primaria en Chile. A su vez, los resultados del CVC evidencian que los ítems cumplen con criterios de pertinencia y relevancia de manera sobresaliente, lo que respalda su coherencia con el constructo teórico que se busca medir. Sin embargo, la observación realizada respecto de la claridad del ítem 3 sugiere una oportunidad de mejora que permitirá perfeccionar la precisión y comprensión del cuestionario en futuras aplicaciones. Estos hallazgos no solo validan la utilidad del cuestionario en contextos educativos reales, sino que también contribuyen a la disponibilidad de herramientas confiables en el ámbito de la Didáctica de la Matemática y Estadística. Asimismo, la metodología apoyada en el juicio de expertos es útil para el diseño y validación de instrumentos similares en investigaciones posteriores, lo que abre la posibilidad de replicar y ampliar su uso en otros niveles educativos o en distintos contextos educativos.

Referencias

Anguera, M. T., Blanco-Villaseñor, A., Losada, J. L., & Sánchez-Algarra, P. (2020). Integración de elementos cualitativos y cuantitativos en metodología observacional. *Ámbitos. Revista Internacional de Comunicación*, *49*, 49–70. https://doi.org/10.12795/Ambitos.2020.i49.04

Arteaga, P., Díaz-Levicoy, D., & Batanero, C. (2020). Chilean primary school children's understanding of statistical graphs. *Acta Scientiae, 22*(5), 2–24. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5884

Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de La Estadística. *Yupana, 1*(1), 27–37. https://doi.org/10.14409/yu.v1i1.238

Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, & E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 1–15). FQM126.

Bruna, C. E., Villarroel, V. A., Bruna, D. V., & Martínez, J. A. (2019). Experiencia de diseño y uso de una rúbrica para evaluar informes de laboratorio en formato publicación científica. *Formación Universitaria, 12*(2), 17–28. https://doi.org/10.4067/S0718-50062019000200017

Bustamante-Valdéz, M., & Díaz-Levicoy, D. (2024). Understanding statistical graphs of students attending multigrade rural schools in Chile. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 19*(3), em0785. https://doi.org/10.29333/iejme/14743

Díaz-Levicoy, D., Parra-Fica, J., Aravena-Díaz, M., & Gutiérrez-Saldivia, X. (2021). Lectura de gráficos estadísticos por profesores de educación primaria en activo. *Información Tecnológica*, *32*(3), 57–68. https://doi.org/10.4067/S0718-07642021000300057

Hernández-Nieto, R. (2011). *Instrumentos de recolección de datos en ciencias sociales y ciencias biomédicas*. Universidad de los Andes.

León, N. (2021). Enseñanza de la Estadística con sentido y en contexto a través de la resolución de problemas. *Realidad y Reflexión, 53*, 228–253. https://dx.doi.org/10.5377/ryr.v53i53.10897

Mishra, S. B., & Alok, S. (2017). *Handbook of research methodology: A compendium for scholars & researches*. Educreation Publishing.

Ortega-Quevedo, V., Gil, C., Vallés, C., & López-Luengo, M. (2020). Diseño y validación de instrumentos de evaluación de pensamiento crítico en educación primaria. *Tecné, Episteme y Didaxis*, *48*, 91–110.

Samuel, M., Díaz-Levicoy, D., & Rodríguez-Alveal, F. (2019). Diseño y validación de un cuestionario para evaluar la comprensión de gráficos estadísticos en futuras educadoras de párvulos. *Espacios, 40*(41), 20.

PROBABILIDAD EN LA INFANCIA: EXPLORANDO INTUICIONES, LENGUAJES Y CONTEXTOS DE APRENDIZAJE

Luciano Inostroza, Pontificia Universidad Católica de Chile

Claudia Vásquez, Pontificia Universidad Católica de Chile

Abstract:

Este estudio explora cómo niños y niñas de entre 4 y 8 años comprenden y expresan ideas sobre azar, incertidumbre y probabilidad en contextos lúdicos y cotidianos. Bajo un enfoque cualitativo de tipo descriptivo, se aplicó un cuestionario-taller compuesto por seis tareas fundamentadas en las cinco ideas clave del Enfoque de Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM). Los resultados evidencian un dominio temprano del término seguro en situaciones familiares, así como dificultades persistentes en la comprensión de posible e imposible y en la enumeración exhaustiva de casos. También se constató que los niños diferencian entre sucesos deterministas y aleatorios, y que progresan desde razonamientos perceptivos hacia explicaciones condicionales más elaboradas. Estos hallazgos confirman la pertinencia de iniciar la enseñanza de la probabilidad desde la educación infantil mediante propuestas lúdicas, visuales y progresivas, contribuyendo al desarrollo de una alfabetización probabilística temprana.

Probabilidad temprana, educación infantil, azar, razonamiento probabilístico, itinerarios de enseñanza.

INTRODUCCIÓN

La formación de ciudadanos capaces de razonar y decidir bajo incertidumbre comienza en los primeros años de escolaridad. Lejos de reducirse a cálculos, la probabilidad en educación infantil se centra en vivencias de azar, lenguaje cualitativo (seguro/posible/imposible), comparación de posibilidades y primeras enumeraciones de casos; todo ello en contextos lúdicos y cercanos que favorezcan el desarrollo de la alfabetización probabilística desde temprana edad (Vásquez & Alsina, 2019, 2025). La literatura en didáctica de la probabilidad ha mostrado que, incluso antes de ingresar al sistema escolar, los niños y niñas manifiestan intuiciones y concepciones iniciales sobre el azar, el riesgo y la incertidumbre. Estas concepciones, aunque de carácter intuitivo y a menudo marcadas por sesgos o creencias subjetivas, constituyen un punto de partida valioso para la enseñanza. Lejos de ser un conocimiento "ausente", la probabilidad en la infancia temprana se presenta de manera natural en experiencias cotidianas: lanzar una moneda, elegir una ficha de un juego, decidir qué ropa ponerse según el clima, o anticipar qué puede suceder en una historia (Nikiforidou, 2018). En este sentido, resulta fundamental reconocer y aprovechar estas experiencias para favorecer un aprendizaje progresivo y situado. Los avances curriculares internacionales,

Índice

particularmente los impulsados por el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000; 2003), recomiendan la incorporación de contenidos de análisis de datos y probabilidad desde los primeros niveles educativos. Estas propuestas responden a la convicción de que el razonamiento probabilístico no debe reservarse a etapas avanzadas de la escolaridad, sino que puede —y debe— desarrollarse gradualmente desde la educación infantil. Así, el trabajo con situaciones de azar, la introducción del vocabulario probabilístico y la exploración de diferentes posibilidades constituyen un primer paso hacia la construcción de una alfabetización estadística y probabilística que se extenderá a lo largo de la vida escolar (Clements & Sarama, 2015). Desde una perspectiva didáctica, el desafío consiste en diseñar experiencias de enseñanza que respeten la naturaleza del pensamiento infantil, evitando la formalización prematura y apostando, en cambio, por propuestas lúdicas, manipulativas, narrativas y tecnológicas.

En consecuencia, el presente estudio se plantea como una contribución a la comprensión de cómo niños y niñas de entre 4 y 8 años se aproximan al razonamiento probabilístico a partir de experiencias lúdicas y significativas, y qué orientaciones didácticas pueden derivarse para fortalecer su enseñanza desde la educación infantil.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Diversos autores documentan intuiciones infantiles sobre azar, variabilidad y posibilidad, potenciables mediante experiencias adecuadas (Fischbein, 1975; Nikiforidou, 2018). Señalando la capacidad de niñas y niños para distinguir tempranamente entre lo seguro, lo posible y lo imposible, a partir del uso de experiencias cotidianas para justificar sus elecciones (Alsina, 2017; Vásquez & Alsina, 2019). En tal dirección, el Enfoque de los Itinerarios para la Enseñanza de las Matemáticas (EIEM) (Alsina, 2020) articula recursos en tres niveles: informales (situaciones reales, materiales, juego), intermedios (recursos literarios y tecnológicos) y formales (representaciones gráficas y simbólicas). En este marco, Vásquez y Alsina (2025) identifican cinco grandes ideas clave para orientar la enseñanza de la probabilidad en la educación infantil.

METODOLOGÍA

El estudio se desarrolló bajo un enfoque cualitativo de carácter descriptivo, orientado a explorar y comprender cómo los niños y niñas expresan sus ideas sobre azar, incertidumbre y probabilidad en contextos lúdicos y cotidianos. La muestra estuvo compuesta por 87 estudiantes chilenos de entre 4 y 8 años, pertenecientes a educación infantil y primer ciclo de educación primaria. Para la recolección de datos se diseñó un cuestionario-taller compuesto por seis tareas fundamentadas en las cinco ideas clave del razonamiento probabilístico temprano. En este trabajo se reportan los resultados relacionados con la tarea 1.

RESULTADOS

El análisis evidenció un dominio temprano del término "seguro" en contextos familiares, como la clasificación de objetos de playa, acompañado de justificaciones ligadas a experiencias cotidianas (*"para que no me queme la piel"*). En cambio, el uso de *posible* e *imposible* mostró dificultades: el paraguas se interpretó como sombrilla y clasificado como "seguro", mientras que esquís y botas de nieve apenas fueron reconocidos como imposibles. En actividades con dados, los niños distinguieron entre sucesos deterministas (resultados constantes) y aleatorios (resultados variables), reconociendo el carácter impredecible de estos últimos. Asimismo, al comparar probabilidades con frascos de caramelos, sus elecciones se basaron principalmente en criterios perceptivos ("hay más"), aunque los mayores empezaron a introducir condicionalidad en sus argumentos. Finalmente, en tareas de enumeración de combinaciones, como *Bobbie Bear*, los estudiantes pasaron de un tanteo espontáneo a estrategias más sistemáticas, lo que refleja la emergencia de una noción incipiente de espacio muestral. En conjunto, los resultados muestran una progresión desde razonamientos perceptivos hacia explicaciones más elaboradas, confirmando que la enseñanza de la probabilidad en edades tempranas debe apoyarse en contextos lúdicos, visuales y progresivos.

CONCLUSIONES

El estudio muestra que los niños y niñas de 4 a 8 años poseen intuiciones valiosas sobre el azar y la probabilidad, especialmente en el uso del término *seguro* y en la comparación perceptiva de cantidades (Vásquez & Alsina, 2019). Sin embargo, se evidencian dificultades en la comprensión de lo *posible* e *imposible* (Nikiforidou, 2018) y en la enumeración exhaustiva de casos (Batanero et al., 2021), lo que sugiere la necesidad de ajustar materiales y consignas didácticas. Asimismo, se observa una progresión con la edad: los más pequeños se apoyan en experiencias perceptibles inmediatas, mientras que los mayores comienzan a introducir explicaciones condicionales más elaboradas (Alsina & Vásquez, 2017). En conjunto, los resultados confirman la pertinencia de iniciar la enseñanza de la probabilidad desde la educación infantil mediante propuestas lúdicas, contextualizadas y fundamentadas en el Enfoque de Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas.

Referencias

Alsina, Á. (2017). *Probabilidad y estadística en educación infantil y primaria: Itinerarios de enseñanza y aprendizaje*. Graó.

Alsina, Á. (2020). Itinerarios de enseñanza de las matemáticas: un enfoque competencial, inclusivo y sostenible. *PNA, 14*(3), 129–153.

Alsina, Á., & Vásquez, C. (2017). Enseñar probabilidad en la educación infantil: propuestas para introducir el lenguaje probabilístico. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 76*, 45–52.

Índice

Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2021). *Research on teaching and learning probability*. Springer.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2015). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach* (2nd ed.). Routledge.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. D. Reidel Publishing.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2003). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. NCTM.

Nikiforidou, Z. (2018). Young children's probabilistic intuitions: The case of randomization. *Educational Studies in Mathematics, 99*(2), 145–163. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9813-3

Vásquez, C., & Alsina, Á. (2019). El desarrollo del razonamiento probabilístico en la educación infantil. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 81*, 35–41.

Vásquez, C., & Alsina, Á. (2025). Probabilidad en educación infantil: Un itinerario de enseñanza-aprendizaje fundamentado en el EIEM. *Matemáticas, Educación y Sociedad, 8*(2), 1–27.

PROPUESTA DE SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE LA NOCIÓN DE PROBABILIDAD DE MANERA INTUITIVA

Yanet Riveras León, Universidad de Los Lagos

Maximina Márquez-Torres, Universidad de Los Lagos

Abstract:

El presente trabajo presenta una propuesta didáctica, relacionada con el Objetivo de Aprendizaje 24 del programa de estudio de 5° básico en Chile, en el eje de Datos y Azar con el propósito de desarrollar la comprensión de la noción de probabilidades desde un acercamiento intuitivo, presentes en el Currículo Nacional. Esta propuesta se apoya en la teoría de situaciones didácticas de Brousseau (1994), y el rediseño de problemas a través del juego didáctico.

Noción de probabilidad, rediseño de problemas, teoría de situaciones didácticas

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la probabilidad es fundamental en la educación nacional e internacional por su contribución al desarrollo de habilidades cognitivas y ciudadanas, formando estudiantes capaces de tomar decisiones informadas y analizar fenómenos aleatorios (Vásquez et al., 2021). Aprender probabilidad implica comprender la incertidumbre, evaluar riesgos y diferenciar conceptos como posible, probable e imposible, aunque su enseñanza frecuentemente se limite a algoritmos, dejando de lado la reflexión conceptual (Navarro & Grando, 2014).

La secuencia didáctica se basa en la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1994), que concibe el aprendizaje como adaptación ante problemas que generan conflicto cognitivo. El juego didáctico (Pochulu & Rodríguez, 2012) orienta el diseño de actividades que promueven la toma de decisiones dentro del eje *Datos y Azar*. Se distinguen situaciones a-didácticas, de interacción autónoma, y didácticas, donde el docente regula la actividad. El proceso se organiza en cuatro fases acción, formulación, validación e institucionalización y se sustenta en la relación con el medio, compuesto por recursos materiales y simbólicos que facilitan la construcción del conocimiento.

La propuesta busca integrar la enseñanza de la probabilidad con un enfoque que favorezca el pensamiento crítico, la comprensión conceptual y la participación activa del estudiante mediante situaciones didácticas estructuradas.

DESARROLLO

La secuencia didáctica se desarrolla en un contexto específico: un curso de 5° básico de una escuela en Llanquihue, Los Lagos, con estudiantes de 10 a 11 años. Su relevancia radica en trabajar la probabilidad desde edades tempranas, brindando herramientas para comprender y comunicar información sobre fenómenos (Alsina & Salgado, 2019). La propuesta utiliza

Índice

trabajo colaborativo como estrategia de aprendizaje, fomentando la discusión dialógica y la negociación de significados (Radford, 2023), y se contextualiza según los intereses de los estudiantes, incorporando elementos motivadores como el fútbol y el uso de monedas para aumentar la atención y la relevancia percibida.

El objetivo de esta propuesta de diseño es el desarrollo intuitivo de la noción de probabilidad de manera intuitiva a partir del empleo de expresiones lingüísticas como: seguro, posible, imposible e incluso el surgimiento de expresiones como: probable, poco probable o improbable.

JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA Y SU INTEGRACIÓN CURRICULAR:

El rediseño de la actividad como secuencia didáctica es pertinente para 5° básico, al priorizar competencias como resolución de problemas y pensamiento crítico mediante situaciones significativas. Se espera que los estudiantes adopten una actitud activa, colaborativa y reflexiva, analizando conceptos probabilísticos como la diferencia entre "posible" y "seguro". Estas discusiones pueden revelar obstáculos epistemológicos, que requieren una mediación docente anticipatoria, orientando el aprendizaje mediante preguntas que desafíen esquemas de pensamiento y profundicen la comprensión.

Enseguida se plantea el diseño de la secuencia didáctica a implementar: Donde el Objetivo de la clase: Predecir la posibilidad de ocurrencia de un evento, usando los términos seguro, posible, poco posible, imposible.

Tabla 1
Descripción de la situación didáctica

Tipo de Situación	Descripción de la situación didáctica a trabajar	Elementos de la TSD
Inicio.	El profesor divide al curso en equipos de trabajo. Distribuye un kit de materiales a cada equipo, con monedas de diferentes valores ($10, $50, $100 y $500), algunas repetidas. También establece indicaciones que formarán la primera parte de la actividad.	Contrato didáctico. Entrega del Medio.

Índice

Establecimiento de la Situación a didáctica.	El profesor pide que guarden en la bolsa el kit, por ejemplo, guardan las monedas, pero antes les pide que miren muy bien los valores de las monedas y si alguna se repite más. Les solicita que sin ver revuelvan y extraigan una de ellas de la bolsa, la miren y nuevamente la guarden, esta acción la realizan durante al menos 5 extracciones. Profesor: ¿Qué pasó, qué moneda salió más? Se esperan diferentes respuestas, que el estudiante vea una relación entre el número de monedas que más se logra extraer en función de aquellas que había una mayor cantidad en el kit entregado.	Rol de profesor como guía. Rol del estudiante con resonancia fuerte. Fase de acción.
Introducción al conflicto Cognitivo: aparición de las expresiones seguro y posible. Continúa en Situación a didáctica.	El profesor indica a los estudiantes que van a hacer una competencia con otro equipo, ya que han encontrado cierta relación, él mencionará la nominación de alguna de las monedas y los equipos indicaran si es posible que al hacer el experimento salga una moneda de esa nominación o si el evento pudiera ser seguro. Monitoreará el desarrollo de la actividad e iniciará el correcto uso de la expresión lingüística. En el momento que identifique conflictos, intervendrá y preguntará a los estudiantes cómo entienden las expresiones seguro y posible. Además de que estas expresiones las puedan usar en otros contextos. Por ejemplo, ¿han escuchado hablar alguna vez sobre estos términos (seguro, posible, poco posible e imposible)? ¿Alguno de ustedes me podría dar un ejemplo de una situación que sea seguro que ocurra? Y otra situación que sea ¿imposible?	Rol de profesor como guía. Rol del estudiante con resonancia fuerte. Fase de formulación.

Índice

Situación didáctica.	Nuevamente, el profesor intervendrá y romperá las dinámicas una vez que ha identificado el uso correcto de las expresiones posible y seguro. Pedirá que cada equipo genere enunciados apoyados en el uso de sus monedas, en dónde se exploren las siguientes expresiones lingüísticas que un evento sea: a) seguro, b) posible, c) poco posible, y d) imposible. En cada solicitud el profesor intervendrá para orientar en aquellos usos no adecuados de las expresiones, apoyándose en situaciones cercanas a la vida del estudiantado.	Rol de profesor como guía. Rol del estudiante con resonancia fuerte. Fase de validación
Establecimiento de un conocimiento.	Para finalizar, el profesor transformará nuevamente la dinámica y ahora trabajando todos juntos, solicitará que generen una definición propia y ejemplos para caracterizar que un evento sea: a) seguro, b) posible, c) poco posible, y d) imposible. Con el propósito de llevarlos nuevamente a situaciones más realistas, les pedirá que hagan el análisis de este evento ahora con un grupo de equipos de fútbol y qué establezcan estas relaciones a partir del análisis de los resultados de estos equipos en las últimas 5 temporadas.	Rol de profesor como guía. Rol del estudiante con resonancia fuerte. Fase de institucionalización

Nota. Elaboración propia

Las preguntas iniciales funcionan como un puente entre la experiencia cotidiana y los conceptos matemáticos, promoviendo una comprensión aplicada y demostrando la relevancia práctica de la matemática para interpretar y actuar en la vida diaria.

ANÁLISIS DE LOS FUNDAMENTOS TEÓRICOS DIDÁCTICOS IMPLEMENTADOS

La dinámica descrita constituye una situación didáctica en la que el docente guía inicialmente mediante preguntas estratégicas, mientras que los estudiantes asumen un rol activo y autónomo en la fase práctica. La manipulación de objetos concretos, como monedas, facilita la comprensión de conceptos abstractos y desarrolla competencias clave: desnaturalización de lo cotidiano, toma de decisiones informada y autonomía epistémica. El docente actúa como facilitador estratégico, diseñando experiencias de aprendizaje reflexivas, mientras que

los estudiantes construyen conocimiento mediante la interacción con recursos. El contrato didáctico, como sistema de expectativas y obligaciones entre docente, estudiante y saber, funciona como facilitador que permite implementar eficazmente el diseño y generar aprendizaje significativo.

CONCLUSIÓN

La enseñanza de la probabilidad en el currículo chileno permite desarrollar habilidades como la toma de decisiones informadas, el análisis de fenómenos aleatorios y la gestión de la incertidumbre. La propuesta didáctica, basada en la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1994), busca un aprendizaje significativo mediante experiencias que clarifican los roles del docente y del estudiante, fomentando autonomía, argumentación y reflexión sobre el azar. Su implementación pretende que los estudiantes construyan una comprensión progresiva de la probabilidad, fortaleciendo pensamiento crítico y la capacidad de interpretar un mundo cada vez más marcado por datos e incertidumbre.

Referencias

Alsina, Á., & Salgado, M. (2019). Ampliando los conocimientos matemáticos en educación infantil: La incorporación de la probabilidad. *Revista de Estudios y Experiencias en Educación, 18*(36), 225–240. https://doi.org/10.21703/rexe.20191836alsina13

Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos? *Educación Matemática, 16*(3), 5–28.

Brousseau, G. (1994). *Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática*. Serie B: Trabajos de Matemática, Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba.

Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación. (2013). *Matemática: Programa de estudio para quinto año básico (Decreto N.° 2960/2012)*. Ministerio de Educación de Chile.

Nacarato, A. M., & Grando, R. C. (2014). The role of language in building probabilistic thinking. *Statistics Education Research Journal, 13*(2), 93–103.

Pochulu, M., & Rodríguez, M. (2012). *Educación matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Editorial Universitaria Villa María.

Radford, L. (2023). ¿Qué constituye una buena clase de matemáticas? *Fuentes: Aprendizaje e Innovación, 4*, 9–30.

Vásquez, C., Coronata, C., & Rivas, H. (2021). Enseñanza de la estadística y la probabilidad de los 4 a los 8 años de edad: Una aproximación desde los procesos matemáticos en los libros de texto chilenos. *PNA, 15*(4), 339–365. https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.16109

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA TEMPRANA DEL FUTURO PROFESORADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Nataly Pincheira, Universidad de Girona

Ángel Alsina, Universidad de Girona

Rosa Delgado-Rebolledo, Universidad de Valparaíso

Abstract:

Se analiza el conocimiento matemático de los futuros profesores de educación primaria para enseñar álgebra temprana, desde la perspectiva del modelo Mathematical Knowledge for Teaching (MKT). Para la obtención de datos, se ha aplicado el Cuestionario MKT-álgebra temprana (6-12), compuesto por seis ítems de respuesta abierta que sitúan al futuro profesorado en diversas situaciones de enseñanza de acuerdo con los conocimientos que caracterizan el álgebra temprana en esta etapa escolar. El análisis de las respuestas de 76 futuros profesores ha evidenciado: a) a nivel general, un conocimiento matemático insuficiente para los distintos subdominios de conocimiento; b) de modo más concreto, el conocimiento común del contenido es el que presenta mejores puntuaciones y el conocimiento del horizonte matemático el que tienen puntuaciones más bajas. Se concluye que es necesario ofrecer programas de formación al profesorado que profundicen en la didáctica del álgebra y proporcionen herramientas para avanzar hacia una enseñanza efectiva de este estándar de contenido en educación primaria.

Conocimiento matemático, álgebra temprana, futuros profesores, educación primaria

INTRODUCCIÓN

Promover el desarrollo del pensamiento algebraico en los primeros niveles de escolaridad es uno de los propósitos que persigue el álgebra temprana, como propuesta de cambio curricular (Kaput, 2008). En este contexto, las directrices curriculares de diversos países han establecido explícitamente conocimientos de naturaleza algebraica de manera progresiva en los planes de estudio de educación primaria (Pincheira & Alsina, 2021). No obstante, para asegurar el éxito de tales directrices se requiere contar con profesores capaces de brindar a los estudiantes oportunidades en sus experiencias diarias, para desarrollar un pensamiento algebraico apropiado a su edad (Stephens et al., 2017).

Los efectos en el aprendizaje de los estudiantes y la calidad de la instrucción tienen estrecha relación con el conocimiento matemático del profesorado (Santagata & Lee, 2021). Por tanto, fomentar el desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes interpela directamente al profesorado, ya que requieren contar con una sólida comprensión de diversos elementos y

Índice

conceptos asociados con el álgebra temprana, así como un conocimiento pedagógico que permita ofrecer experiencias de aprendizaje efectivas para alcanzar dicho pensamiento. La actualización del conocimiento matemático y pedagógico vinculado a la enseñanza del álgebra constituye un desafío para la formación inicial del profesorado de primaria, puesto que necesitan una preparación en sintonía con la transformación que exige el álgebra temprana. Con base en ello, nos preguntamos: ¿qué conocimientos matemáticos movilizan los futuros profesores de educación primaria para asumir la enseñanza del álgebra temprana?

Para responder a esta pregunta, nos situamos desde la perspectiva de Ball et al. (2008) y utilizamos como herramienta analítica el modelo *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT). Desde este prisma, el objetivo del estudio es analizar el conocimiento matemático para la enseñanza del álgebra temprana de los futuros profesores de educación primaria.

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA

El MKT considera dos grandes dominios del conocimiento matemático para enseñar: conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico del contenido. El conocimiento del contenido incluye tres subdominios: el *conocimiento común del contenido* (CCK), que se refiere al manejo que se puede alcanzar a lo largo de los niveles educacionales y que posee cualquier persona que se enfrenta a una tarea matemática; el *conocimiento especializado del contenido* (SCK), que se refiere a un conocimiento que es específico del profesor que se emplea para representar con exactitud ideas matemáticas; y el *conocimiento del horizonte matemático (KH),* que se describe como el conocimiento que tiene el docente de cómo están relacionados los temas matemáticos incluidos en el currículo. Mientras que, el conocimiento pedagógico del contenido se compone también de tres subdominios: el *conocimiento del contenido y los estudiantes* (KCS), que corresponde al conocimiento que maneja el profesor acerca de los saberes de los estudiantes, permitiéndole predecir situaciones y adelantarse a las inquietudes o dificultades del alumnado; el *conocimiento del contenido y la enseñanza* (KCT), que integra el conocimiento matemático específico, y aspectos pedagógicos y didácticos de los procesos de enseñanza que intervienen en el aprendizaje de los estudiantes; y, finalmente, el *conocimiento del currículo* (KC), que se refiere al conocimiento de los objetivos, contenidos, fines, orientaciones curriculares que permiten al profesor guiar su práctica docente.

METODOLOGÍA

Se ha adoptado un enfoque metodológico mixto (Creswell, 2014) con la participación 76 estudiantes del Grado de Maestro de educación primaria de una universidad pública española, que cursan el tercer curso académico de la carrera. La investigación se desarrolla en el contexto de una clase de la asignatura “Matemáticas II” y los participantes no han recibido formación previa sobre la enseñanza del álgebra en las primeras edades.

Los datos se han obtenido a partir de la aplicación del cuestionario denominado MKT-álgebra temprana (6-12) (Pincheira & Alsina, 2024), conformado por seis ítems de respuesta abierta que sitúan al futuro profesorado en diversas situaciones de enseñanza de acuerdo con los conocimientos que caracterizan el álgebra temprana en esta etapa escolar. Asimismo, el análisis de los datos ha considerado la variable "grado de corrección de las respuestas" asignando puntuaciones a partir de una rúbrica: 2 (respuesta correcta), 1 (parcialmente correcta) y 0 (incorrecta), alcanzando una puntuación máxima de 44 puntos y un mínimo de 0 puntos.

RESULTADOS Y CONSIDERACIONES FINALES

El estudio ha profundizado en los subdominios del modelo MKT, evidenciando que el conocimiento matemático de los futuros profesores de educación primaria para enseñar álgebra es insuficiente, puesto que el porcentaje promedio de respuestas correctas no supera el 42.8%. En términos generales, el CCK alcanzó los mejores resultados: más del 50% de los participantes superó el 87,5% de las puntuaciones normadas, mostrando un buen desempeño en tareas relacionadas con los significados del signo igual, la generalización de patrones y el uso de variables. En contraste, el KH obtuvo los resultados más bajos, reflejando dificultades para establecer conexiones entre la generalización aritmética y otros contenidos del currículo. Mientras que, el SCK también presentó limitaciones, ya que los futuros docentes tuvieron problemas para identificar contenidos y propiedades matemáticas en tareas vinculadas con relaciones numéricas, generalizaciones, uso de variables y covariación. Asimismo, se observaron carencias en el conocimiento pedagógico del contenido: en el SCK, dificultades para anticipar errores estudiantiles en tareas de generalización aritmética; en el KCT, obstáculos para reconocer implicaciones en el aprendizaje de relaciones numéricas y pensamiento funcional; y en el KC, limitaciones para interpretar la intencionalidad de las situaciones de enseñanza y vincularlas con el plan de estudios.

Se concluye que es necesario ofrecer programas de formación al profesorado que profundicen en la didáctica del álgebra y proporcionen herramientas para avanzar hacia una enseñanza efectiva de este estándar de contenido en educación primaria.

Referencias

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ed.). Sage Publications.

Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). Lawrence Erlbaum.

Pincheira, N., & Alsina, Á. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Revista Educación Matemática*, *33*(1), 153–180. https://doi.org/10.24844/EM3301.06

Pincheira, N., & Alsina, Á. (2024). Assessing knowledge to teach early algebra from the Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) perspective: A support tool for primary school teachers. *Journal on Mathematics Education, 15*(2), 639–660.

Santagata, R., & Lee, J. (2021). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: A study of novice elementary school teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *24*, 33–60. https://doi.org/10.1007/s10857-019-09447-y

Stephens, A., Ellis, A., Blanton, M., & Brizuela, B. (2017). Algebraic thinking in the elementary and middle grades. En J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education. Third handbook of research in mathematics education* (pp. 386–420). NCTM.

PERCEPCIÓN E INTERPRETACIÓN EN UNA CLASE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN CONTEXTO RURAL

Fernanda Piñaleo-Beroiza, Universidad Católica de Temuco
Fernanda Toloza-Carrasco, Universidad Católica de Temuco
Noemí Cárcamo-Mansilla, Universidad Católica de Temuco

Abstract:

El propósito del trabajo fue identificar los aspectos cognitivos y metacognitivos que perciben las profesoras en formación inicial de educación primaria en una clase de matemática con enfoque en la resolución de problemas, la metodología utilizada fue el Self Study y la reflexión entre amigas críticas. En base a las discusiones se realiza un análisis de contenido. Los hallazgos muestran que la percepción e interpretación del profesorado en formación se configuran como procesos profundamente situados, que trascienden la mera observación de lo cognitivo y metacognitivo para incorporar elementos culturales.

Formación inicial, educación primaria, matemática, resolución de problemas, self study

ANTECEDENTES

En el campo de la educación matemática, se ha enfatizado que los docentes desarrollen la habilidad de observar, interpretar y responder a lo que ocurre en el aula, fundamentando sus decisiones en dichas observaciones (Mason, 2021), lo que se ha denominado *Noticing*. Esta competencia es fundamental en contextos de resolución de problemas donde hay interacciones entre el profesor y estudiantes o entre ellos mismos. En este marco, el Noticing se presenta como una habilidad clave para que el profesorado pueda adaptar sus intervenciones pedagógicas de manera oportuna y pertinente, respondiendo a los desafíos cognitivos que plantea la resolución de problemas en tiempo real, así mismo, percibir e interpretar también es una oportunidad para reflexionar sobre la propia práctica docente (Louie et al., 2021; Mason, 2021).

La resolución de problemas cumple un rol fundamental no solo en la construcción del conocimiento, sino también en el desarrollo de habilidades como el razonamiento, la representación, la comunicación, el pensamiento crítico, lógico y creativo, además de la autonomía y la toma de decisiones (Alsina, 2020; Felmer y Perdomo-Díaz, 2017). De acuerdo con el marco de Mevarech y Kramarski (2017) la metacognición resulta clave en la resolución de problemas complejos, abiertos y no rutinarios, pues exige planificar, monitorear y evaluar el propio aprendizaje. En este sentido, estrategias metacognitivas tales como monitorear al equipo para asegurar una comprensión común del problema, discutir las

Índice

estrategias de solución para promover la cooperación en equipo, establecer nuevos cursos de acción o evaluar, fortalece la eficiencia en la resolución (Aravena-Díaz et al., 2025).

METODOLOGÍA

El Self Study se constituye como una vía para comprender cómo el profesorado en formación reconstruye sus experiencias en los centros de práctica, reconociendo tensiones, creencias y saberes implícitos que inciden en su toma de decisiones pedagógicas (Hirmas y Fuentealba, 2020; Russell y Flores, 2020). El estudio fue llevado a cabo por dos profesoras en formación inicial que desarrollaron su práctica intermedia en escuelas de nivel primario implementando clases de resolución de problemas matemáticos.

La profesora en formación Fernanda Toloza, implementó su clase en una escuela rural multigrado, el curso estaba constituido por 12 estudiantes en los niveles de 1° a 6° grado (6 a 11 años). El problema Matemáticas en la granja: operación huevo se implementó en 3 momentos de la clase considerando como referencia de gestión el modelo ARPA (Felmer y Perdomo-Díaz, 2017). La profesora en formación Fernanda Piñaleo implementó su clase en una escuela rural, el curso estaba constituido por 25 estudiantes en el nivel de 5° grado (10 a 13 años). Para la creación del problema matemático *Ti ülcha domo ka tami ñimin (la joven y su ñimin)* se orientó por el Modelo de un Tarea Matemática con Responsabilidad cultural (TMRC) y el enfoque de diálogo de saberes (Huencho et al., 2022)

Después de la implementación, se realizan sesiones de diálogo entre "amigas críticas" para resignificar la práctica pedagógica. La recolección de información se sustentó en estas sesiones de diálogo y sus respectivas transcripciones. Se utilizó la técnica de análisis de contenido temático para identificar aspectos cognitivos y metacognitivos (Mevarech & Kramarski, 2017). Se aseguró la participación voluntaria de las estudiantes, quienes firmaron un consentimiento informado. El enfoque del estudio reconoce a las profesoras en formación como sujetos activos de su proceso de aprendizaje y transformación docente.

RESULTADOS

Los resultados evidencian que las profesoras en formación reconocen la importancia de articular aspectos cognitivos, metacognitivos en la enseñanza de la matemática, tanto en la adaptación de problemas como en la implementación de sus clases. Mientras una de ellas diseñó un problema basado en simetría a partir de un ñimin (telar de la zona pehuenche de la Araucanía), la otra creó situaciones contextualizadas en una granja para un aula multigrado de escuela rural, evidenciando la necesidad de adaptar los problemas a las características del estudiantado para favorecer aprendizajes significativos. Ambas profesoras priorizan contextualizar los problemas al entorno cultural y social del estudiantado, rompiendo con enfoques tradicionales centrados en el cálculo y la memorización. En este proceso se distingue que las profesoras toman decisiones basadas en la investigación teórica tal como la construcción de conceptos matemáticos y anticipación de dificultades; y decisiones orientadas a la metacognición como realizar ajustes en la formulación de los problemas para promover el interés del estudiantado y la comprensión común del mismo.

En la implementación, las profesoras observan que el estudiantado logra resolver los problemas, pero la formalización de conocimientos emerge principalmente durante la intervención de las profesoras. Mientras una profesora orienta al estudiantado hacia la formalización de los algoritmos mediante preguntas durante la clase, la otra profesora conceptualiza la simetría en la fase final de la clase. Asimismo, ambas intentan fomentar el diálogo entre pares, aunque reconocen que las estrategias utilizadas no generan resultados iguales en diferentes grupos, lo que les obliga a ajustar sus prácticas en el momento que están realizando la clase.

En conjunto, estas experiencias muestran un esfuerzo consciente por vincular la matemática escolar con el contexto sociocultural del estudiantado, considerando su desarrollo cognitivo y promoviendo el uso de estrategias metacognitivas, a la vez que se evidencia la necesidad de la mediación docente para consolidar la comprensión matemática en el aula.

CONCLUSIONES

En resumen, ambas profesoras coinciden en que es necesario adaptar los problemas a contextos rurales y culturalmente enriquecidos para promover la construcción de conocimientos de manera situada. Por otra parte, evidencian en su práctica una orientación al uso de estrategias metacognitivas tales como la comprensión común entre el equipo, y la discusión entre quienes integran los equipos para establecer nuevos planes, evaluar o supervisar el trabajo. Estos aspectos influyen directamente en el diseño e implementación de los problemas, por lo que es fundamental conocer al grupo curso para construir experiencias de aprendizaje matemático significativos y con sentido. El rol de las “amigas críticas” fue fundamental para interpelar las propias decisiones que ambas profesoras tomaron para resignificar su práctica. Este tipo de acompañamiento favorece una postura reflexiva intencionada, donde se articulan teoría y práctica en escenarios auténticos de formación inicial docente.

Referencias

Alsina, Á. (2020). Itinerario de enseñanza para el álgebra temprana. *Revista Chilena de Educación Matemática, 12*(1), 5–20. https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i1.16

Aravena-Díaz, M. D., Solar Bezmalinovic, H., Cárcamo-Mansilla, N., & Cifuentes, M. B. (2025). Metacognición en tareas de modelado matemático con estudiantes de Educación Primaria en Chile. *Revista Colombiana de Educación, (94)*, 1–24. https://doi.org/10.17227/rce.num94-19797

Felmer, P., & Perdomo-Díaz, J. (2017). Un programa de desarrollo profesional docente para un currículo de matemática centrado en las habilidades: La resolución de problemas como eje articulador. *Educación Matemática*, *29*(1), 201–217. https://doi.org/10.24844/EM2901.08

Hirmas, C., & Fuentealba, R. (2020). Introducción: Self-study sobre prácticas de formación inicial docente. *Revista Iberoamericana de Educación, 82*(1), 9–10.

Huencho, A., Chandía, E., Rojas, F., & Williamson, G. (2022). Tercer espacio: Modelo de Tareas Matemáticas con Responsabilidad Cultural desde el contexto indígena. *Revista Latinoamericana*

de Investigación en Matemática Educativa, *25*(2), 197–222. https://doi.org/10.12802/relime.22.2523

Louie, N., Adiredja, A. P., & Jessup, N. (2021). Teacher noticing from a sociopolitical perspective: The FAIR framework for anti-deficit noticing. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education, 53*, 95–107. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01229-2

Mason, J. (2021). Learning about noticing, by, and through, noticing. *ZDM–Mathematics Education*, *53*(1), 231–243. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01192-4

Mevarech, Z., & Kramarski, B. (2017). *Matemáticas críticas para las sociedades innovadoras: El papel de las pedagogías metacognitivas.* OCDE Publishing. https://doi.org/10.1787/9789264273078-es

Russell, T., & Flores, M. A. (2020). Hacer investigación self-study en la formación inicial del profesorado: La importancia de oír a los futuros profesores. *Revista Iberoamericana de Educación*, *82*(1), 11–30. https://doi.org/10.35362/rie8213702

FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO MEDIANTE EL USO DE RECURSOS DIDÁCTICOS EN AULAS HETEROGÉNEAS

Cecilia Marambio, Universidad Andrés Bello

Daniela Cataldo, Universidad Andrés Bello

Bernardita Zavala, Universidad Andrés Bello

Abigail Mella, Universidad Andrés Bello

Abstract:

Este estudio, desarrollado en el marco del Seminario de Grado de la carrera de Educación Parvularia, tiene como propósito indagar cómo potenciar el pensamiento matemático en párvulos del nivel Transición Heterogéneo mediante la diversificación de recursos didácticos. Desde un enfoque cualitativo, se analiza la relevancia de ofrecer experiencias variadas, efectivas y contextualizadas que favorezcan la comprensión matemática desde edades tempranas. La investigación se llevó a cabo en el centro educativo Sala Cuna y Jardín Infantil "Semillitas del Oriente"*, donde se constató un predominio de estrategias tradicionales y una escasa incorporación de materiales manipulativos y actividades lúdicas. Ante ello, se propone una enseñanza activa y diversificada que incorpore recursos concretos y metodologías basadas en el juego, permitiendo que los niños y niñas construyan aprendizajes según sus ritmos e intereses. Se destaca, además, el rol del educador como mediador, superando prácticas centradas en la memorización y promoviendo experiencias significativas que fortalezcan el pensamiento matemático en la primera infancia.*

Aprendizaje activo, enseñanza de las matemáticas, lógica matemática, método de aprendizaje, primera infancia.

DESARROLLO

El objetivo del presente estudio es analizar la aplicación de estrategias pedagógicas, basadas en el uso de materiales manipulativos, para fortalecer el aprendizaje de numeración en niños/as del Nivel Transición Heterogéneo. Se busca dar respuesta a las siguientes interrogantes ¿Se aplican estrategias pedagógicas basadas en el uso de materiales manipulativos para fortalecer el aprendizaje de itinerario de numeración en los párvulos del Nivel Transición Heterogéneo? ¿De qué manera las estrategias pedagógicas con materiales manipulativos contribuyen al fortalecimiento del aprendizaje numérico en este nivel?

Índice

Recursos didácticos para potenciar el pensamiento matemático

El desarrollo del pensamiento matemático en la Educación Parvularia requiere ambientes de aprendizaje estimulantes, donde los niños y niñas interactúen activamente con materiales variados y experiencias significativas (Dehaene, 2019), la manipulación de materiales concretos activan procesos cognitivos para la comprensión de nociones matemáticas iniciales, ya que se otorga gran relevancia al rol del docente, destacando que, al comprender de manera profunda cómo aprenden sus estudiantes, puede desempeñar con mayor eficacia su labor educativa (Rivera, 2019). Recursos como bloques lógicos, regletas, fichas y tarjetas numéricas permiten identificar atributos, comprender relaciones entre cantidad y número, practicar conteo y desarrollar el pensamiento lógico-matemático (Caviedes et al., 2023). La neurociencia plantea que el aprendizaje matemático se potencia mediante experiencias sensoriales significativas, las cuales permiten a los niños y niñas generar representaciones mentales sólidas en torno a los conceptos numéricos (Dehaene, 2022). Las matemáticas realistas promueven la aplicación del juego (Alsina, 2022), dado que éste constituye una forma de expresión y de interacción en la infancia, y dentro del aula puede utilizarse como una estrategia pedagógica que potencia el aprendizaje de las matemáticas. la experiencia concreta y la reflexión, con el fin de hacer las matemáticas cercanas a la vida (Gallegos et al., 2020).

METODOLOGÍA

El método aplicado es estudio de caso con enfoque cualitativo, orientado a comprender en profundidad un fenómeno en su contexto real referidas a las prácticas pedagógicas de un centro parvulario, mediante la aplicación de una entrevista abierta a tres educadoras de párvulos, la entrevista se validó mediante juicio de 3 expertos de la educación parvularia, quienes evaluaron de relevante y pertinente cada una de las siguientes preguntas: ¿Podría describir su experiencia en el aula utilizando materiales manipulativos en actividad de numeración con el nivel Transición heterogéneo? ¿Qué ha podido observar en los párvulos cuando trabajan con materiales manipulativos en el núcleo de pensamiento matemático? ¿Nos puede comentar sobre una experiencia de aprendizaje que consideró enriquecedora relacionada con la numeración y el uso de materiales manipulativos? ¿Qué elementos del contexto de la vida cotidiana incorporan esta actividad del Núcleo del Pensamiento Matemático? ¿Qué desafíos enfrentados al implementar prácticas educativas del Núcleo Pensamiento Matemático?

El análisis de datos se realizó mediante codificación axial (Strauss & Corbin, 2002), lo que permitió captar la complejidad del fenómeno sin desligarlo de sus condiciones específicas. Esta elección metodológica busca interpretar cómo las educadoras del Nivel Transición Heterogéneo emplean y adaptan recursos didácticos manipulativos.

Índice

RESULTADOS

El análisis de las entrevistas abiertas permitió evidenciar. En términos de concepción del pensamiento matemático, las docentes reconocen su relevancia, aunque en muchos casos lo limitan al conteo y la numeración, dejando de lado procesos fundamentales como la clasificación, la seriación y la resolución de problemas, así como lo expresan en la siguiente pregunta:

¿Podría describir su experiencia en el aula utilizando materiales manipulativos?

> Participante 1: *Utilizo frecuentemente bloques lógicos, tapitas, palitos de helado, fichas, legos y materiales reciclados, porque esto igual permite que los niños y niñas experimenten y construyan el conocimiento desde lo concreto*.
>
> Participante 2: *En el aula trato de que las actividades sean dinámicas, donde los niños puedan contar, clasificar, agrupar y comparar elementos de manera práctica.*
>
> Participante 3: *Los materiales manipulativos ha sido una herramienta esencial para apoyar el aprendizaje de la numeración*.

Los Hallazgos de la entrevista se exponen en la tabla 1, aplicando análisis de codificación axial

Tabla 1

Codificación axial resultados de entrevista a educadoras

Dimensión	Categoría	Subcategoría
Limitaciones en la práctica didáctica	1.Obstáculos	1.1.Falta de tiempo. 1.2.Sobrecarga administrativa. 1.3.Escasez de materiales y apoyo institucional.
Prácticas pedagógicas	2. Recursos didácticos	2.1.Actividades centradas en fichas y guías impresas. 2.2.Experiencias lúdicas aisladas. 2.3.Integración parcial de materiales concretos.
Aplicación de recursos didácticos	3. Uso concreto	3.1.Predominio de recursos didácticos impresos. 3.2.Escasa utilización de materiales manipulativos y sensoriales.
Oportunidades	4. Proyecciones	4.1. Innovación didáctica. 4.2.Capacitación docente.

Nota. Elaboración propia

Entre las limitaciones en la práctica, las educadoras señalan la falta de tiempo, la sobrecarga administrativa y la escasez de materiales como factores que dificultan la implementación de

estrategias más innovadoras. No obstante, se identifican oportunidades de mejora, evidenciando interés por capacitarse en metodologías activas, promover experiencias lúdicas y explorar nuevas formas de enseñanza, en línea con la idea de que la curiosidad y la exploración son motores esenciales del aprendizaje matemático.

CONCLUSIONES

En conjunto, estos hallazgos reflejan una práctica pedagógica que oscila entre enfoques tradicionales y posibilidades de innovación, destacando la importancia de fortalecer tanto la formación docente como la incorporación de recursos manipulativos y experiencias activas para el desarrollo integral del pensamiento matemático en la primera infancia. Es preocupante que sólo de forma esporádica apliquen recursos manipulativos y lúdicos, dado que restringe la diversidad de experiencias y oportunidades de aprendizaje significativo a los niñas y niños de la educación parvularia.

Referencias

Alsina, Á. (2022). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (3–6 años)*. Graó.

Caviedes Barrera, S., de Gamboa Rojas, G., & Badillo Jiménez, E. (2023). Conocimiento matemático y didáctico de futuros maestros sobre el área de figuras 2D. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 24*, 1–20. https://doi.org/10.35763/aiem24.4076

Dehaene, S. (2019). *¿Cómo aprendemos? Los cuatro pilares con los que la educación puede potenciar los talentos de nuestro cerebro*. Siglo XXI Editores.

Dehaene, S. (2022). *El cerebro matemático: Cómo nacen, viven y a veces mueren los números en nuestra mente*. Clave Intelectual.

Gallego, A. M., Vargas, E. D., Peláez, O. A., Arroyave, L. M., & Rodríguez, L. J. (2020). El juego como estrategia pedagógica para la enseñanza de las matemáticas: Retos para maestros de primera infancia. *Infancias Imágenes, 19*(2), 185–197. https://doi.org/10.14483/16579089.14133

Rivera-Rivera, E. (2019). El neuroaprendizaje en la enseñanza de las matemáticas: La nueva propuesta educativa. *Entorno, 67*, 157–168. https://doi.org/10.5377/entorno.v0i67.7496

Strauss, A. L., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Editorial Universidad de Antioquia.

SUBITIZACIÓN CONCEPTUAL PARA LA COMPRENSIÓN DE RELACIONES PARTE-TODO: UNA EXPERIENCIA EN UNA ESCUELA CHILENA

Ghivonnel Mena, Universidad Santo Tomás

Valentina Salas, Universidad Santo Tomás

Víctor Michael Pérez, Universidad de Chile

Leidy Bautista, Universidad Santo Tomás

Abstract:

El proyecto explora cómo actividades basadas en subitización conceptual favorecen la comprensión de las relaciones parte–todo en niños y niñas de nivel Transición (5–6 años) en una escuela chilena. La subitización conceptual, entendida como la capacidad de descomponer y recomponer cantidades pequeñas sin contar secuencialmente, se reconoce como un precursor de la cardinalidad, el cálculo mental y el pensamiento numérico flexible. En el contexto chileno, las experiencias suelen centrarse en el conteo, con escasa atención a esta habilidad, lo que motiva el diseño de propuestas didácticas contextualizadas. La investigación emplea el método del experimento de enseñanza constructivista, con fases de exploración, intervención guiada y reflexión, complementadas con pruebas de numeracidad y registros de aula. Los resultados preliminares muestran que la práctica de tareas de subitización permitió que los niños y niñas reforzaran relaciones numéricas parte–todo con números entre 3 y 6, avanzando desde estrategias perceptuales rígidas hacia estrategias conceptuales más flexibles.

Subitización conceptual**,** relaciones parte–todo**,** educación parvularia

ANTECEDENTES

La comprensión numérica temprana constituye un eje central en el desarrollo de aprendizajes matemáticos significativos. Entre las habilidades fundacionales destaca la subitización, entendida como la capacidad de reconocer la cantidad de un conjunto sin contar secuencialmente. La literatura distingue dos tipos principales: la subitización perceptual, vinculada al reconocimiento inmediato de cantidades pequeñas (generalmente hasta cuatro elementos) en configuraciones estables; y la subitización conceptual, que implica descomponer y recomponer cantidades en distintas combinaciones, favoreciendo la comprensión de las relaciones parte–todo y la flexibilidad numérica (Sarama & Clements, 2009; MacDonald & Wilkins, 2016).

Índice

La subitización conceptual se reconoce como un precursor clave de la cardinalidad, el cálculo mental y la resolución de problemas, ya que permite a los niños establecer vínculos entre distintas representaciones de una misma cantidad. Investigaciones internacionales muestran que trabajar sistemáticamente esta habilidad mejora la fluidez matemática y predice el rendimiento posterior en matemáticas (Clements, Sarama & MacDonald, 2019). Sin embargo, en la educación parvularia chilena predominan experiencias centradas en el conteo secuencial, con escasas oportunidades para desarrollar estrategias de reconocimiento global y flexible de cantidades (Can, 2021). Esto genera una brecha entre la relevancia teórica de la subitización y su limitada implementación práctica, lo que motiva la necesidad de diseñar propuestas didácticas contextualizadas que la integren explícitamente en la enseñanza de la numeracidad temprana.

METODOLOGÍA

La investigación se enmarca en un experimento de enseñanza constructivista (Cobb & Steffe, 2011), que permite analizar cómo evolucionan las estrategias de los niños en torno a la subitización conceptual a partir de ciclos iterativos de diseño, implementación y análisis. La muestra está compuesta por aproximadamente 25 niños y niñas de nivel Transición 2 (5–6 años).

La investigación se enmarca en un experimento de enseñanza constructivista (Cobb & Steffe, 2011), que permite analizar cómo evolucionan las estrategias de los niños en torno a la subitización conceptual a partir de ciclos iterativos de diseño, implementación y análisis. La muestra está compuesta por aproximadamente 25 niños y niñas de nivel Transición 2 (5–6 años).

La **secuencia de actividades** se organizó en tres fases:

1. **Exploración inicial:** presentación de colecciones pequeñas (1–5) para observar cómo los niños reconocen cantidades sin contar.
2. **Intervención guiada:** actividades con descomposición y recomposición de números (ejemplo: representar 5 como 2+3 o 4+1), utilizando materiales concretos como fichas, bloques y tarjetas.
3. **Reflexión y registro:** diálogo con los niños para que expliquen sus estrategias, promoviendo la transición de respuestas perceptuales rígidas hacia razonamientos conceptuales flexibles.

La recolección de datos combina observación directa, registros audiovisuales, entrevistas a la educadora y pruebas de numeracidad (conteo verbal, dar-n, reconocimiento y comparación numérica, y el subtest de Problemas Aplicados de Woodcock-Muñoz). El análisis se realiza desde una perspectiva cualitativa interpretativa, complementada con indicadores cuantitativos descriptivos.

Tabla 4

Diseño de la secuencia

Fase	Propósito	Ejemplo de actividad	Evidencia esperada
Exploración inicial	Observar estrategias espontáneas	Mostrar 4 fichas en disposición no canónica	Reconocimiento perceptual inmediato
Intervención guiada	Promover descomposición/recomposición	Representar 5 como 2+3 o 4+1 con bloques	Uso de subitización conceptual rígida
Reflexión y registro	Favorecer verbalización y flexibilidad	Preguntar: "¿De cuántas formas se puede hacer 6?"	Estrategias conceptuales flexibles, verbalización de parte–todo

Nota. Elaboración propia

RESULTADOS

Los resultados preliminares muestran que la práctica de tareas de subitización permitió que los niños y niñas reforzaran relaciones numéricas parte–todo con números entre 3 y 6. Se observó un tránsito desde estrategias perceptuales rígidas (p. ej., reconocer cuatro como una disposición fija) hacia formas conceptuales más flexibles (p. ej., "dos y dos", "cuatro y uno", "tres y tres"). Además, se evidenció mayor seguridad en la comparación verbal de números que en la escrita, y un reconocimiento numérico más consolidado en 1–10 que en 11–20.

CONCLUSIONES

El estudio aporta evidencias sobre el potencial de la subitización conceptual para fortalecer la comprensión parte–todo en la primera infancia. La secuencia de actividades diseñada favoreció la transición hacia estrategias numéricas flexibles, sentando bases para el cálculo mental y la resolución de problemas. Estos hallazgos preliminares sugieren la necesidad de incluir la subitización como foco explícito en la educación parvularia, mediante propuestas didácticas contextualizadas que orienten la práctica docente y contribuyan a trayectorias matemáticas más equitativas.

El estudio contribuye con una propuesta didáctica contextualizada que puede orientar a educadoras en la implementación de experiencias matemáticas tempranas más ricas, equitativas y significativas, abriendo camino para investigaciones futuras que exploren su impacto en trayectorias matemáticas a más largo plazo.

Índice

Referencias

Can, M. (2021). The role of subitizing in early number sense: A review. *International Electronic Journal of Elementary Education, 13*(4), 447–456. https://doi.org/10.26822/iejee.2021.214

Clements, D. H., Sarama, J., & MacDonald, R. (2019). Subitizing: What is it? Why teach it? *Teaching Children Mathematics, 25*(4), 214–222. https://doi.org/10.5951/teacchilmath.25.4.0214

Cobb, P., & Steffe, L. P. (2011). The constructivist teaching experiment. En L. P. Steffe & P. W. Thompson (Eds.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 117–135). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-011-3536-2_6

MacDonald, R., & Wilkins, J. L. M. (2016). Subitizing: A conceptual overview and its role in early mathematics. *Mathematical Thinking and Learning, 18*(1), 68–83. https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1107825

MacDonald, R., & Wilkins, J. L. M. (2019). Rigid and flexible conceptual subitizing in early mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics, 100*(1), 1–18. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9852-9

Muñoz-Sandoval, A. F., Woodcock, R. W., McGrew, K. S., & Mather, N. (2005). *Batería III Woodcock-Muñoz: Pruebas de aprovechamiento*. Riverside Publishing.

Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203883785

PROPUESTA TEÓRICO-PRÁCTICA DE MODELADO (TPM) PARA LA ENSEÑANZA DE MÉTODOS NUMÉRICOS

Solon E. Losada H, Universidad Militar Nueva Granada

Luis E. Rojas C., Universidad Militar Nueva Granada

Nestor O. Forero D., Universidad Distrital F.J. de C. Bogotá

Abstract:

La propuesta pedagógica TPM (Teórico-Práctica de Modelado), desarrollada en la Universidad Militar Nueva Granada, busca transformar la enseñanza de Métodos Numéricos mediante un enfoque innovador que fomente el pensamiento científico crítico en los estudiantes. Su origen se remonta al 2010, con la consolidación de espacios académicos como "Métodos Numéricos Café Libro" y la publicación de material especializado, hasta llegar en 2022 a la implementación de ETEM como estrategia de investigación y enseñanza. El problema identificado es el alto índice de reprobación en la asignatura, derivado de contenidos complejos, dependencia de clases magistrales y la necesidad de articular el aprendizaje con contextos prácticos. La propuesta plantea un modelo centrado en el estudiante, integrando recursos digitales, aprendizaje colaborativo y autoformación. La TPM parte de una situación problémica, construyendo un marco científico y matemático que se valida con datos experimentales reales o simulados. Incluye cuatro fases: Propuesta (problema no evidente), Teoría (estado del arte y fundamentos matemáticos), Práctica (toma y análisis de datos) y Modelado (definición del sistema, parámetros y simulaciones). El proceso combina clases magistrales, sustentación de papers, experimentos con software y actividades digitales, promoviendo la construcción de conocimiento más allá de la simple repetición de teoría. En conclusión, la TPM ofrece una herramienta pedagógica digital que fortalece la comprensión de métodos numéricos, permite contrastar resultados simulados y reales, y puede replicarse en otros microcurrículos cuantitativos, aportando a la formación de profesionales críticos y autónomos.

TPM (Teórico-Práctica de Modelado), métodos numéricos, aprendizaje colaborativo, modelado, pensamiento crítico

DESARROLLO

La enseñanza de los Métodos Numéricos en los programas de ingeniería ha enfrentado históricamente diversas dificultades, entre ellas la complejidad de los contenidos y los altos índices de reprobación. Estas limitaciones reflejan la necesidad de replantear las estrategias pedagógicas tradicionales centradas en la clase magistral.

Índice

En este contexto, la Universidad Militar Nueva Granada desarrolló la propuesta pedagógica TPM, cuyo objetivo es trasladar la labor del científico al aula. Según Loveless y Williamson (2017), la educación en la era digital exige nuevas identidades de aprendizaje, donde la tecnología se integra en procesos interdisciplinares e intergeneracionales. Asimismo, Watkins y Mortimore (1999) señalan que la pedagogía debe entenderse como toda acción intencional destinada a mejorar el aprendizaje de otra persona.

La TPM se fundamenta en el diseño de experiencias basadas en problemas, donde el estudiante construye marcos científicos y valida datos reales o simulados. Este enfoque busca fortalecer la autonomía, el pensamiento crítico y la capacidad de aplicar el conocimiento numérico en contextos prácticos.

MARCO TEÓRICO

De acuerdo con Flórez (2001), el aprendizaje significativo se alcanza cuando la evaluación pedagógica se articula con el desarrollo cognitivo, favoreciendo la comprensión profunda de los conceptos. En el ámbito de la educación digital, Loveless y Williamson (2017) destacan la necesidad de integrar tecnología y pedagogía para generar nuevas formas de aprendizaje.

Watkins y Mortimore (1999) conciben la pedagogía como una práctica activa que debe enfocarse en el estudiante, lo cual implica superar enfoques unidireccionales y fomentar la construcción conjunta del conocimiento.

En este marco, la TPM se establece como una estrategia innovadora que integra teoría, experimentación y modelado, facilitando que el estudiante construya un conocimiento más significativo a partir de situaciones problémicas.

METODOLOGÍA

La metodología de la TPM se desarrolla bajo un enfoque constructivista y consta de cuatro fases principales:

1. **Caracterización del sistema**: Identificación del sistema, su entorno, variables dependientes e independientes.
2. **Síntesis teórica**: Construcción del marco científico y análisis del estado del arte.
3. **Análisis y construcción**: Uso de herramientas computacionales (Matlab, Excel) y recolección de datos experimentales de bajo costo.
4. **Modelado y validación**: Elaboración del modelo matemático y contraste de resultados simulados con los obtenidos experimentalmente.

El proceso se complementa con clases magistrales, talleres, sustentación de papers, actividades en aula virtual y quices de seguimiento, promoviendo un aprendizaje activo y progresivo.

RESULTADOS

La implementación de la TPM evidenció los siguientes logros:

- **Aprendizaje significativo**: Mayor comprensión de los métodos numéricos al relacionar teoría y práctica.
- **Motivación estudiantil**: Incremento de la participación y autonomía gracias al uso de recursos digitales y experimentales.
- **Validación de resultados**: Posibilidad de comparar datos simulados con experimentales, lo cual fortalece el pensamiento crítico.
- **Replicabilidad**: Viabilidad de aplicar el modelo en otros microcurrículos cuantitativos.
- **Interacción docente-estudiante**: Creación de un ambiente colaborativo y dinámico.

DISCUSIÓN

Los resultados confirman la TPM responde a las necesidades actuales de innovación pedagógica en educación superior. Coinciden con Loveless y Williamson (2017), quienes destacan la relevancia de integrar tecnología y pedagogía, y con Watkins y Mortimore (1999), quienes promueven metodologías activas centradas en el estudiante.

A diferencia de enfoques tradicionales, la TPM incorpora la validación experimental, lo cual genera aprendizajes más profundos. Esto se articula con la visión de Flórez (2001), quien enfatiza la relación entre evaluación pedagógica y desarrollo cognitivo. En consecuencia, la TPM no solo mejora la comprensión de los métodos numéricos, sino que también fortalece la capacidad crítica y analítica de los estudiantes.

CONCLUSIONES

La propuesta TPM se consolidó como una herramienta pedagógica innovadora que:

- Favorece la apropiación significativa de los métodos numéricos.
- Motiva la participación activa de los estudiantes mediante actividades digitales y experimentales.
- Proporciona criterios de validación más claros frente al uso exclusivo de software matemático.
- Demuestra ser replicable en otros microcurrículos de enfoque cuantitativo.

Índice

Luego, la TPM representa un aporte relevante para la enseñanza de la ingeniería y un referente para el diseño de experiencias educativas centradas en el estudiante en la educación superior contemporánea.

Referencias

OpenAI. (2023). *ChatGPT* (versión del 14 de marzo) [Modelo de lenguaje de gran escala]. https://chat.openai.com/chat

Flórez, R. (2001). *Evaluación pedagógica y cognición*. McGraw-Hill.

Losada, S., Morales, J., & Ruiz, F. (2017). *Métodos numéricos*. Ecoe Ediciones.

Loveless, A., & Williamson, B. (2017). *Nuevas identidades de aprendizaje en la era digital*. Narcea.

Palacios Osma, J. I. (2015). *Propuesta de métrica para evaluación de plataformas LMS abiertas* [Trabajo de fin de máster, Universidad Internacional de La Rioja]. Repositorio Institucional UNIR. Repositorio Institucional UNIR

Watkins, C., & Mortimore, P. (1999). *Understanding pedagogy and its impact on learning*. Paul Chapman Publishing.

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA COMO ESTÍMULO PARA EL TRABAJO INTERDISCIPLINARIO EN EL AULA

Felipe Cárdenas, Universidad de Magallanes

Humberto Cortés, Universidad de Magallanes

Richard Lagos, Universidad de Magallanes

Abstract:

La educación contemporánea demanda formar estudiantes capaces de enfrentar problemas complejos y multidisciplinarios. En este escenario, la interdisciplinariedad emerge como una estrategia fundamental que permite vincular saberes de distintas áreas, promoviendo aprendizajes significativos y contextualizados. La modelización matemática constituye una herramienta poderosa para esta integración, pues puede aplicarse tanto en ciencias como en humanidades, facilitando la comprensión de fenómenos reales. En la enseñanza media chilena, aunque se reconoce el potencial de la interdisciplinariedad y el desarrollo de habilidades cognitivas, la organización curricular por asignaturas todavía limita la construcción de conocimiento integrado. Por ello, es relevante incorporar metodologías innovadoras que articulen diferentes disciplinas y favorezcan el desarrollo de competencias transversales. Este trabajo propone una actividad de modelización matemática e histórica, centrada en el análisis del período de la Revolución Industrial y su impacto ambiental. Los estudiantes realizan un análisis crítico de fuentes históricas y datos estadísticos del siglo XIX, construyen tablas y gráficos de dispersión, y exploran conceptos como correlación y tendencia. El proceso culmina en la interpretación de los resultados dentro de su contexto histórico y social, promoviendo tanto el pensamiento crítico como la reflexión sobre la sostenibilidad y el cambio climático. Esta metodología contribuye a la integración de saberes, al desarrollo de competencias analíticas y a la Educación para el Desarrollo Sostenible.

Fenómenos reales, interdisciplinariedad, modelización, modelo matemático, regresión lineal

ANTECEDENTES

La educación actual enfrenta el reto de formar estudiantes capaces de analizar y resolver problemas complejos que trascienden las fronteras tradicionales de cada disciplina. En este contexto, la interdisciplinariedad se ha convertido en una estrategia pedagógica esencial para lograr aprendizajes significativos, pues integra saberes de distintas áreas y permite abordar los desafíos contemporáneos desde una perspectiva holística (Repko, Szostak & Buchberger, 2020). La modelización matemática, como proceso de construir y utilizar modelos para representar fenómenos reales, surge así como una herramienta poderosa para facilitar la

Índice

integración de contenidos, ya que su naturaleza abstracta y versátil la hace aplicable a ciencias y humanidades por igual (Blum y Leiß, 2007).

En el caso de la enseñanza media chilena, existen importantes oportunidades para fomentar habilidades cognitivas y analíticas en los estudiantes. Sin embargo, la segmentación por asignaturas limita la capacidad de construir conocimientos integrados. Por este motivo, es necesario promover metodologías que potencien la interdisciplinariedad en el aula (Morales & Montenegro, 2019). Este trabajo avanza en el análisis de cómo una actividad de modelización matemática puede articular saberes de disciplinas diversas y el desarrollo de competencias transversales (Lesh & Doerr, 2003).

El uso de modelos estadísticos resulta clave en este enfoque, ya que permite representar cuantitativamente fenómenos y analizar su comportamiento a partir de datos, convirtiendo la estadística en una herramienta fundamental para validar la información en contextos sociales, históricos y naturales. Particularmente, la incorporación de la historia como fuente de datos añade profundidad y contexto, al vincular el análisis matemático y estadístico con procesos humanos, decisiones y acontecimientos de relevancia. Así, la modelización matemática se convierte en un recurso valioso para producir una comprensión crítica y reflexiva de la realidad, favoreciendo la construcción de aprendizajes integrados y el desarrollo de habilidades analíticas

METODOLOGÍA

La metodología implementada consiste en una actividad de modelización matemática e histórica cuyo propósito es integrar las asignaturas de Matemática e Historia, focalizándose en el período de la Revolución Industrial y su impacto ambiental, como estrategia para promover la Educación para el Desarrollo Sostenible (EDS). Los estudiantes participan en el análisis crítico de fuentes históricas, tales como informes de producción y contaminación y datos estadísticos relativos al siglo XIX. A partir de estos insumos, construyen tablas de datos y realizan análisis gráfico, respondiendo a necesidades sociales reales.

El componente matemático se centra en la comparación de poblaciones mediante la elaboración de gráficos de dispersión (nubes de puntos), introduciendo de manera intuitiva conceptos como correlación lineal y tendencia, y facilitando el paso de lo pictórico a la formalización de un modelo lineal. Finalmente, los estudiantes interpretan los resultados matemáticos en el contexto histórico y social, analizando el impacto de la industrialización en el presente (por ejemplo, en el cambio climático) y desarrollando pensamiento crítico acerca de la fiabilidad de los datos y las decisiones sociales implicadas. El proceso culmina en la elaboración de un informe y una reflexión orientada a la sostenibilidad.

En lo que respecta al diseño de la investigación, se trata de un estudio de caso único, centrado en un curso de un liceo técnico-profesional de la ciudad de Punta Arenas, Chile, donde se

analizó el proceso de enseñanza-aprendizaje en torno a una secuencia de modelización matemática interdisciplinaria junto con las asignaturas de historia y ciencias. El enfoque exploratorio-descriptivo del diseño en cuestión pretende generar hallazgos preliminares y comprensiones profundas, más que generalizaciones estadísticas.

La metodología empleada en el estudio de caso resulta pertinente para la comprensión de fenómenos complejos en su contexto natural, posibilitando la observación de la construcción de significado por parte de los estudiantes a través del análisis de fuentes históricas y datos estadísticos. Este proceso se caracteriza por su capacidad para establecer una conexión entre la interpretación numérica y los diversos procesos sociales o científicos particulares. Además, proporciona un marco sistemático para la triangulación de evidencias textuales, gráficas y empíricas, que respaldan la validez del aprendizaje. En el ámbito educativo, la implementación de un diseño de estudio de caso facilita la documentación del desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes mediante la comparación de datos históricos, la construcción de gráficos de dispersión y la deliberación sobre los impactos de la industrialización en el medio ambiente.

Este estudio adopta un enfoque cualitativo exploratorio con el propósito de analizar si la modelización matemática favorece la integración de conocimientos provenientes de diferentes disciplinas en el aula de enseñanza media en Chile. La investigación se centra en el estudio de una actividad de modelización diseñada como caso de análisis, considerando las interacciones y experiencias que genera en docentes y estudiantes.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

La modelización matemática es una estrategia fundamental para fomentar la interdisciplinariedad en la educación, integrando saberes de diversas áreas y facilitando la comprensión de fenómenos complejos. Este enfoque promueve el desarrollo de habilidades cognitivas superiores, como el pensamiento crítico y la resolución de problemas, mediante la construcción y análisis de modelos que representan situaciones reales. En la educación media chilena, la modelización posibilita superar la fragmentación curricular tradicional, generando aprendizajes integrados y competencias transversales. Además, el uso de datos históricos y estadísticos en este proceso enriquece la comprensión contextual y crítica de los estudiantes. La enseñanza basada en modelización matemática requiere que docentes y estudiantes interactúen activamente, construyendo y evaluando modelos en ciclos iterativos, potenciando así el aprendizaje significativo y reflexivo. Este método abre oportunidades para la innovación curricular y futuras investigaciones sobre el impacto pedagógico de la interdisciplinariedad a través de la modelización matemática.

Referencias

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modeling problems? In J. H. Woo, H.-C. Lew, K. S. Park, & D.-Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 17–24). PME.

Chavarría-Vásquez, J. (2024). Significados y perspectivas en modelización matemática de la educación. *Revista de Educación Matemática*, *1*(1), 42–56.

Coa-Mamani, R. E. (2023). Modelación matemática como estrategia didáctica. *Revista Docentes 20*.

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Lawrence Erlbaum Associates.

Morales, P., & Montenegro, M. (2019). La interdisciplinariedad en educación: fundamentos y desafíos para la formación docente. *Revista Electrónica Educare*, 23(2), 1–18.

Repko, A. F., Szostak, R., & Buchberger, M. P. (2020). *Introduction to interdisciplinary studies* (3rd ed.). SAGE Publications.

Villa-Ochoa, A. (2007). Modelización matemática y su rol en la educación. *Revista Colombiana de Matemáticas Educativas*, *12*(2), 65–80.

Índice

MATEMÁTICA Y CIUDADANÍA: POTENCIANDO LA EDUCACIÓN CRÍTICA A TRAVÉS DE TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS

Akane Atenea Montoya Molina, Universidad Central de Chile

Abstract:

El presente proyecto analiza cómo la enseñanza de las transformaciones geométricas puede contribuir al desarrollo de una educación matemática crítica en estudiantes de 4° básico, vinculando los aprendizajes con el ejercicio de la ciudadanía. Aunque el currículo nacional promueve la formación de ciudadanos informados y responsables, en la práctica predominan enfoques tradicionales que priorizan la memorización y reducen las oportunidades de reflexión crítica. Desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, se propone una secuencia didáctica centrada en las habilidades de representar y modelar, utilizando actividades contextualizadas que incluyen ejemplos del entorno, representaciones en el plano, trabajo grupal y un desafío de mural comunitario. Se espera que la intervención fomente una comprensión más profunda de las transformaciones, mayor motivación y participación estudiantil, y la vinculación de la matemática con fenómenos sociales y culturales. Así, se busca superar la enseñanza mecánica y promover una formación integral orientada a la justicia social.

Transformaciones geométricas, matemática crítica, reflexión crítica, secuencia didáctica, formación integral

DESARROLLO

La enseñanza de la matemática en Chile enfrenta desafíos que limitan su aporte a la formación de una ciudadanía crítica y reflexiva. Aunque el currículum promueve el desarrollo de ciudadanos informados y responsables (Mineduc, 2020), en la práctica predominan enfoques tradicionales centrados en la memorización, reduciendo los espacios de diálogo y deliberación (Cox & Castillo, 2022). Desde la Educación Matemática Crítica, se advierte que una matemática enseñada como técnica descontextualizada empobrece su potencial emancipador y su valor formativo en justicia social (Chronaki, 2023).

El currículum nacional establece cuatro habilidades primordiales –representar, argumentar y comunicar, modelar y resolver problemas (Mineduc, 2012)– pero en muchos casos estas se subordinan a la repetición mecánica, lo que obstaculiza el desarrollo del pensamiento crítico y la motivación (Godino & Font, 2020). Los resultados de TIMSS 2023 refuerzan esta preocupación: los puntajes en 8° básico cayeron de 441 a 416 puntos respecto de 2019, con una mayor brecha de género, lo que evidencia la urgencia de renovar el enfoque didáctico.

Índice

En este contexto, la enseñanza de las transformaciones geométricas aparece como una oportunidad. Aunque tradicionalmente se han reducido a desplazamientos en el plano, estas pueden, desde un enfoque crítico, contribuir al desarrollo de habilidades como representar y modelar, al vincularse con fenómenos del arte, la arquitectura y la vida cotidiana, favoreciendo así una matemática más significativa y ciudadana.

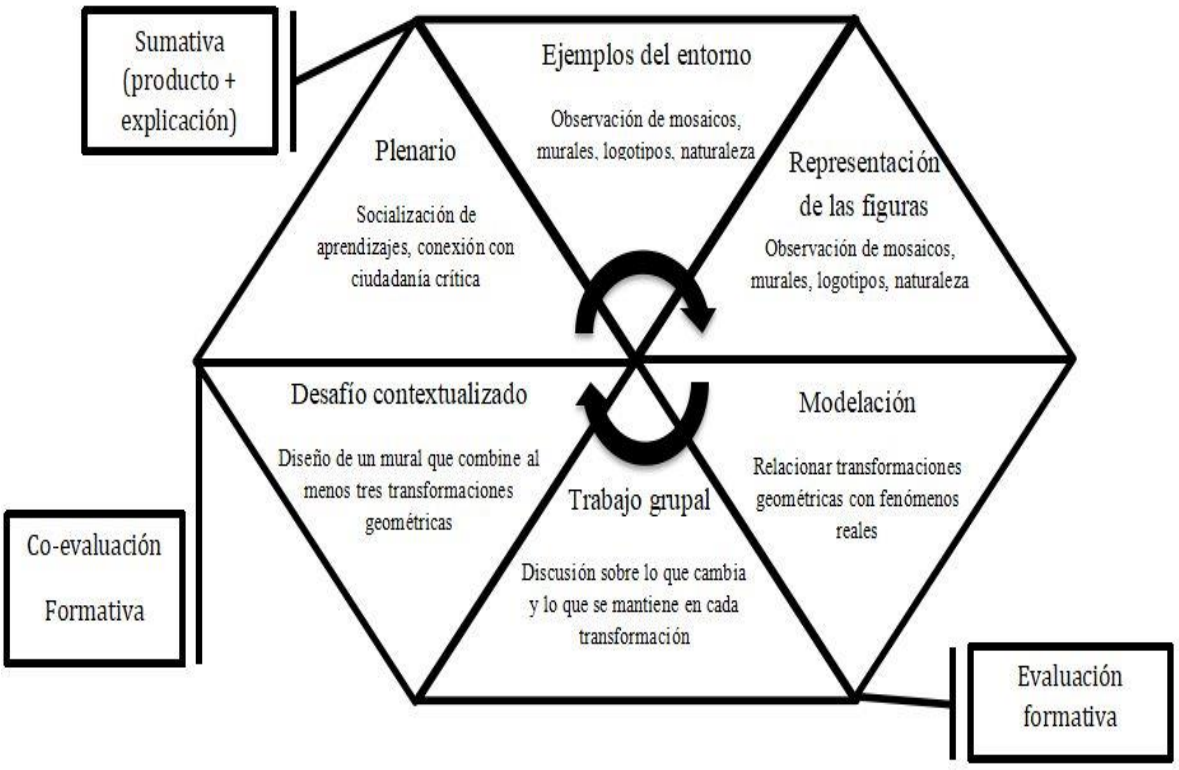
A partir de lo anterior, se reconoce la necesidad de repensar la enseñanza de las transformaciones geométricas en 4º básico. En este marco, el presente estudio se propone los siguientes objetivos:

- Objetivo general: Analizar cómo la enseñanza de las transformaciones geométricas puede contribuir al desarrollo de una educación matemática crítica en 4º básico, vinculando los aprendizajes con el ejercicio de la ciudadanía crítica.
- Objetivos específicos:
  - Diseñar una secuencia didáctica de transformaciones geométricas para 4º básico que potencie las habilidades de representar y modelar.
  - Analizar cómo el desarrollo de estas habilidades en torno a las transformaciones geométricas contribuye a una educación matemática crítica y ciudadana.

METODOLOGÍA

El presente estudio se plantea bajo un diseño didáctico-experimental, orientado a analizar cómo la enseñanza de las transformaciones geométricas puede contribuir al desarrollo de una educación matemática crítica en 4º básico, vinculando los aprendizajes con el ejercicio de la ciudadanía crítica. Para ello, se propone una secuencia didáctica que busca fomentar el desarrollo de las cuatro habilidades matemáticas establecidas en el currículum nacional: representar, argumentar y comunicar, modelar y resolver problemas (Mineduc, 2012).

- Diseño de la intervención:



- Consideraciones éticas y pedagógicas
  La intervención se realiza con consentimiento informado, respetando la diversidad de los estudiantes y promoviendo un ambiente inclusivo. Se asume un rol docente facilitador, que guía la construcción colectiva del conocimiento y fomenta la deliberación, en coherencia con la perspectiva de educación matemática crítica (Chronaki, 2023; Cox & Castillo, 2022).

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

La implementación de la secuencia didáctica fortaleció el desarrollo de las habilidades matemáticas de representar y modelar en los estudiantes de 4° básico. A través de las distintas actividades, los estudiantes pudieron representar con mayor claridad figuras y sus transformaciones en el plano cartesiano, y al mismo tiempo modelar situaciones reales vinculadas con el arte, la arquitectura y el entorno escolar. Además, al incorporar el desafío del mural comunitario los estudiantes mostraron un aumento en la motivación y la participación activa, favoreciendo tanto el trabajo individual como la colaboración grupal.
La experiencia sugiere que la enseñanza de las transformaciones geométricas, abordada desde un enfoque crítico y contextualizado, no solo contribuye a la adquisición de contenidos matemáticos, sino que también favorece la formación de una ciudadanía reflexiva y

participativa. Al priorizar las habilidades de representar y modelar, se demuestra que es posible superar el enfoque mecanicista de la enseñanza tradicional y, en cambio, propiciar aprendizajes significativos que vinculen la matemática con la vida cotidiana. En este sentido, la secuencia didáctica diseñada constituye una vía para integrar la formación ciudadana al currículo de matemática, avanzando hacia prácticas pedagógicas más inclusivas, críticas y coherentes con los desafíos actuales de equidad y justicia social en la educación.

Referencias

Chronaki, A. (2023). Critical mathematics education and social justice: Current trends and challenges. *ZDM – Mathematics Education, 55*(3), 449–463. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01521-3

Cox, C., & Castillo, J. (2022). Critical citizenship education in Chile: Tensions and possibilities. *Curriculum Journal, 33*(4), 561–578. https://doi.org/10.1002/curj.164

Godino, J. D., & Font, V. (2020). The theory of onto-semiotic approach to research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 103*(1), 7–22. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09946-1

Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC). (2012). *Bases curriculares de la educación básica: Matemática*. Gobierno de Chile. https://www.curriculumnacional.cl

Ministerio de Educación de Chile. (s.f.). *Educación matemática y ciudadanía*. Currículum Nacional. https://www.curriculumnacional.cl/portal/88259-Educacion-matematica-y-ciudadania

TIMSS. (2023). *Resultados de TIMSS 2023 en Matemáticas y Ciencias*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). https://timssandpirls.bc.edu

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA CRÍTICA DE LOS NÚMEROS DECIMALES EN EDUCACIÓN PRIMARIA

José Ignacio Bollmann Moya, Universidad Central de Chile

Abstract:

Este estudio presenta el diseño e implementación de una secuencia didáctica para la enseñanza de los números decimales desde una perspectiva de educación matemática crítica. Ante dificultades en estudiantes y futuros docentes en Chile para comprender los decimales, se integra problematizaciones sociales que fomentan el pensamiento crítico y la argumentación matemática. Mediante investigación-acción cualitativa, la secuencia favorece la comprensión conceptual de los decimales y su aplicación en contextos cotidianos y sociales, vinculando el aprendizaje con la formación ciudadana. La recolección de datos incluyó observación en aula, análisis de producciones escritas y registros anecdóticos. Los resultados preliminares muestran avances concretos en comprensión del valor posicional y operaciones con decimales (incremento de respuestas correctas de 30% a 65%), así como en la capacidad crítica para interpretar datos numéricos, ejemplificado por la producción estudiantil: "Entendí que 0,5 no es lo mismo que 0,05 porque cambia mucho el valor, y eso afecta cuánto dinero necesito para comprar." Se identifican desafíos para fortalecer el pensamiento crítico acordes con las demandas del siglo XXI.

Formación ciudadana, educación matemática crítica, habilidades matemáticas, contenido matemático, pensamiento crítico para el siglo XXI

ANTECEDENTES

La formación ciudadana en el siglo XXI demanda que los estudiantes desarrollen habilidades para interpretar y analizar críticamente información numérica en contextos sociales y políticos (Valero, 2014). Sin embargo, las evaluaciones nacionales e internacionales evidencian que la enseñanza tradicional de los números decimales es predominantemente técnica y procedimental, limitando el pensamiento crítico y el análisis contextual en los estudiantes (Agencia de la Calidad, 2024; Albornoz Zapata, 2024).

Estudios recientes en Chile identifican que tanto estudiantes como futuros docentes presentan dificultades significativas en la comprensión profunda de los decimales, particularmente en su valor posicional y su uso fuera de contextos rutinarios (Idicap, 2022; Vera, 2024). Esta situación afecta la capacidad de los estudiantes para aplicar el conocimiento matemático en problemas de la vida real relacionados con la economía, la gestión ambiental y la ciudadanía activa.

Índice

JUSTIFICACIÓN

Dado el déficit en el desarrollo del pensamiento crítico a través de la enseñanza tradicional de los decimales, este estudio propone diseñar una secuencia didáctica basada en la educación matemática crítica, que integre problematizaciones situadas y favorezca el análisis reflexivo y la argumentación (Valero, 2014; Freire, 1970). La iniciativa busca superar la visión mecánica y fomentar en los estudiantes competencias para interpretar datos significativos, dialogar y tomar decisiones fundamentadas en diversas esferas sociales.

A través del enfoque de investigación-acción, esta propuesta permitirá la mejora continua de las estrategias pedagógicas, alineándose con los objetivos curriculares y las necesidades reales de los estudiantes (Andrade & Riquelme, 2024; Stenhouse, 1975).

OBJETIVO GENERAL

¿Cómo contribuye una secuencia didáctica de enfoque crítico-social al aprendizaje significativo y ciudadano de los decimales en primer ciclo?

Objetivos específicos

- Identificar obstáculos epistemológicos de la enseñanza de decimales
- Planificar una secuencia didáctica desde la educación matemática crítica que integre problematizaciones sociales vinculadas al uso de los decimales.
- Implementar la secuencia didáctica en el aula como parte del proceso de investigación-acción.
- Observar y recoger evidencias sobre la comprensión conceptual de los decimales y el desarrollo del pensamiento crítico durante la implementación.
- Reflexionar sobre los resultados obtenidos, identificando avances, limitaciones y proyecciones para fortalecer la enseñanza de los decimales desde un enfoque crítico.

MARCO TEÓRICO

- Educación Matemática Crítica: enfoque en justicia social y formación ciudadana (Freire, Valero, Brousseau, 2024)
- Perspectiva sociohistórica del aprendizaje (Vygotski, 1978)
- Problemáticas sociales integradas a la enseñanza de decimales
- Desarrollo de pensamiento crítico y argumentación matemática (Borba, 2017)
- Conexión con demandas educativas actuales y formación para el siglo XXI (MINEDUC, 2022)

MARCO METODOLÓGICO

- La Diseño cualitativo basado en investigación-acción (Creswell, 2014)
- Implementación de secuencia didáctica en aula

Índice

- Observación y registro de evidencias empíricas (producciones, observaciones)
- Reflexión y mejora continua de la propuesta
- Participación activa del docente-investigador en el proceso (Gómez, 2023)

CONSTRUCCIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA Y CONJETURAS

La secuencia didáctica constará de al menos tres sesiones enfocadas en problematizaciones concretas relacionadas con el uso crítico de los números decimales, integrando actividades que fomenten la argumentación, el análisis reflexivo y la vinculación con contextos sociales reales. Para cada actividad se plantearán conjeturas acerca de las posibles respuestas y trayectorias cognitivas de los estudiantes, considerando también posibles dificultades y brechas de aprendizaje que puedan manifestarse.

CONCLUSIONES

La propuesta de secuencia didáctica basada en la educación matemática crítica ha favorecido el desarrollo de habilidades para interpretar y analizar información numérica en contextos sociales, vinculando los decimales con problemáticas reales y formación ciudadana. Se observó progreso en la comprensión matemática y en la capacidad crítica de los estudiantes, aunque persisten desafíos para preparar a los niños en un pensamiento crítico profundo acorde con los retos del siglo XXI. Es imperativo continuar avanzando en prácticas educativas que integren justicia social y participación activa.

Referencias

Barton, B. (2008). *The language of mathematics: Telling mathematical tales*. Springer.

Bernstein, B. (1971). *Class, codes and control* (Vol. 1). Routledge & Kegan Paul.

Brousseau, G. (1998). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers.

Freire, P. (1970). *Pedagogy of the oppressed*. Herder and Herder.

Kemmis, S., & McTaggart, R. (1988). *The action research planner* (3rd ed.). Deakin University Press.

Lee, L. H. J., & Tan, S. C. (2020). Teacher learning in lesson study: Affordances, disturbances, contradictions, and implications. *Teaching and Teacher Education, 89*, Article 102986. https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.102986

Parker, R., & Leinhardt, G. (1995). Percent increase and decrease: The concept, instruction, and difficulties. *Mathematics Teaching in the Middle School, 1*(4), 246–253.

Perrenoud, P. (2004). *Construire des compétences dès l'école* (4e éd.). ESF Éditeur.

Selva, V., & Sabariego, M. (2012). Participatory action research applied in educational practice. *International Journal of Action Research, 8*(3), 277–293.

Stenhouse, L. (1975). *An introduction to curriculum research and development*. Heinemann.

Valero, P. (2014). Mathematics education and democracy: Critical perspectives for twenty-first-century education. *Educational Studies in Mathematics, 87*(2), 247–265. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9553-0

Índice

Vera Carvacho, J. I. (2024). *Reconfiguración de las prácticas docentes en el contexto de la enseñanza de los números racionales y sus operaciones: Un análisis desde el modelo de Ponte* [Tesis de magíster, Universidad de Santiago de Chile].

Wilson, S. M., & Berne, J. (1999). Teacher learning and the acquisition of professional knowledge. *Review of Research in Education, 24*, 173–209. https://doi.org/10.2307/1167270

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2017). Mathematical reasoning: On the role of explanation and proof. *Educational Studies in Mathematics, 96*(2), 137–159. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9787-9

LEER EL MUNDO CON DATOS: SECUENCIA DIDACTICA PARA LA ENSEÑANZA CRÍTICA DE LA ESTADÍSTICA EN TERCER AÑO BÁSICO

Yulissa Lazcano, Universidad Central de Chile

Tania Andrade Vega, Universidad Central de Chile

Abstract:

La presente propuesta se enmarca en la educación matemática crítica y busca transformar la forma en que se enseña la estadística en tercer año básico. Tradicionalmente, esta área ha sido abordada desde prácticas descontextualizadas y mecánicas, centradas en ejercicios como "pintar barras", lo que limita el desarrollo de habilidades interpretativas y críticas. En contraposición, se diseña una secuencia didáctica de 3 clases basada en datos reales del entorno escolar, con el objetivo de que los estudiantes no sólo comprendan los gráficos de barras como representaciones visuales, sino que los utilice como herramientas para interpretar fenómenos sociales de su vida cotidiana. La metodología sigue el enfoque de investigación-acción, articulando diagnóstico, planificación, implementación, reflexión y rediseño. Se espera que los estudiantes desarrollen la capacidad de formular preguntas estadísticas simples, recolectar y organizar información, representar datos en tablas y gráficos de barras, e interpretar sus conclusiones de manera crítica y situada. De esta forma, La propuesta contribuye al desarrollo del pensamiento estadístico crítico y a la formación ciudadana desde la infancia, entendiendo las matemáticas no como neutral, sino como un instrumento cultural y socialmente transformador.

Educación matemática crítica, estadística escolar, gráficos de barras, pensamiento crítico, secuencia didáctica

ANTECEDENTES

En la enseñanza de la estadística en tercer año básico predomina un enfoque mecanicista, centrado en ejercicios como "pintar barras", que no permite comprender la función interpretativa de los gráficos. Investigaciones (Skovsmose, 1999; Valero, 2004; Agencia de la Calidad, 2022) evidencian que la mayoría de los recursos omiten contextos reales del alumnado, lo que genera aprendizajes superficiales y limita el desarrollo del pensamiento

Índice

crítico. Frente a ello, la Educación Matemática Crítica propone situar los aprendizajes en experiencias significativas y socialmente relevantes.

METODOLOGÍA

La propuesta se sustenta en la investigación acción con una secuencia de 3 clases en un curso de tercero básico (35 estudiantes):

- Clase 1: ¿Qué queremos saber? → Elaboración de preguntas y encuestas con base en el entorno escolar.
- Clase 2: Recolectamos y representamos los datos→ Registro en tablas y construcción de gráficos de barras.
- Clase 3: Leemos, interpretamos y decidimos→ Análisis crítico de los resultados y formulación de propuestas para la vida escolar.

Cada sesión íntegra diagnóstico, trabajo colaborativo, reflexión colectiva y retroalimentación.

RESULTADOS ESPERADOS

Se proyecta que los estudiantes:

- Formulen preguntas estadísticas simples y contextualizadas.
- Organicen información en tablas y gráficos de barras significativos.
- Desarrollan habilidades para interpretar datos más allá de lo literal.
- Reflexionen sobre desigualdades presentes en su comunidad escolar.
- Fortalezcan su alfabetización estadística y pensamiento crítico.

CONCLUSIONES

La secuencia didáctica resignificar la enseñanza de la estadística, transformándola en una práctica cultural y socialmente situada. El trabajo con datos reales del aula permite a los estudiantes leer el mundo a través de los gráficos, visibilizar fenómenos de su entorno y proponer acciones colectivas. Así, la matemática deja de ser un ejercicio técnico para convertirse en una herramienta de formación ciudadana y transformación social desde la infancia.

Referencias

Agencia de la Calidad de la Educación. (2022). *Panorama de la enseñanza estadística*. Agencia de Calidad de la Educación.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Universidad de los Andes.

Valero, P. (2004). Estudios sobre educación matemática crítica y contextualización. En P. Valero & O. Skovsmose (Eds.), *Educación matemática crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 25–61). Ediciones Uniandes.

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO EN ESTUDIANTES DE 3º BÁSICO, UNA PROPUESTA DIDÁCTICA DESDE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Camila Araos Huenteo, Universidad Central de Chile

Abstract:

Este estudio se fundamenta en la Educación Matemática Crítica y utiliza el método COPISI para diseñar una propuesta didáctica dirigida a estudiantes de 3º básico. La intervención consistió en una secuencia de tres clases que combinaron representaciones concretas, pictóricas y simbólicas, incluyendo encuestas reales, construcción de pictogramas con escala y análisis crítico de gráficos. Metodológicamente, esta Secuencia Didáctica utilizó la investigación-acción, para analizar actividades progresivas y contextualizadas de manera de facilitar la comprensión de la escala y mejorar los niveles de lectura gráfica, desde la literal hasta la crítica. Este enfoque metodológico permitió observar no solo qué aprenden los estudiantes, sino también cómo lo hacen, facilitando un proceso reflexivo y adaptativo del quehacer docente. Los resultados, extraídos a partir de evaluaciones diversas, indican que los estudiantes desarrollaron una mayor habilidad para interpretar gráficos y comprendieron su utilidad como herramientas para comunicar información y tomar decisiones fundamentadas, promoviendo una ciudadanía crítica y capacitada para enfrentar la creciente demanda de análisis de datos en la vida cotidiana.

Pensamiento estadístico, representaciones gráficas, secuencias didácticas, educación matemática crítica, formación ciudadana

ANTECEDENTES

Estudios internacionales (Cruz, 2013; Evangelista, 2013; Arteaga et al., 2011; Díaz-Levicoy et al., 2016) y nacionales (Díaz-Levicoy, Arteaga & Batanero, 2020) evidencian que los estudiantes suelen permanecer en un nivel de lectura literal de gráficos, sin avanzar hacia comparaciones ni inferencias críticas. En Chile, el currículo nacional (MINEDUC, 2018, 2023) enfatiza el trabajo con pictogramas y gráficos de barra simple en educación primaria, pero su implementación muestra vacíos tanto en estudiantes como en docentes, en este contexto esta investigación tuvo por objeto como este conocimiento básico que debe ser adquirido, a través de la lectura, construir e interpretar pictogramas y gráficas de barra simple. Si bien se trata de que los estudiantes representen la información recabada, también hay que buscar que sepan cómo se ejecuta el proceso mental para comprenderla, comparar datos, elaborar conclusiones, formular preguntas a partir de la información que se representa, etc. Por consiguiente, se está fomentando una inicial alfabetización estadística que les permita llevar a cabo esta toma de decisiones en diversos contextos del día a día.

Índice

Existen diversos autores que han clasificado los niveles de lectura gráfica. Curcio (1989) y Friel, Curcio, Bright (2001) proponen un esquema de cuatro niveles: lectura literal, lectura dentro de los datos, lectura más allá de los datos (extrapolación) y la lectura crítica o de valoración.

METODOLOGÍA

La propuesta se fundamenta en el marco de un enfoque cualitativo la investigación-acción, bajo un paradigma crítico que concibe la matemática como herramienta para interpretar a partir de la realidad del aula, la cual nos permite observar, reflexionar y transformar la práctica pedagógica. Se aplicó una secuencia didáctica de tres clases en un curso de 3º básico, articulada mediante el método COPISI:

- Concreto: Actividades con materiales reales y encuestas en el aula
- Pictórico: Construcción de pictogramas con escala.
- Simbólico: Interpretación crítica de gráficos para la toma de decisiones.

Se incorporaron evaluaciones formativas, comentarios estudiantiles y rediseños posteriores.

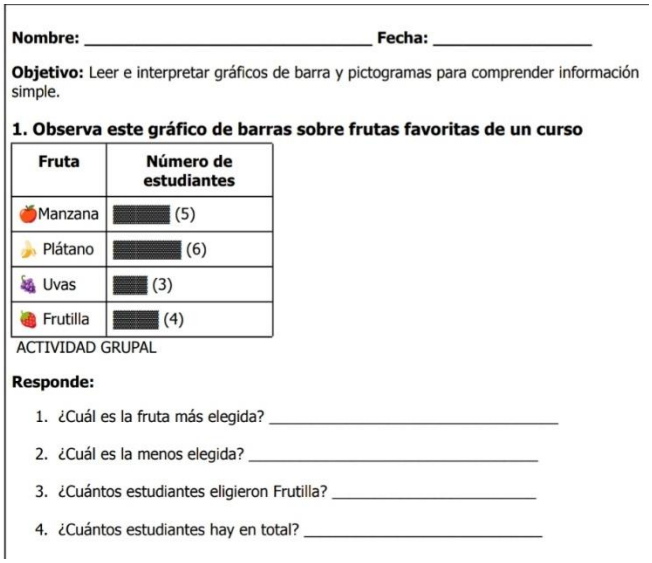
RESULTADOS / ANÁLISIS

La secuencia permitió a los y las estudiantes

- Identificar y comparar información en gráficos simples.
- Comprender el concepto de escala en pictogramas.
- Usar representaciones gráficas para justificar decisiones.
- Reconocer la importancia de títulos, leyendas y claridad en los gráficos.

Las dificultades detectadas incluyen: confusión con la escala, representación de números impares en pictogramas y tendencia a elegir por gusto personal más que por datos. Estas observaciones guiaron ajustes metodológicos, como el uso de medios íconos y preguntas reflexivas.

Figura 1



Nombre: _____ **Fecha:** _____

Objetivo: Leer e interpretar gráficos de barra y pictogramas para comprender información simple.

1. Observa este gráfico de barras sobre frutas favoritas de un curso

Fruta	Número de estudiantes
Manzana	(5)
Plátano	(6)
Uvas	(3)
Frutilla	(4)

ACTIVIDAD GRUPAL

Responde:

1. ¿Cuál es la fruta más elegida? _____
2. ¿Cuál es la menos elegida? _____
3. ¿Cuántos estudiantes eligieron Frutilla? _____
4. ¿Cuántos estudiantes hay en total? _____

Al incorporarse evaluaciones formativas, comentarios estudiantiles y rediseños posteriores. Este enfoque permitió observar qué aprenden los estudiantes y cómo lo hacen, generando ajustes en la enseñanza.

Ejemplo de aplicación de la secuencia en figura 1

Una de las actividades centrales se observa en la Clase 1, donde los estudiantes trabajan con un gráfico de barras sobre frutas favoritas de un curso. La tabla muestra que el plátano es la fruta más elegida (6 estudiantes), seguida de la manzana (5), frutilla (4) y uvas (3). A partir de este gráfico, se plantearon preguntas como:

- ¿Cuál es la fruta más elegida?
- ¿Cuál es la menos elegida?
- ¿Cuántos estudiantes eligieron Frutilla?
- ¿Cuántos estudiantes hay en total?

Estas preguntas fomentan una lectura literal y dentro de los datos, correspondiente a los niveles 1 y 2 de Curcio. Sin embargo, la secuencia buscó avanzar hacia niveles superiores de lectura, invitando a justificar respuestas con frases como “según el gráfico” y reflexionar con preguntas abiertas, por ejemplo: “¿Qué fruta elegirías para una fiesta escolar y por qué?”.

Este ejemplo muestra cómo los estudiantes tienden inicialmente a responder en base a gustos personales y no a la información de los datos, lo que refleja las dificultades diagnosticadas en la secuencia. Para superarlas, el rediseño incorporó nuevas preguntas críticas y estrategias

de reflexión que fortalecen el vínculo entre representación gráfica y toma de decisiones fundamentadas.

CONCLUSIONES

El trabajo muestra que la integración progresiva de representaciones concretas, pictóricas y simbólicas favorece el desarrollo de la alfabetización estadística en educación primaria. La propuesta evidenció que al iniciar desde lo concreto (encuestas reales y materiales manipulativos), los estudiantes lograron visualizar la utilidad de los datos en contextos cercanos. Posteriormente, en el paso pictórico, la construcción de pictogramas con escala permitió que enfrentaran el desafío de comprender la relación entre íconos y cantidades, identificando las dificultades más comunes, como representar números impares o entender la proporcionalidad. Finalmente, en el nivel simbólico, los estudiantes lograron no solo interpretar los gráficos, sino también utilizarlos para tomar decisiones y justificar sus elecciones con base en la evidencia.

Referencias

Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., & Contreras, J. (2011). Competencia gráfica para la ciudadanía.

Cruz, M. (2013). Estudio sobre pictogramas en Portugal.

Curcio, F. (1989). Developing graph comprehension.

Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P., & Batanero, C. (2020). Lectura de pictogramas por estudiantes chilenos de Educación Primaria.

Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P., & Gea, M. (2016). Análisis de pictogramas en libros de texto.

Evangelista, B. (2013). Comprensión de gráficos en Brasil.

Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension.

Ministerio de Educación de Chile. (2018). *Bases curriculares 3° y 4° básico: Matemática*. Ministerio de Educación de Chile.

Ministerio de Educación de Chile. (2023). *Programa de estudio de matemática, 3° básico*. Ministerio de Educación de Chile.

Valero, P. (2004). Didáctica de las matemáticas y problemas de equidad: Un enfoque crítico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *7*(2), 1–19.

PERCEPCIONES ESTUDIANTILES SOBRE EL ROL DE LA MATEMÁTICA EN LA SOCIEDAD: UNA SECUENCIA DIDÁCTICA DE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN II MEDIO CON ENFOQUE DEMOCRÁTICO

Gonzalo Alexis Ulloa Uribe, Universidad de Chile

Alicia Loreto Zamorano Vargas, Universidad de Chile

Abstract:

El presente trabajo analiza cómo la enseñanza de un contenido matemático específico en II° Medio puede convertirse en un medio para fortalecer su enseñanza con un enfoque democrático. El propósito es describir la variación de las percepciones de los estudiantes acerca del rol de la matemática en la sociedad, a través de una secuencia didáctica que incluye diversas problemáticas sociales, de manera que los estudiantes reconozcan las razones trigonométricas como un medio para interpretar situaciones reales y comprendan la matemática como un recurso para participar activamente en la sociedad. La metodología corresponde a un estudio de caso con enfoque cualitativo con estudiantes entre 15 y 16 años. Se diseñó una secuencia didáctica de razones trigonométricas, a partir de la cual se categorizaron las percepciones antes y después de los estudiantes sobre el rol de la matemática en la sociedad. Los resultados preliminares evidencian que la matemática es inicialmente percibida como abstracta o bien sin utilidad. Ahora bien, algunas de las respuestas iniciales se vincularon con el rol de la matemática en aplicaciones en la vida cotidiana, seguidas de percepciones negativas o de duda respecto a su relevancia.

Razones trigonométricas, educación matemática, educación democrática, percepciones, matemática

ANTECEDENTES

La enseñanza de la geometría en Chile, especialmente de contenidos como las razones trigonométricas, se ha caracterizado por un enfoque procedimental centrado en la repetición de algoritmos y la resolución mecánica de ejercicios. Al estar descontextualizados de la experiencia estudiantil, se refuerza la percepción de la matemática como un conocimiento abstracto y sin utilidad más allá de lo escolar (Labra & Vanegas, 2022), desaprovechando su relevancia en la sociedad.

El problema se intensifica cuando la enseñanza matemática no se vincula con la formación ciudadana. Aunque la disciplina posee gran potencial para interpretar fenómenos del mundo real y promover participación crítica (Wright et al., 2024), en muchos contextos no logra fomentar colaboración, reflexión ni diálogo, limitando la formación de ciudadanos activos. Skovsmose y Valero (2012) sostienen que la relación entre educación matemática y ciudadanía democrática no es evidente, pues las prácticas tradicionales suelen estar alejadas de la vida democrática. El potencial transformador de la matemática no radica en su naturaleza, sino en cómo y con qué fines se enseña, quiénes participan y a qué propósitos sociales sirve. Desde esta perspectiva, una enseñanza con enfoque democrático implica crear

Índice

espacios donde los estudiantes cuestionen, dialoguen y actúen críticamente frente a los problemas del entorno.

El Ministerio de Educación de Chile establece que el objetivo del proceso educativo es desarrollar integralmente a los estudiantes y prepararlos para participar responsablemente en una sociedad democrática (MINEDUC, 2015). En este marco, la matemática constituye un pilar para el pensamiento lógico y la autonomía ciudadana, por lo que reformar su enseñanza resulta clave para cumplir con ese propósito. Tal como sostienen Alsina (2020) y D'Ambrosio (1990), aprender matemática implica promover el pensamiento crítico, conectar los contenidos con otras áreas y con el entorno, y preparar ciudadanos capaces de actuar en sociedad y de no ser manipulados por cifras. De hecho, enseñar razones trigonométricas de manera desvinculada de la realidad social implica desaprovechar la posibilidad de vincular la matemática con la formación ciudadana, coherente con los lineamientos del MINEDUC (2015) sobre educación integral y con las propuestas de Alsina (2020) en torno a una enseñanza de las matemáticas contextualizada y socialmente significativa.

Es importante mencionar que las razones trigonométricas constituyen un contenido propicio para abordar la relación entre matemática y sociedad. En un estudio reciente en un contexto culturalmente diverso, Orozco et al. (2025) sostienen que enseñar trigonometría mediante problemas auténticos es esencial para fomentar aprendizajes significativos. Desde una perspectiva social, afirman que dicha enseñanza puede transformar la relación de los estudiantes con la matemática, al conectar los contenidos con su entorno y experiencias comunitarias.

Finalmente, incorporar enfoques colaborativos, discursivos e inclusivos —como el desarrollo de la agencia socio-matemática para aplicar colectivamente conceptos en debates sobre justicia social— potencia el compromiso, la reflexión crítica y la capacidad de usar la matemática con sentido comunitario (Wright et al., 2024). Una enseñanza sin enfoque democrático, por tanto, implica renunciar a la función social transformadora de la disciplina. Así, se busca responder a la siguiente pregunta: ¿Cómo incide la implementación de una secuencia didáctica de razones trigonométricas contextualizada en problemáticas sociales en II° Medio en la percepción de los estudiantes sobre el rol de la matemática en la sociedad, ¿y cómo evoluciona dicha percepción a lo largo de la secuencia?

METODOLOGÍA

Este estudio se enmarca en un enfoque cualitativo (Ballester, 2004), orientado a analizar las percepciones y reflexiones de los estudiantes sobre la relación de la matemática escolar, la comunidad y la justicia social. El diseño corresponde a un estudio de caso con 26 estudiantes de II° Medio de un colegio privado de la Región Metropolitana, en el contexto de la práctica profesional del docente en formación. La participación fue anónima y se garantizó confidencialidad.

El estudio constituye un análisis de diversos recursos dentro de una secuencia didáctica centrada en razones trigonométricas, con el fin de observar cómo estas actividades influyen en la percepción de los estudiantes sobre el rol de las matemáticas en la sociedad. De tal forma, se usaron los siguientes recursos: (1) un cuestionario inicial con preguntas cerradas y abiertas sobre el rol social de la matemática; (2) las respuestas colectivas en un papelógrafo

elaborado a la mitad de la secuencia didáctica; y (3) una pregunta abierta en la evaluación sumativa de la unidad, orientada a la reflexión sobre la utilidad de la matemática en la sociedad.

El análisis de resultados se realiza mediante la categorización de las respuestas, identificando patrones, categorías emergentes y reflexiones (Ballester, 2004) que muestran cómo los estudiantes conectan las actividades de la secuencia didáctica con su percepción del rol social de la matemática. La evolución de la percepción se evidencia al comparar las respuestas iniciales en cuestionarios abiertos con las producciones colectivas y las reflexiones finales de los estudiantes, permitiendo identificar cambios en la valoración del papel de la matemática en contextos sociales y cotidianos.

RESULTADOS

Los resultados presentados a continuación muestran tendencias iniciales en la percepción de los estudiantes sobre el rol social de la matemática antes de implementar la secuencia didáctica. Los resultados del cuestionario inicial muestran percepciones diversas y, en algunos casos, contradictorias respecto al rol de la matemática en la sociedad. A continuación, en la Tabla 1 se presentan las afirmaciones iniciales utilizadas para indagar las percepciones de los estudiantes sobre el rol de la matemática en la sociedad, junto con la cantidad de respuestas agrupadas según su nivel de acuerdo o desacuerdo, siendo MA (Muy de acuerdo), DA (De acuerdo), ED (En desacuerdo) y MD (Muy en desacuerdo). En el mismo cuestionario inicial, las preguntas abiertas muestran cuatro tendencias: la geometría entendida como aprendizaje, como herramienta para aplicaciones prácticas, como medio para resolver ejercicios y como conocimiento irrelevante.

Tabla 1

Percepciones iniciales de los estudiantes sobre el rol de la matemática en la sociedad

Afirmación	MA	DA	ED	MD
La matemática ayuda a comprender fenómenos del mundo y la sociedad.	6	11	4	3
La matemática está vinculada con la vida en democracia y con la participación ciudadana.	3	8	9	4
En la clase de matemática se debiera reflexionar sobre como los contenidos se relacionan con problemas sociales y ambientales.	4	10	7	3

Nota. Elaboración propia

CONCLUSIONES

Considerando los resultados iniciales y un análisis de los otros instrumentos, no expuestos aún, tras la implementación de la secuencia didáctica, los estudiantes transitan desde percepciones limitadas o negativas hacia una valoración mayor de la matemática como herramienta para actuar en la sociedad. Los niveles de acuerdo con afirmaciones relacionadas

Índice

con democracia, justicia y problemáticas sociales aumentan, evidenciando un reconocimiento mayor del potencial de la disciplina. Las respuestas evolucionaron desde el énfasis en la utilidad escolar hacia concepciones que destacan la conexión entre matemática y vida cotidiana y en sociedad. En síntesis, los resultados apuntan a consolidar la percepción de la matemática y en particular las razones trigonométricas como un saber con relevancia social, fortaleciendo tanto el aprendizaje conceptual como la formación ciudadana.

Referencias

Alsina, Á. (2020). Cinco prácticas productivas para una enseñanza de las matemáticas a través de los procesos. *Saber & Educar, 28*, 1–13. https://doi.org/10.17346/se.vol0.374

Ballester, L. (2004). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Universitat de les Illes Balears.

D'Ambrosio, U. (1990). The role of mathematics education in building a democratic and just society. *For the Learning of Mathematics, 10*(3), 20–23.

Labra, J., & Vanegas, C. (2022). Desarrollo del razonamiento geométrico de estudiantes de enseñanza media cuando abordan el concepto de homotecia. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 25*(1), 93–120. https://doi.org/10.12802/relime.22.2514

Ministerio de Educación de Chile. (2020). *Bases curriculares: 7.º básico a 2.º medio*. Unidad de Currículum y Evaluación, Ministerio de Educación.

Orozco, P. H., Acosta, A. P., Barrios, J. M., & Pino, A. L. (2025). Impact of problem solving on trigonometric learning in Afro-Colombian communities. *Frontiers in Education, 10*, Article 1602080. https://doi.org/10.3389/feduc.2025.1602080

Valero, P., & Skovsmose, O. (Eds.). (2012). *Educación matemática crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas*. Editorial Kimpres Ltda.

Wright, P., Kelly, J., & Hilton, C. (2024). Mathematics teachers and learners as collective agents of change. *London Review of Education, 22*(1). https://doi.org/10.14324/LRE.22.1.22

EDUCAR EN DIVERSIDAD PARA EL SIGLO XXI: TRAYECTORIAS HIPOTÉTICAS DE APRENDIZAJE INCLUSIVAS EN ÁLGEBRA LINEAL

Elizabeth Rozas-Torres, Universitat Autónoma de Barcelona, Universidad Austral de Chile

Andrea Cárcamo Bahamonde, Universidad Austral de Chile

Abstract:

Este estudio analiza e identifica prácticas inclusivas que favorecen la construcción del concepto de sistemas de ecuaciones lineales (SEL) en estudiantes de primer año de ingeniería, a partir de la implementación de una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) inclusiva en el curso de Álgebra Lineal. Se usó la investigación basada en el diseño. Participaron 25 estudiantes de una universidad del sur de Chile. El diseño de la THA consideró los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje y la heurística de los modelos emergentes. Los datos recolectados fueron protocolos escritos, observaciones de aula, grabaciones y retroalimentaciones docentes. Se identificaron cinco prácticas inclusivas que apoyaron la comprensión de SEL: activación de conocimientos previos, múltiples representaciones, organizadores gráficos, trabajo colaborativo estructurado y retroalimentación diferenciada. Se discuten implicancias para planificar clases inclusivas sin comprometer el aprendizaje del estudiantado.

Trayectoria hipotética de aprendizaje, educación inclusiva, sistema de ecuaciones lineales, álgebra lineal, educación en ingeniería

ANTECEDENTES

El curso de Álgebra Lineal es fundamental en la formación matemática superior, especialmente en ingeniería, donde sus conceptos abstractos presentan dificultades cognitivas que se amplifican en estudiantes con trayectorias educativas diversas (Stewart et al., 2019). En particular, sistema de ecuaciones lineales (SEL) es un concepto que presenta dificultades persistentes para los estudiantes universitarios por su conceptualización, comprensión y visualización del conjunto solución (Rodríguez et al., 2019). Estas dificultades se ven amplificadas por la diversidad estudiantil en términos socioeconómicos, étnicos, de género y trayectorias educativas. A pesar de la importancia del concepto del SEL y los desafíos que presentan para estudiantes diversos, existe una escasez de investigación que aborden su enseñanza desde una perspectiva de educación inclusiva. Por lo expuesto, el objetivo de esta investigación es analizar e identificar las prácticas de enseñanza inclusivas que favorecen la construcción del concepto de SEL en estudiantes de primer año de ingeniería, a partir de la implementación de una THA inclusiva en el curso de Álgebra Lineal.

Índice

Una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) es un modelo teórico para la planificación de la enseñanza de las matemáticas que tiene tres componentes: un objetivo de aprendizaje, las actividades de aprendizaje y el proceso de aprendizaje hipotético que predice cómo evolucionará el pensamiento estudiantil (Simon, 2020). En los últimos años, hay diversas investigaciones que muestran su utilidad en la construcción de conceptos en el nivel superior (Andrews-Larson, 2017; Cárcamo et al., 2021, Castro et al., 2025). Por su parte, la educación inclusiva y el Diseño Universal para el Aprendizaje (CAST, 2018) proporcionan principios orientadores para responder a la diversidad estudiantil mediante múltiples formas de representación, acción y participación, considerando el establecimiento de conexiones con conocimientos previos, la entrega de tareas accesibles, el abordaje de diferentes registros de representación, y el fomento del trabajo colaborativo estructurado.

METODOLOGÍA

Se empleó la Investigación Basada en el Diseño (Baker, 2018). La Fase 1 involucró el diseño de una THA para SEL considerando el proceso de construcción propuesto por Cárcamo y Fuentealba (2023) y las características de la población estudiantil. La THA se estructuró en cuatro tareas de aprendizaje según los niveles de actividad de los modelos emergentes (Gravemeijer, 2020): intersección de 2 planos (situacional), intersección de 3 planos (referencial), análisis de matrices aumentadas reducidas (general), y aplicación en redes de flujo (formal). Además, considero los principios del DUA al considerar diferentes registros de representación (gráficas, analíticas y matriciales, modelación, uso de organizadores gráficos) y el trabajo colaborativo entre pares. La Fase 2 se implementó con 25 estudiantes de primer año de ingeniería (alta diversidad y brechas académicas postpandemia) de una universidad del sur de Chile en 5 sesiones de 60-90 minutos cada una. Los datos recopilados fueron: protocolos escritos de estudiantes, observaciones de aula con notas de campo, grabaciones de audio y retroalimentaciones orales y escritas del docente. En la Fase 3 se empleó una matriz comparativa que contrastó el proceso de aprendizaje hipotético de la THA con el proceso de aprendizaje real por estudiante. El análisis se centró en identificar prácticas inclusivas que favorecieron la construcción de SE, mediante triangulación de las evidencias recogidas para validar los hallazgos e incrementar la solidez interpretativa de las categorías emergentes.

RESULTADOS

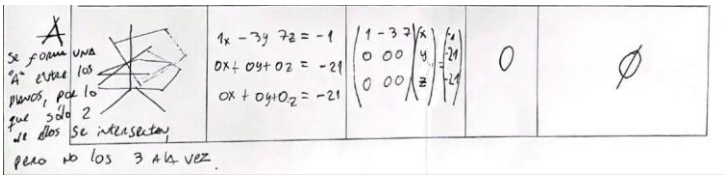
El análisis de la implementación de la THA evidenció cinco prácticas inclusivas que favorecieron la construcción del concepto de SEL. En primer lugar, la activación de conocimientos previos mediante contextos geométricos conocidos permitió que conectaran experiencias previas y nuevos aprendizajes. En segundo término, el uso de múltiples representaciones (geométricas, tabulares, matriciales y algebraicas) facilitó que los estudiantes pudieron moverse desde el modo de pensamiento geométrico hacia el analítico

sin dificultad (Figura 1). Asimismo, el empleo de organizadores gráficos (por ejemplo, tablas comparativas) apoyó la coordinación de información y la justificación de procedimientos, mientras que el trabajo colaborativo fortaleció el diálogo matemático entre pares y la validación colectiva de ideas. Finalmente, la retroalimentación diferenciada inmediata posterior a cada tarea permitió ajustes oportunos y el logro de aprendizajes.

El impacto de estas prácticas fue heterogéneo según los subgrupos. Estudiantes ubicados en un nivel situacional se beneficiaron especialmente de los contextos geométricos y del andamiaje explícito. En tanto, los estudiantes que transitaron del nivel referencial al general progresaron con mayor claridad mediante organizadores gráficos y verificaciones formativas. En el paso del nivel general al formal, la retroalimentación puntual favoreció la explicitación del conjunto solución y el uso riguroso de la notación. Esta caracterización responde a la necesidad de ir más allá de los patrones comunes y atender las diferencias propias de un aula diversa. En conjunto, los resultados evidencian una progresión coherente a través de los cuatro niveles de actividad de la heurística de modelos emergentes.

Figura 1

Extracto del Protocolo escrito por un estudiante S1, donde se evidencia la progresión desde representaciones geométricas hacia la representación formal del conjunto solución



CONCLUSIONES

La THA, diseñada con los principios DUA y la heurística de modelos emergentes, favorece la construcción conceptual de los SEL en un aula diversa. A partir de los resultados, se derivan implicancias concretas para la planificación: diseñar secuencias basadas en niveles de actividad (situacional, referencial, general y formal) con metas y evidencias por nivel; implementar andamiajes diferenciados por subgrupos (múltiples representaciones, organizadores y retroalimentación puntual); y realizar evaluación a través de diferentes fuentes que monitoreen avances. Estas orientaciones permiten planificar clases inclusivas sin comprometer el aprendizaje del estudiantado, con alta transferibilidad a otras unidades de Álgebra Lineal y a otros cursos de matemática universitarios.

Agradecimientos

Este trabajo es presentado en el contexto del programa de doctorado en educación de la Universidad Autónoma de Barcelona. Agradecimientos a ANID que financió parcialmente este trabajo por medio del proyecto Fondecyt N° 1241155.

Referencias

Andrews-Larson, C., Wawro, M., & Zandieh, M. (2017). A hypothetical learning trajectory for conceptualizing matrices as linear transformations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 48*(6), 809–829. https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1276225

Bakker, A. (2018). *Design research in education: A practical guide for early career researchers*. Routledge.

CAST. (2018). *Universal design for learning guidelines version 2.2* [Graphic organizer]. https://udlguidelines.cast.org

Castro, T., Cárcamo, A., & Fortuny, J. M. (2025). A hypothetical learning trajectory for the construction of trigonometric equations with infinite solutions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–20. https://doi.org/10.1080/0020739X.2025.2487937

Cárcamo, A., Fortuny, J. M., & Fuentealba, C. (2021). Las trayectorias hipotéticas de aprendizaje: Un ejemplo en un curso de álgebra lineal. *Enseñanza de las Ciencias, 39*(1), 45–63. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2857

Cárcamo, A., & Fuentealba, C. (2023). Un modelo para la construcción de trayectorias hipotéticas de aprendizaje preliminares. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 37*(76), 577–601. https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a10

Gravemeijer, K. (2020). Emergent modeling: An RME design heuristic elaborated in a series of examples. *Educational Designer, 4*(13).

Simon, M. A. (2020). Hypothetical learning trajectories in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 354–357). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_70

Stewart, S., Andrews-Larson, C., & Zandieh, M. (2019). Linear algebra teaching and learning: Themes from recent research and evolving research priorities. *ZDM – Mathematics Education, 51*(7), 1017–1030. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01094-0

GALERÍA FOTOGRÁFICA

A continuación, presentamos una selección de fotografías que retratan distintos momentos vividos en las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática. Esta galería, construida gracias al registro de la organización y los propios asistentes, busca inmortalizar las valiosas interacciones humanas y académicas que fortalecen el desarrollo de nuestra disciplina en el país.





Índice


Soluciones al problema del diseño instruccional
Primera solución: Perspectiva positivista, objetivista, científista
La investigación científica realizada en el área de la Didáctica de las Matemáticas nos dirá cuáles son las causas que hay que modificar para obtener los efectos considerados como objetivos a conseguir.
Se trata de utilizar la investigación empírica para informar y mejorar las prácticas pedagógicas en el aula. Este enfoque reconoce la importancia de aplicar métodos científicos para evaluar la efectividad de diferentes estrategias de enseñanza y aprendizaje. Se trata de ofrecer al profesor prácticas <<que funcionan>> basadas en evidencias científicas


1. El proble
2. Criterios
la reflexi
3. Diseño U
4. Integraci
organiza

Índice


2- Marco teórico
• Aspectos epistemológicos y cognitivos, relacionados por tres génesis (Kuzniak, 2011)
• La Ingeniería Didáctica (Artigue, 1988)
➢Una guía...



Índice




sochiem
10 al 13 de diciembre 2025


Universidad Central
Facultad de Educación
sochiem
Jornadas Nacionales de Educación Matemática
10 al 12 de diciembre 2025
La modelación y Teoría APOE: una forma de acercarse al aprendizaje de las matemáticas


Universidad Central

Índice


SOCIEDAD CHILENA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
www.sochiem.cl
HORACIO SOLAR BIEZMALNOVIC


Universidad Central

Índice


Equipo Organizador


Reconocimiento Estudiantes
Colaboradores

Índice





Índice


Premio Nacio
Mat
XXIX Jornadas Nacional
Universidad Ce
sochiem


Catherine
Isla Donoso

Índice





Índice





Índice





Índice





Índice





Índice


YOCELYN PARRA URRA


SOCIEDAD CHILENA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
www.sochiem.cl

Índice





Índice

PALABRAS DE CIERRE

Al cerrar estas Actas, queremos expresar nuestra satisfacción y gratitud por lo que fueron las XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática. Durante tres días, la comunidad de educación matemática del país, junto a destacados invitados e invitadas internacionales, se reunió para compartir investigaciones, experiencias y reflexiones que dan cuenta de un campo vivo, diverso y en permanente crecimiento. Las 201 contribuciones presentadas, las conferencias internacionales y nacionales, y el encuentro cotidiano entre investigadores, formadores de profesores, docentes de aula y estudiantes, confirman que las Jornadas siguen siendo el principal espacio de articulación de nuestra comunidad y un motor para el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en Chile.

Para la Universidad Central de Chile, institución con más de 43 años de historia, reconocida por su compromiso con la formación integral de profesionales, la responsabilidad social, la equidad y el desarrollo del pensamiento crítico, haber sido la universidad anfitriona de estas Jornadas constituye un motivo de profundo orgullo. Fundada en 1982 como una de las primeras universidades privadas laicas del país, la UCEN ha mantenido desde sus orígenes una clara vocación pública, plasmada en su quehacer académico, investigativo y de vinculación con el medio, y ha consolidado una trayectoria formativa sólida en el ámbito de las pedagogías, destacándose por el fortalecimiento de la formación docente en matemática y el fomento de la investigación educativa. Acoger este encuentro en nuestra sede Santiago refleja el espíritu colaborativo y reflexivo de nuestra institución, así como su compromiso con una educación matemática inclusiva, participativa y de calidad.

Agradecemos una vez más a la Sociedad Chilena de Educación Matemática por la confianza depositada en nuestra universidad, a las coordinadoras y coordinadores de líneas temáticas, a las y los académicos revisores, a las y los conferencistas, talleristas, autores y asistentes, y a todas las personas que, desde distintos roles, hicieron posible este encuentro. El éxito de estas Jornadas es, en definitiva, el fruto del trabajo generoso y comprometido de toda una comunidad.

Esperamos que estas Actas perduren como testimonio del trabajo compartido y como un recurso de consulta para quienes investigan y enseñan matemática en los distintos niveles del sistema educativo. Nos despedimos con la certeza de que los diálogos iniciados en estas Jornadas seguirán desarrollándose en las aulas, las escuelas y las universidades del país, y con la esperanza de reencontrarnos en las XXX Jornadas Nacionales de Educación Matemática, para continuar construyendo juntos y juntas el futuro de la educación matemática en Chile.

Atentamente, Comité Organizador
XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática
Universidad Central de Chile

Índice

Comité Organizador XXIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática

